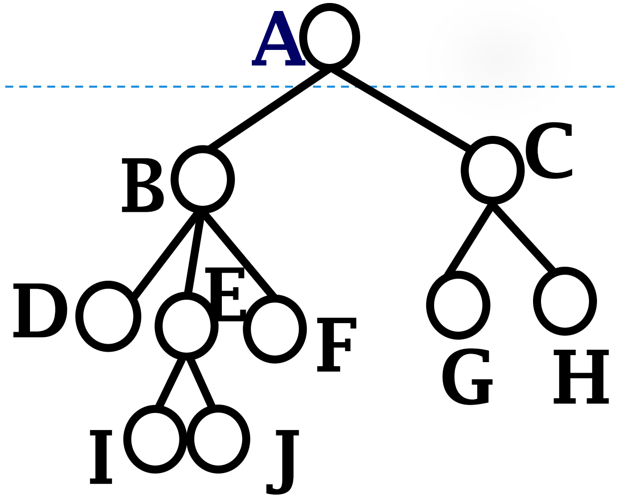
数据结构与算法（六）

张铭 主讲

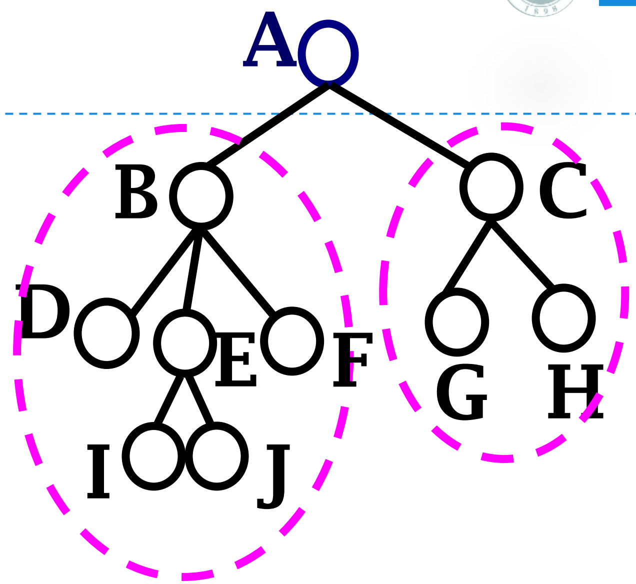
采用教材：张铭，王腾蛟，赵海燕 编写
高等教育出版社，2008. 6 （“十一五”国家级规划教材）

http://www.jpk.pku.edu.cn/pkujpk/course/sjjg

第6章　树

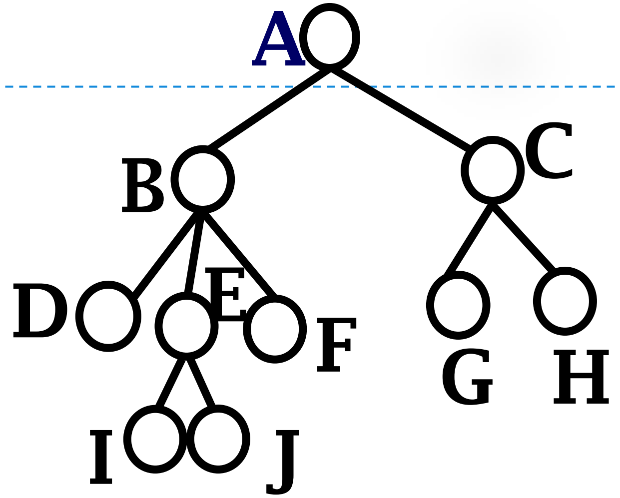


- **树的定义和基本术语**
  - 树和森林
  - 森林与二叉树的等价转换
  - 树的抽象数据类型
  - 树的遍历
- 树的链式存储结构
- 树的顺序存储结构
- K叉树



树和森林

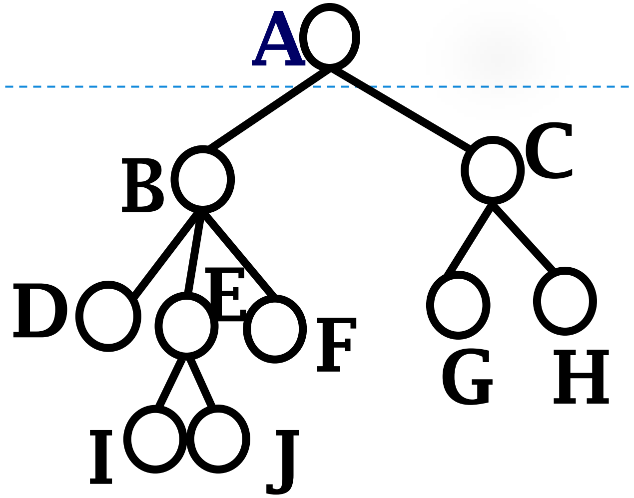
- 树 (tree) 是包括 n 个结点的有限集合 T（ $n \ge 1$ ）：
  - 有且仅有一个特定的结点，称为 **根 (root)**
  - 除根以外的其他结点被分成 m 个 ($m \ge 0$) 不相交的有限集合 T_1，T_2，…，T_m，而每一个集合又都是树，称为 T 的**子树 (subtree)**
  - 有向有序树：子树的相对次序是重要的
- 度为 2 的有序树并不是二叉树
  - 第一子结点被删除后
    第二子结点自然顶替成为第一



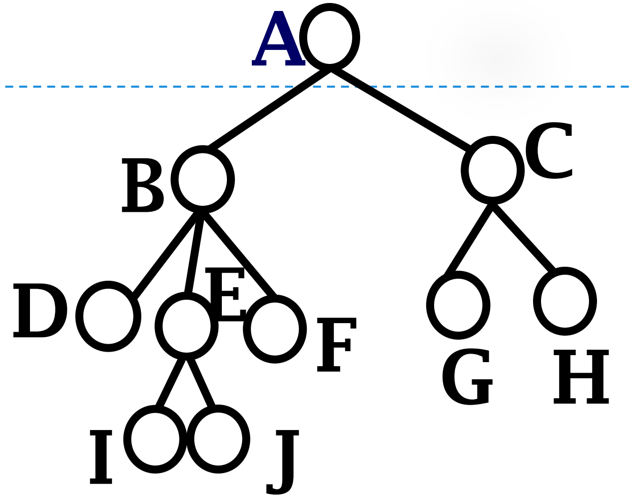
树的逻辑结构

- 包含n个结点的有穷集合 K (n>0)，且在 K上定义了一个关系 r，关系 r 满足以下条件：
  - 有且仅有一个结点 $k_0 \in K$，它对于关系 r 来说没有前驱。结点 k_0 称作树的 根
  - 除结点 k_0 外，K中的每个结点对于关系 r 来说都有且仅有 一个前驱
- 例如，
  - 结点集合 K={ A，B，C，D，E，F，G，H，I，J }
  - K 上的关系 r = { <A，B>，<A，C>，<B，D>，<B，E>，<B，F>，<C，G>，<C，H>，<E，I>，<E，J> }

