

## מסמך תיעוד וניסויים

שם מגיש: מתן סומך | ת"ז: 213120744

שם מגיש: שון סירוטה | ת"ז: 325027589

## מסמך תיעוד

## מסמך ניסוי

### סעיף 1

נסמן ב- $T_0$  את כמות השורשים בערמה לפני ביצוע פעולה.

נסמן ב- $T_1$  את כמות השורשים בערמה לאחר ביצוע פעולה.

נסמן ב- $L$  את כמות ה-Linkים

נסמן ב- $m$  את כמות הצמתים המסומנים.

נגדיר פונקציית פוטנציאל:

$$\Phi = \#(\text{number of Trees}) + 2 \cdot \#(\text{number of mark nodes})$$

ניתוח Insert:

בפעולת Insert אנו מבצעים meld ולכן מתבצע consolidate.

אזי מתקיים כי  $T_1 = T_0 + 1 - L$  ולכן:

$$\hat{c} = c + \Phi_{After} - \Phi_{before} = (L + 1) + (T_1 + 2m) - (T_0 + 2m) =$$

$$L + 1 + T_0 + 1 - L + 2m - T_0 - 2m = 2$$

ולכן פעולת Insert לוקחת זמן קבוע לשיעורין.

ניתוח decreaseKey:

נסמן ב- $c$  את כמות החיתוכים שבוצעו. אזי:

נקבל שלאחר הפעולה נוספו  $c$  עצים חדשים לערמה, לכן  $T_1 = T_0 + c$ .

נסמן ב- $m'$  את כמות הצמתים המסומנים לאחר הפעולה. אזי  $m' = m - c + 1$  או  $m' = m - c$  חיתוכים ובכל מקרה  $m' \leq m - c + 1$  אזי:

$$\hat{c} = c + \Phi_{After} - \Phi_{before} = (c) + (T_1 + 2m') - (T_0 + 2m) \leq$$

$$(c) + (T_0 + c + 2(m - c + 1)) - (T_0 + 2m) = 2$$

ולכן פעולת decreaseKey לוקחת זמן קבוע לשיעורין.

ניתוח deleteMin:

$$\hat{c} = c + \Phi_{After} - \Phi_{before} = (T_0 + \log n - 1 + L) + (T_1 + 2m) - (T_0 + 2m) \leq$$

$$T_0 + \log n + (T_1 - T_0)$$

וראינו בכיתה כי העלות לשיעורין של זה הינה  $O(\log n)$ , שהרי  $L \leq T_0 + \log n$  ולכן  $L \in O(\log n)$  וכן  $T_0 + \log n - 1 + L \in O(\log n)$ .

ניתוח findMin:

אנחנו שומרים מצביע למינימום ולכן העלות היא  $O(1)$ .

ניתוח delete:

אנו מבצעים את הפעולה delete על ידי decreaseKey ו deleteMin ולכן העלות לשיעורין שלו מקסימלית מביניהם, כלומר  $O(\log n)$ .

**לסיכום:**

פעולה	עלות לשיעורין
Insert	$O(1)$
decreaseKey	$O(1)$
deleteMin	$O(\log n)$
findMin	$O(1)$
delete	$O(\log n)$

## סעיף 2

פעולה	ערימה בינומית	ערימה בינומית עצלה	ערימת פיבונאצ'י	ערימה בינומית עם ניתוקים
Insert	$O(\log n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
decreaseKey	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(1)$	$O(1)$
deleteMin	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
findMin	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
delete	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$

## סעיף 3

	ערימה בינומית	ערימה בינומית עצלה	ערימת פיבונאצ'י	ערימה בינומית עם ניתוקים
ניסוי 1	$O(n \log n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
ניסוי 2	$O(n \log n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
ניסוי 3	$O(n \log n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$

## סעיף 4

### ניסוי 1

ערימה בינומית	ערימה בינומית עצלה	ערימת פיבונאצ'י	ערימה בינומית עם ניתוקים	
84	12	12	78	זמן ריצה (מילישניות)
464645	464645	464645	464645	גודל הערמה בסיום
9	9	9	9	מספר העצים בסיום
464653.05	464636	464636	464653	מספר חיבורים
0	0	0	0	מספר חיתוכים
0	0	0	0	סך עלויות heapify up
18	464636	464636	18	עלות מקסימלית לפעולה

### ניסוי 2

ערימה בינומית	ערימה בינומית עצלה	ערימת פיבונאצ'י	ערימה בינומית עם ניתוקים	
1047	946	140	345	זמן ריצה (מילישניות)
46	46	46	46	גודל הערמה בסיום
4	4	3	3	מספר העצים בסיום
7552736	7552492	748841	1407475	מספר חיבורים
0	0	748798	748742	מספר חיתוכים
4149385	4148996	0	0	סך עלויות heapify up
35	464636	464636	40	עלות מקסימלית לפעולה

### ניסוי 3

ערימה בינומית	ערימה בינומית עצלה	ערימת פיבונאצ'י	ערימה בינומית עם ניתוקים	
132	49	82	250	זמן ריצה (מילישניות)
464644	464644	464644	464644	גודל הערמה בסיום
8	8	8	9	מספר העצים בסיום
464670	464653	929272	993325	מספר חיבורים
0	0	464636	528671	מספר חיתוכים
373209	373254	0	0	סך עלויות heapify up
18	464636	464636	30	עלות מקסימלית לפעולה

## **סעיף 5**

### **סעיף א**

לפי התוצאות ניתן לראות הבדלים מהותיים בין זמני הריצה, מספרי חיבורים ועלות מקסימלית לפעולה. ניתן לראות שהעלות המקסימלית לפעולה קטנה בערימה בינומית לעומת ערימה בינומית עצלה וערימת פיבונאצי, דבר שמאשש את הניתוח לשיעורין בו יש לנו פעולה אחת יקרה ש"מכסה" על הפעולות הזולות.

### **סעיף ב**