

第十二章 独立需求库存管理

[学习要点]

- (1) 能列出持有库存的主要原因。
- (2) 比较独立与非独立需求。
- (3) 比较两种主要的库存管理系统及适用的场合。
- (4) 描述 A-B-C 法并说明其用途。
- (5) 库存管理的目标。
- (6) 基本的经济订货批量模型及典型问题的求解。
- (7) 定量订货模型的再订货点及订货量的计算。
- (8) 定期订货模型的再订货点及订货量的计算。
- (9) 在需求不确定情况下的服务水平及安全库存。
- (10) 单周期订货问题 (报童模型) 及应用。

[中英文对照关键词]

库存	Inventory
非独立需求	Dependent demand
独立需求	Independent demand
永久盘存系统	Perpetual inventory system
定期盘存系统	Periodic system
定量订货模型或 Q 模型	Fixed-order quantity model , or Q model
定期订货模型或 P 模型	Fixed-time period model , or P model
A-B-C 方法	A-B-C approach
经济订货批量	Economic order quantity , EOQ
提前期	Lead time
订货成本	Ordering costs
持有成本	Holding carrying costs
服务水平	Service level

再订货点	Reorder point , ROP
安全库存	Safety stock
缺货成本	Shortage costs
过期成本	Excess cost
库存周转率	Inventory turnover
存储保管单元	Stock-keeping unit , SKU
两仓系统	Two-bin system
单期法	Single-period model
报童模型	News vendor model
周期盘点	Cycle counting

[引言]

库存管理是组织运作过程中的关键环节，库存管理的有效性决定着组织能否在满足顾客服务的前提下，使库存成本最小化，因此，库存管理水平决定着组织的运作效率。库存是一种好坏参半的东西。好的方面，库存可以在复杂不确定的环境下，为运作系统增添安全感，它可以防止由于缺货而带来的顾客服务水平的降低；坏的方面，持有库存的成本是很高的，不仅占用大量的流动资金，而且占用了许多宝贵的系统空间。因此，库存管理必然面临一个两难的选择，即保持较高顾客服务水平与库存所带来的成本之间的平衡。

第一节 库存概述

一、库存的基本概念

企业运作管理中的一个核心问题是库存控制。从客观上来说，所谓库存，是企业用于今后销售或使用的储备物料（包括原材料、半成品、成品等不同形态）。但是对于管理者来说，库存这一概念的含义是复杂而广泛的。按照管理学上的定义，库存是“具有经济价值的任何物品的停滞与贮藏”。

任何一个运作系统，都需要若干种不同类型的物料库存。表 12-1 列出了一些运作系统的需要存储的物料。不同的材料在运作系统中的重要程度是不同的，有些对运作系统是非常重要的，而有些则不会对系统产生太大的影响。例如，某制造工厂有钢材、塑料和零部件还有辅助用的

清洁材料，清洁材料比钢材和零部件的重要程度小的多。首先，这些材料的价值比工厂储存的钢材、塑料和零部件的价值要低。再者，如果清洗材料没有了，该制造工厂不会因此停产；而如果零部件用光了，工厂的正常作业就会受到严重干扰。因此对于不同重要程度的库存应该有不同的管理办法。

表 12-1 运作系统持有的库存举例

运作系统	系统持有的部分库存
旅店	食品，饮料，盥洗用品，清洗材料
医院	一次性设备，食品，药品，清洗材料
零售商店	准备出售的商品，包装材料
仓库	需要存储的商品，包装材料
汽车零件分销商	中心仓库的零部件，各分销点的零部件
电视机制造商	零部件，原材料，未完成装配的电视，已完成装配的电视，清洗材料
贵金属精炼厂	等待加工的原料（黄金，铂金等），部分加工的原料，提纯后的原料

除此之外，这些运作系统在库存的存储方式上也有着很大的区别。比方说，表中列出的某些库存在系统内只存储一次。例如，旅店购买了食品以后，先是存储起来，接着就是使用。而在另外一些运作系统中，物料则可能要被存储好多次。例如，在电视机厂，一件物料可能要经过很多道不同的工艺阶段。在每两个相邻的阶段中，它都有可能以库存的形式被存储起来。

持有库存的理由在不同情况下、不同企业内可能各有不同，各有侧重。但一般来说，主要是为了三个目的：预防不确定性的、随机的需求变动；为了保持生产的连续性、稳定性；为了以经济批量订货。但是，持有库存要发生一定费用，还会带来其他一些管理上的问题，因此，库存的作用及其弊端之间有一个折衷、平衡的问题。这也就是库存管理应研究、解决的问题。

二、库存的分类

可以从不同的角度对库存加以审视，由此产生不同的分类办法。不同的视角的分析，有助于了解库存产生的原因，寻求有效的库存管理方法，下面分别介绍几种主要的分类：

（一）按其生产过程和配送过程中所处的状态

库存可分为原材料库存、在制品库存和产成品库存。

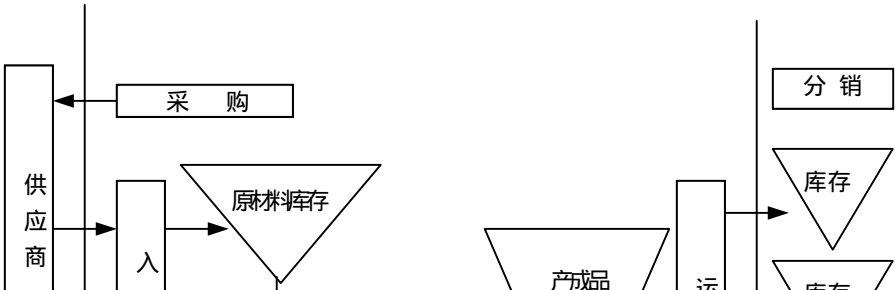


图12-1 库存在转化过程中的状态

如图所示，三种库存可以存放在一条供应链上的不同位置。原材料库存可以放在两个位置：供应商或生产商之处。原材料进入生产企业后，依次通过不同的工序，每经过一道工序，附加价值都有所增加，从而成为不同水准（以价值衡量）的在制品库存。当在制品库存在最后一道工序被加工完后，变成产成品。产成品也可以放在不同的储存点——工厂、配送中心、零售点，直至转移到最终消费者手中。图12-1所示的物流系统只是一个示意，现实中的系统可能比其更简单或更复杂。例如，对于一个零售业企业来说，其库存只有产成品一种形态。而对于一个大型制造业企业来说，生产工序较多，各种不同水准的在制品会大量存在，使库存包括多种不同程度的中间产品。企业还有可能拥有自己的配送中心，从而产成品的库存也会大量存在，这样整个物流和库存系统就会相当复杂。

（二）按库存的作用

库存可分为周转库存、安全库存、调节库存和在途库存。

1. 周转库存

为什么会有周转库存？在运作过程中，为了降低采购成本和生产成本，往往采用批量购入或批量生产的方法，单位采购成本或生产成本就得以降低（节省订货费用或作业交换费用，得到数量折扣）。这种由批量周期性地形成的库存就称为周转库存。这里有两个概念：一个是订货周期，即两次订货之间的间隔时间，再一个是订货批量，即每次订货的数量。这两者之间的关系是显而易见的：每次订货批量越大，两次订货之间的间隔就越长，周转库存量也越大。平均周转库存量为 $Q/2$ ，其中 Q 为订货批量。由于周转库存的大小与订货的频率成反比，因此如何在订货成本和库存成本之间进行权衡选择，是决策时主要考虑的因素。

2. 安全库存

为了应付需求、生产周期或供应周期等可能发生的不可预测变化而设置的一定数量的库存。例如，供货商没能按预订的时间供货；生产过程中发生意外的设备故障导致停工等。设置安全库存的一种方法是，比正常的订货时间提前一段时间订货，或比交货期限提前一段时间开始生产。例如，假定从发出订单到货物到位需3周，企业可提前5周发出订单，这样安全库存量是2周的需要量。另一种方法是，设置一个高于实际订货周期内需求的再订货点，多余部分就是安全库存。安全库存的数量除了受需求和供应的不确定性影响外，还与企业希望达到的顾客服务水平有关，这些是制定安全库存决策时的主要考虑因素。

3. 调节库存

为了调节需求与供应的不均衡、生产速度与供应速度不均衡、各个生产阶段的产出不均衡而设置的。例如，季节性需求产品（空调、电扇等），为了保持生产能力的均衡，在淡季生产的产品用于调节库存，以备满足旺季的需求。有些季节性较强的原材料，或供应商的供应能力不均衡时，也需设置调节库存。

4. 在途库存

指正处于运输以及停放在相邻两个工作地点之间或相邻两个组织之间的库存，这种库存是一种客观存在，而不是有意设置的。在途库存的大小取决于运输时间以及该期间内的平均需求。

（三）按需求特性

按用户对库存的需求特性，库存可分为独立需求库存与相关需求库存。

独立需求库存是指用户对某种库存物品的需求与其他种类的库存无关，表现出对这种库存需求的独立性。从库存管理的角度来说，独立需求库存是指那些随机的、企业自身不能控制而是由市场所决定的需求，这种需求与企业对其他库存产品所作的生产决策没有关系。如用户对企业最终产成品、维修备件等的需求。独立需求库存无论在数量上还是时间上都有很大的不确定性，但可以通过预测方法粗略地估算。比如，在零售商店里销售的电视机，其需求与其他库存需求没有特定的相关性，其需求主要由市场来决定，可以通过预测方法来估计在一定的时间段里对电视机的需求，这种对电视机的需求就是独立性需求。

如图12-2所表示的电视机产品结构树，成品A是由2个部件B和2个部件C组成的；而一个部件B又是由3个部件D和2个部件E组成的。对于电视机厂而言，成品A的需求是由市场需求决定的，需要通过预测方法来解决。而部件B、C、D、E等的需求量是受成品A的生产数量所决定的，因此部件B、C、D、E等的需求就是非独立性的需求，它们是由成品A的生产数量所决定的。

