

数 学

(120 分)

数学 I, 数学 II, 数学 III, 数学 A, 数学 B

平成 31 年 2 月 25 日

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は 7 ページあります。2 ページ目と 3 ページ目は白紙です。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合には、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答用紙は 4 枚です。解答はすべて解答用紙の所定の場所に、途中経過も含めて記入しなさい。解答用紙は裏面も使用できます。
- 4 下書き用紙は 2 枚です。
- 5 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄(2か所)に必ず記入しなさい。
- 6 試験終了後は、解答用紙の上にある白ぬきの番号の順に並べなさい。
- 7 配付した解答用紙は持ち出してはいけません。
- 8 問題冊子と下書き用紙は持ち帰りなさい。

第1問 (70点)

問 1 次の関数の導関数を求めよ。

$$y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

問 2 次の不定積分、定積分を求めよ。

$$(1) \int \frac{(5^x - 1)^2}{5^x} dx$$

$$(2) \int_1^2 x \sqrt{2-x} dx$$

問 3 $(x - 2y)^7$ の展開式における x^4y^3 の項の係数を求めよ。

第2問 (70点)

問 1 次の命題の真偽を調べ、真ならば証明をし、偽ならば反例を一組あげよ。ただし a, b は整数とする。

(1) 「 $a^2 - b^2$ が 2 の倍数でないならば、 a, b のいずれか一方は 2 の倍数である」

(2) 「 $a^2 - b^2$ が 5 の倍数でないならば、 a, b のいずれか一方は 5 の倍数である」

問 2 (1) 整式 x^{2019} を $x + 1$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) 整式 x^{2019} を $x^2 + 1$ で割ったときの余りを求めよ。

第3問 (80点)

平行四辺形ABCDにおいて、辺BCを2:1に内分する点をMとする。また、
 t を $0 < t < 1$ を満たす実数とし、辺CDを $t:(1-t)$ に内分する点をNとする。
 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とし、 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \sqrt{6}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ とするとき、次の問いに
答えよ。

問1 \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{AN} をそれぞれ \vec{a}, \vec{b}, t を用いて表せ。

問2 \overrightarrow{MN} と \overrightarrow{AC} が直交するときを考える。

(1) t の値を求めよ。

(2) 線分MNと線分ACの交点をPとするとき、線分の長さの比MP:PNを
求めよ。

第4問 (80点)

関数 $f(x) = x^2(1 - \log x)$ ($x > 0$) について、次の問い合わせよ。

問 1 $f'(x), f''(x)$ を求めよ。

問 2 関数 $f(x)$ の増減、極値と、曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べよ。

問 3 不等式 $f(x) \geq 1 - \log x$ を解け。

問 4 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = 1 - \log x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。