



数据结构与算法(五)

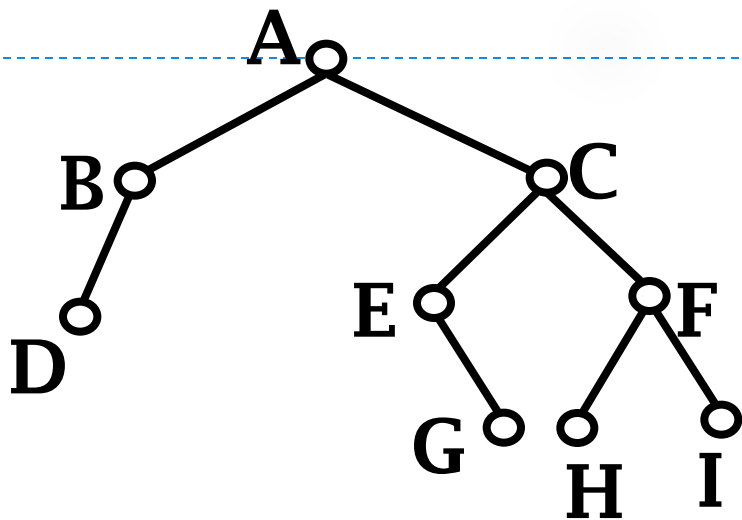
张铭 主讲

采用教材：张铭，王腾蛟，赵海燕 编写
高等教育出版社，2008. 6（“十一五”国家级规划教材）



第五章 二叉树

- 二叉树的概念
- 二叉树的抽象数据类型
 - 深度优先搜索
 - 宽度优先搜索
- 二叉树的存储结构
- 二叉搜索树
- 堆与优先队列
- Huffman树及其应用

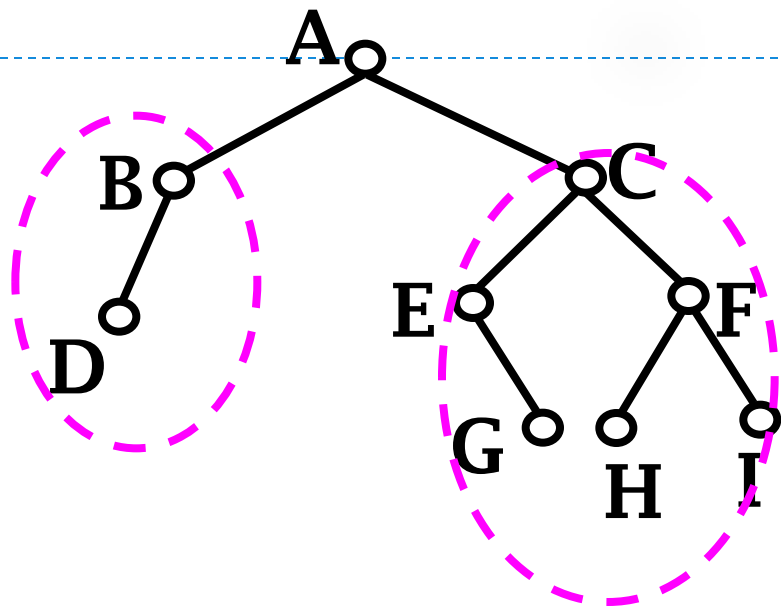


5.1 二叉树的概念

二叉树的概念

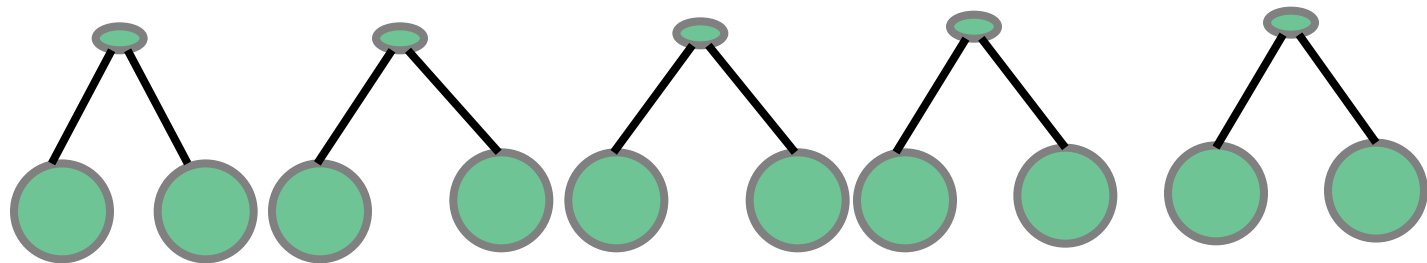
• 二叉树的定义

- 二叉树 (binary tree) 由**结点的有限集合**构成
- 这个有限集合或者为**空集** (empty)
- 或者为由一个**根结点** (root) 及两棵互不相交、分别称作这个根的**左子树** (left subtree) 和**右子树** (right subtree) 的二叉树组成的集合



