

VIO-hw5-提升作业

VIO

VIO-hw5-提升作业

1.方法列举

2.具体处理方式

2.1 Fixed gauge

2.2 Gauge prior

2.3 Free gauge

2.4 个人理解

3.实验效果

3.1 prior gauge

3.2 Accuracy and Computational Effort about fixed gauge and free gauge

3.3 总结

4.对于协方差的对比

4.1 协方差对比

4.2 Covariance Transformation

4.结论

前言：这篇论文时间仓促，理解深度有限。大体的意思是关于相机第一帧的位置确定问题。因为camera的位置（position：xyz）和IMU的yaw角不可观（roll、pitch因为重力的原因，可以通过投影求得）所以在后续优化的过程中这四个量是不可观的，因此无法根据观测值对其进行优化，因此这4个无法优化的变量值如何确定就成了一个值得研究的问题。

1.方法列举

| | Size of parameter vec. | Hessian (Normal eqs) |
|-------------|------------------------|-----------------------------------|
| Fixed gauge | $n - 4$ | inverse, $(n - 4) \times (n - 4)$ |
| Gauge prior | n | inverse, $n \times n$ |
| Free gauge | n | pseudoinverse, $n \times n$ |

2.具体处理方式

2.1 Fixed gauge

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_0^0, \quad \Delta\phi_{0z} \doteq \mathbf{e}_z^\top \Delta\phi_0 = 0$$

此方法将position和yaw固定到相机的第一帧图像位姿上。（公式里的变量名有对应解释）。固定的方法就是将这四个需要优化的变量的雅克比矩阵变成0.即

$\mathbf{J}_{\mathbf{p}_0} = \mathbf{0}, \mathbf{J}_{\Delta\phi_{0z}} = \mathbf{0}$ 。因为雅克比反应了状态量的变化趋势，也即为后续优化做准备，强行置为0则代表这四个变量后续将不再进行优化，也即不会再改变，自然这四个变量的值也就固定了。

2.2 Gauge prior

$$\|\mathbf{r}_0^P\|_{\Sigma_0^P}^2, \quad \text{where} \quad \mathbf{r}_0^P(\theta) \doteq (\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_0^0, \Delta\phi_{0z})$$

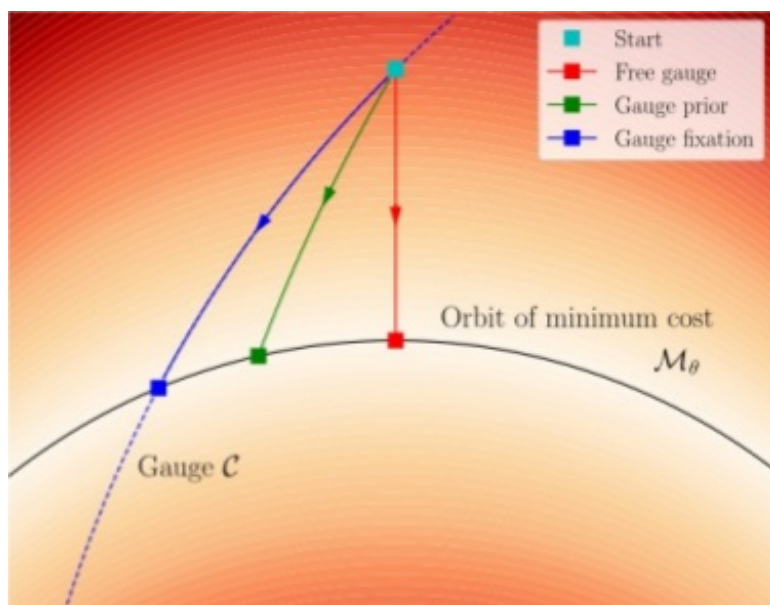
gauge prior则是对残差项添加了一个惩罚因子。而先验协方差矩阵 Σ_0^P 的选择，在第五部分进行了更具体的讨论。具体的选择方法就是在另 $\Sigma_0^P = \sigma_0^2 \mathbf{I}$ 。所以对于上式来说，其变成了 $\|\mathbf{r}_0^P\|_{\Sigma_0^P}^2 = \omega^P \|\mathbf{r}_0^P\|^2$ ，其中 $\omega^P = 1/\sigma_0^2$ 。而先验权重 ω^P 作者说可以选择一个宽范围的值，因为在后续测试中对结果的影响不大。