树的相关术语

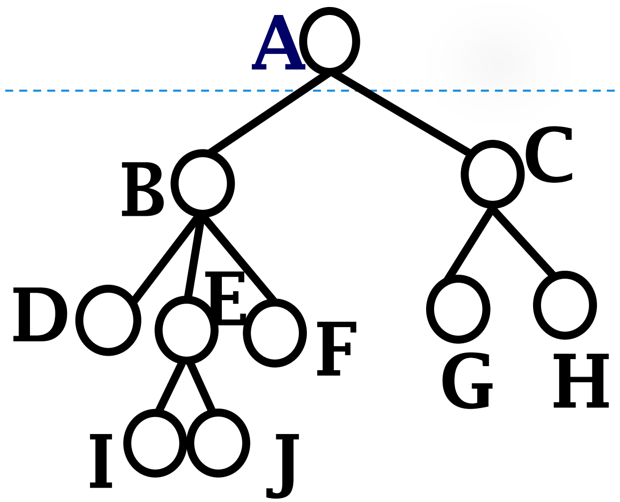


- **结点**
  - **子结点、父结点、最左子结点**
    - 若 <k，k'> ∈ r，则称 k 是 k' 的父结点（或称“父母”），而 k' 则是 k 的 子结点 (或“儿子”、“子女”)
  - **兄弟结点前兄弟、后兄弟**
    - 若有序对 <k，k'>及 <k，k''>∈ r，则称 k'和 k''互为兄弟
  - **分支结点、叶结点**
    - 没有子树的结点称作 叶结点 (或树叶、终端结点)
    - 非终端结点称为 分支结点



树的相关术语

- **边**
  - 两个结点的有序对，称作 边
- **路径、路径长度**
  - **除结点k_0外的任何结点 $k \in K$，都存在一个结点序列 k_0，k_1，…，k_s，使得 k_0 就是树根，且 $k_s=k$，其中有序对 $<k_{i-1}, k_i> \in r$ （$1 \le i \le s$）。该序列称为从根到结点 k 的一条路径，其路径长度为 s (包含的边数)**
- **祖先、后代**
  - 若有一条由 k 到达 k_s 的路径，则称 k 是 k_s 的祖先，k_s 是 k 的子孙



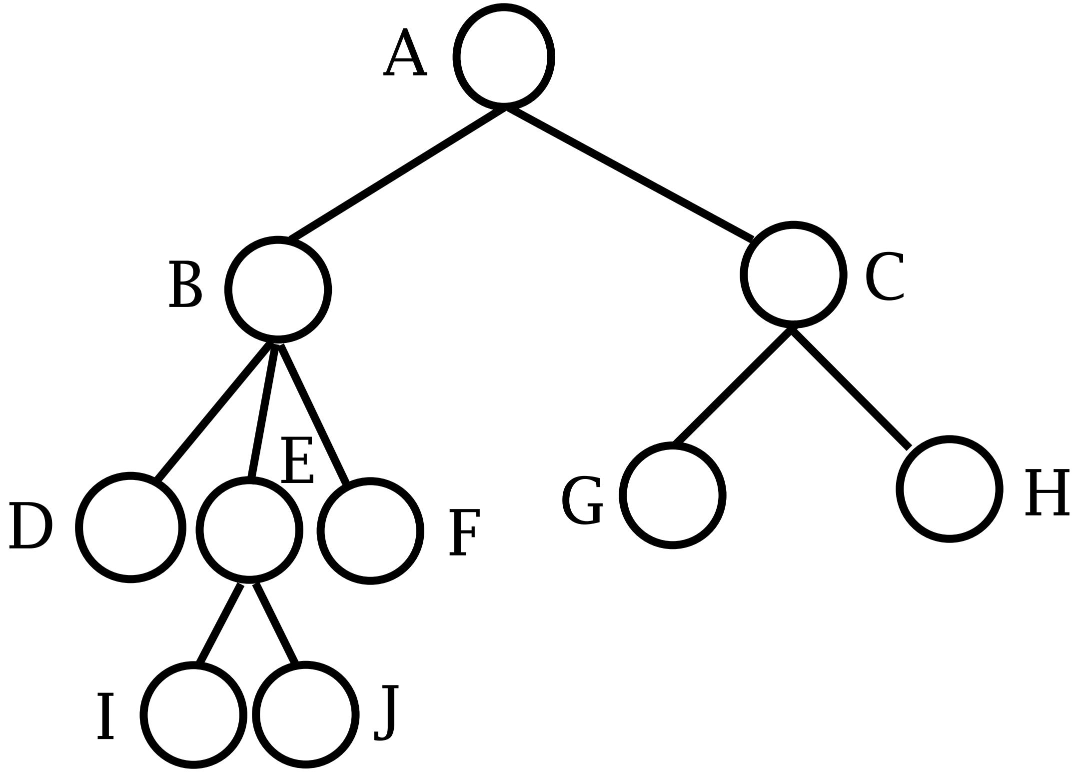
树的相关术语

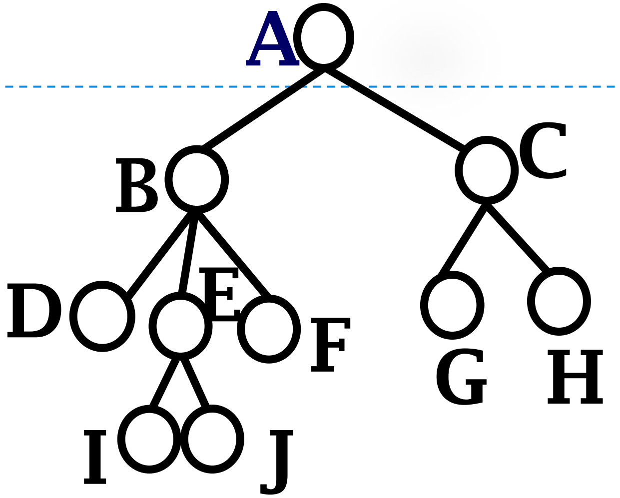
- **度数**：一个结点的子树的个数
- **层数**：根为第 0 层
  - 其他结点的层数等于其父结点的层数加 1
- **深度**：层数最大的叶结点的层数
- **高度**：层数最大的叶结点的层数加 1

