



西安交通大学  
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

# 通信原理实验

## 2 差错控制

姓 名：张翠翠

办公室：西一楼520

邮 箱：

zhangcuicui@mail.xjtu.edu.cn





# 内容回顾

调制解调
差错控制（信道编码+交织）
同步处理
OFDM
信道均衡
调频收音机



# 内容

## ■ 纠错编码

线性码和非线性码

卷积码和分组码

## ■ 差错控制技术

交织+纠错编码=FEC前向纠错

- 差错控制编码在星座映射之前还是之后？
- 差错控制编码是在比特流做层的还是符号流层做的？为什么？



# 内容

---

- DVB-S2: 交织+BCH+LDPC
  - 第4代移动通信: 交织、咬尾卷积码、Turbo
  - 第5代移动通信: 交织、Polar码、LDPC
- 
- 线性分组码: 汉明码
  - 循环码: BCH码、CRC
  - 卷积码: Turbo码



# 提纲

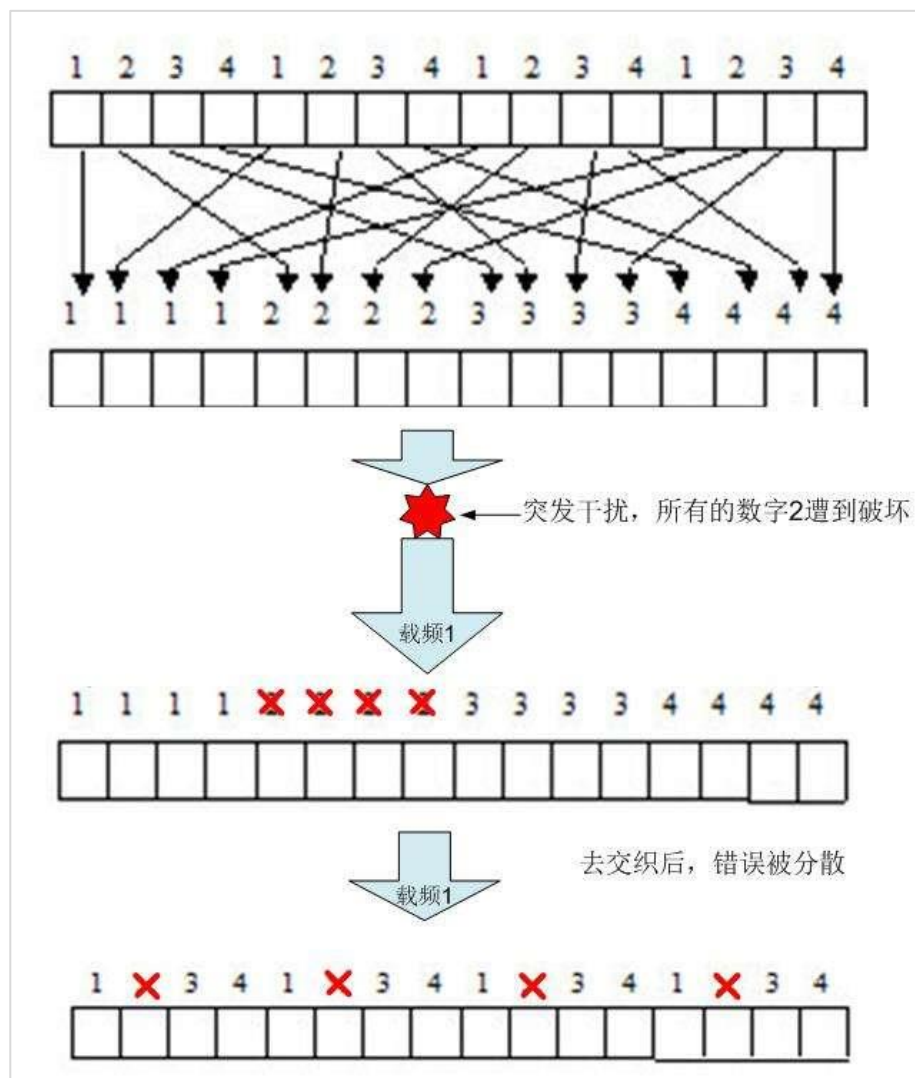
---

- 交织编码技术
- 线性分组码