需要注意的是， ω^P 的值在等于0和正无穷的时候，分别对应 free gauge 和 fixed gauge。

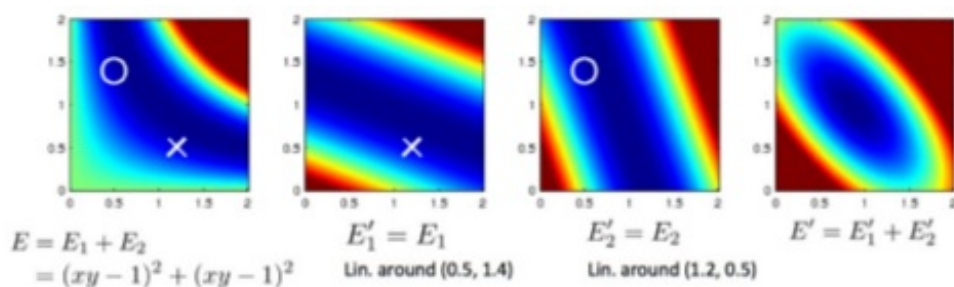
2.3 Free gauge

如论文所讲，顾名思义，这个方法将不会对这四个不可观的变量进行任何操作，让它们在优化的过程中自由迭代。同时为了处理H不满秩的情况，会使用伪逆的形式或者添加阻尼的方式，来保证算法的正常迭代。

2.4 个人理解



这张图代表了在参数空间内，待优化的gauge参数的迭代路径。注意上图中间圆弧形的亮色区域，这代表gauge参数在这段区域可以自由滑动，也即一旦到达这段区域，参数将变得不可确定。

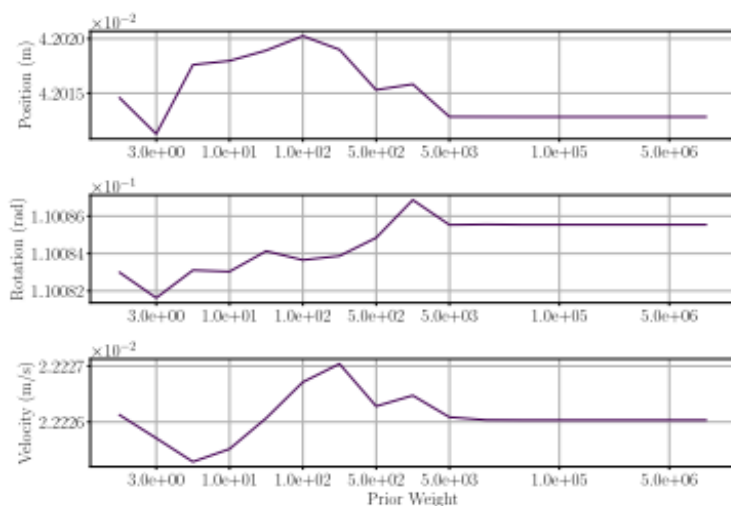


这张图的理解和上节课的最后一张关于状态的零空间的解释类似。需要注意的是这四个参数如何在参数空间内到达gauge 曲线的。论文里说 `free` 方法最快，因为垂直到达（个人理解为这条线上的gauge参数都满足，所以优化直接到达最近的参数。）`fixed` 方法因为固定了第一帧的位置，也即在gauge曲线上对应到了一个固定的解。而 `prior` 方法则介于这两者之间（为什么介于两者之间还没有理解）