树形结构的各种表示法

- 树形表示法
- 形式语言表示法
- 文氏图表示法
- 凹入表表示法
- 嵌套括号表示法

树形表示法





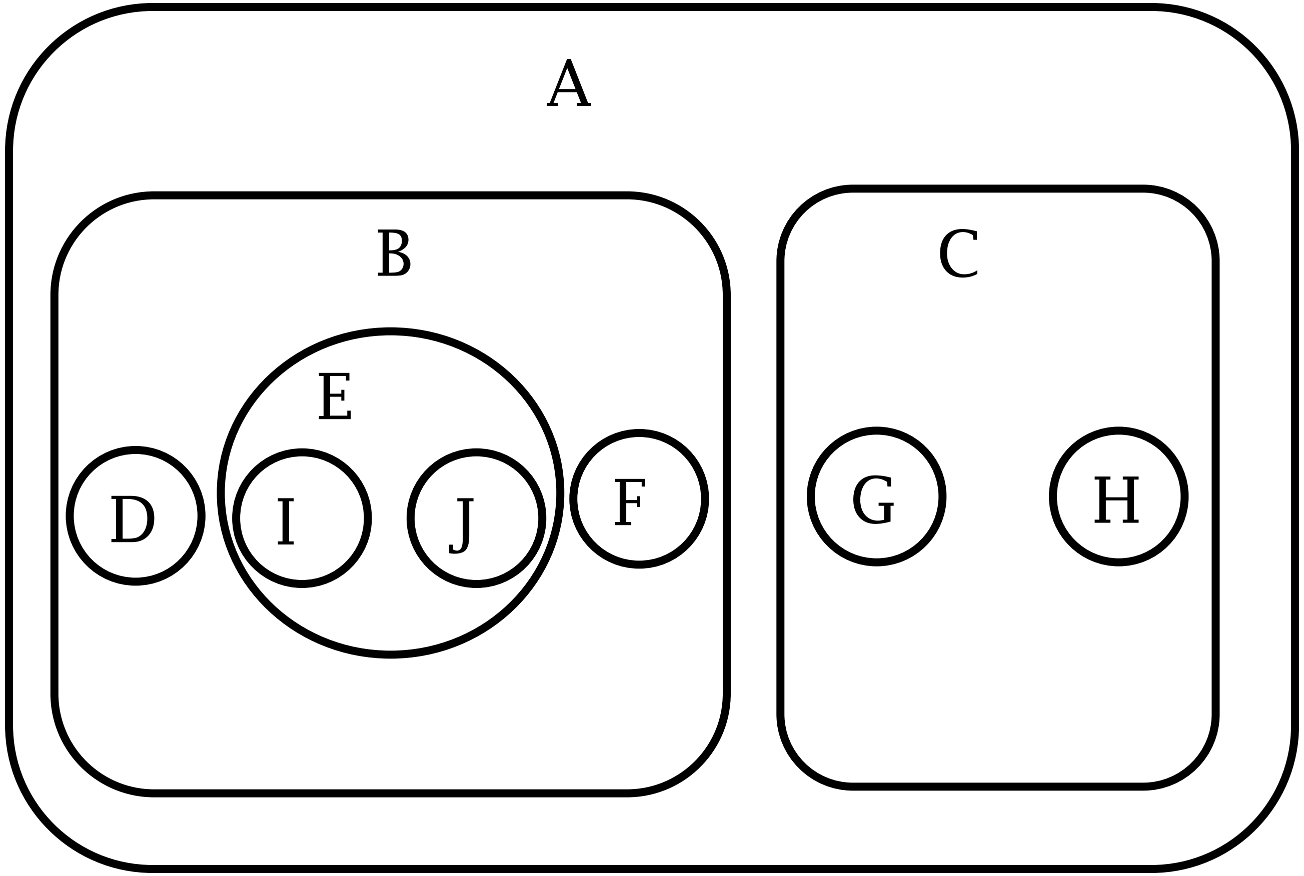
形式语言表示法

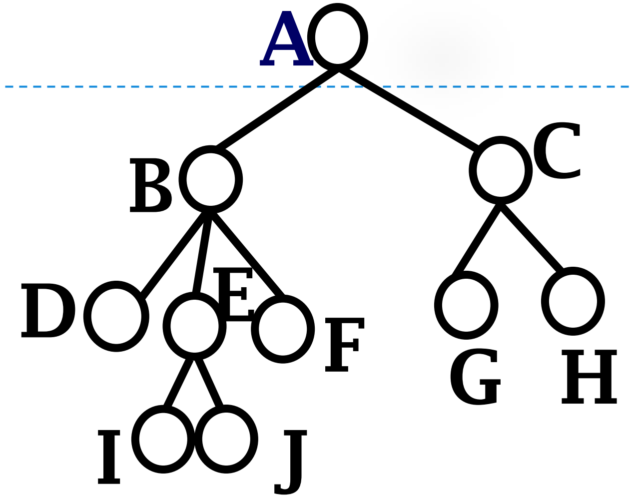
树的逻辑结构是：

结点集合K={A，B，C，D，E，F，G，H，I，J}

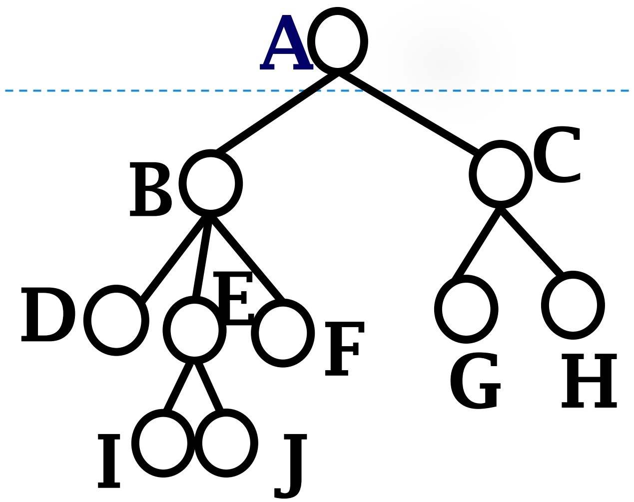
K上的关系N={<A，B>，<A，C>，<B，D>，
<B，E>，<B，F>，<C，G>，
<C，H>，<E，I>，<E，J>}