- 七四海明码
- 发送端基带处理
- 实验任务
- 实验报告要求



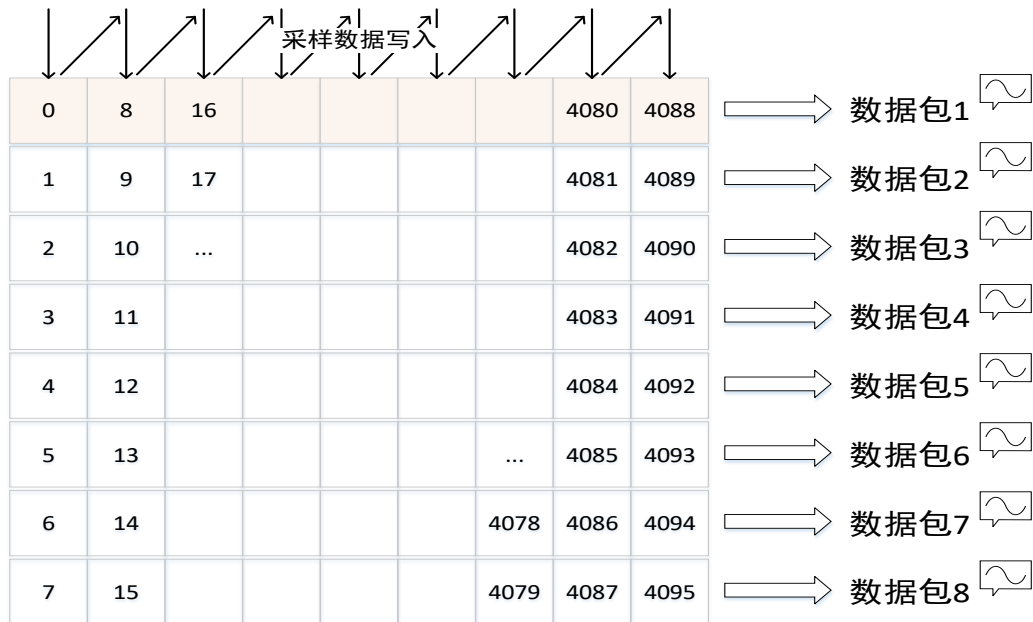
# 交织编码技术

- 交织编码技术：  
抗突发错的一种有效编码技术  
在DVB、4G、5G中都有使用

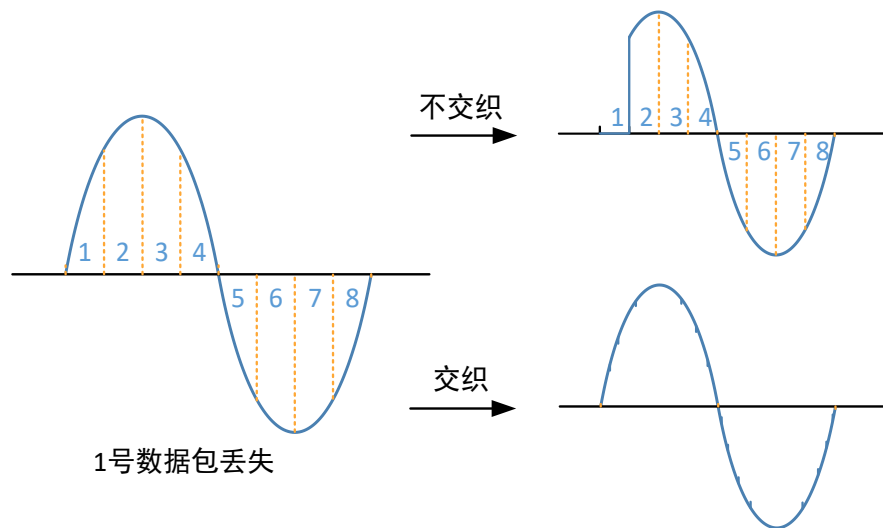




# 交织编码技术



RAM存储空间（每个小单元存储一个采样点）



- 具体实现怎么做？ Matlab、C、JAVA、Verilog
- 有没有带来冗余？ 有没有纠错能力？
- 配合信道编解码使用，提高系统的纠错能力



# 线性分组码

## ■ 基本概念

- (信息位+监督位) 组成, 降低有效性、换取可靠性
- 增加冗余, 与信源编码的降低冗余相反
- 监督位与信息位之间是线性关系

➤ **(n,k) 线性分组码:**  $k$ 位信息位+  $(n-k)$  位监督位

一个长度为 $n$ 且具有 $2^k$ 个码字的二进制分组码, 当且仅当, 它的 $2^k$ 个码字在 $n$ 元组的向量空间中形成 $k$ 维子空间, 称为  $(n, k)$  线性分组码





