Линейная Алгебра ДЗ 4

Шорин Сергей, БКНАД211

8 октября 2021 г.

1.a

Переведите из алгебраического вида в тригонометрический: $-\sqrt{3}+i$

Вынесем число $2(\sqrt{\sqrt{3}^2+1^2}=2)$

$$2(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$$

Нам подходит угол $\varphi = \frac{5}{6}\pi$

$$-\sqrt{3}+i = 2(\cos(\frac{5}{6}\pi)+i\sin(\frac{5}{6}\pi)$$

1.б

$$-3i$$

Так как здесьб только мнимая часть, то очевидно что угол будет $+\frac{1}{2}\pi$ или $-\frac{1}{2}\pi$
Так как аргумент мнимой части отрицательный, то $\varphi = -\frac{1}{2}\pi$
Найдем модуль: $\sqrt{3^2} = 3$
Тогда Ответ:

$$-3i = 3*(i\sin(-\frac{1}{2}\pi))$$

1.в

$$-1+i\sqrt{3}$$

Модуль:
$\sqrt{1^2+\sqrt{3}^2} = 2$
тогда получится $2(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}) = 2(\cos(\frac{2\pi}{3})+i\sin(\frac{2\pi}{3}))$

2.a

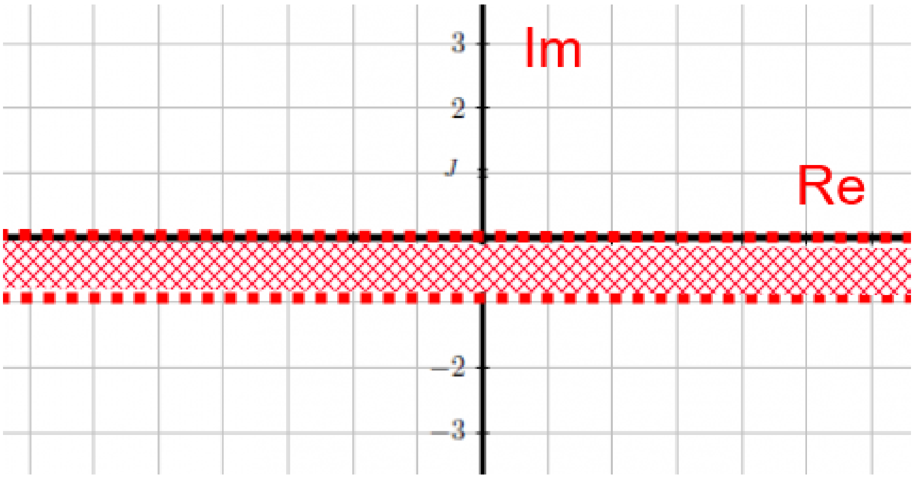
Вычислить $\frac{(1+3i)(8-i)}{(2+i)^2}$

$$\frac{(1+3i)(8-i)}{(2+i)^2} = \frac{11+23i}{3+4i} = \frac{(11+23i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{33-44i+69i+92}{25} = \frac{125-44i}{25}$$

