



数据结构与算法 (七)

张铭 主讲

采用教材：张铭，王腾蛟，赵海燕 编写
高等教育出版社，2008. 6（“十一五”国家级规划教材）

<http://www.jpk.pku.edu.cn/pkujpk/course/sjjg>



第7章 图

- 7.1 图的定义和术语
- 7.2 图的抽象数据类型
- 7.3 图的存储结构
- 7.4 图的遍历
- 7.5 最短路径
- 7.6 最小生成树

7.3 图的存储结构

相邻矩阵

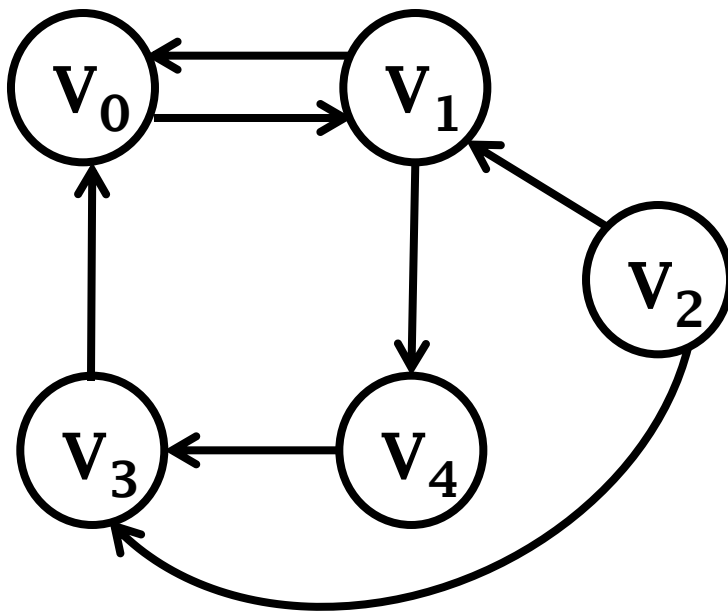
- 图的 **相邻矩阵**(adjacency matrix , 或**邻接矩阵**)表示顶点之间的邻接关系, 即有没有边
- 设 $G = \langle V, E \rangle$ 是一个有 n 个顶点的图, 则图的相邻矩阵是一个二维数组 $A[n, n]$, 定义如下:

$$A[i, j] = \begin{cases} 1, & \text{若 } (V_i, V_j) \in E \text{ 或 } \langle V_i, V_j \rangle \in E \\ 0, & \text{若 } (V_i, V_j) \notin E \text{ 或 } \langle V_i, V_j \rangle \notin E \end{cases}$$

- 对于 n 个顶点的图, 相邻矩阵的空间代价都为 $O(n^2)$, 与边数无关

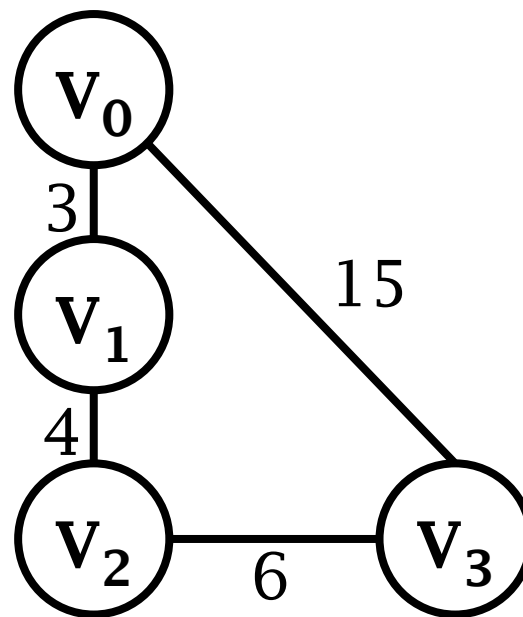
有向图的相邻矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



无向图的相邻矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 15 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 6 \\ 15 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$



7.3 图的存储结构

相邻矩阵

```
class Edge {                      // 边类
public:
    int from,to,weight ;          // 边的始点, 终点, 权
    Edge() {                      // 缺省构造函数
        from = -1; to = -1; weight = 0;    }
    Edge(int f,int t,int w){      // 给定参数的构造函数
        from = f; to = t; weight = w;    }
};

class Graph {
public:
    int numVertex;                // 图中顶点的个数
    int numEdge;                  // 图中边的条数
    int *Mark;                    // 图的顶点访问标记
    int *Indegree;                // 存放图中顶点的入度
};
```