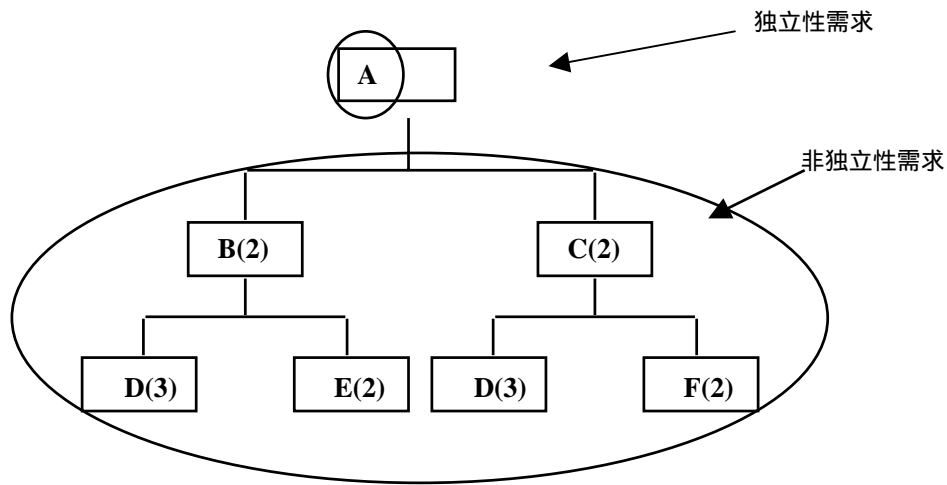


图12-2 某种产品的物料清单

非独立性的需求也称为相关需求，相关需求是指与其他需求有内在相关性的需求，根据这种相关性，企业可以精确地计算出它的需求量和需求时间，是一种确定型需求。例如，用户对企业产成品的需求一旦确定，与该产品有关的零部件、原材料的需求就随之确定，对这些零部件、原材料的需求就是相关需求。

库存需求特性的这种分类构成了库存管理的两大部分：一部分是对相关需求库存的管理，这种需求实际上是对产成品生产的物料需求，与产成品的需求之间有确定的对应关系，其中的数量关系可用物料清单（Bill of materials, BOM）表示，它说明产成品所需零部件的构成。时间关系可用生产周期、生产提前期、运输提前期等通过计算得出，这实际上也就是生产计划所要控制的对象，即相关需求的库存控制实际上是生产计划与控制系统中的一部分。另一部分是对独立需求库存的管理，对于独立需求库存，由于其需求时间和数量都不是由企业本身所能控制的，所以不能像相关需求那样来处理，只能采取对内部库存水平的动态监视与补充等办法来解决。

三、库存的作用

库存的作用主要在于能有效地缓解供需矛盾，使生产尽可能均衡。具体而言，库存的作用包括以下几项：

（一）提高服务水平

持有一定量的库存有利于调节供需之间的不平衡，保证企业按时交货、快速交货，能够避免或减少由于库存缺货或供货延迟带来的损失，这些对于企业改善顾客服务水平都具有重要作用。

（二）保持生产的独立性

外部需求的变化如果通过库存来满足，可以使生产过程以平稳的速率生产，便于实现生产的均衡性。所以通过库存使经历季节性需求模式的企业可以在淡季积累库存，满足特定季节的过高需求。在生产过程中，在作业中心之间保持一定量的原材料和在制品，可以使运作过程更加连续，使各自具有相对的独立性，便于运作过程的管理。

制造业企业用库存做缓冲，为保持生产的连续性而持续运行，否则就会由于设备故障而陷于混乱，并导致部分业务临时中止。缓冲使得在解决问题时，其他业务不必临时中断。同样地，运用原材料库存的公司使生产过程和来自供应商的运送中断问题隔离开来，产成品库存使销售过程和制造过程割裂开来。最近，有些公司对库存缓冲进行了进一步的研究，发现它们占用成本和空间。此外，他们还认识到发现和消除故障源会大大减少中断运作过程对库存的需要。

（三）节省作业交换费用

作业交换费用是指生产过程中更换批量时调整设备、进行作业准备所产生的费用。作业的频繁更换会耗费设备和工人的大量时间，新作业刚开始时也容易出现较多的产品质量问题，这都会导致成本增加，而通过持有一定量的在制品库存，可以加大生产批量，从而减少作业交换次数，节省作业交换费用。

（四）节省订货费用

订货费用指订货过程中为处理每份订单和发运每批订货而产生的费用。这种费用与订货批量的大小无关。因此，如果通过持有一定量的库存增大订货批量，就可以减少订货次数，从而减少订货费用。

（五）提高人员与设备的利用率

持有一定量的库存可以从三个方面提高人员与设备的利用率：减少作业更换时间，这种作业不增加任何附加价值；防止某个环节零部件供应缺货导致生产中断；当需求波动或季节性变动时，使生产均衡化。

第二节 库存管理的目标

库存管理基于两点考虑。一个是用户服务水平，即在正确的地点，正确的时间，有足够数量的合适商品。另一个则是库存成本。

库存管理的总目标可以描述为：在库存成本的合理范围内达到满意的顾客服务水平。为达到该目标，决策者在库存成本和服务水平之间做出权衡。我们首先分析库存成本的构成，然后

分析如何界定应该达到的服务水平。

一、库存成本

库存成本的构成有以下几种：

（一）持有成本

库存持有成本主要指存储库存所发生的成本，该类成本的范围相当广泛，包括存储设施（仓库等）的成本、搬运费、保险费、盗窃损失、破损、过时损失、折旧费、税金以及资金的机会成本。如果储存成本高，则应该保持低库存量并经常补充库存。

（二）订货成本

这些成本是指每次采购所发生的成本，即由于采购所引起的管理和办公成本。订货成本与订货批量无关，而与采购次数有关。订购成本包括订货的所有细节，例如盘点库存和计算订货量所产生的成本都属于订购成本。该成本也包括有关维护订单跟踪系统的成本，同时包括外派人员采购所发生的差旅等费用。很显然，如果订货成本高，则应该减少订货次数，降低订货成本。

（三）生产准备（或生产转换）成本

生产准备成本实际上是一种生产订货，我们可以把它理解为订货成本的特例。因为，如果需要的物料由自己的工厂来生产的话，则每生产一种不同的产品都要做以下工作：需要准备相应的原材料，安排所需设备的调试，填写物料单，确定装卸时间和材料运输，每一次的准备均需要成本支出。如果生产准备成本高，则应该提高生产批量，降低生产次数，当然由于批量的增大，将产生较高的库存。

如果从生产一种产品转到另一种产品不产生成本或没有时间损失，则可以采用批量小、次数多的生产方法。这将降低库存水平，并最终达到节约成本的目的。目前一个挑战性的目标是尽量降低生产准备成本以满足较小的生产批量要求（这就是JIT系统的目标）。

（四）短缺成本

当某一物资的储备耗尽时，对该物资的需求或者被取消，或者必须等到再次补充库存后才

能得到满足，这时产生的成本成为短缺成本。其可能是顾客失去的成本，也可能是延迟交货的成本。涉及到权衡为满足需求而持有库存的成本与缺货引起的成本的大小。这种平衡经常是难以达到的，因为损失的利润、失去顾客的影响以及延误损失可能难以估计。虽然通常可以把短缺成本限定在一个大概范围内，但这种假设的短缺成本往往还只限于猜测的程度。

确定向供应商订货的数量或者要求生产部门生产的批量时，应该尽量使由以下四种单项成本引起的综合总成本达到最小。这四项单项成本为：持有成本、生产准备成本、订购成本和短缺成本。当然，订购时机也是影响库存成本的关键因素。

由于衡量短缺成本的困难，我们往往采用另外一种参数，即服务水平，来评价短缺的可能性，并通过对服务水平的控制将缺货限制在一个特定的水平下。

二、服务水平

服务水平用来衡量满足客户需求的程度，当拥有足够的库存时，客户的需求可用持有的库存直接提供，如果不能即时提供给顾客需要的东西，意味着顾客可能的丢失或不满意。但是，如果满足顾客 100%的即时需求可能是不现实的，因为这样要求有巨大的库存才能保证，由于持有安全库存需要成本，必须仔细权衡持有安全库存的成本与遭遇缺货风险的损失。

服务水平就是用来衡量顾客满意程度的一个重要标准，服务水平的直接定义是有多少比例的服务需求可以得到即时的满足。比如，年需求总量为 1000 单位，那么 95%的服务水平意味着在一年的时间段里，有 950 个单位可以直接满足顾客的需求，也可以这样解释，在一年的时间段内，需求不超过供给的可能性为 95%，这种定义称为年服务水平。

我们还可以定义订货周期服务水平，因为缺货一般发生在订货或生产提前期内，在这段时间内如果需求超过了供给，就会发生缺货。所以，订货周期服务水平的定义是，生产提前期（或订货提前期）内的需求不超过供给的可能性。因此，95%的订货周期服务水平表示，生产提前期内需求不超过供给的可能性为 95%。

我们还可以用另外一种简单的方法说明服务水平，即使用缺货风险或缺货概率来表示。这种概率衡量方法虽然没有具体衡量缺货的数量，但可以衡量产生短缺的概率。如果用这种方法，95%的客户服务水平表示缺货风险为 5%。为简单起见，本书所用的服务水平概念用缺货风险或缺货概率来表达。服务水平的度量方法将在本章的稍后部分作介绍。

三、库存管理的衡量指标

在库存管理中，管理者也需要用一些指标对库存进行监控和衡量，使其保持在一个适当的水平。衡量库存的方法有多种，例如，库存物品的种类、数量、重量等。但是，在管理中具有重要意义的衡量指标有三个：平均库存值，可供应时间和库存周转率。

（一）平均库存值

平均库存值指全部库存物品的价值之和。这一指标一般来说是指某一时间段内（而不是某一时刻）库存所占用的资金。这一指标可以告诉管理者，企业资产中的多大部分是与库存相关的。一般来说，制造业企业大约是30%左右，而批发、零售业有可能占到75%左右。管理人员可根据历史数据或同行业的平均水平来评价本企业的这一指标。但是，一个不可忽视的因素是市场需求。也就是说，必须从满足市场需求的角度来考虑库存管理的好坏。因此，下面的两个指标可能更重要。

（二）可供应时间

可供应时间指现有库存能够满足多长时间的需求。这一指标可用平均库存值除以相应时间段内单位时间（如每周，每月等）的需求来得到，也可以分别用每种物料的平均库存量除以相应时间段内单位时间的需求量来得到。在有些情况下，后者更具现实意义。例如，在某些企业，根据物料可获得性的不同，有些物料的库存量为两周的用量，而另外一些物料的库存量可能只是2-3天的用量。

（三）库存周转率

可用下式表示：

$$\text{库存周转率} = \frac{\text{年销售额}}{\text{年平均库存值}} \times 100\%$$

还可以细分为以下三种公式：

$$\text{成品库存周转率} = \frac{\text{年销售额}}{\text{成品平均库存值}} \times 100\%$$

$$\text{在制品库存周转率} = \frac{\text{生产产值}}{\text{在制品平均库存值}} \times 100\%$$

$$\text{原材料库存周转率} = \frac{\text{原材料消耗额}}{\text{原材料平均库存值}} \times 100\%$$

库存周转越快表明库存管理的效率越高。反过来，库存周转慢意味着库存占用资金量大，保管等各种费用也会大量发生。库存周转率对企业经营中至关重要的资金周转率指标也有极大的影响作用。但究竟库存周转率多大为最好是难以一概而论的，很多西方制造业企业为一年6~7次，而有些日本企业，可达一年40次之多。在中国，有的企业一年仅周转两次。