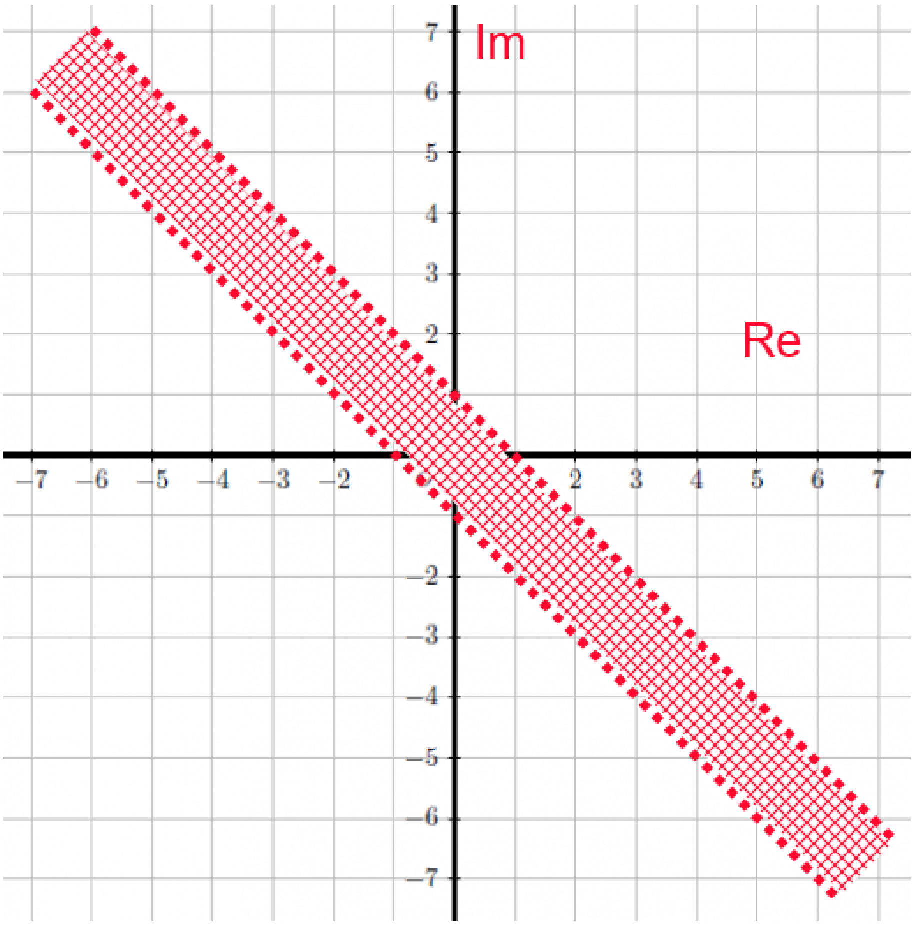
2.в

Вычислить $\frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{(1-i)(1-i\sqrt{3})}$
$\frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{(1-i)(1-i\sqrt{3})} = \frac{(1+i)^2(\sqrt{3}+i)}{(1+i)(1-i)(1-i\sqrt{3})} = \frac{(1+i)^2(\sqrt{3}+i)}{2(1-i\sqrt{3})} = \frac{(1+i)^2(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})}{2(1-i\sqrt{3})(1+i\sqrt{3})} =$
$= \frac{(1+i)^2(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})}{2(1+3)} = \frac{(2i)(4i)}{2(1+3)} = \frac{-8}{8} =$ -1