7.3 图的存储结构

- 稀疏因子

- 在 $m \times n$ 的矩阵中，有 t 个非零元素，则稀疏因子 δ 为：

$$\delta = \frac{t}{m \times n}$$

- 若 δ 小于 0.05，可认为是稀疏矩阵

7.3 图的存储结构

邻接表

- 对于稀疏图，可以采用邻接表存储法
 - 边较少，相邻矩阵就会出现大量的零元素
 - 相邻矩阵的零元素将耗费大量的存储 **空间** 和 **时间**
- 邻接表（adjacency list）链式存储结构
 - 顶点表目有两个域：顶点数据域和指向此顶点边表指针域
 - 边表把依附于同一个顶点 v_i 的边（即相邻矩阵中同一行的非0元素）组织成一个单链表。由两个主要的域组成：
 - 与顶点 v_i 邻接的另一顶点的序号
 - 指向边表中下一个边表目的指针

7.3 图的存储结构

邻接表

- 顶点和边的信息如下所示：

顶点结点

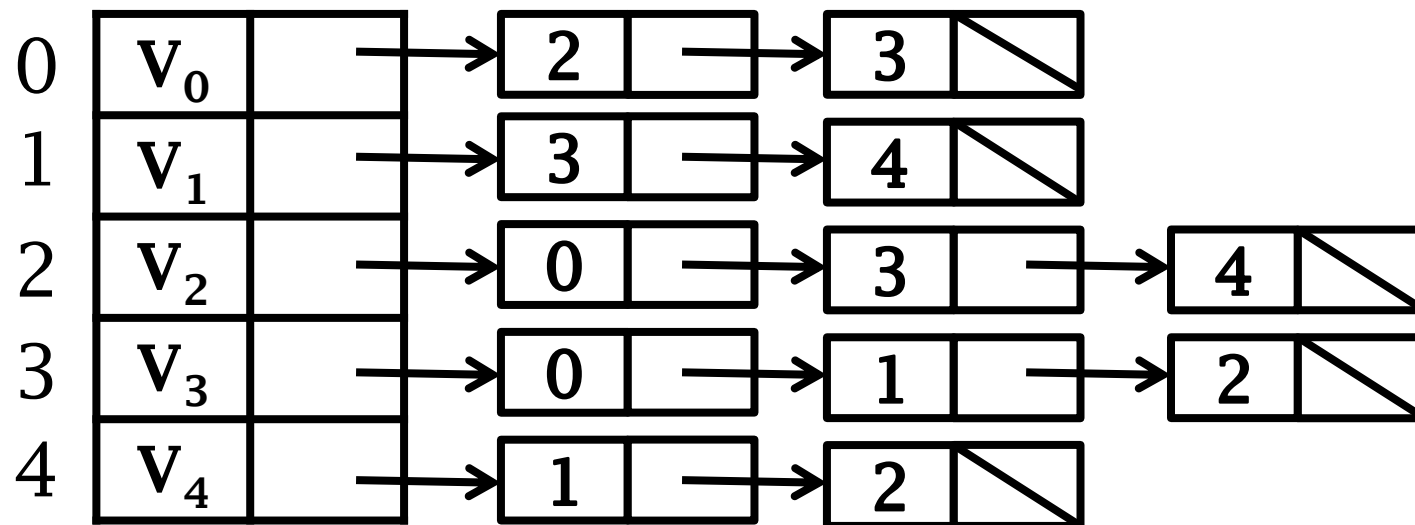
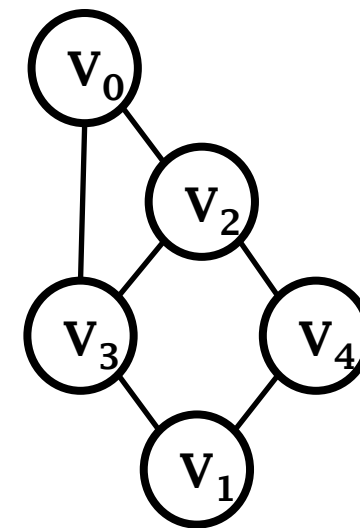
data	firstarc
------	----------