第三节 库存系统

库存系统为库存货品的管理和控制提供了组织机构和运营策略。库存系统负责物料的订购和接收，对物料进行保管和清点。该系统应该能决定订购时机，能确定：“订购什么”、“订购多少”和“向谁订购”等事项。该系统必须解决库存管理中的各种问题：如，供应商收到订单了吗？货物已经发出了吗？库存管理系统有多种不同的表现形式，根据订货量和订货时间的规定，我们可以区分不同的库存管理模型。我们首先介绍两种最具代表性的库存管理模型。

一、库存管理模型

两种基本的库存模型是：定量订货模型（fixed-order quantity model）（也称经济订购批量，EOQ或Q模型）和定期订货模型（fixed-time period mode）（也有不同称谓，如定期系统、定期盘点系统、固定订货间隔期系统以及P模型）。

两者的基本区别是，定量订货模型是“事件驱动”，而定期订货模型是“时间驱动”。也就是说，在定量订货模型中，当库存量到达规定的再订货水平后，才引发订货行为。这一事件有可能随时发生，主要取决于对该物资的需求情况。与之相对的是，定期订货模型只限于在预订时期末进行订货，模型中唯一的驱动原因是时间的变化。

运用定量订货模型时（当库存量降低到预先设定的再订购点R时，就进行订货），必须连续监控剩余库存量。因此，定量订货模型是一种永续盘存（perpetual）系统，它要求每次从库存里取出货物或者往库存里增添货物时，必须刷新记录以确认是否已达到再订购点。定期订货模

型中，库存盘点只在盘点期发生。

影响这两种系统选择的其他区别因素如下（见表12-2）：

- 定期订货模型平均库存较大，因为要预防在盘点期（T）和订货提前期（L）里发生缺货情况；定量订货模型只需要在订货的提前期（L）里预防缺货即可，因此定量订货模型的库存量小。
- 因为平均库存量较低，所以定量订货模型有利于贵重物资的库存。
- 对于重要的物资如关键维修零件，定量订货模型将更适合，因为该模型对库存的监控更密切，这样可以对潜在的缺货更快地做出反应。
- 维持定量订货模型需要更多的时间，因为每一次补充库存或货物出库都要进行记录。

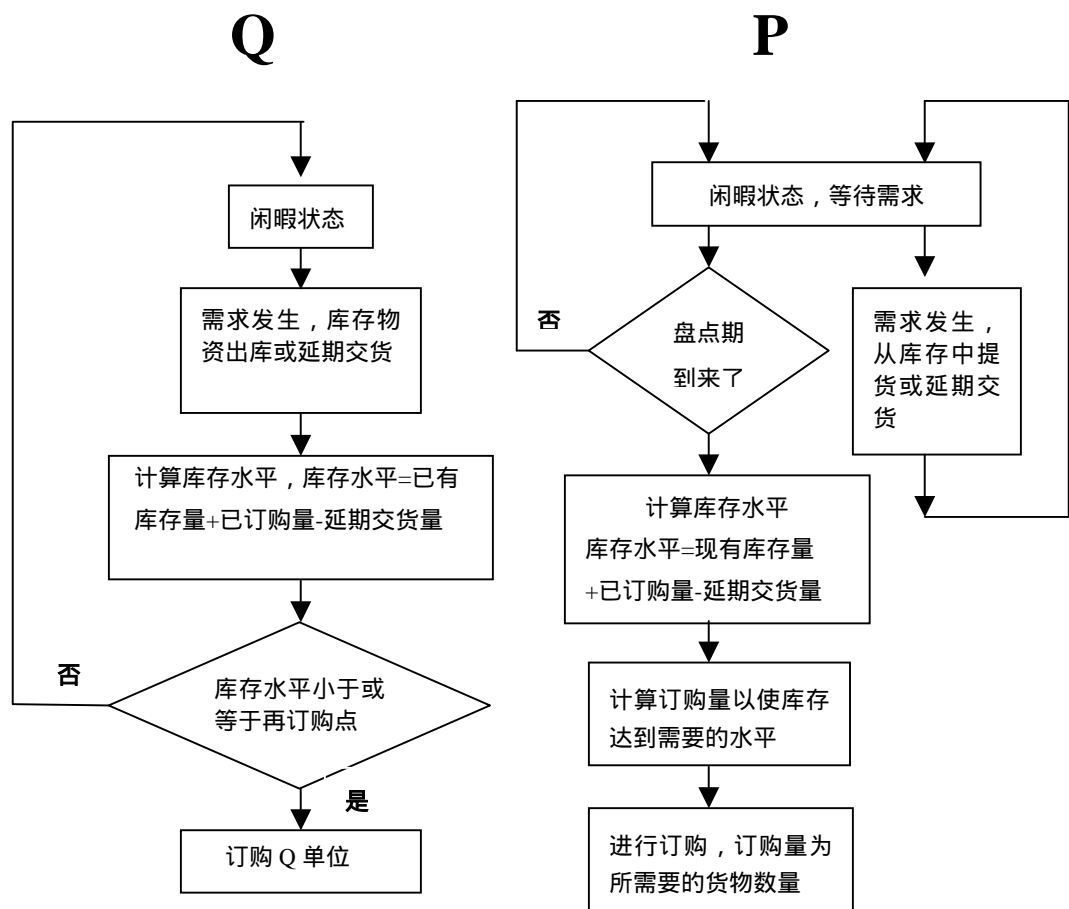


图12-3 定量订货系与定期订货库存系统的比较

表12-2 定量订货模型与定期订货模型的差别

特征	Q模型	P模型
	定量订货模型	定期订货模型
订货量	Q是固定的（每次定购量相同）	Q是变化的（每次定购量不同）
何时下达订单	R-即在库存降低到再订购点时	T-即在盘点期到来时
库存记录维护	每次出库或入库都要纪录	只在盘点期纪录
库存规模	比定期订货模型小	比定量订货模型大
维护所需时间	由于记录持续，所以较长	
物资类型	昂贵关键或重要的物资	

图12-3显示了当两种模型实际运作过程。正如我们所看到的，定量订货系统着重于订购数量和再订购点。从程序上看，每次每单位货物出库，都要进行记录，并且立即将剩余的库存量与再订购点进行比较。如果库存已降低到再订购点，则要进行批量为Q的订购；如果仍位于再订购点之上，则系统保持闲置状态直到出现下一次的出库需求。

对于定期订货系统，只有当库存经过盘点后才做出订购决策。是否真正订购依赖于进行盘点时的库存水平。在定期订货系统中，如果当期库存量足够下一个盘点期的使用，则可以在本期中不订货。

根据两种不同的库存管理模型的思路，对于不同重要程度的物料可以采取不同的库存管理办法，因此可以采用ABC库存管理系统处理不同重要程度的物料。

二、ABC 库存管理系统

ABC分类法的基本思想是：按照所控制对象价值的不同或重要程度的不同将其分类，分别采取不同的管理方法。ABC分类法对很多问题都具有普遍指导意义，对大量聚合体的分类研究有共同的指导作用，是一个重要的管理手段，尤其是在库存管理中。

企业的库存种类往往很多，但其价值并不一样，有的很昂贵，有的很便宜，所以，可以如表12-3所示，把它们分成A、B、C三类（或根据情况的不同，分成两类或四类），分别进行管理。不言而喻，表12-3中的A类物品应尽可能从严控制，保持完整和精确的库存记录，给予最高的处理优先权等，而对于C类物品，则可以尽可能简单地控制。

ABC分类法的操作十分简单，但实践证明，应用这种方法可取得显著的效果。实际上这种方法在库存管理中应用得很普遍。但需要注意的一个问题是，在库存管理中，ABC分类法一般是以库存价值为基础进行分类的，它并不能反映库存品种对利润的贡献度、紧迫性等情况，而在某些情况下，c类库存缺货所造成的损失也可能是十分严重的。因此，在实际运用ABC分类法时，需要具体、灵活地根据实际情况来操作。

表12-3 ABC分类法

种类	所占品种比例(%)	所占金额比例(%)
A	~ 20	~ 80
B	~ 30	~ 15
C	~ 50	~ 5

三、三种简单的库存系统

当我们并不需要特别复杂的库存管理系统时，我们可以采用三种简单的的库存管理系统。

(一) 任意补充系统 (Optional Replenishment System)

任意补充系统强制系统以某一固定频率 (例如每周一次) 对库存进行盘点，如果库存水平下降到某一数量以下，就订购一批货品以补充库存。由表12-2可知，该系统是一个定期订货模型 (P模型)。例如，可以根据需求、订购成本和缺货成本计算出最高库存水平M。因为每下一个订单都需要花费一定的时间和资金，所以可以求出最小订购批量Q。每次盘点库存时，就用补充水平M减去现有库存量I。令这一数值为q，如果q大于或等于Q，则订购q；否则在下一次库存盘点之前不订购。用数学语言表示如下：

$$q = M - I$$

如果 $q \geq Q$ 则订购q；否则不订购。

(二) 双箱系统 (Two-Bin System)

在双箱系统中，物资的使用从一箱获得，另一箱则提供足够的物资，以保证库存能够得到完全的补充。由表12-2可知，该系统是一个定量订货模型 (Q模型)。理想情况下，第二箱的容量刚好等于先前计算出来的再订购点 (R) 的库存数量。在该系统中，一旦第二箱的库存被拿到第一箱，则发放订单以补充第二箱库存。实际上，两箱可能摆放在一起，或者是一个从中间隔开的单箱。双箱系统操作的关键是将库存分为两部分，在一部分没有用完之前另一部分保持不动。

(三) 单箱系统 (One-Bin System)

单箱库存系统不管需求量多么少，都对库存进行周期性的补充。以固定的时间间隔（例如一周）将库存补充到预订的最高水平。单箱系统与任意补充系统不同，任意补充系统的库存使用量要超过某一最小数量时刻时才进行下一次订购，而单箱系统则是每期都进行补充。由表 12-2 可知，单箱系统也是一个定期订货模型（P 模型）。

第四节 定量订货模型

一、基本经济订货批量模型

基本经济订货批量模型是三个模型中最简单的一个，用来识别持有库存的年成本与订货成本之和最小的订货批量。基本模型涉及许多假定，如表 12-4 所列。

表 12-4 基本经济订货批量模型的假定

(1) 外部对库存系统的需求率已知，需求率均匀且为常量。
(2) 年需求量已知
(3) 一次订货量无最大最小限制。采购、运输均无价格折扣。
(4) 订货提前期不变
(5) 各批量单独运送接收
(6) 没有数量折扣
(7) 维持库存费用是库存量的线性函数。
(8) 补充率为无限大，全部订货一次支付。