3.实验效果

实验分别对时间消耗和精确度进行了比较

3.1 prior gauge



对于 prior gauge 方法来说，通过选取 position，orientation 和 velocity 不同的先验值，来判断优化过程中不同先验值对优化结果的影响。通过论文的统计可以发现，不同的先验值对结果的精度影响并不大。

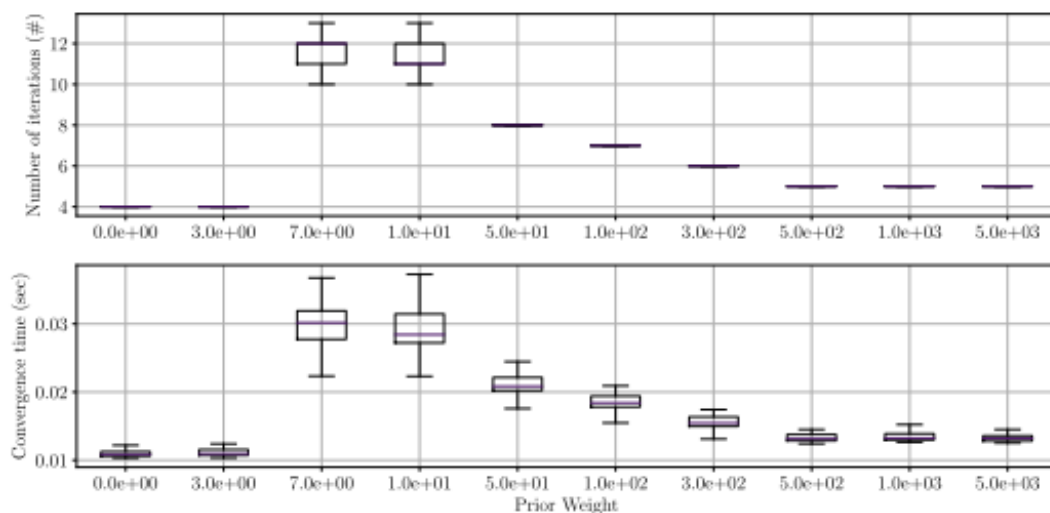
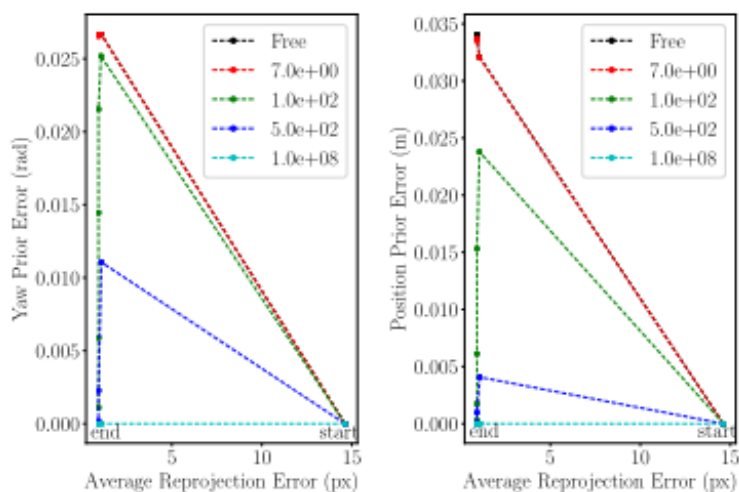


Fig. 5: Number of iterations and computing time for different prior weights.