边（或弧）结点

adjvex	nextarc	Info
--------	---------	------

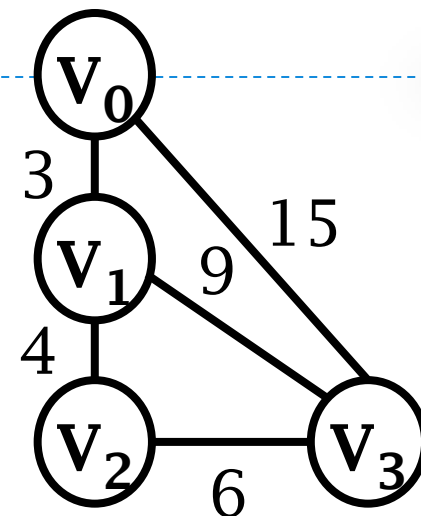
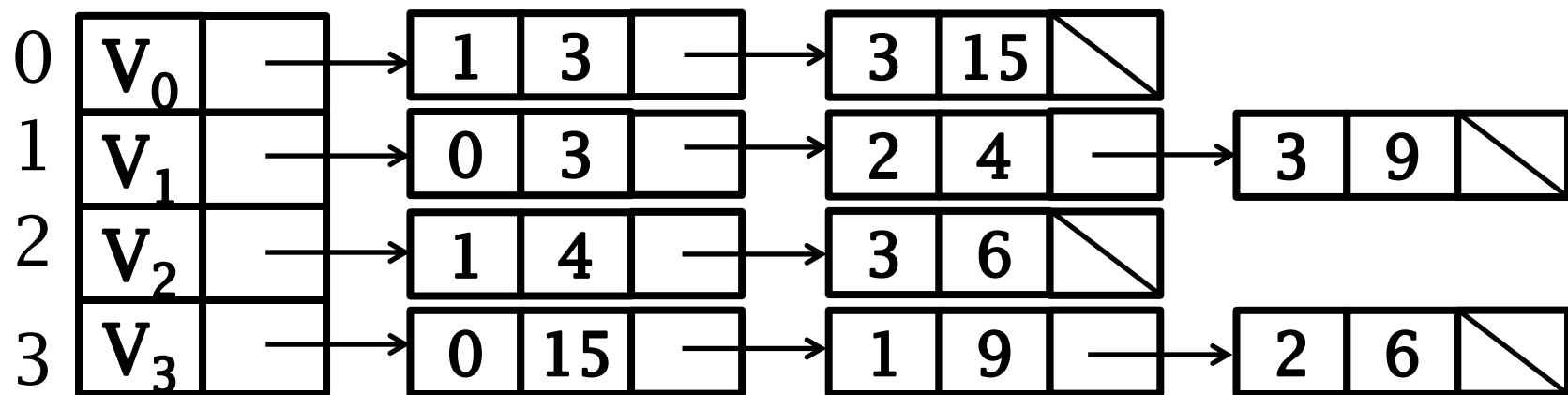
无向图的邻接表表示

无向图同一条边在邻接表中出现两次



7.3 图的存储结构

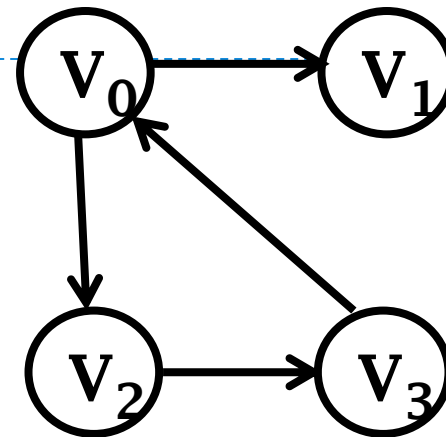
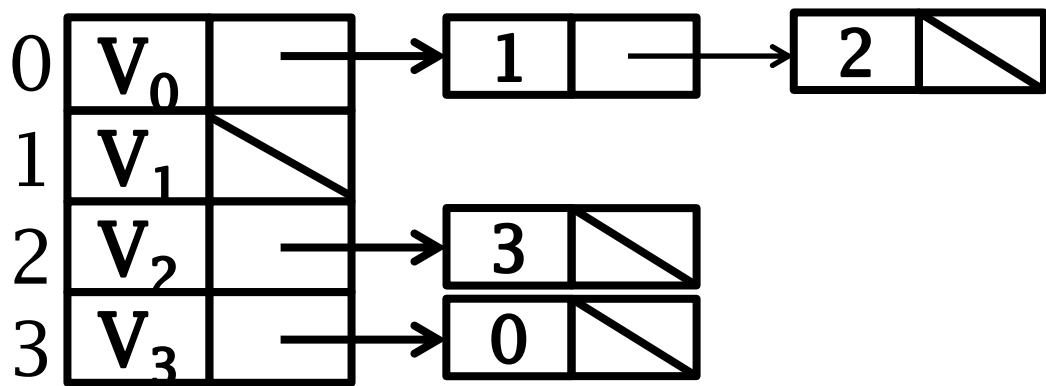
带权图的邻接表表示