文氏图表示法



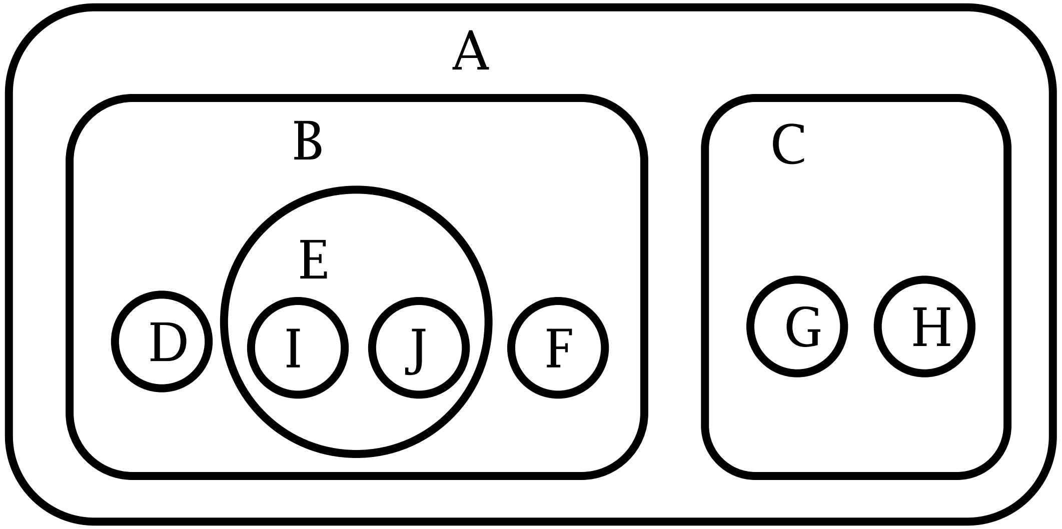


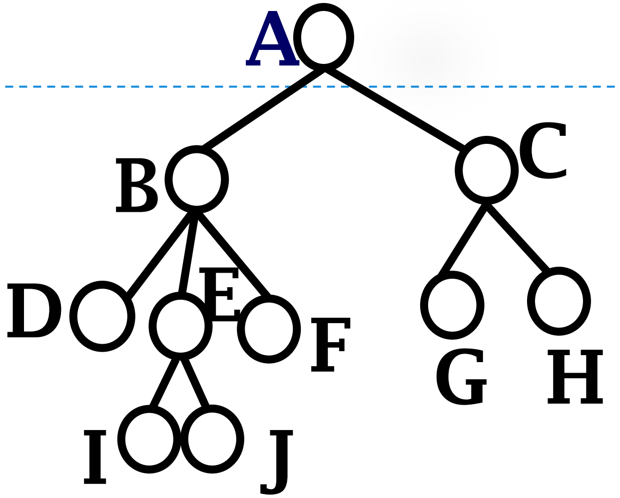
嵌套括号表示法



(A(B(D)(E(I)(J))(F))(C(G)(H)))

