

Матанализ

Sergey

6 сентября 2021 г.

Оценка:

вещественные числа

Считаем что все свойства чисел из \mathbb{N} и множества \mathbb{Q} известно со школы
опр1 $a \in \mathbb{Q} = m/n, m \in \mathbb{Z}$,

Из обыкновенного прямоугольного треугольника с катетами 1 следует, что что рациональных чисел недостаточно Пусть $x^2 = 2$ $x = p/q \in \mathbb{Q}$ - решение $p^2/q^2 = 2 \Rightarrow p^2 = 2q^2 \Rightarrow p^2 = 2k$

Определение : Будем говорить, что множество чисел B правее множества чисел A , если $a \leq b \forall a \in A, b \in B$

Сечение Дедекинда (существует два множества рациональных чисел, прилегающих друг другу в плотную, и между которыми нет рациональных чисел)

$$A = \{a : a > 0, a^2 < 2\}, B = \{b : b > 0, b^2 \geq 2\}, 0 <$$

опр3 Будем говорить что для множества чисел выполняется принцип полноты, если для любых его произвольных не пустых подмножеств A и B таких что A левее B , найдется разделяющий их элемент

для рациональных чисел принцип полноты не выполняется
(школьный материал)

Любое рациональное число может быть представлено периодической десятичной дробью

(не будем рассматривать десятичные дроби с периодом 9) $0.(9) = x \cdot 9.(9) = 10x - 9 = 9x$

Множество иррациональных(действительных) чисел: бесконечные не периодические десятичные дроби

Множество вещественных чисел отождествляется со всеми бесконечными десятичными дробями (в том числе и периодические) вида $\pm a_0, a_1, a_2, a_0 \in \mathbb{N}_0, \in 0, 1, \dots, 9, 9$ в периоде запрещено. $0.0000(0)$ - ноль множества действительных чисел, совпадающих с нулем

\mathbb{R} - обозначение этого множества(иррациональных чисел)

Не нулевое число положительно, если в такой его записи стоит знак $+$, и отрицательным, если в его записи стоит знак $-$

На множестве \mathbb{R} определены операции сложения и умножения, причем выполняются все естественные свойства этих операций \rightarrow множество вещественных чисел является полем

Вещественные числа можно сравнивать (на множестве вещественных чисел введено отношение порядка) Для положительных чисел: $0, 1, 2 \leq b_0, b_1, b_2, a_0, a_1, a_2 \leq b_0, b_1, b_2, k, a_0 = b_0, a_1 = b_1, \dots, a_k < b_k$

Для любого $a \in \mathbb{R} |a| = a, a \geq 0$,

Для любых действительных чисел выполнено неравенство треугольника: $|a + b| \leq |a| + |b|$.

Используя равенство $|x| = \max\{x, -x\}, ||a| - |b|| \leq |a + b|$ Упражнение: вывести из неравенства треугольника

Теорема 1: на множестве вещественных чисел выполнен принцип полноты.

Пусть A и B - не пустые множества чисел, причем A левее B . Если A состоит из всех чисел a , таких что $a \leq 0$, а B состоит из чисел ≥ 0 , то 0 разделяет A и B . Пусть существует a принадлежащее A , такое что