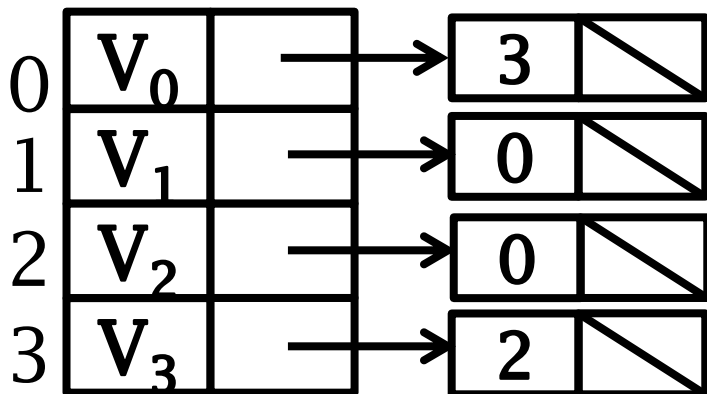
7.3 图的存储结构



有向图的邻接表（出边表）



有向图的逆邻接表（入边表）



图的邻接表空间代价

- n 个顶点 e 条边的无向图
 - 需用 $(n + 2e)$ 个存储单元
- n 个顶点 e 条边的有向图
 - 需用 $(n + e)$ 个存储单元
- 当边数 e 很小时，可以节省大量的存储空间
- 边表中表目顺序往往按照顶点编号从小到大排列

7.3 图的存储结构

十字链表

- **十字链表 (Orthogonal List)** 可以看成是邻接表和逆邻接表的结合
- 对应于有向图的每一条弧有一个表目，共有5个域：
 - 头 headvex、尾 tailvex、下一条共尾弧 tailnextarc；下一条共头弧 headnextarc；弧权值等 info 域
- 顶点表目由3个域组成：data 域；firstinarc 第一条以该顶点为终点的弧；firstoutarc 第一条以该顶点为始点的弧

data	firstinarc
	firstoutarc

顶点结点

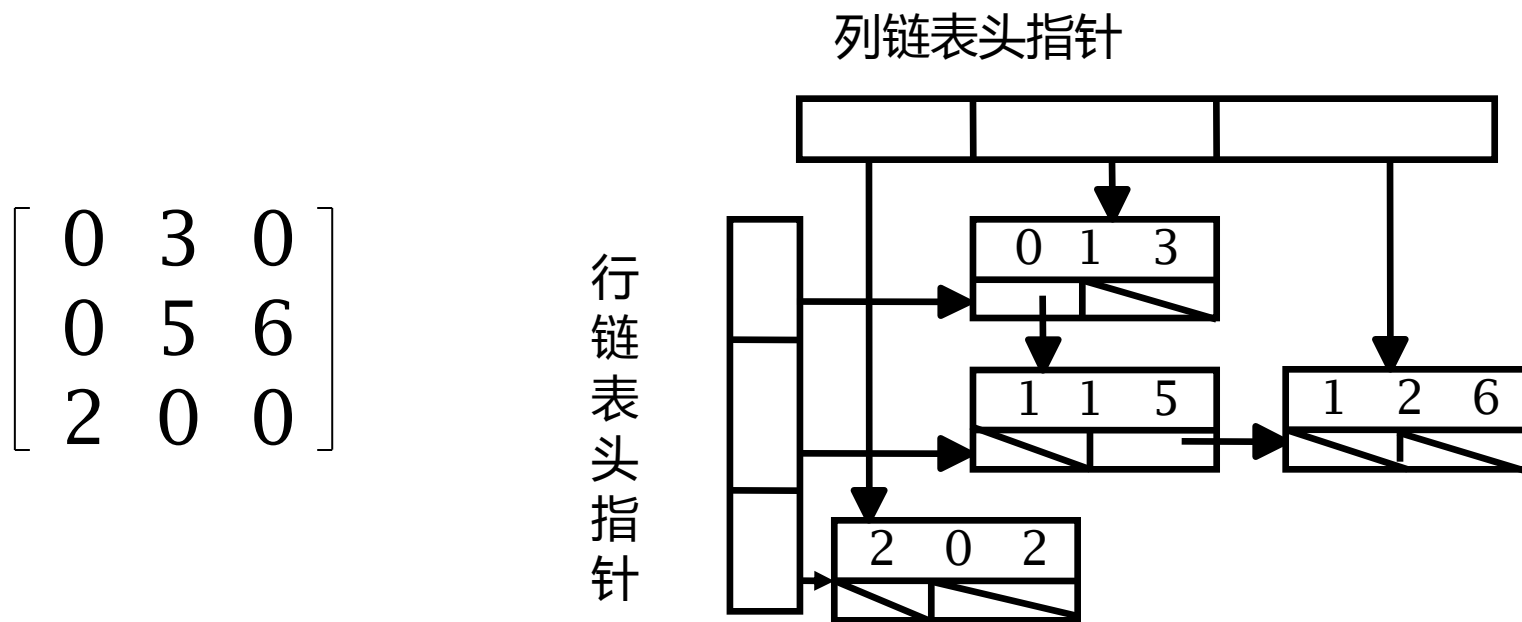
tailvex	tailnextarc	headvex	headnextarc	info
---------	-------------	---------	-------------	------