文氏图到嵌套括号表示的转化

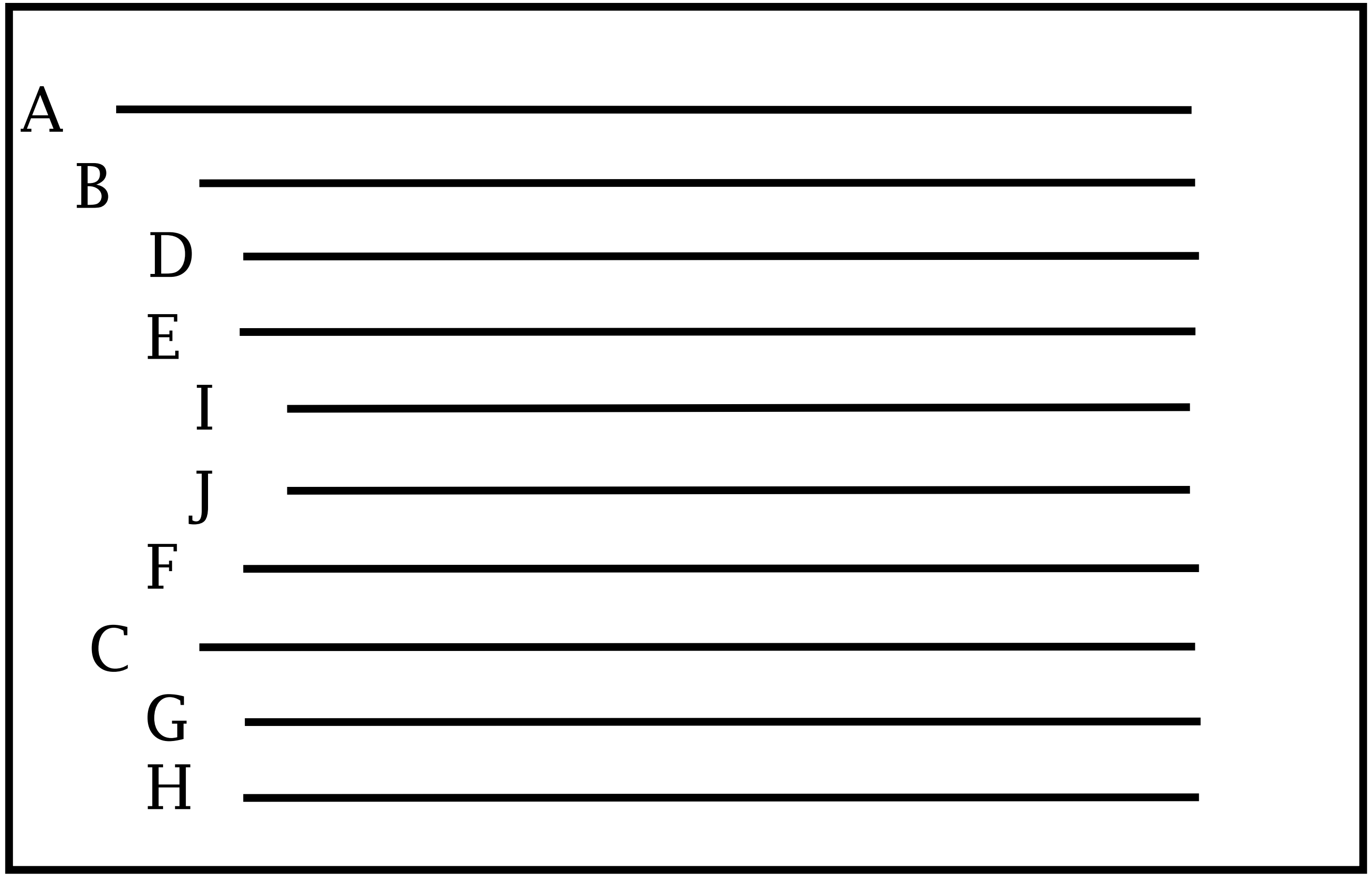


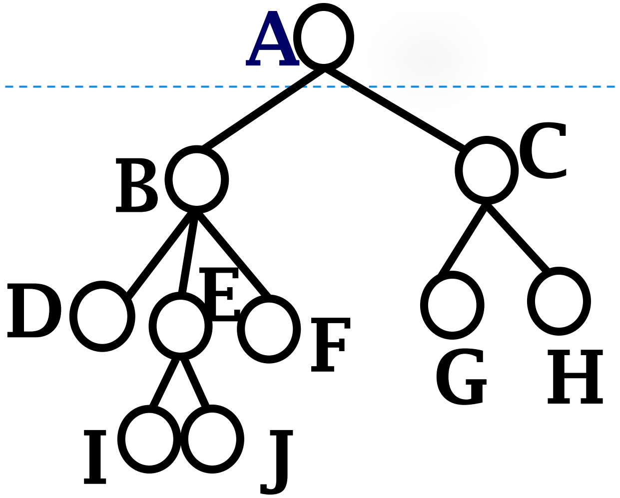


(A(B(D)(E(I)(J))(F))(C(G)(H)))