# 线性分组码

从线性代数向量空间的角度看，线性分组码  $(n,k)$  是  $n$  元组向量空间  $V$  中的  $k$  维子空间，存在  $k$  个线性独立的码字，形成基向量，张成码字空间  $C$ 。每一个码字  $v$  可以看成是以输入信息  $u$  作为系数的基向量的线性组合。



$$v = u_0 * \mathbf{g}_0 + u_1 * \mathbf{g}_1 + \dots + u_{k-1} * \mathbf{g}_{k-1}$$

$$G = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{0,0} & g_{0,1} & \dots & g_{0,n-1} \\ g_{1,0} & g_{1,1} & \dots & g_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g_{k-1,0} & g_{k-1,1} & \dots & g_{k-1,n-1} \end{bmatrix}$$

$$v = u * G$$

矩阵  $G$  为线性分组码的生成矩阵  
线性分组码是由矩阵  $G$  的行向量张成的子空间



# 线性分组码

矩阵G的零空间N (G) 的维度是n-k。因而可以找出n-k个线性独立的向量，张成G的零空间N (G) 。

$$H = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{0,0} & h_{0,1} & \cdots & h_{0,n-1} \\ h_{1,0} & h_{1,1} & \cdots & h_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{n-k-1,0} & h_{n-k-1,1} & \cdots & h_{n-k-1,n-1} \end{bmatrix}$$

$$G * H^T = 0_{(k,n-k)}$$

矩阵H称为线性分组码的校验矩阵

$$v * H^T = u * G * H^T = 0$$

$$v = u * G$$

G和H是线性分组码设计的核心，G和H确定后即确定了该线性分组码



# 线性分组码

设接收到的码字为  $v' = v \oplus e$

$$\begin{aligned} S &= v' * H^T = (v \oplus e) * H^T = e * H^T \\ &= [e_0, e_1, \dots, e_{n-1}] * \begin{bmatrix} h_{0,0} & h_{1,0} & \cdots & h_{n-k-1,0} \\ h_{0,1} & h_{1,1} & \cdots & h_{n-k-1,1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{0,n-1} & h_{1,n-1} & \cdots & h_{n-k-1,n-1} \end{bmatrix} \\ &= e_0 * h_0 + e_1 * h_1 + \cdots e_{n-1} * h_{n-1} \end{aligned}$$

S称为伴随式，S只跟错误位置向量有关，与发送的原码字无关

如果该码字能纠t个错，也就是说e中最多有t个1。  
要从S中纠t个错，H的任何2t列必须线性无关。

$$e1_0 * h_0 + e1_1 * h_1 + \cdots e1_{n-1} * h_{n-1} \neq e2_0 * h_0 + e2_1 * h_1 + \cdots e2_{n-1} * h_{n-1}$$



# 海明码 (7, 4)

Bit #	1	2	3	4	5	6	7
Transmitted bit	$p_1$	$p_2$	$d_1$	$p_3$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
$p_1$	Yes	No	Yes	No	Yes	No	Yes
$p_2$	No	Yes	Yes	No	No	Yes	Yes
$p_3$	No	No	No	Yes	Yes	Yes	Yes

<https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming%287,4%29>



# 海明码 (7, 4)

Bit #	1	2	3	4	5	6	7
Transmitted bit	$p_1$	$p_2$	$d_1$	$p_3$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
$p_1$	Yes	No	Yes	No	Yes	No	Yes
$p_2$	No	Yes	Yes	No	No	Yes	Yes
$p_3$	No	No	No	Yes	Yes	Yes	Yes