库存的订购与使用循环发生，库存循环如图 12-4 所示。其中一个循环始于收到 Q 单位的订货批量，随着时间的推移库存量以固定速率减少。当持有量降低到只够满足订货（生产）提前期的需求时，就需要发出 Q 单位的订货单给供应商。由于假定使用速度与生产提前期不变，订货就会在库存持有量变为零时精确及时地收到。因此，订货时机的合理安排既避免了库存过量又避免了缺货。

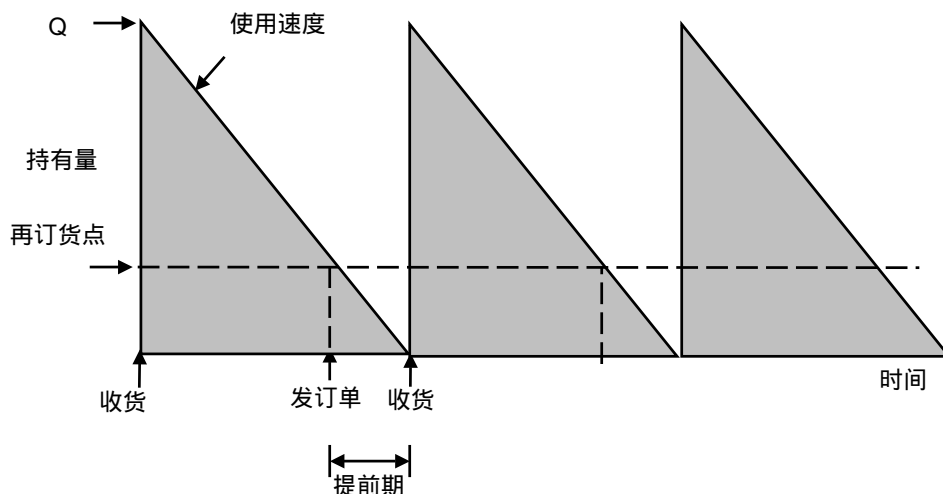


图 12-4 基本经济订货批量模型

最优订货批量反映了持有成本与订货成本之间的平衡：当订货批量变化时，订货成本与持有成本都会受到影响，一种成本下降的同时另一种成本会上升。比如说，假如订货批量比较小，平均库存就会比较低，持有成本也相应较低。但是，小订货批量必然导致经常性的订货，而这样又迫使订货成本增高。偶尔发生的大量订货使年订货成本缩减，但也会导致较高的平均库存水平，从而使持有成本上升。

因此，理想的解决方案是，找到一个最佳订货批量，使订货成本与持有成本在最佳订货批量上达到平衡，既不要有太多的持有成本，也不要使订货成本太高。

我们通过控制年持有成本来寻找一个最佳的订货批量，年持有成本等于库存平均持有量与单位年持有成本的乘积。平均库存是订货批量的 $1/2$ ：库存持有量平稳地从 Q 单位降至 0 单位，因此平均数便是 $(Q+0)/2$ ，即 $Q/2$ 。用字母 H 代表每单位的年平均持有成本，则总持有成本是：

$$\text{年总成本} = \text{年采购成本} + \text{年订货成本} + \text{年持有成本}$$

$$TC = DC + \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H$$

式中：TC——年总成本；

D——需求量（每年）；

C——单位产品成本；

Q——订购批量

EOQ——或 Q_{opt} ，经济订购批量（economic order quantity）

S——生产准备成本或订购成本；

R——再订购点：

L——提前期；

H——单位产品的年持有和存储成本；

在等式右边， DC 指产品的年采购成本， $(D/Q)S$ 指年订购成本（实际的订购次数 D/Q 乘以每次订购的成本 S ）， $(Q/2)H$ 是年持有成本（平均库存 $Q/2$ 乘以单位持有和存储成本 H ）。这些成本之间的关系如图 12-5 所示。

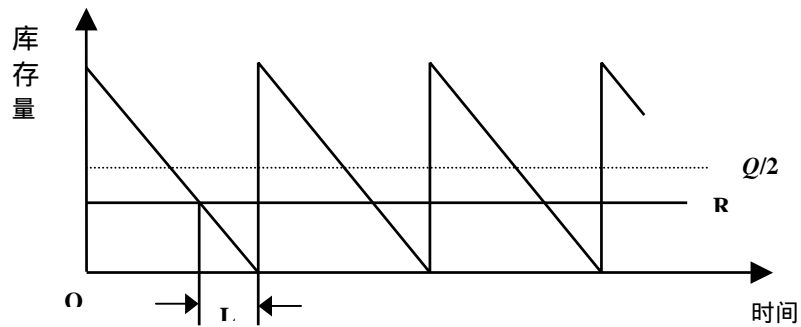


图 12-5 基本的定量订货模型

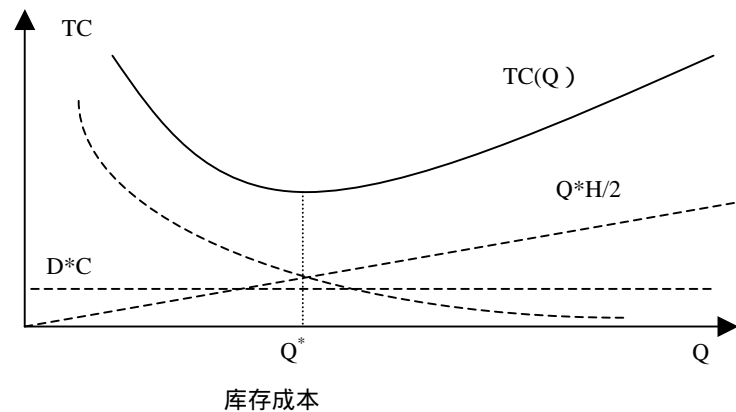


图 12-6 某种订货量下的年总成本

接下来确定订购批量 Q_{opt} 以使总成本最小。在图 12-6 中最小的点出现在曲线上斜率为零的地方。利用微积分原理，我们将总成本对 Q 求导数，并令其等于零。具体计算过程如下：

$$TC = DC + \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H$$

$$\frac{dTC}{dQ} = 0 + \left(\frac{-DS}{Q^2} \right) + \frac{H}{2} = 0$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

因为该模型假定需求和提前期都不变，即无需安全库存，则再订购点 R 可简单表示为：

$$R = \bar{d} L$$

式中： \bar{d} ——日平均需求量（常数）；

L ——用天表示的提前期（常数）。

例 12-1 经济订购批量与再订购点的计算

已知：年需求量（ D ）=2000 单位； 日平均需求量（ d ）= 2000/250；

订购成本（ S ）=20 元/次；持有成本（ H ）=50 元/单位·年；

提前期（ L ）=2 天；单价（ C ）=25 元。问该订购多大批量？再订购点为多少？

解：最优订货批量为：

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times (2000) \times 20}{50}} = 40 \text{ 单位}$$

再订购点为：

$$R = \bar{d} L = \frac{2000}{250} \times (2) = 16 \text{ 单位}$$

可制定如下库存政策：当库存水平降至16单位，则应再订购40单位的产品。

二、边生产边使用的经济订货批量模型

基本经济订货批量模型假定，每次订货的运送都很及时（即时补充）。有时，由于批量比较大时，可以按照一定送货批量在固定的间隔期送货，即送即用，此时模型即为边生产边使用的经济订货批量模型，而其他的假定都同基本的经济订货批量模型。

如果使用与生产（或交货）的速度相等，就不必形成库存，因为所有产出都会被立刻用掉，批量问题也不会产生。典型的情形下，生产或交货速度超过了使用速度，就造成了如图 12-8 所示的情况。

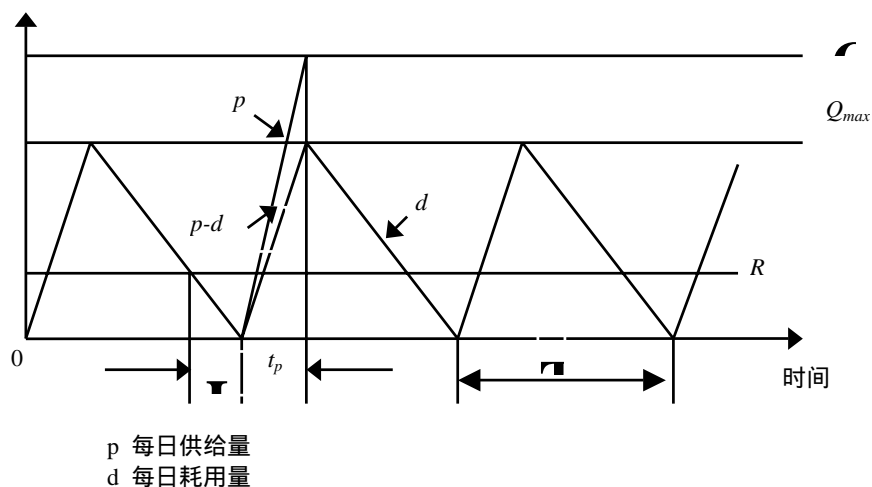


图 12-7 补充的经济订货批量

在图 12-7 示的过程中，假设每日供给量为 p ，每日消耗量为 d ，当 $p > d$ 时，可以形成库存，在整个供给期结束时达到最大库存，随后库存逐渐降低，直到下一次供给发生库存又逐渐增加。在每个周期的供给阶段，库存增长速度等于生产速度与使用速度的差额。例如，日供给速度为 30 单位，而日使用速度为 10 单位，库存就会以每天 $30 - 10 = 20$ 单位的速度增长。

如果公司自行生产，虽然不发生订货成本，但每一次生产都需要生产准备成本——设备停机准备，如清理、调整、变换工具与装置等所需成本。这时生产准备成本类似于订货成本，因为它们都独立于批量（运作）规模。它们的公式表示方式相同，生产规模（即批量）越大则所需生产次数越少，于是年生产准备成本也越低。生产次数是 D/Q ，年生产准备成本等于年生产次数乘以每次生产准备成本： $(D/Q) S_0$ 。所以：

$$\text{年总成本} = \text{年采购成本} + \text{年订货成本} + \text{年持有成本}$$

$$TC = DC + \frac{D}{Q} S + \frac{Q_{\max}}{2} H$$

经济订货批量为：

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \sqrt{\frac{p}{p-d}}$$

式中 p — 生产或交货速度；
 d — 使用速度。

推导过程如下：

每批订购量为 Q

每日供给量为 p ，则每周期内供给时间为： $\frac{Q}{p}$

每日耗用量为 d ，则送货期内的耗用量为： $d \times \frac{Q}{p}$

最大库存水平为： $Q_{\max} = Q - d \times \frac{Q}{p} = \frac{Q(p-d)}{p}$

平均库存水平为： $\frac{Q(p-d)}{2p}$

通过求导可求得最优订货批量：

$$TC = DC + \frac{D}{Q} S + \frac{(p-d)Q}{2p} H$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H} \times \frac{p}{p-d}}$$