6.1 树的定义和基本术语

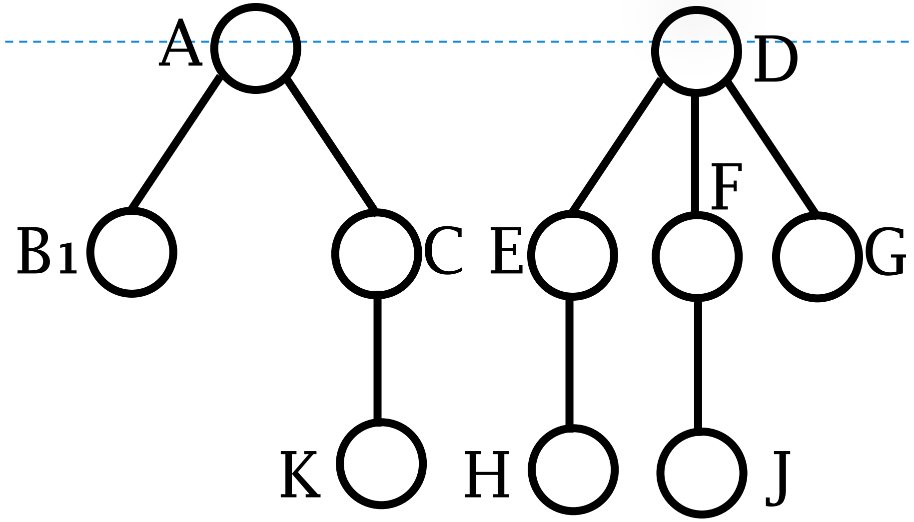
凹入表表示法





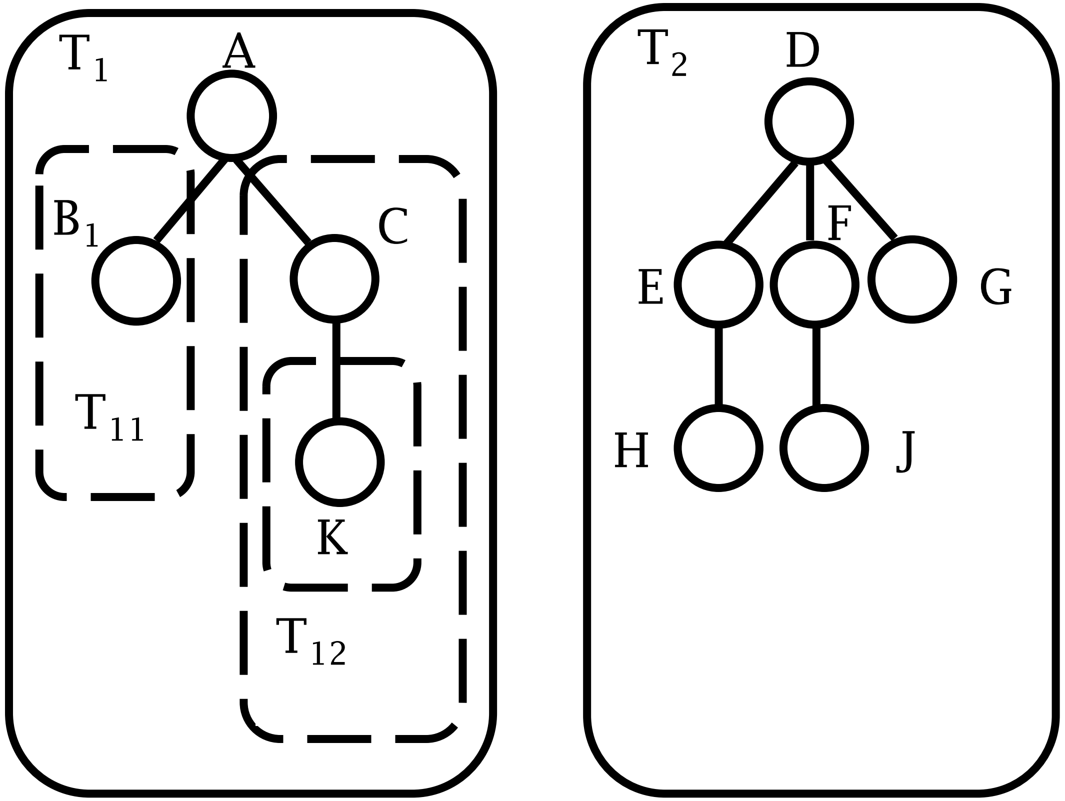
图书目录，杜威表示法

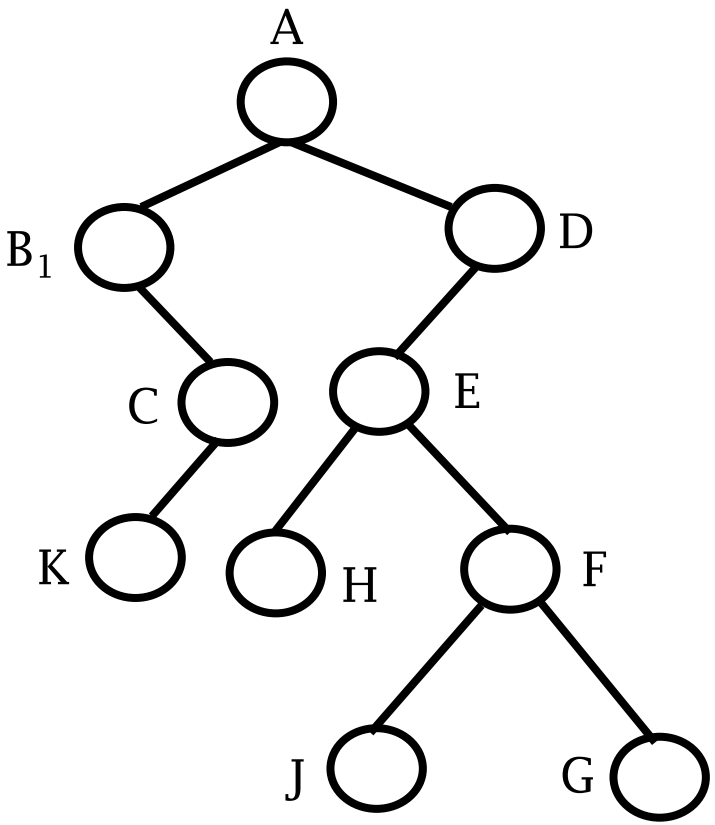
森林与二叉树的等价转换



- **森林(forest)**：零棵或多棵 不相交 的树的集合（通常是有序）
- 树与森林的对应
  - 一棵树，删除树根，其子树就组成了森林
  - 加入一个结点作为根，森林就转化成了一棵树
- 森林与二叉树之间可以相互转化，而且这种转换是一一对应的
  - 森林的相关操作都可以转换成对二叉树的操作