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G * H^T = 0$$

$$S = e * H^T = e_0 * h_0 + e_1 * h_1 + \cdots e_{n-1} * h_{n-1} = h_i$$



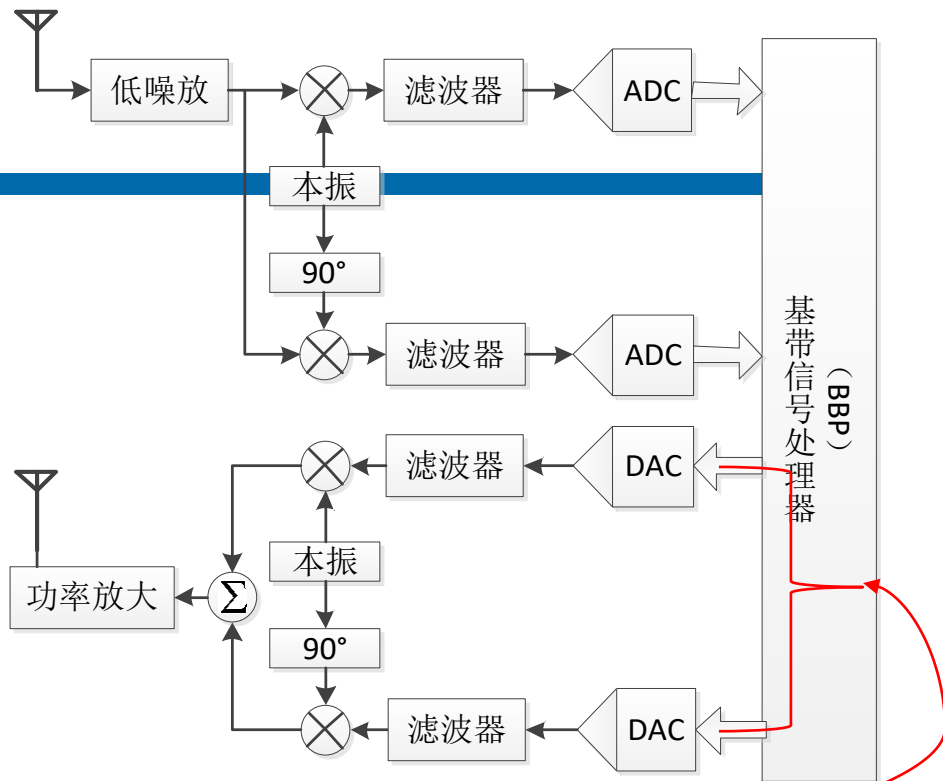
Golay ( 23, 12, 7 ) 是完备码、是循环码

[illegible]

[https://en.wikipedia.org/wiki/Binary\\_Golay\\_code](https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_Golay_code)



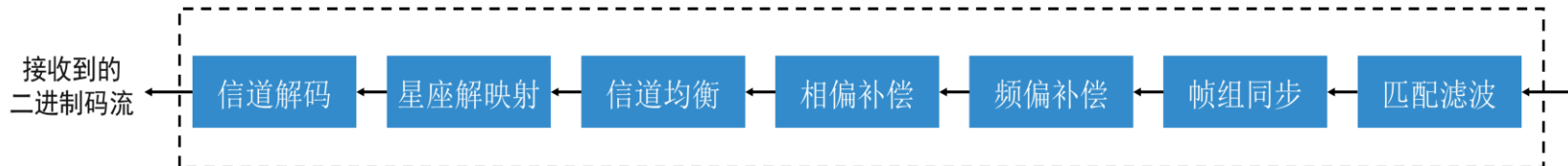
# 发送端基带处理



发送端-基带处理



接收端-基带处理

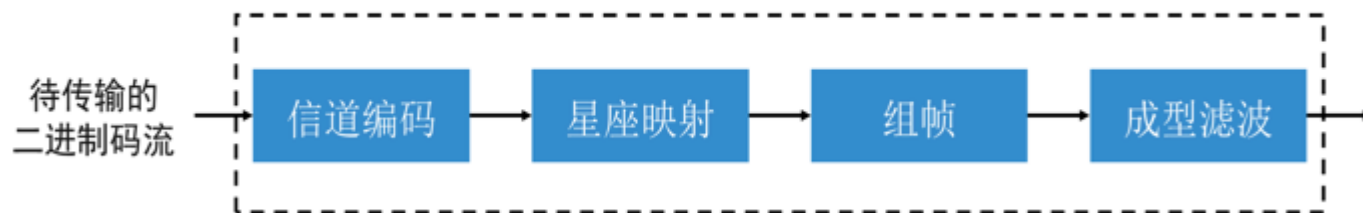


## Matlab上基带处理

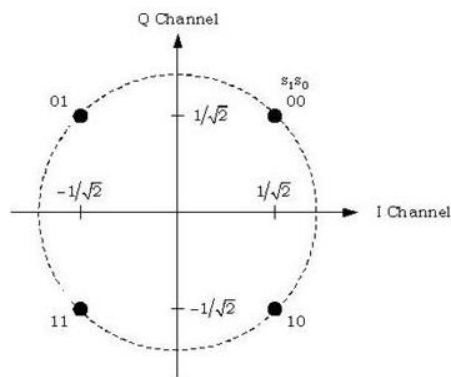


# 发送端基带处理

发送端-基带处理



010011010111001000110101 → 74海明码 → 0100xxx1101xxx0111xxx0010xxx0011xxx0101xxx  
0100xxx1101xxx0111xxx0010xxx0011xxx0101xxx



QPSK  
星座映射

I: -0.707 0.707 ...  
Q: 0.707 0.707 ...

组帧

I: 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -0.707 0.707 ...  
Q: 0 0 0 0 0 0 0 0.707 0.707 ...

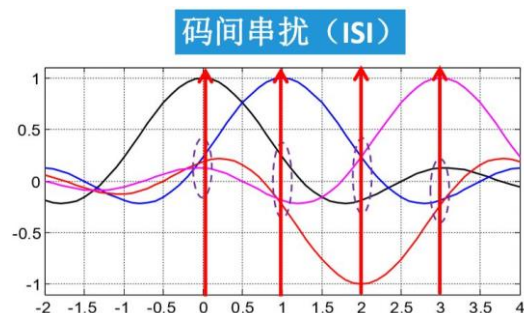
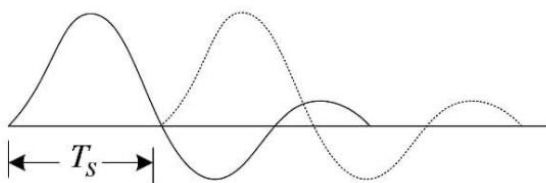
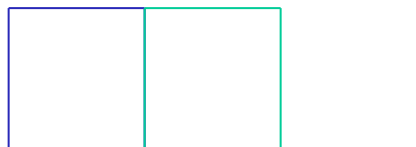
添加M序列对应的调制符号  
0010111





# 发送端基带处理

由于信道的带宽限制，当信号在有限带宽信道中传输时，会导致码元信号在时域上的拖尾，拖尾叠加到其它码元上影响其它码元的正确判决，称之为码间串扰ISI.