二叉树的五种基本形态

- 二叉树可以是空集合，因此根可以有空的左子树或右子树，或者左右子树皆为空



(a)空

(b)独根

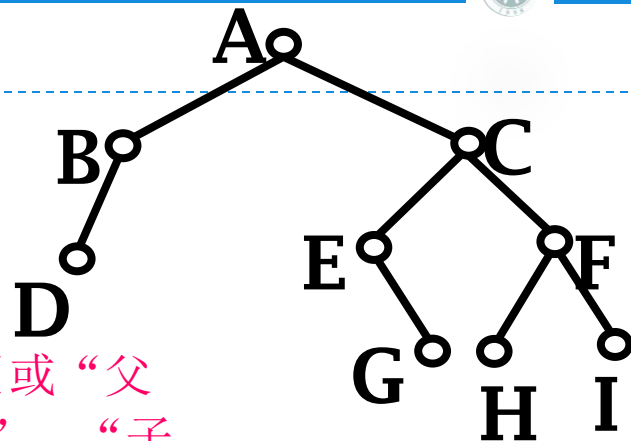
(c)空右

(d)空左

(e)左右都不空

5.1 二叉树的概念

二叉树相关术语



· 结点

- 子结点、父结点、最左子结点

- 若 $\langle k, k' \rangle \in r$, 则称 k 是 k' 的父结点 (或“父母”), 而 k' 则是 k 的子结点 (或“儿子”、“子女”)

- 兄弟结点、左兄弟、右兄弟

- 若有序对 $\langle k, k' \rangle$ 及 $\langle k, k'' \rangle \in r$, 则称 k' 和 k'' 互为兄弟

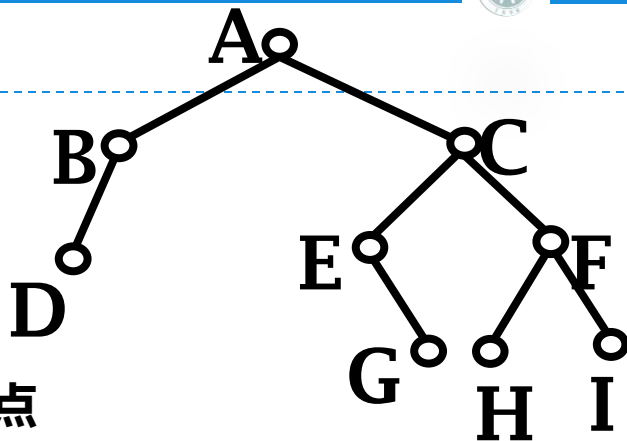
- 分支结点、叶结点

- 没有子树的结点称作叶结点 (或树叶、终端结点)
- 非终端结点称为分支结点

5.1 二叉树的概念

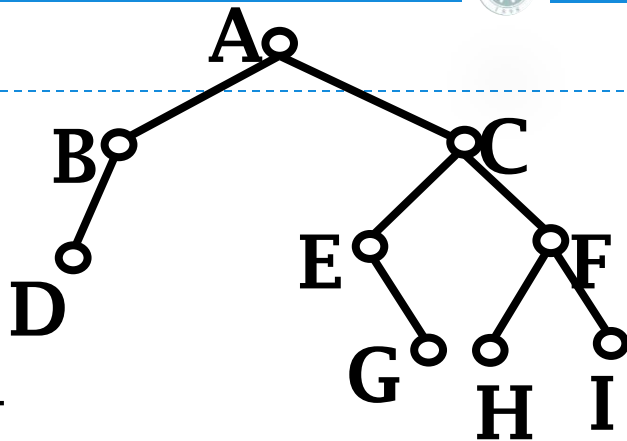
二叉树相关术语

- **边**：两个结点的有序对，称作 **边**
- **路径、路径长度**
 - 除结点 k_0 外的任何结点 $k \in K$ ，都存在一个结点序列 k_0, k_1, \dots, k_s ，使得 k_0 就是树根，且 $k_s = k$ ，其中有序对 $\langle k_{i-1}, k_i \rangle \in r$ ($1 \leq i \leq s$)。这样的结点序列称为从根到结点 k 的一条路径，其路径长度为 s (包含的边数)
- **祖先、后代**
 - 若有一条由 k 到达 k_s 的路径，则称 k 是 k_s 的 **祖先**， k_s 是 k 的 **子孙**