例 12-2 一家工具制造厂每年制造 50000 个直流电机，该电机的轴由该工厂自己制造。该厂生产轴的速度是每天 900 个，该电机在一年的各月份中需求是均匀的。每个轮子的持有成本是 3.5 元/年，每一次生产的准备成本是 200 元。工厂每年生产 250 天。确定：a. 最优生产规模；b. 年持有成本、年生产准备成本；c. 最优运作规模的循环时间。d. 生产时间。

解： $D = 50000$ 个/年 $S = 200$ 元/次
 $H = 3.5$ 元/(个·年) $p = 900$ 个/天
 $d = 50000$ 个/250 天 = 200 个/天

$$a. Q_0 = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \sqrt{\frac{p}{p-d}} = \sqrt{\frac{2(50000)200}{3.5}} \sqrt{\frac{900}{900-200}} \approx 2711 \text{个}$$

b. 必须先计算 Q_{\max} :

$$Q_{\max} = \frac{Q_{opt}}{p} (p-d) = \frac{2711}{900} (900-200) = 2108 \text{ (个)}$$

$$\text{年持有成本} = \left(\frac{Q_{\max}}{2} \right) H = \frac{2108}{2} \times 3.5 = 3689 \text{ (元)}$$

$$\text{年生产准备成本} = \left(\frac{D}{Q_0} \right) S = \frac{50000}{2108} \times 200 \approx 4744 \text{ (元)}$$

$$c. \text{ 循环时间} = \frac{Q_{opt}}{d} = \frac{2108 \text{个}}{200 \text{个/天}} \approx 11 \text{天}$$

最优运作规模的一个周期为11天

$$d. \text{ 生产时间} = \frac{Q_{opt}}{p} = \frac{2108 \text{个}}{900 \text{个/天}} = 2.34 \text{天}$$

每次生产需要3天

三、需求不确定的定量订货模型

我们上面讨论的最优订货模型是在理想情况下得到，现实中的情况要比它们复杂的多，对库存管理来说，最难掌握的是在需求不确定性情况下的问题。在需求不确定的情况下，为了保证既定的服务水平，我们往往通过多余的库存量来保证在不确定情况下的需求的满足。这种多余的库存即为安全库存。我们需要讨论在需求不确定情况下对定量订货模型的改进办法。

(一) 再订购点与安全库存

经济订货批量模型是建立在理想情况下的模型，它能够回答订多少货的问题，虽然在需求稳定的情况下也能确定何时订货的问题，但现实的环境并非理想状态，需求往往是不确定的，呈现波动的状态，如何在环境不确定的状态下，确定再订购点和订购时间是下面要探讨的重点。

在基本的经济订货批量模型中，是根据现有库存数量确定再订货点 (R)：一旦库存持有数量降至某一事先确定的数量，就会发生再订货。在需求稳定的情况下，这个数量就是供货提前

期内需求的数量，这是最理想的情况，现实的情况是，需求可能发生变化，提前期本身可能变化，提前期内的需求也可能发生变化，所以这个再订货点所拥有的库存应该能应付这些需要。

在需求不确定情况下，再订购点的库存量一般包括提前期内的需求以及需求波动引起的额外库存需求，额外库存用于减少提前期内的缺货可能，这种额外库存成为安全库存。在定量订货模型中，为确定何时再订货，需要采用永续盘存制随时监测现有库存量。

确定再订货点的基本观点是，在库存持有量接近刚能满足等待订货期间（即提前期）的需求时下单。再订货点的大小取决于以下 4 个因素：

- （1）需求率（通常基于预测）。
- （2）生产提前期或订货提前期。
- （3）需求范围与提前期的变化量。
- （4）可以接受的缺货风险程度，即满足设定的服务水平。

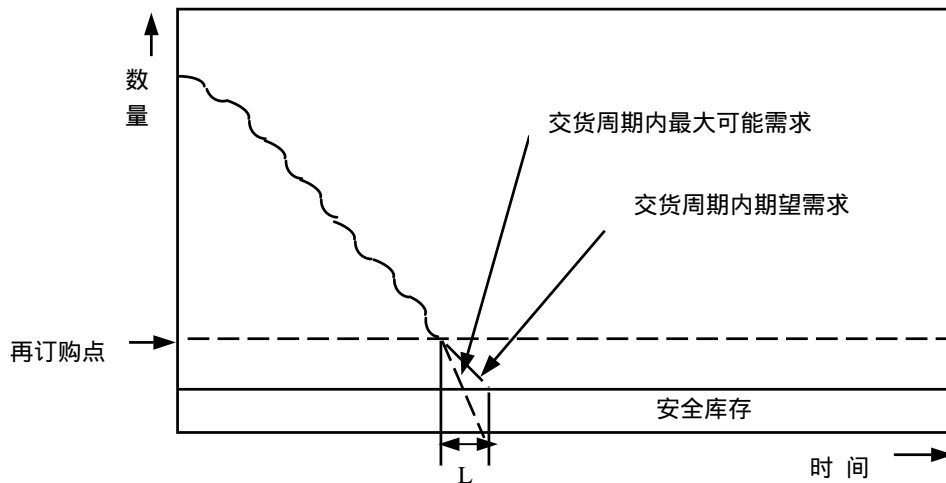


图 12-8 安全库存降低生产提前期内的缺货风险

我们先看理想情况下的定量订货模型的再订货点，如果需求与生产提前期都是常数，再订货点就很简单：

$$R = d \times L$$

式中：d--需求率（每天或每周需求量）；

L--生产提前期天数或周数。

现实环境在多数情况下需求并不稳定，可能每天都在变化。因此，必须建立安全库存以对缺货做出某种程度的预防。安全库存（safety stock）可以定义为超出预期需求之外的附加库存。对于正态分布，安全库存是指超出需求平均值的部分。例如，如果我们的月平均需求量为 100 单位，且预计下一个月的需求量保持不变，如果我们订购 120 单位，则安全库存为 20 单位。

一旦需求或提前期发生变化，实际需求就有可能超过期望需求。因此，在定量订货模型的库存管理系统，其缺货风险主要发生在提前期内，所以为避免在提前期内耗尽库存（即缺货），持有额外库存即安全库存十分必要。于是，再订货点应该再增加一个安全库存量：

$$R = \text{提前期内的期望需求} + \text{安全库存}$$

例如，如果提前期内的期望需求为 100 单位，想要的安全库存量为 10 单位，再订购点 R 就是 110 单位。

如图 12-8 所示，安全库存能够减小生产提前期（L）内的缺货风险。在定量订货模型系统中，只在提前期之内需要防止缺货，而其他时间因为有足够的库存不会发生缺货，因为，在其他时间内任意一点发生大的订货，使库存量降至再订货点以下，就会触发新的订货。

安全库存量的确定可以依据多种不同的标准。一种常见的方法是，简单地规定应该存储几周的供应量作为安全库存。但是，这种方法不能跟踪需求的变化幅度，因此我们使用服务水平的方法，来确定安全库存量，根据需求幅度的变化，来调整安全库存量。下面详细解释服务水平的度量办法及根据服务水平确定安全库存。

（二）服务水平的度量

在本章第二节库存管理的目标中，我们已经简单地介绍了服务水平的概念，我们可以使用三种方法度量服务水平，即年服务水平、提前期内的服务水平和缺货概率三种方法。

其中年服务水平和提前期内的服务水平两种概念是相似的，只是衡量的时间段不同，年服务平衡量的是在一年的时间段里，有多少需求量可以得到即时的满足；提前期内服务水平衡量的是，在提前期等待货物到达的时间内，有多少需求可以得到即时的满足，比如，年需求总量为 1000 单位，那么 95% 的服务水平意味着在一年的时间段里，有 950 个单位可以直接满足顾客的需求，这种定义服务水平的方法可以具体衡量缺货的数量。

缺货概率度量服务水平采用不同的方法，比如，采用本方法时，库存目标可以表述为“建立安全库存以使需求量超过 200 单位时的缺货概率为 5%”。我们把这种方法叫做服务水平度量的概率方法，这种方法，给出了缺货的概率，但没有给出具体缺货数量。

服务水平的数量定义方法相对较繁琐，所以在本章中，我们采用缺货概率方法来度量服务水平，采用这种度量方法时，服务水平可以用下式度量。

$$\text{服务水平} = \text{无缺货概率} = 1 - \text{缺货概率}$$

我们下面重点探讨如何根据设定的服务水平，确定合适的安全库存量。因为安全库存量与订货的循环周期紧密相关，所以以无缺货概率来度量订货提前期内的服务水平。

根据前面的讨论，安全库存量取决于以下因素：

- (1) 平均需求率与平均生产提前期
- (2) 需求与生产提前期变化量
- (3) 想要达到的服务水平

对于特定的订货周期服务水平，需求率或生产提前期变动越大，则达到该服务水平所需的安全库存量也越大。同样地，对应与特定需求率或生产提前期的变化量，提高服务水平需要增加安全库存量。服务水平的选择反映为缺货成本（如损失销售额，使顾客不满等），同时反映公司政策。

那么如何根据服务水平确定安全库存呢，图12-9显示出，根据无缺货概率（服务水平）确定安全库存量和再订货点的方法。

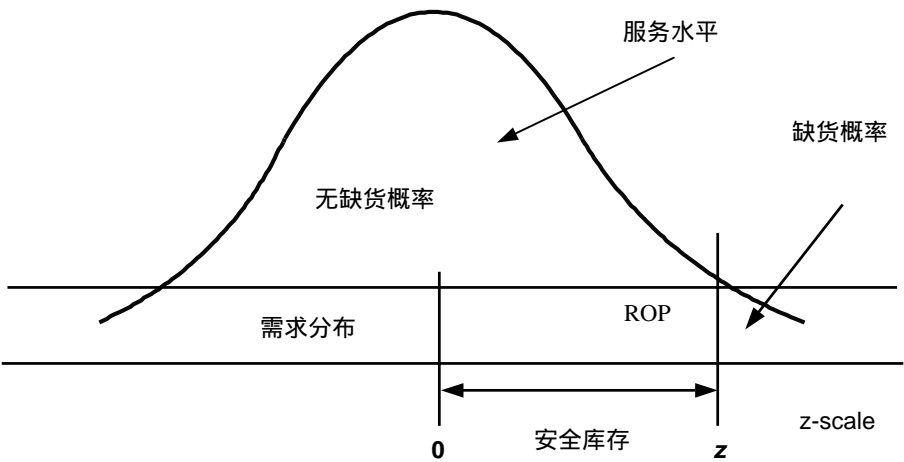


图12-9 服务水平与安全库存

安全库存	$SS = z\sigma_L$
再订货点	$R = \bar{d} \times L + z\sigma_L$
z	标准差数
\bar{d}	需求的均值数
L	提前期
σ_L	提前期需求的标准差