这里的测试方式是将权重值从零开始增加。并对计算时间和迭代次数进行统计分析。可以发现，不同的先验值竟会显著影响计算损耗，适当的先验值将会显著减少迭代次数。后续作者对不同的权重值选取对整个优化迭代的过程进行了分析，如下图：

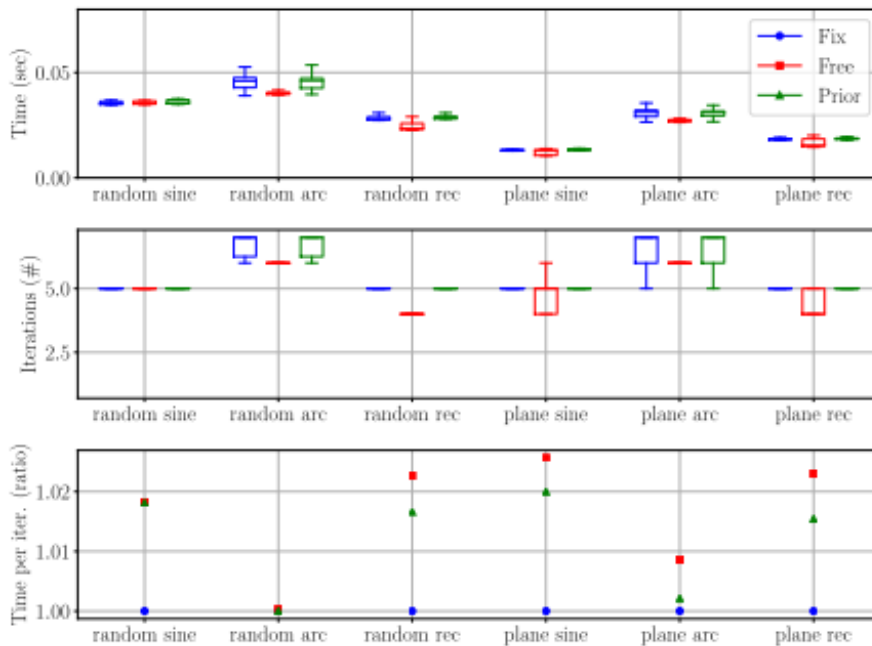


为了详细研究这种行为，作者在上图中绘制了对于几个先前权重值的每次迭代的平均重投影误差的先验误差。position先验误差是第一位置的当前估计与其初始值之间的欧几里德距离，yaw角的先验误差是第一次旋转的当前估计相对于其初始值的相对旋转的z分量，并且平均重投影误差是由所有关键帧中观察到的3D点数平均的总视觉残差来决定。对于非常大的先验权重（图中的 10^8 ），该算法减小了重投影误差，同时保持先前误差几乎等于零。相反，对于较小的先前权重（例如，50-500），**优化算法在前两次迭代期间以增加先前误差为代价来减少重投影误差（图中的绿色和蓝色的线反应尤为明显）**。然后，优化算法通过多迭代几次来微调先前误差，同时保持重投影误差小（沿轨道移动结合上图的优化轨道图分析），因此计算时间增加。

3.2 Accuracy and Computational Effort about fixed gauge and free gauge

| Configuration | Gauge fixation | | | Free gauge | | |
|--------------------|----------------|--------|----------------|----------------|---------------|-----------------|
| | \mathbf{p} | ϕ | \mathbf{v} | \mathbf{p} | ϕ | \mathbf{v} |
| <i>sine plane</i> | 0.04141 | 0.1084 | 0.02182 | 0.04141 | 0.1084 | 0.02183 |
| <i>arc plane</i> | 0.02328 | 0.6987 | 0.01303 | 0.02329 | 0.6987 | 0.01303 |
| <i>rec plane</i> | 0.01772 | 0.1668 | 0.01496 | 0.01774 | 0.1668 | 0.01495 |
| <i>sine random</i> | 0.03932 | 0.0885 | 0.01902 | 0.03908 | 0.0874 | 0.01886 |
| <i>arc random</i> | 0.02680 | 0.6895 | 0.01167 | 0.02678 | 0.6895 | 0.01166 |
| <i>rec random</i> | 0.02218 | 0.1330 | 0.009882 | 0.02220 | 0.1330 | 0.009881 |

Position, rotation and velocity RMSE are measured in m, deg and m/s, respectively.