弧(有向边)结点

7.3 图的存储结构

稀疏矩阵的十字链表

- 十字链表有两组链表组成
 - 行和列的指针序列
 - 每个结点都包含两个指针：同一行的后继，同一列的后继



7.3 图的存储结构

数独 Sudoku

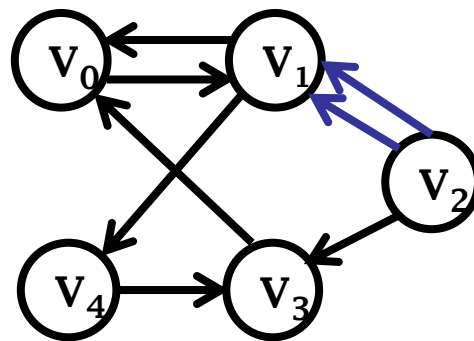
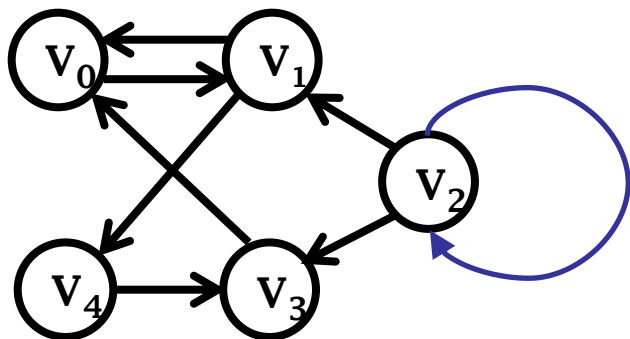
- $n \times n$ 个 $n \times n$ 的子矩阵拼接而成
 - 每行、每列的数字不重复
 - 每个子矩阵中的数字不重复

5						3		
	9		5			4		
		4				7		
	5	1		3	7	2	8	9
3		2		8		6		4
		8		5	2	1	3	7
	3	5				9		
6		9				8	2	3
	8			2	3			6

			14	13		6		1			9		5		8
			7			11	5		10	16		1			
			1			8	7		3				6		12
3	11	10	9		14				6					2	
			2	1		3		5					4		15
5	12					2	11			1	8		16		
		16	15				4		12			10		14	9
			10	15	12				2	13					11
4					6	12				7	2	16			
16	3		12			5		8					2	15	
		15		9	4			16						1	13
2		6					16		15		1	8			
	7				16					8		5	10	12	3
10		4				1		9	13			6			
			8		15	4		7	5			14			
15		1		10			8		6		16	7			

思考

- 对于以下两种扩展的复杂图结构，存储结构应做怎样的改变？





数据结构与算法

谢谢聆听

国家精品课“数据结构与算法”

<http://www.jpk.pku.edu.cn/pkujpk/course/sjjg/>

张铭，王腾蛟，赵海燕

高等教育出版社，2008.6。“十一五”国家级规划教材