下面介绍其中各参数的求解方法。订购提前期内的需求量只是从发出订单到货物接收之间库存用量的一个估计值或预测值。在计算日需求量 d 时，可以用预测模型来预测。例如，如果用 10 天的数据来求 d ，则平均数为：

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} d_i}{10}$$

式中 n 为天数。

日需求量的标准差为：

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (d_i - \bar{d})^2}{10}}$$

因为 σ_d 指的是一天的标准差，如果提前期为若干天，我们则可以利用统计学作前提，即一系列独立事件的标准差等于各方差之和的平方根。所以，普遍公式为：

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \cdots + \sigma_i^2}$$

例如，假设我们计算出日需求标准差为 10 单位，且提前期为 7 天，因为每天都可以看做是独立的，则 7 天的标准差为：

$$\sigma_L = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2 + 10^2 + 10^2 + 10^2 + 10^2} = 26.46$$

上面的计算是假定提前期是稳定的，如何提前期也在变化，那么提前期内的需求标准差如何计算呢？根据同样的统计学原理，我们可以采用下面公式计算。

$$\sigma_L = \sqrt{\bar{L} \times \sigma_d^2 + \bar{d}^2 \times \sigma_T^2}$$

\bar{L}	提前期的平均天数（周数）
σ_d	提前期日（周）需求标准差
\bar{d}	需求的均值数
σ_T	提前期天数（周数）的标准差

在上述数据都求出后，根据设定的服务水平，我们要求出 z ，也即安全库存的标准差的倍数。假设我们设定提前期内不出现缺货的概率为 0.95。则根据“累积标准正态分布概率表”，与不出现缺货的概率为 0.95 相对应的 z 值为 1.64。 z 值也可以使用 Excel 的 NORMSINV 函数求得。则安全库存的计算如下：

$$SS = z\sigma_L = 1.64 \times 26.46 = 43.4$$

下面我们通过两个例题，学习根据服务水平确定安全库存量的方法。

例 12-3 考察一个经济订购批量的案例。已知年需求量 $D=1000$ 单位，经济订购批量 $Q=200$ 单位，希望服务水平达到不出现缺货的概率 $P=0.95$ 。提前期内需求的标准差 $\sigma_L=25$ 单位，提前期 $L=15$ 天，求再订购点。假设需求在工作日发生，而该年度工作日为 250 天。

解：本例中 $\bar{d} = \frac{1000}{250} = 4$ ，提前期为15天。利用公式可得：

$$\begin{aligned} R &= \bar{d}L + z\sigma_L \\ &= 4 \times 15 + z \times 25 \end{aligned}$$

本例中， z 值等于1.64。

解此关于 R 的式子，得：

$$R = 4(15) + 1.64(25) = 60 + 41 = 101 \text{单位}$$

这就是说，当库存量降至101单位时，就应再订购200单位。

例 12-4 某产品的日需求量服从均值为 100，标准差为 10 的正态分布。供应来源可靠，提前期固定为 5 天。订购成本为 5 元，年持有成本为每单位 0.50 元。不计短缺成本，缺货时的订单将在库存补充之后得到满足。假设销售全年 365 天都在发生。求提前期内能满足有 95%的概率不出现缺货的订购量与再订购点。

解：本题中，首先需要计算出最佳订货批量 Q 和再订购点 R 。

$$\begin{array}{lll} \text{已知：} & \bar{d} = 100 & S = 5 \text{元} & \sigma_d = 10 \\ & H = 0.50 \text{元} & D = 100(365) & L = 5 \end{array}$$

则最优订购批量为：

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 365 \times 5}{0.50}} = \sqrt{730000} \approx 855 \text{单位}$$

5天的提前期内的需求标准差可根据每天的需求方差来得。因为每天的需求是独立的，所以：

$$\sigma_L = \sqrt{\sum_{i=1}^L \sigma_{d_i}^2} = \sqrt{5(10)^2} = 22.36$$

通过查表在服务水平为95%时， z 等于1.64。

$$R = \bar{d}L + z\sigma_L = 100(5) + 1.64(22.36) \approx 537 \text{单位}$$

所以，本例的库存决策应该是：当库存量降到537单位以下时，就下达855单位的采购订单。

第五节 定期订货模型

在上一节中，我们讨论了定量订货模型，在该模型中，每次订货量是确定的，而订货周期因为需求的变化而变化。在本节中，我们讨论，定期订货模型，该模型每次订货的时间是确定的，而每次订货的数量根据需求变化和现有库存数量进行调整。

在定期订货系统中，库存只在特定的时间进行盘点，例如每周一次或每月一次。在盘点的时候决定订货的数量。采用这种模型的好处是，可以不必随时监控库存情况，从而节省库存管理费用。

在定期订货系统中，每一期的订购量不尽相同，订购量的大小主要取决于各个时期的库存使用率。它一般比定量订货系统要求有更高的安全库存。定量订货系统是对库存连续盘点，一旦库存水平到达再订购点，立即进行订购。相反地，标准的定期订货模型仅在确定的盘点期进行库存盘点。它有可能在刚订完货时由于大量的需求而使库存降至零，而这种情况只有在下一个盘点期才会发现。而新的订货还需要一段时间才能到达。这样，有可能在整个盘点期 T 和提前期 L 内都会发生缺货。所以安全库存应当保证在盘点期内和从发出订单到收到货物的提前期内都不发生缺货。

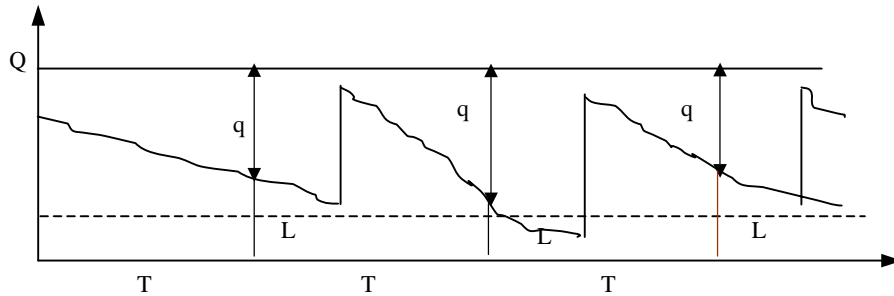


图12-10 定期订货模型原理图

在定期订货系统中，在盘点期（ T ）进行再订购，同时安全库存必须为：

$$\text{安全库存} = z\sigma_{T+L}$$

图 12-10 表明盘点周期为 T ，固定提前期为 L 的定期订货系统。在这种情况下，订购量 q 等于：

订货量 = 盘点期和提前期内的平均需求 + 安全库存 - 现有库存

$$Q = \bar{d}(T + L) + z\sigma_{T+L} - I$$

式中：	q	订购量
	T	两次盘点的间隔数
	L	提前期的天数（下订单与收到货物之间的时段）
	\bar{d}	预测的日平均需求量
	z	特定服务水平概率下的标准差倍数
	σ_{T+L}	盘点周期与提前期期间需求的标准差
	I	现有库存水平（包括已订购而尚未到达的）

在该模型中，需求量可以采用预测值，我们假定需求是服从正态分布的。我们通过例子来学习定期订货模型的库存决策问题。

例 12-5 某一产品的日需求量为 100 单位，标准差为 10 单位。盘点周期为 30 天，提前期为 15 天。管理部门已经制定的需求政策是要满足 98% 的对库存物品的需求。在盘点周期开始时，库存中有 1500 单位产品。

求订购量应该是多少？

解： 订购量为：

$$q = d(T + L) + z\sigma_{T+L} - I$$

$$= 100(30 + 15) + z\sigma_{T+L} - 1500$$

我们得先求 σ_{T+L} 和 z 值。 σ_{T+L} 的值可以按照前面的方法求得，即一系列独立随即变量的总标准差等于方差之和的平方根。所以 $T + L$ 期间的需求标准差等于各天需求方差之和的平方根：

$$\sigma_{T+L} = \sqrt{\sum_{i=1}^{T+L} \sigma_{d_i}^2}$$

因为每日需求是独立的且 σ_d 是固定的，所以：

$$\sigma_{T+L} = \sqrt{(T + L)\sigma_d^2} = \sqrt{(30 + 15)(10)^2} = 67.08$$

对应于 $P = 0.98$ 的 z 值为 2.05。

因此，定购量为：

$$q = \bar{d}(T + L) + z\sigma_{T+L} - I = 100(30 + 15) + 2.05(67.08) - 1500 \approx 3138 \text{ 单位}$$

所以，要满足 98% 的不出现缺货的概率，应当在该盘点期定购 3138 单位产品。

第六节 单周期订货模型

一、报童问题

单周期订货模型，也称为报童问题（News Vendor Model），主要用于容易腐烂物品（新鲜水果、蔬菜、海鲜、切花）以及有效期短的产品（报纸、杂志、专用仪器的备件）的订货。这些未售出或未使用商品过了本期就没有价值，或者其过期的残余价值很小。例如，没卖掉的鲜花会枯萎，剩余的海鲜可能会被扔掉，过期杂志则会廉价出售给旧书店。处置剩余商品甚至还可能发生费用。

这样的库存存储问题成为单周期订货问题（Single-period Models）。下面举两个报童问题的例子。

一名报童以每份 0.10 元的价格从发行人那里订购报纸，然后再以 0.40 元的零售价格出售。但是，他在订购第二天的报纸时不能确定实际的需求量，而只是根据以前的经验，知道需求量具有均值为 60 份、标准偏差为 15 份的正态分布。那么他应当订购多少份报纸呢？

航空公司的机票超额预定问题，一家航空公司发现，一趟航班的持有机票而未登机的人数具有平均值为 25 人、标准偏差为 10 人的正态分布。根据这家航空公司的测算，每一个座位如果放空，其机会成本为 800 元。乘客购票后因满座不能登机时，航空公司的赔偿费用估计为 2500 元。该航空公司想确定该航班的“超额预订”的数量。飞机上共有 150 个座位。确认预订的截止上限应当是多少？报童模型分析通常集中于两种成本：缺货成本与过期成本。缺货成本包括对顾客信誉的损害与错过销售的机会成本。一般情况下，缺货成本只指每单位的未实现利润，即：

$$\text{缺货成本} = C_u = \text{单位销售额} - \text{单位成本}$$

如果短缺或缺货与用于生产的机器备件有关，那么缺货成本就指错过生产的实际成本。过期成本属于期末剩余库存发生的损失。实际上，过期成本是购买成本与残值之差，即

$$\text{过量成本} = C_o = \text{原始单位成本} - \text{单位残值}$$

如果处置过期项目时发生了费用，则残值为负，并因此增加单位过期成本。报童模型的目标是确定订货批量或库存水平，使长期的过期成本与缺货成本最小。

这两个问题有以下几个方面的共同点：都有一个决策变量 X （报纸采购量；多预售的座位）和一个随机变量 Y （报纸需求量；预计不登机而实际登机的人数）。这两个变量共同决定结果。但是我们必须先决定 X 的数值，即 X 先于 Y 发生。