发端符号  
时域上带限  
频域上无限

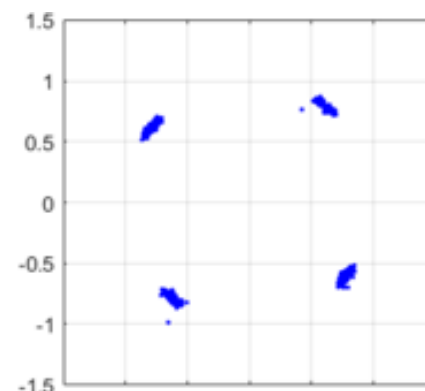
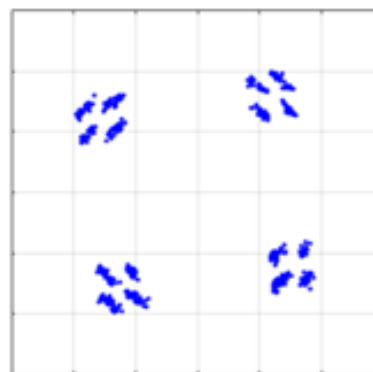
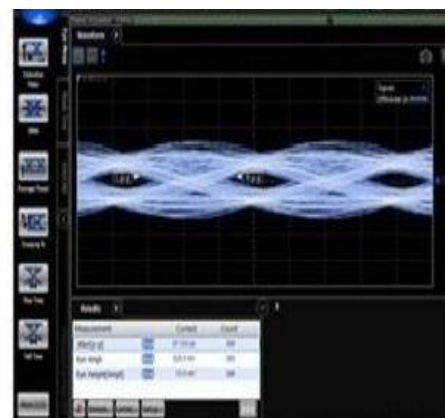
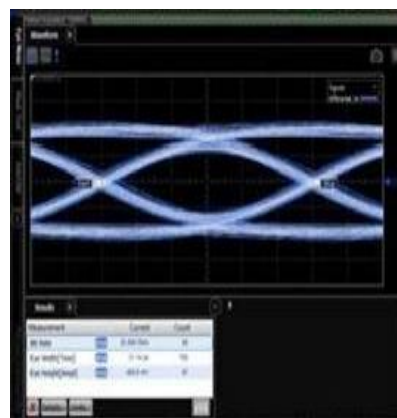
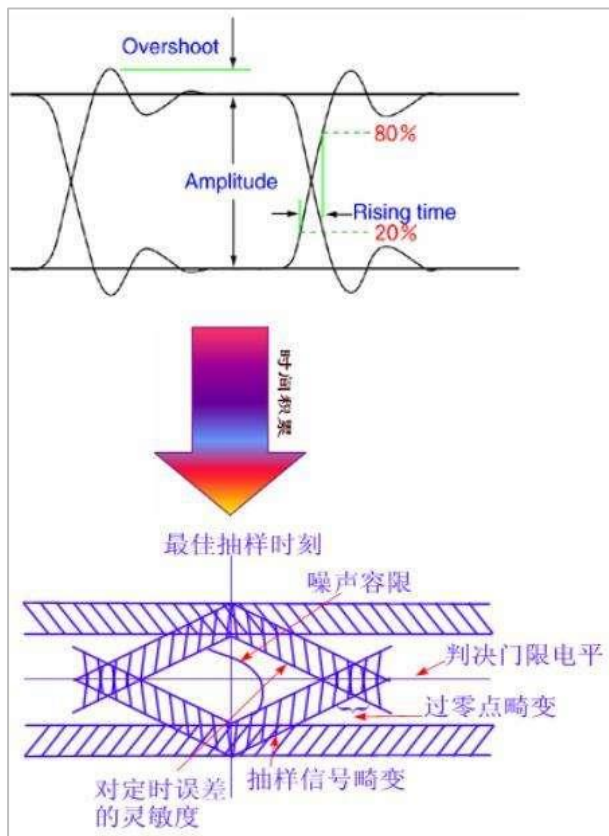
信道  
(频域带限)

