

# 数 学

(120 分)

数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学A，数学B

平成 31 年 2 月 25 日

## 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は 7 ページあります。2 ページ目と 3 ページ目は白紙です。  
試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に  
気付いた場合には，手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答用紙は 4 枚です。解答はすべて解答用紙の所定の場所に，途中経過も含めて  
記入しなさい。解答用紙は裏面も使用できます。
- 4 下書用紙は 2 枚です。
- 5 受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄(2 か所)に必ず記入しなさい。
- 6 試験終了後は，解答用紙の上にある白ぬきの番号の順に並べなさい。
- 7 配付した解答用紙は持ち出してはいけません。
- 8 問題冊子と下書用紙は持ち帰りなさい。





## 第 1 問 (70 点)

問 1 次の関数の導関数を求めよ。

$$y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

問 2 次の不定積分，定積分を求めよ。

$$(1) \int \frac{(5^x - 1)^2}{5^x} dx$$

$$(2) \int_1^2 x \sqrt{2-x} dx$$

問 3  $(x - 2y)^7$  の展開式における  $x^4 y^3$  の項の係数を求めよ。

## 第2問 (70点)

問1 次の命題の真偽を調べ、真ならば証明をし、偽ならば反例を一組あげよ。ただし  $a, b$  は整数とする。

(1) 「 $a^2 - b^2$  が2の倍数でないならば、 $a, b$  のいずれか一方は2の倍数である」

(2) 「 $a^2 - b^2$  が5の倍数でないならば、 $a, b$  のいずれか一方は5の倍数である」

問2 (1) 整式  $x^{2019}$  を  $x + 1$  で割ったときの余りを求めよ。

(2) 整式  $x^{2019}$  を  $x^2 + 1$  で割ったときの余りを求めよ。

### 第3問 (80点)

平行四辺形 ABCD において、辺 BC を 2 : 1 に内分する点を M とする。また、 $t$  を  $0 < t < 1$  を満たす実数とし、辺 CD を  $t : (1 - t)$  に内分する点を N とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$  とし、 $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{6}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$  とするとき、次の問いに答えよ。

問 1  $\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{AN}$  をそれぞれ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $t$  を用いて表せ。

問 2  $\overrightarrow{MN}$  と  $\overrightarrow{AC}$  が直交するときを考える。

(1)  $t$  の値を求めよ。

(2) 線分 MN と線分 AC の交点を P とするとき、線分の長さの比 MP : PN を求めよ。

#### 第4問 (80点)

関数  $f(x) = x^2(1 - \log x)$  ( $x > 0$ ) について、次の問いに答えよ。

問1  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  を求めよ。

問2 関数  $f(x)$  の増減、極値と、曲線  $y = f(x)$  の凹凸を調べよ。

問3 不等式  $f(x) \geq 1 - \log x$  を解け。

問4 曲線  $y = f(x)$  と曲線  $y = 1 - \log x$  で囲まれた部分の面積を求めよ。