- ✓ 当实际结果 X 大于 Y 时，即出现过量成本，过量单位成本可知（未售出的报纸；一名因客满而未能乘机的乘客）。当实际结果 Y 大于 X 时，即出现短缺成本，短缺的单位成本可知（差一份报纸；一个空座）。都需要测算 Y 的概率分布。

关于需求的概率分布，我们需要考虑两类常见问题：需求可以近似地用连续分布（也许是理论上的均匀分布或正态分布）表示，以及需求可以近似地用离散分布（如历史概率或理论上的泊松分布等）表示。例如，石油、液体与气体在连续范围内的需求变化很大，因此我们用连续分布表示它。而对往往用单位数表达的拖拉机、小汽车与计算机的需求，我们则使用离散型分布描述。

二、以边际分析法求解报童模型问题

用边际分析法来进行单周期的最优存储决策时，最优库存水平应该出现在这种情况下：当订购量再增加一件时，订购该件物资产生的收益会小于因订购带来的成本。当然，对收益和成本的权衡要具体问题具体分析。例如，要比较持有成本与缺货成本，或者比较边际受益与边际损失。

在存货直接用于销售的情况下，用边际分析来进行最优决策时，存储数量应该是这样的数量：销售最后一件所得的收益大于或等于最后一件未被售出时所带来的损失，这一条件用数学表达式表示为：

$$C_u P\{Y > X^*\} \geq C_o P\{Y < X^*\} = C_o (1 - P\{Y > X^*\})$$

$$P\{Y > X^*\} \geq \frac{C_o}{C_u + C_o}$$

式中： $P\{Y > X^*\}$ 表示需求 Y 大于 X^* 的概率。
 $P\{Y < X^*\}$ 表示需求 Y 小于 X^* 的概率。
 $C_u P\{Y > X^*\}$ 第 X^* 件产品售出时所带来的收益；
 $C_o P\{Y < X^*\}$ 第 X^* 件产品未售出时所带来的损失。

公式表明，我们应该不断增加库存量，直至所增加的最后一件的售出概率等于或大于 $C_o / (C_u + C_o)$ 。

三、需求分布连续的报童问题

前述报童问题的例子，其需求虽然是离散的，但其需求用连续型的正态分布描述，我们可以用连续问题的求解方法。

我们把该问题重复一下，报童以每份0.10元的价格订购报纸，然后以0.40元的零售价格出售。他在订购第二天的报纸时不能确定实际的需求量，而只是根据以前的经验，知道需求量具有均值为60份、标准偏差为15份的正态分布。那么他应当订购多少份报纸呢？

我们需要确定订购的数量 X^* ，使得发生需求 Y 大于 X^* 的概率大于或等于 $C_o / (C_u + C_o)$ ，即找出一个概率最接近 $P(Y > X^*) = C_o / (C_u + C_o)$ 的 X^* 值。

$$\text{过量成本} = C_o = 0.10$$

$$\text{缺货成本} = C_u = 0.40 - 0.10 = 0.30$$

$$C_o / (C_u + C_o) = 0.10 / (0.10 + 0.30) = 0.25$$

第二天报纸的需求服从均值为60份、标准偏差为15份的正态分布。我们需要在这一正态分布上确定一个最大的数量 X^* ，使得发生需求 Y 大于等于 X^* 的概率接近等于0.25。如图12-11所示。

使用“累计标准正态分布概率表”，可以以需求 Y 小于 X^* 的概率等于0.75方法查得相应的 z 值，经查表可得 $z=0.66$ ，我们知道 z 值含义代表标准差的倍数，那么报童应该订多少份报纸呢，应该订阅偏离均值 z 个标准差的报纸。

$$X^* = \mu + z\sigma = 60 + 0.66 \times 15 = 70$$

所以在这个报童问题中，报童应该订阅70份报纸。

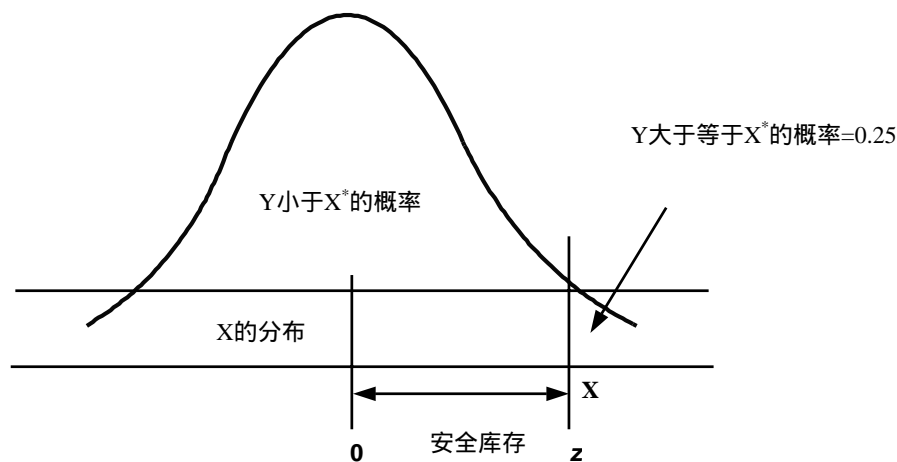


图12-11 连续分布的报童模型

我们再来探讨上述航空公司的机票超额预定问题，相关数据如下，一趟航班的持有机票而未登机的人数服从平均值为25人、标准偏差为10人的正态分布。每一个座位如果放空，其机会

成本为800元。乘客购票后因没有座位不能登机的，航空公司的赔偿费用估计为2500元。该航空公司想确定该航班的“超额预订”的数量。飞机上共有150个座位。确认预订的截止上限应当是多少？

同样，我们需要确定超额售票的数量 X^* ，使得发生预计不登机而实际登机的人数 Y 大于 X^* 的概率大于或等于 $C_o / (C_u + C_o)$ ，即找出一个概率最接近 $P(Y > X^*) = C_o / (C_u + C_o)$ 的 X^* 值。

$$\text{过量成本} = C_o = 2500$$

$$\text{缺货成本} = C_u = 800$$

$$C_o / (C_u + C_o) = 2500 / (2500 + 800) = 0.758$$

一趟航班的持有机票而未登机的人数服从平均值为25人、标准偏差为10人的正态分布。我们需要在这一正态分布上确定一个最大的数量 X^* ，使得发生需求 Y 大于等于 X^* 的概率接近等于0.758。

使用“累计标准正态分布概率表”，经查表可得 $z = -0.70$ ，超额预定的座位数量为。

$$X^* = \mu + z\sigma = 25 - 0.70 \times 10 = 18$$

所以该航班总的订票上限设置为 $150 + 18 = 168$ 。

例12-6 一家酒吧供应生啤酒，每周订一次货。该酒吧周需求在500~700公升之间均匀变化。酒吧为每公升啤酒支付5元，向顾客销售每公升15元。卖不掉的生啤酒由于变质而没有残值，不能放到下周再卖。求解最优订货水平及缺货风险。

$$\text{解： 过量成本} = C_o = \text{单位成本} - \text{单位残值} = 5$$

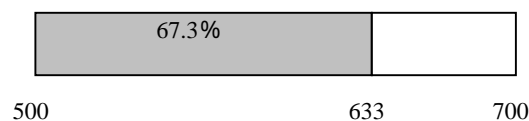
$$\text{缺货成本} = C_u = \text{单位售价} - \text{单位成本} = 15 - 5 = 10$$

$$C_o / (C_u + C_o) = 5 / (5 + 10) = 0.333$$

生啤酒的销售服从500~700均匀分布。我们需要在这一均匀分布上确定一个最大的数量 X^* ，使得发生需求 Y 大于 X^* 的概率大于或等于0.333，这个概率也称为缺货概率，能够满足的服务水平则为67.3%。所以最优订货量为：

$$X^* = 500 + (1 - 0.333)(700 - 500) = 633$$

因此，最优存储水平（订货量）必须满足67.3%时间内的需求。缺货风险为33.3%。



四、需求分布离散的报童问题

当存储水平是离散而非连续的时候，用比率 $C_o / (C_u + C_o)$ 解得的缺货概率所得的订货水平往往不是整数，应该选取最接近于缺货概率，即大于或等于缺货概率的订货量。

例12-7 某产品单件售价为200元，成本为常数，每件80元。未售出产品每件残值为20元。未来一段时间的需求量预计在35~40件之间，35件肯定能售出，40件以上一定卖不出去，需求概率以及相关的累计概率分布（P）如表所示。问应该订购多少件？

解：同样，我们需要确定该产品的订货数量 X^* ，使得销售数量 Y 大于 X^* 的概率大于或等于 $C_o / (C_u + C_o)$ ，即找出一个概率最接近 $P(Y > X^*) = C_o / (C_u + C_o)$ 的 X^* 值。

$$\text{过量成本} = C_o = 80 - 20 = 60$$

$$\text{缺货成本} = C_u = 200 - 80 = 120$$

$$C_o / (C_u + C_o) = 60 / (120 + 60) = 0.333$$

表12-5 需求概率与累积概率

需求单位数	(P) 此需求的概率	产品序号	(P) 售出概率
35	0.10	1到35	1.00
36	0.15	36	0.90
37	0.25	37	0.75
38	0.25	38	0.50
39	0.15	39	0.25
40	0.10	40	0.10
41	0	41或更多	0

由累积概率可知，售出最后一件产品的概率应大于等于0.333，所以应该订货38件。

例12-8 下表是某大型水压机备件使用的历史纪录，用该历史数据来估算一台新安装水压机的备件使用情况。缺货成本包括停工费用与专用订货成本，平均为4000元/单位缺货。备件成本为1000元/个，未用备件残值为0。确定最优储备水平。