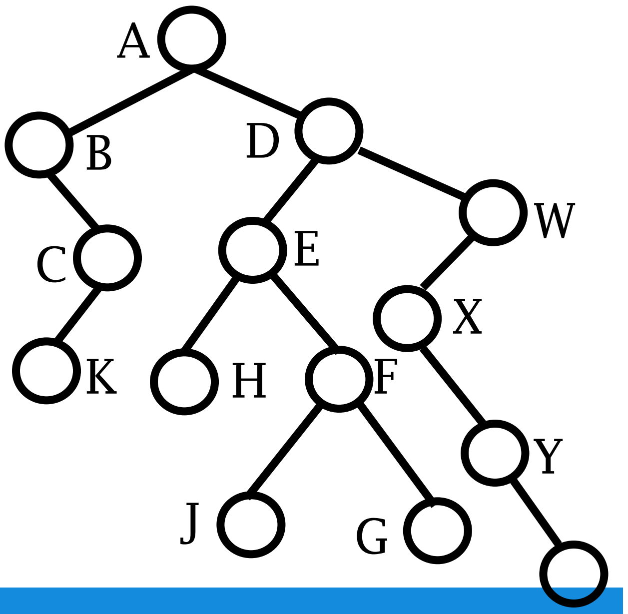
森林与二叉树如何对应？

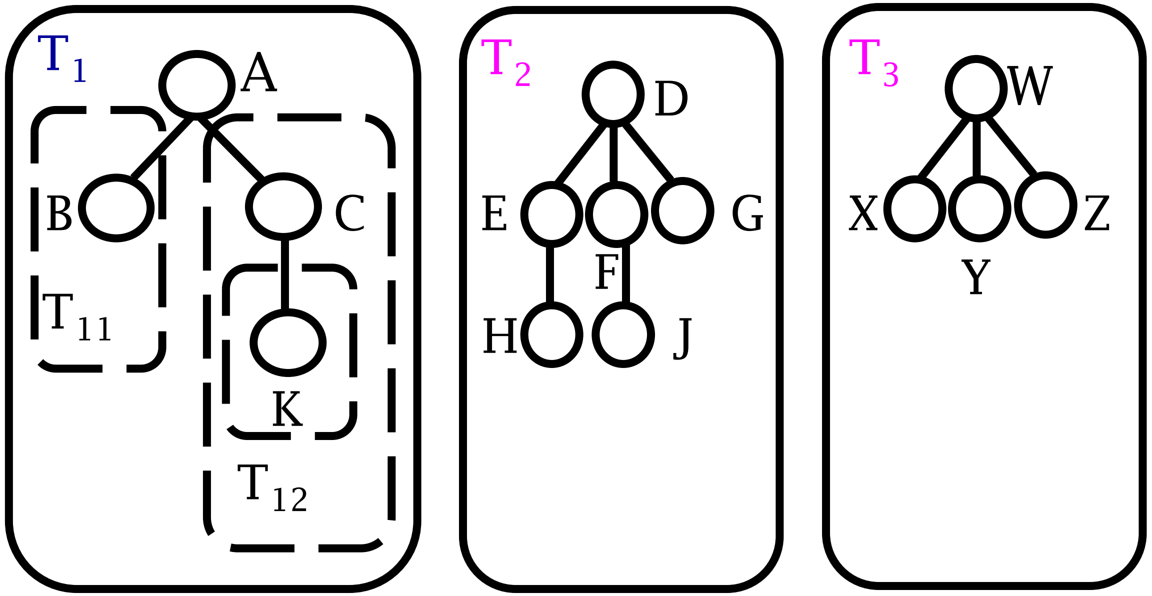




森林转化成二叉树的形式定义

- 有序集合 F = {T_1 , T_2 , … , T_n} 是树 T_1 , T_2 , … , T_n 组成的森林，递归转换成二叉树B(F)：
  - 若 F 为空，即 n = 0，则 B(F) 为空。
  - 若 F 非空，即 n > 0，则 B(F) 的根是森林中第一棵树 T_1 的根 W_1，
    B(F) 的左子树是树 T_1 中根结点 W_1的子树森林 F = {T_{11} , … , T_{1m}} 转换成的二叉树B(T_{11} , … , T_{1m})；
    B(F)的右子树是从森林 F’ = {T_2 , … , T_n} 转换而成的二叉树