收端符号  
时域上拖尾产生ISI  
频域上带限



# 发送端基带处理

- 二元幅度调制系统中，用收端信号的**眼图**来观察ISI
- 多元幅相调制系统中，用收端信号的**星座云**来观察ISI





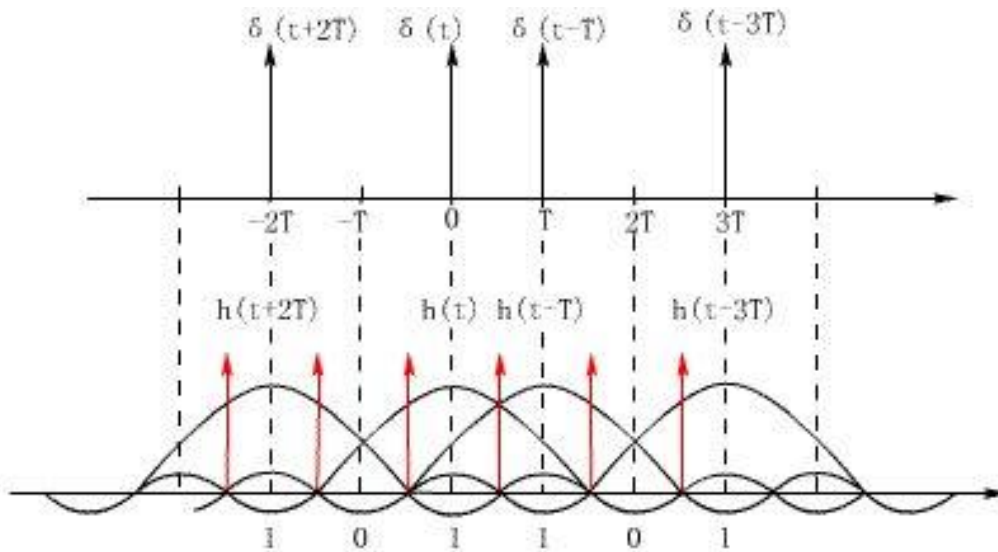
# 发送端基带处理

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/439814485>

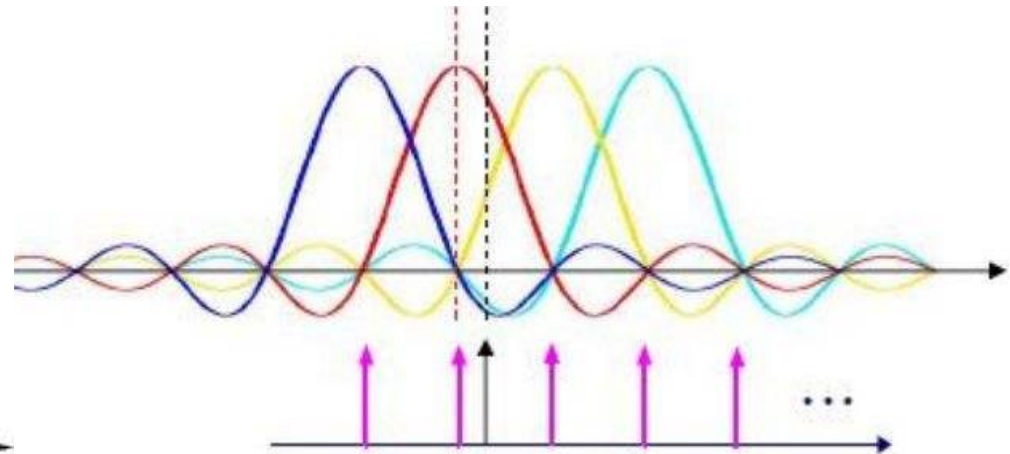
- 能不能完全消除信号的拖尾？

信道的带限特性是客观实际存在的，实际中都是带限系统

- 但是可以想办法让拖尾按照我们想要的方式出现—不影响其它码元的正确判决



附图 18





# 发送端基带处理

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/439814485>

- 能不能完全消除信号的拖尾？

信道的带限特性是客观实际存在的，实际中都是带限系统

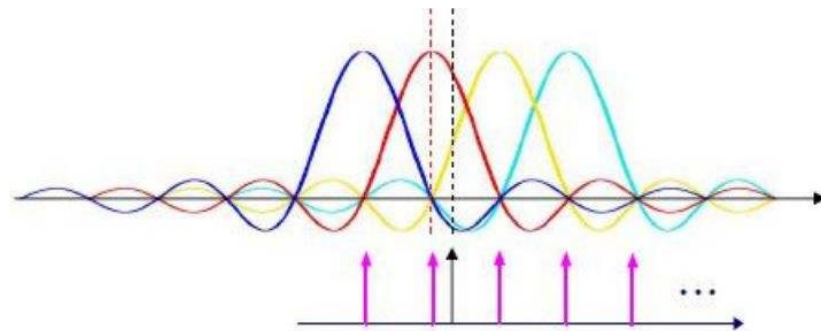
- 但是可以想办法让拖尾按照我们想要的方式出现  
所有其它码元的拖尾和为0

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \delta(t - nT)$$

$$s(t) = x(t) * h(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n h(t - nT)$$