作者比较了三种方法在模拟轨迹 (sine, arc and rec) 和三维点 (平面点和随机点) 的六种组合上的表现。通过改变不同的初始化值, 发现他们最终的优化结果是相似的。通过研究表II, 列出了50次试验结果的RMSE。在这里作者省略了prior的方法, 因为它们与fix gauge 方法的结果相同, 小数点后大约8位数。通过观察可以发现, fix和free两种方法相差不大。

收敛时间和迭代次数如图7所示。prior方法和fixed gauge方法的计算cost几乎相同。而free gauge 方法略快于其他两种方法。具体而言, 除了具有随机3D点的正弦轨迹之外, free gauge方法需要更少的迭代和更少的收敛时间。但是需要注意的是, 由于优化中的变量数量较少, 因此每次迭代的时候 fixed gauge方法花费的时间最少 (参见表I)。

3.3 总结

- 这三种方法的准确度几乎相同。
- 在prior gauge方法中, 需要选择适当的先前权重以避免增加计算成本。

- 在适当的权重值下，prior gauge方法与fixed gauge方法具有几乎相同的性能（精度和计算成本）。
- free gauge略快于其他方法，因为它需要较少的迭代就能收敛

4.对于协方差的对比

4.1 协方差对比

前文讨论过，如果给一个很高的权重值，prior gauge和fixed gauge的协方差类似。所以在这里只对free gauge和fixed gauge两种方法进行讨论。绘制二者的协方差矩阵图如下：

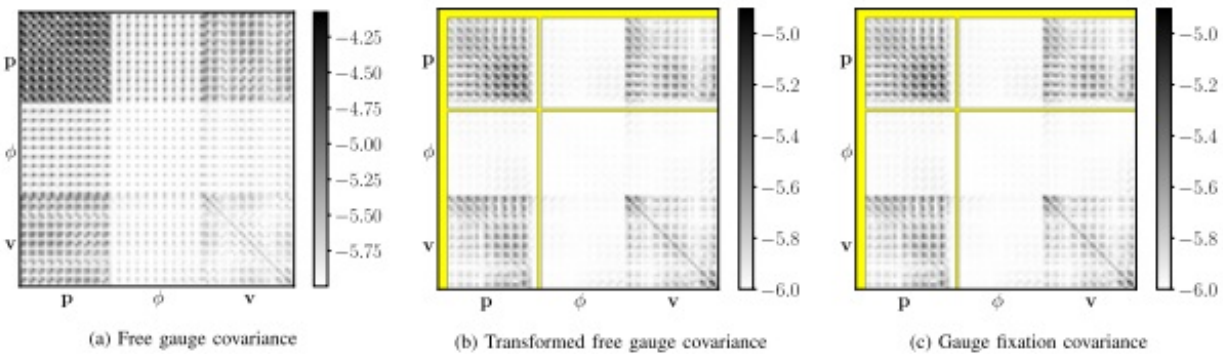


Fig. 9: Covariance of free gauge (Fig. 9a) and gauge fixation (Fig. 9c) approaches using $N = 10$ keyframes. In the middle (Fig. 9b), the free gauge covariance transformed using (12) shows very good agreement with the gauge fixation covariance: the relative difference between them is $\|\Sigma_b - \Sigma_c\|_F / \|\Sigma_c\|_F \approx 0.11\%$ ($\|\cdot\|_F$ denotes Frobenius norm). For better visualization, the magnitude of the covariance entries is displayed in logarithmic scale. The yellow bands of the gauge fixation and transformed covariances indicate zero entries due to the fixed 4-Dof's (the position and the yaw angle of the first camera).