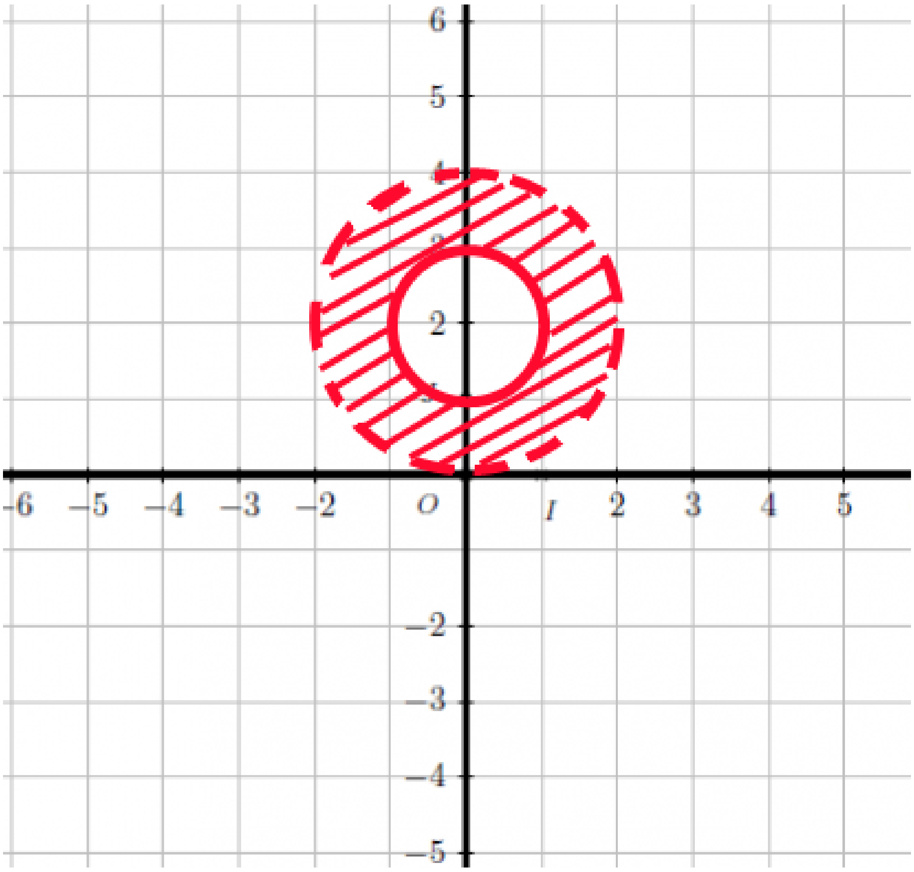
3.а



3.б



3.в



4.а

Вычислите, применив формулу Муавра: $(1+i\sqrt{3})^{150}$

Переведем в тригонометрический вид:

$$(1+i\sqrt{3})^{150} = 2^{150}(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))^{150} = 2^{150}(\cos(50\pi) + i\sin(50\pi)) = 2^{150}$$

4.б

Вычислите, применив формулу Муавра:

$$(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i})^{30} = (\frac{2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))}{\sqrt{2}(\cos(\frac{-\pi}{4}) + i\sin(\frac{-\pi}{4}))})^{30}$$

$$(\frac{2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))}{\sqrt{2}(\cos(\frac{-\pi}{4}) + i\sin(\frac{-\pi}{4}))})^{30} = \frac{2^{15}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))^{30}}{(\cos(\frac{-\pi}{4}) + i\sin(\frac{-\pi}{4}))^{30}} = \frac{2^{15}(\cos(30\frac{\pi}{6}) + i\sin(30\frac{\pi}{6}))}{(\cos(30\frac{-\pi}{4}) + i\sin(30\frac{-\pi}{4}))} =$$

$$= \frac{2^{15}(\cos(\pi) + i\sin(\pi))}{(\cos(\frac{-3\pi}{2}) + i\sin(\frac{-3\pi}{2}))} = 2^{15}\cos(\pi - \frac{-3\pi}{2}) + i\sin(\pi - \frac{-3\pi}{2}) = 2^{15}\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}) =$$

$$= 2^{15}\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}) = 2^{15}i$$

5.а

Вычислить $\sqrt[3]{8}$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

5.б

Вычислить $\sqrt[8]{2\sqrt{2}(1-i)}$

$$\sqrt[8]{2\sqrt{2}(1-i)} = \sqrt[8]{4(\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}})} = \sqrt[8]{4(\cos(-\frac{\pi}{4}) - i\sin(-\frac{\pi}{4}))}$$

$$\sqrt[8]{4(\cos(-\frac{\pi}{4}) - i\sin(-\frac{\pi}{4}))} = \sqrt[4]{2}(\cos(\frac{(-\frac{\pi}{4} + 2\pi k)}{8}) - i\sin(\frac{(-\frac{\pi}{4} + 2\pi k)}{8})), k \in [0,7]$$

6.а

Решить квадратное уравнение $x^2 - 4x + 29$

$$x_1, x_2 = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 * 29}}{2} = 2 \pm 5\sqrt{-1} = 2 \pm 5i$$

6.б

Решить квадратное уравнение $x^2 - x + 1 + i$

$$x_1, x_2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 - 4i}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-3 - 4i}}{2} = \frac{1 \pm i\sqrt{3 + 4i}}{2} = \frac{1 \pm i\sqrt{(2+i)^2}}{2} =$$

$$= \frac{1 \pm i(2+i)}{2} = \frac{1 \pm (2i - 1)}{2}$$

$$x_1 = \frac{2i}{2} = i$$

$$x_2 = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i$$