$$s(t_k) = a_k h(0) + \sum_{n \neq k} a_n h(kT - nT)$$

↓  
为0



$$h(kT) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

无码间串扰的时域条件



# 发送端基带处理

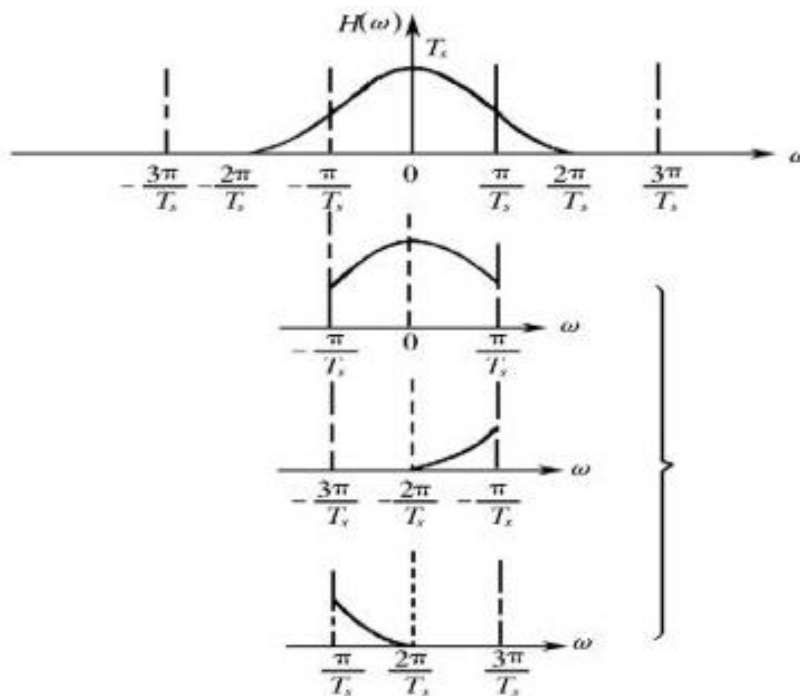
<https://zhuanlan.zhihu.com/p/439814485>

- 所有其它码元的拖尾和在当前码元判决处为0
- $H(\omega)$  频移相加后, 得到某一常数

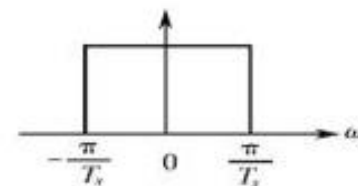
$$h(kT) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

$$\sum_i H(\omega + \frac{2\pi i}{T}) = T, \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T}$$

无码间串扰的频域条件  
 $H(\omega)$  不唯一



$$\sum_i H(\omega + \frac{2\pi i}{T}), \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T}$$



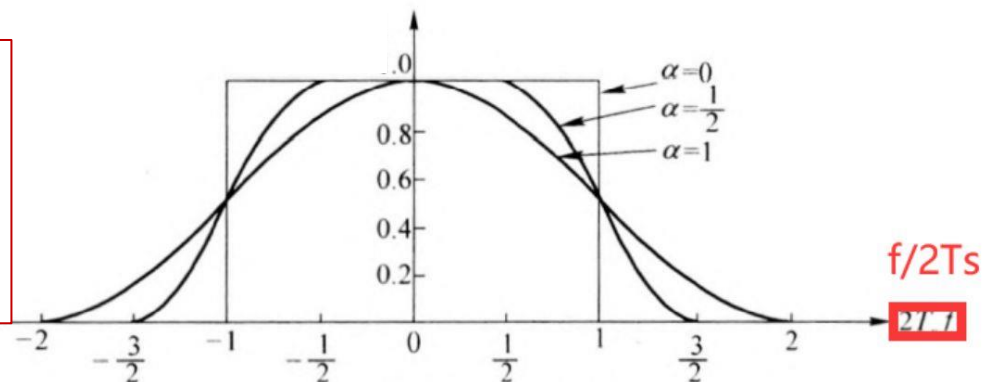


# 发送端基带处理

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/439814485>

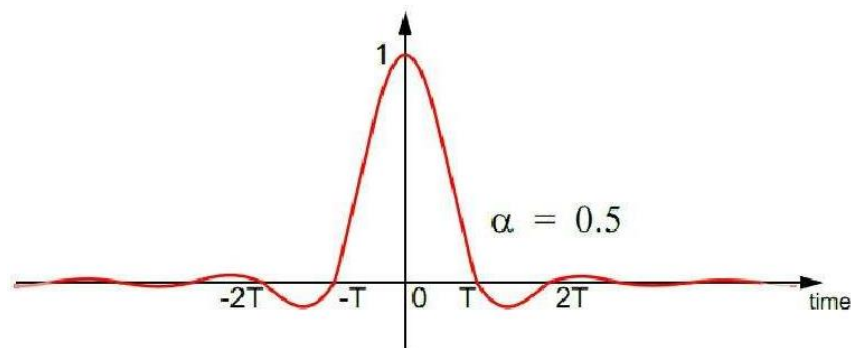
## ● 升余弦滤波器

$$\begin{aligned} G(f) &= T \\ &= T \cos^2 \left[ \frac{\pi T}{2\alpha} \left( |f| - \frac{1-\alpha}{2T} \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} |f| &\leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{1-\alpha}{2T} < |f| &\leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ \frac{1+\alpha}{2T} < |f| & \end{aligned}$$