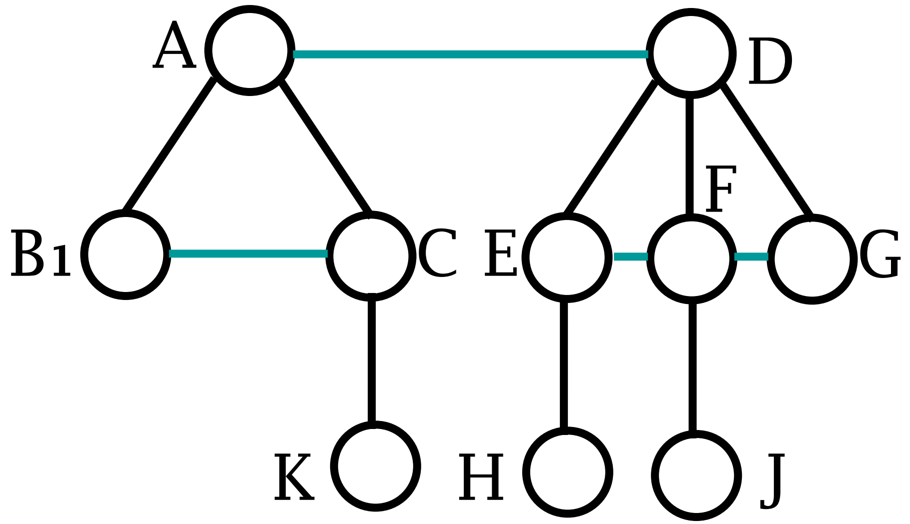


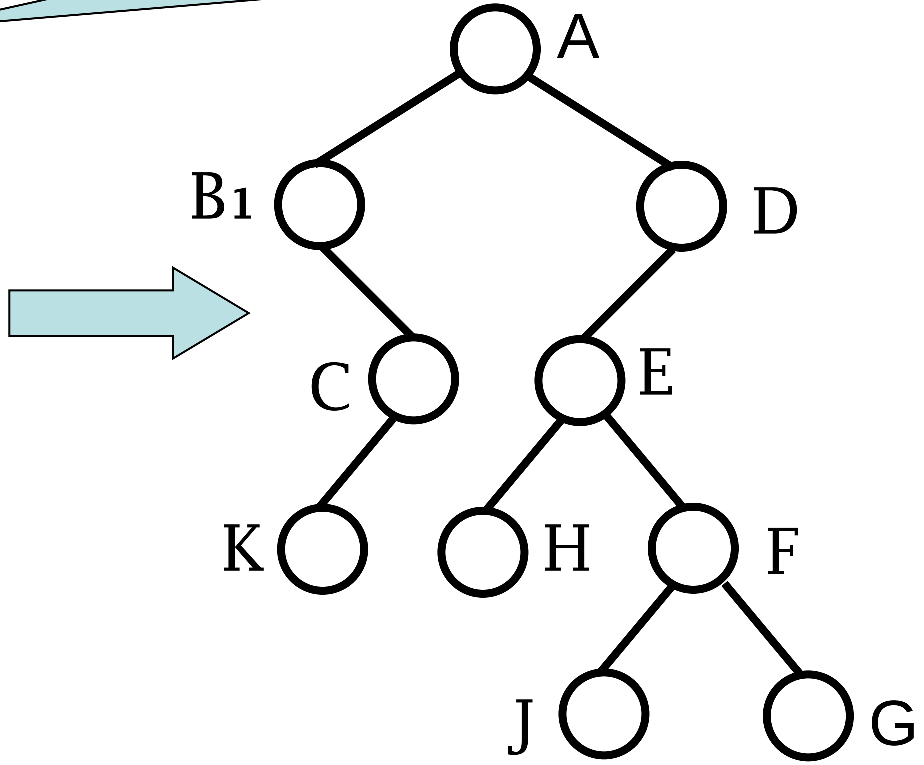


森林转化为二叉树

第一步：在森林中的所有兄弟结点之间加一连线

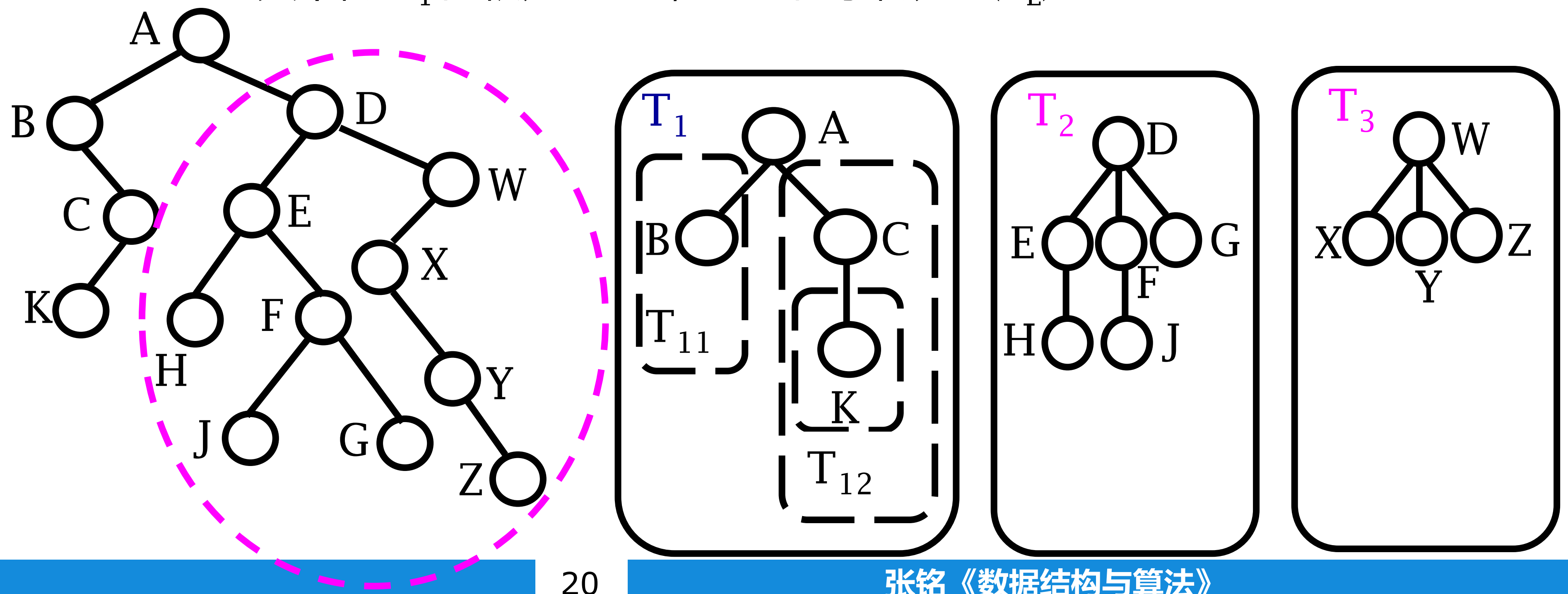
第二步：对每个结点，去掉除了与第一个孩子之外的其他所有连线





二叉树转化成森林或树的形式定义

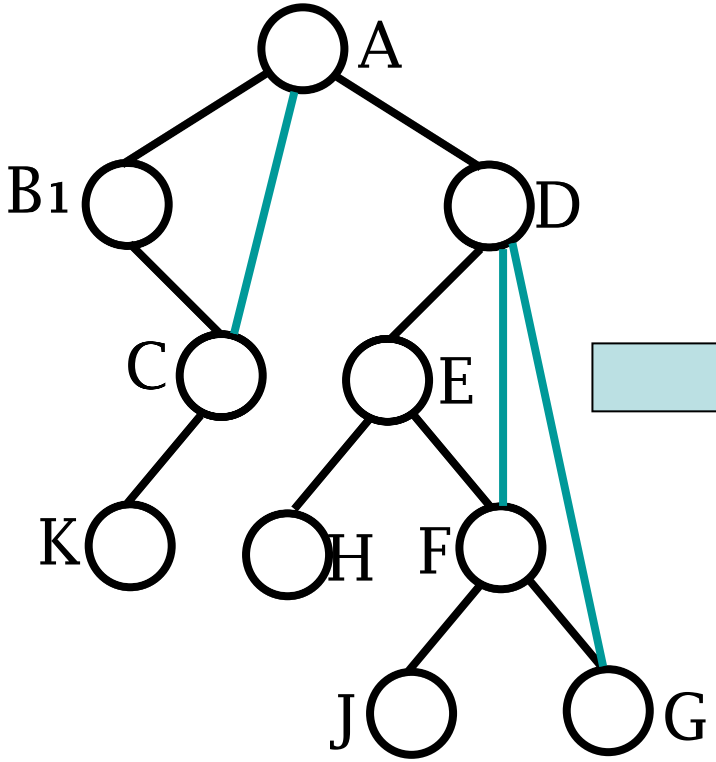
- 设B是一棵二叉树，root是 B 的根，B_L 是 root 的左子树，B_R 是 root 的右子树，则对应于二叉树B的森林或树 F(B) 的形式定义是：
  - 若 B 为空，则 F(B) 是空的森林
  - 若 B 不为空，则 F(B)是一棵树T_1加上森林 $F(B_R)$，其中树 T_1 的根为 root，root 的子树为 $F(B_L)$

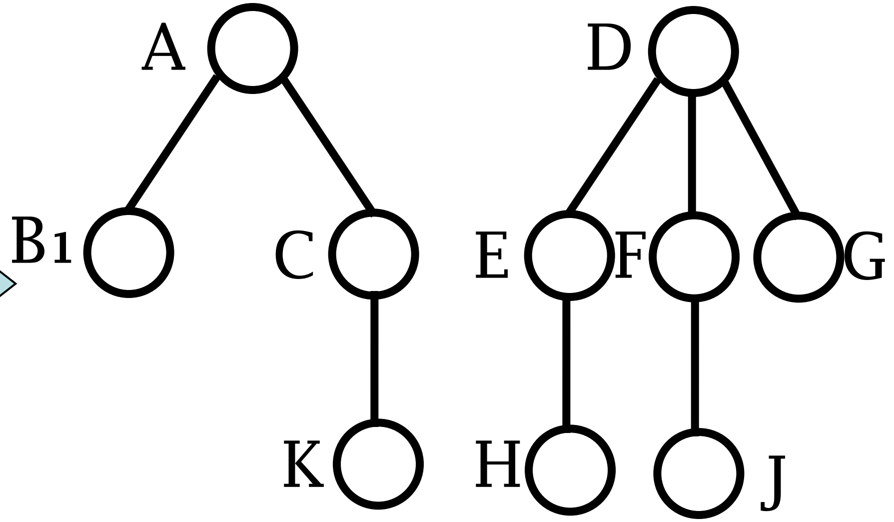


二叉树转换为森林

第一步：若结点x是其双亲y的左孩子,则把x的右孩子，右孩子的右孩子,……，都与y 连起来。

第二步:去掉所有双亲到右孩子的连线





思考

- 1. 树也是森林吗？

- 2. 为什么要建立二叉树与森林的对应关系？

数据结构与算法

谢谢聆听

国家精品课“数据结构与算法”
http://www.jpk.pku.edu.cn/pkujpk/course/sjjg/

张铭，王腾蛟，赵海燕
高等教育出版社，2008. 6。“十一五”国家级规划教材