解：过量成本 = $C_o = 1000$

缺货成本 = $C_u = 4000$

$$C_o / (C_u + C_o) = 1000 / (4000 + 1000) = 0.20$$

已用备件数	相关频数	使用概率
0	0.20	1.0

1	0.40	0.8
2	0.30	0.4
3	0.10	0.1
4	0	0

需求大于2件的概率为0.4，其概率大于 $C_0 / (C_u + C_0) = 0.20$ 且最接近，故备件的最优储备水平为2件。

[案例] HG 船用发动机公司的库存管理

HG船用发动机公司是一家生产船用发动机的公司，该公司生产各种型号的船用柴油机，该公司下属的一家金属加工工厂主要用于加工固定柴油机的各种部件，由于发动机需要安装在各种不同的轮船上，所以这家金属加工工厂生产的固定部件种类多达200多种。同时每种发动机也需要不同的部件，而每个部件又需要不同的原材料，所以这家工厂有严重的库存问题。

这家工厂的工作主要是根据发动机工厂下的订单生产所需要的固定部件，即金属支架。工厂的车间满是庞大的切割和冲压设备，这些庞然大物在切割或碾磨金属时发出刺耳的尖叫声或是低沉吓人的隆隆声，机器周围是堆满金属块的架子。

该工厂的生产经理张先生为解决他们的问题，从某咨询公司请来的著名的库存管理专家李先生来解决他们的问题，李先生成功的咨询已经为多家公司解决很多问题，是一个很有传奇色彩的人物。下面是张经理为李先生所做的介绍。

“这家工厂生产200多种不同的发动机固定部件。每种发动机机型都需要不同的部件，而每个部件又需要不同的原材料。所以我们的工厂现在库存问题很严重。

“在厂房里我们有各种原材料----从铆钉到钢板，我们现在对原材料库存的管理出了问题。某些固定部件我们订购了足够生产一年的原材料，但其他部件却只订购了够生产一周的原材料。我们在存储没用的原材料上浪费了大量的钱，却因为处理到货迟了的订单而损失了大量的钱。我们需要您告诉我们应当如何控制库存对每一种部件我们应储备多少原材料，我们应该多长时间订购一次原材料，以及应该订购多少。”

李先生一边跟随张经理在走道上走着，一边检查架子上的满架子的存货。他在这家工厂任务可以想象有多艰巨。

张经理继续说：“我来告诉你这家工厂接受了多少订单。每当我们总公司销售部接到某种发动机的订单时，订单就传到我们的装配厂。接着装配厂就向我们的工厂发一份订单订购装配这种发动机所需的固定部件。不幸的是，由于这里经常发生原材料短缺，从我们收到订单到完成订单并发货到装配厂要一个月的时间。完成的订单包括装配那种特定的发动机所需要的全部

固定部件。但是，这真是个大问题，我们用于加工和装配的时间往往一周都不到，而完成订单却要一个月，发货时间实际上依赖于订单中要求的部件，这种情况使得总公司对我们很不满意。”

李先生打断张经理说：“根据我的经验，应该通过收集订单的详细资料来解决你们工厂的库存问题。”

张经理笑着说：“这正是我所希望的态度----抓住重点，解决问题。我们公司在三年前我们曾请另一家咨询公司为我们建立了数据库。您可以从您的电脑上查到任何您想要的数

据，解决问题的办法就交给您了！”张经理匆忙地离开了。

李先生意识到这个库存系统非常复杂，他想起了他的咨询公司的一条黄金法则：将复杂的系统分解成简单的组成部分。于是他决定对每一种固定部件独立地分析其库存控制。但是200多种部件，从何处开始呢？

他想起当装配厂收到某种发动机的订单时，它就会向工厂订购装配这种发动机所需的固定部件。工厂也是在订单中的所有部件都完成后才向装配厂发货。一份订单的交货时间是由给定订单中完成所需时间最长的部件来决定的。

李先生决定从装配最常用的发动机所需的生产时间最长的固定部件开始入手分析。通过查询电脑他得知过去一年TL4000的订购量最大。他又键入一条命令，得到了下表列出的TL4000的每月订货清单。

月份	TL4000订购数量
6月	30
7月	36
8月	22
9月	26
10月	45
11月	23
12月	46
1月	27
2月	30
3月	42
4月	38
5月	34
6月	32

他将TL4000每月的订购量输入一个计算机统计程序以判断它所服从的分布。他发现订单数大致服从正态分布。这说明某一个月的订单数并不取决于上个月或下个月的订单数。

李先生下一步研究装配TL4000所需部件中生产时间最长的部件。通过查询数据库，得到了装

配TL4000所需的所有部件列表。他发现通常BJ446号部件所需的生产时间最长，而且这一部件只用于装配TL4000。他进一步调查发现，在过去一年中，完成BJ446号部件从下订单算起平均需要一个月的时间。他还发现如果整个生产工序所需的原材料齐全，工厂几乎能马上生产出这一部件。因此生产完成时间实际上取决于从供应商那里取得原材料的时间。在库存中所有原材料齐全的偶然情况下，这一部件的完成时间几乎为零；但通常的完成时间是一个半月。

李先生在计算机上展开进一步研究发现，每装配一个TL4000需要2个BJ446号部件。每个BJ446号部件需要一个铸钢件作为主要原材料。数据显示好几次所有供给装配厂的装配TL4000号的固定部件交货延期到一个半月都是因为一个BJ446号部件没有完成。为什么没完成呢？因为工厂里用于生产这个部件的铸钢毛坯件用完了而不得不等待供应商下一次送货，而供货商从收到订单到生产出来发货送到需要一个半月。一旦铸钢件的订货送到，工厂就开始用所有钢件迅速准备并进行一个生产批次来生产BJ446号部件。显然这家工厂的生产问题主要是因为这种不起眼的铸钢件的库存管理造成的，库存管理简直是一团糟。

完成了在电脑上的工作，李先生径直去张经理的办公室索要完成分析所需的财务数据。李先生得到了如下财务信息。至此，李先生获得了BJ446号部件的库存分析的所有必备信息。

生产BJ446号部件的一个生产批次的 准备成本	6000
BJ446号部件的持有成本	550/件/年
BJ446号部件的缺货成本(包括原料短缺成本、生产延迟、成本和损失未来 订单的成本)	4250/件/年
在铸钢胚件供应商收到订单到钢件到 货期间,希望不会发生BJ446号部件原 料短缺的期望概率	0.90

1. TL4000月订购量的分布的样本均值和样本方差各是多少？
2. 该工厂在BJ446号部件上应实行的什么库存政策？
3. 与库存政策有关的平均年持有成本和准备成本各是多少？
4. 在铸钢胚件供应商收到订单到钢件到货期间不会发生原料短缺的期望概率如果上升到0.95，平均年持有成本和准备成本如何变化？
5. 你是否认为李先生对每一固定部件单独分析会导致错误的库存政策？为什么？

6. 如果李先生知道船用发动机的需求是周期性的，你建议如何结合这一情况进行分析？

[讨论题]

1. 请找出下列公司中可能存在的物料库存，并指出它们的类型。

家具零售商店、餐厅、制药公司、发电厂

2. 在上题中哪些属于独立性需求？哪些属于非独立性需求？
3. 在最优经济订货量模型中，当订货成本增加时，最库存周转率会产生何种影响？
4. 在零售业中如果对所有的存货均采用定期订货模型进行库存管理会产生何种影响？
5. 针对百货商店的库存管理，你是否还有其它方法可以改善其库存管理？

[习题]

1. FG 公司的有一台专门制作水果蛋糕的机器。它每天可以生产 1500 份水果蛋糕。公司以往每周只需生产一天，生产的数量就可以满足一周的需求。公司在全年 50 周中均销售这种水果蛋糕。机器每次准备需要 400 元。生产出来的水果蛋糕必须在温度很低而且非常卫生的环境下储存，因此每份水果蛋糕每储存一天要花费公司 0.8 元。请问，公司是采取每周一次性生产 1500 份水果蛋糕的策略呢？还是应该采用经济制造批量（EOQ）方法？请比较两种方案（你可以自己做出认为合理的假设）？
2. 一家公司过去一直使用经济订货批量模型来确定自己的订货批量。现在条件发生了某些变化，需求在上次计算最优订货批量之后已经增加了 80%。请问，它必须怎样调整自己的订货批量？如果它的库存持有成本同时也增加了一倍的话，它应该怎样继续调整自己的订货批量？
3. 某工厂从两个不同的供应商处购买生产系统所需的两个零件 A 和 B，全年 52 个星期都需要这两种零件。零件 A 的需求相对稳定，当库存水平降至再订购点时订购。零件 B 的供应商每 4 周来工厂一次取走订单。两种产品的有关数据如下：

零件	A	B
年需求	15000	8000
持有成本（占货品成本的百分比）%	30	30
准备成本或订购成本（元）	200	50
提前期	4 周	2 周
安全库存	60 单位	20 单位

- (1) 零件 A 的库存控制系统是怎样的？订货量与再订购点各是多少？
- (2) 零件 B 的库存控制系统是怎样的？
4. 每周需求 400 件，标准差为 100 件。订购成本为 50 元，从下订单到收到货物的时间间隔为 4 周，该产品平均单件持有成本为 0.50 元。试确定服务水平为 98% 时的再订购点。假设管理部门要求将该产品的安全库存减少一半，如果这样做，那么此时的服务水平是多少？
5. 某产品的日需求量是 200 件，标准差为 30 件，盘点周期是 15 天，提前期是 8 天。盘点时现有库存 80 件。如果所要求的服务水平为 98%，应订购多少件该产品？该产品的平均库存量为多少？
6. Gentle Ben 酒吧饭店 (Gentle Ben's Bar and Restaurant) 每年需要某种进口酒 5000 夸脱瓶。这种发泡葡萄酒每瓶 3 美元，而且因为它的气泡消失得很快，所以只能以整瓶提供。每次的订购成本为 10 美元，持有成本为单价的 20%。订购提前期为 3 周。该酒每周（一年营业 50 周）需求 100 瓶，标准差为 30 瓶。
- 该店希望使用一种能够使库存成本最小化的库存系统，并使服务水平为 95%。
- (1) 该酒的经济订购量为多少？
- (2) 该酒的再订购点为多少？
7. 某甜饼的的新鲜的小烤饼属于当天生产当天销售的产品，而隔夜后则降价处理。下表是根据历史数据整理的每天销售量及概率。（单位：打）

需求	该需求的概率
180	0.05
200	0.10
220	0.20
240	0.30
260	0.20
280	0.10
300	0.05

每打甜饼售价 5 元，成本为 3 元，其中包括了处理和运输费用。如果当天卖不完，就要做隔夜货处理，价格下降为 2 元。请确定最优的生产数量。

8. 某工厂的一台锅炉是关键的动力设备，为了保证锅炉的正常运转，需要准备相应的配件。某配件能以 500 元购得，在锅炉的使用寿命期内，每个备件的持有和处置成本给购买价格

的 145%。一旦缺货，成本将达到 100000 元。根据历史记录，该备件的需求近似于泊松分布，在锅炉的寿命周期内平均使用 4.5 个这样的配件。请确定最优的持有数量。