(a) 升余弦滤波器的频率响应

$$g(t) = \left( \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \right) \left( \frac{\cos(\alpha \pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \right) \quad -\infty < t < +\infty$$





# 发送端基带处理

星座映射并组帧后

成型滤波器  
(根升余弦)

信道

匹配滤波器  
(根升余弦)

收端处理

I: 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -0.707 0.707 ...  
Q: 0 0 0 0 0 0 0 0.707 0.707 ...

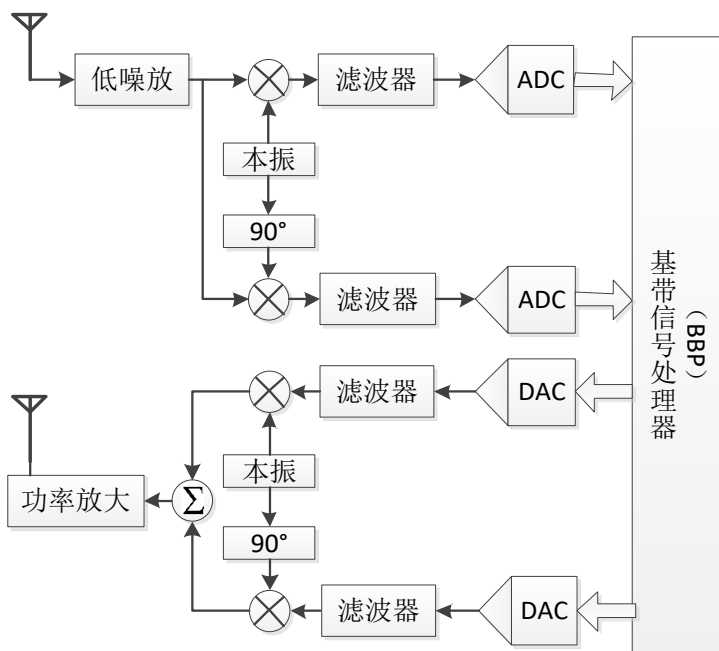
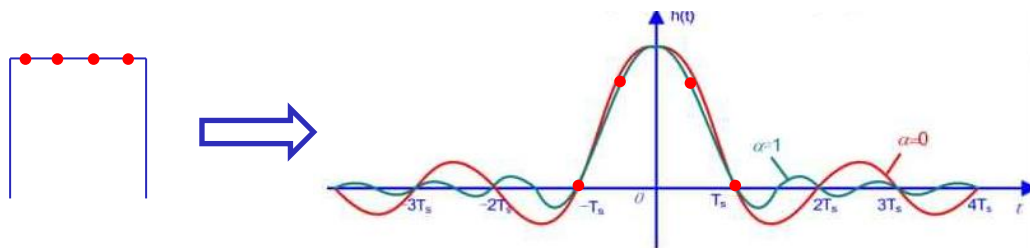
DAC采样率40MHz

保证一个符号至少4个样点，越多越好，10个足够  
以4个样点为例：则符号率为10MHz

具体实现：

发送端：将调制后的符号经过根升余弦滤波器

接收端：讲接收到的符号经过根升余弦滤波器





# 实验任务

## ■ 信道编解码的实现和验证

- 1.在已有的demo基础上，发送端合适位置加入信道编码（可自由选择编码类型及方式）
- 2.在接收端合适位置加上对应的信道解码
- 3.系统测试，保证编解码的正确性，收端能得到发端信息
- 4.计算误码率，对比添加信道编解码和未添加信道编解码的误码率





# 实验报告要求

## 2. 信道编解码

### 一. 实验内容

1.1 信道编解码的实现和验证

↵

### 二. 实验原理

2.1 差错控制编码的分类

2.2 线性分组码的编码、校验、纠错原理

2.3 码间串扰产生的原因

2.4 成型滤波、匹配滤波的原理和作用

### 三. 实验结果图示及分析

3.1 信道编解码的具体实现

3.2 从误码率分析系统性能

↵

### 四. 思考题

4.1 符号率和 DAC 采样率的关系

---- 4.2 线性分组码中码距、纠错位数、查错位数的关系