查看协方差矩阵的左上方块，它对应于状态的position分量：

- (i) 对于仪表固定方法（图9c），由于fixed gauge,对第一个position不进行优化，因此第一个position的不确定性为零，之后位置不确定性增加（参见图1b）；
- (ii) 相反，free gauge情况（图.9a）的不确定性在协方差的所有位置都有“分布”（参见图1a）。这是因为free gauge方法没有固定到任何参考系。因此，直接从自由规范协方差矩阵读取的不确定性不能以几何上有意义的方式解释。然而，这并不意味着自由测量方法的协方差估计是无用的：通过强制测量固定条件，它可以转换为具有几何意义的形式，如下所示。

4.2 Covariance Transformation

协方差是估计参数的平方扰动的平均值。重建 θ 的扰动 $\Delta\theta$ 可以分解为两个分量：平行于轨道 $M\theta$ 的 $\Delta\theta$ 分量平行于轨道 $M\theta$ (6) 并且平行于轨距 C (7)。由于扰动重建的有意义也在轨道上 (所以, 任意大的扰动不会产生场景的几何变化 $\Delta\theta$)。因此, 仅沿着量规 C 的扰动 $\Delta\theta_C$ 表示重建几何形状的变化并且这是有意义的。

可以通过以下公式[14]将来自free gauge方法 $\text{Cov}^*(\theta)$ 的估计 θ 的协方差转换为fixed gauge C (10) 的协方差：

$$\text{Cov}(\theta_C) \approx \left(Q_{\theta_C}^C \frac{\partial \theta_C}{\partial \theta} \right) \text{Cov}(\theta) \left(Q_{\theta_C}^C \frac{\partial \theta_C}{\partial \theta} \right)^\top$$

其中, $\theta_C = C \cap \mathcal{M}_\theta = g(\theta)$, $g \equiv \{R_z, t\}$, $\mathbf{p}_0^C = R_z \mathbf{p}_0 + \mathbf{t}$
 $\mathbf{0} = \mathbf{e}_z^\top \log(R_z \text{Exp}(\Delta\phi_0))$

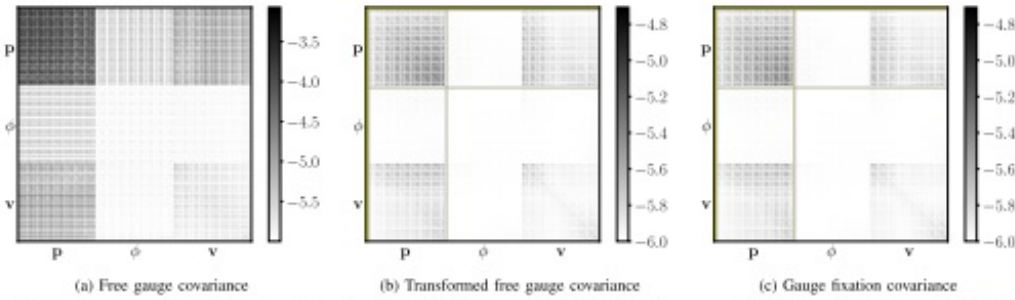


Fig. 10: Covariance comparison and transformation using $N = 30$ keyframes of the EuRoC Vicon 1 sequence (VII). Same color scheme as in Fig. 9. The relative difference between (b) and (c) is $\|\Sigma_b - \Sigma_c\|_F / \|\Sigma_c\|_F \approx 0.02\%$. Observe that, in the gauge fixation covariance, the uncertainty of the first position and yaw is zero, and it grows for the rest of the camera poses (darker color), as illustrated in Fig. 1b.

在图10中, 可以观察到, 如图9所示, 协方差之间的有明显差异, 但是通过应用公式 (12), 我们可以使用free gauge 协方差计算某个参考系中的协方差, 其结果经过转化之后与fixed gauge的协方差相差无几 (参见图10b和图10c)。

4.结论

在这篇论文中, 作者对 `gauge` 的三种方法做了对比, 但是因为迭代次数较少的原因, 最终的结果表明 `free` 法速度更快。最重要的发现是这些方法不同是因为协方差是不同的。而协方差

在这其中起到了巨大的作用，而且可以通过协方差的改变，来达到在三种方法中不同状态的切换。