5.1 二叉树的概念

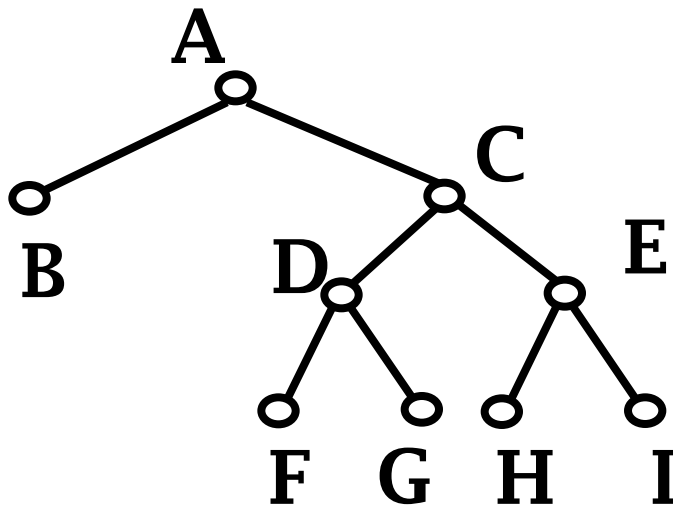
二叉树相关术语



- **层数**：根为第 0 层
 - 其他结点的层数等于其父结点的层数加 1
- **深度**：层数最大的叶结点的层数
- **高度**：层数最大的叶结点的层数加 1

满二叉树

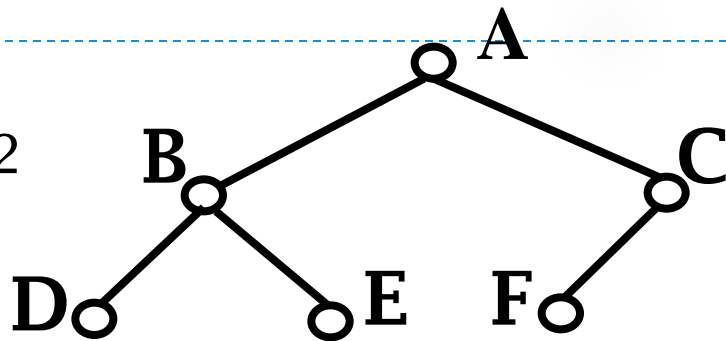
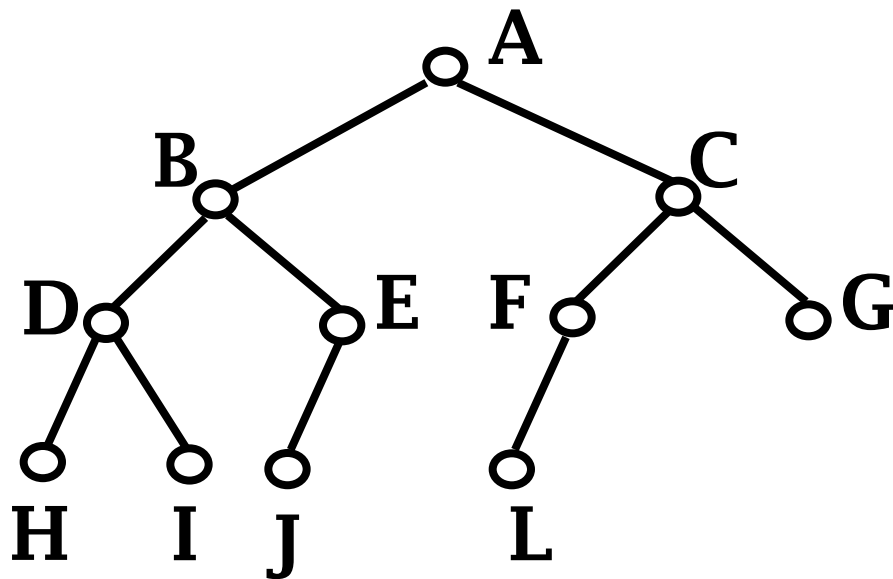
- 如果一棵二叉树的 **任何** 结点，或者是树叶，或者恰有两棵非空子树，则此二叉树称作 **满二叉树**



5.1 二叉树的概念

完全二叉树

- 最多只有最下面的两层结点度数可以小于2
- 最下一层的结点都集中在最左边

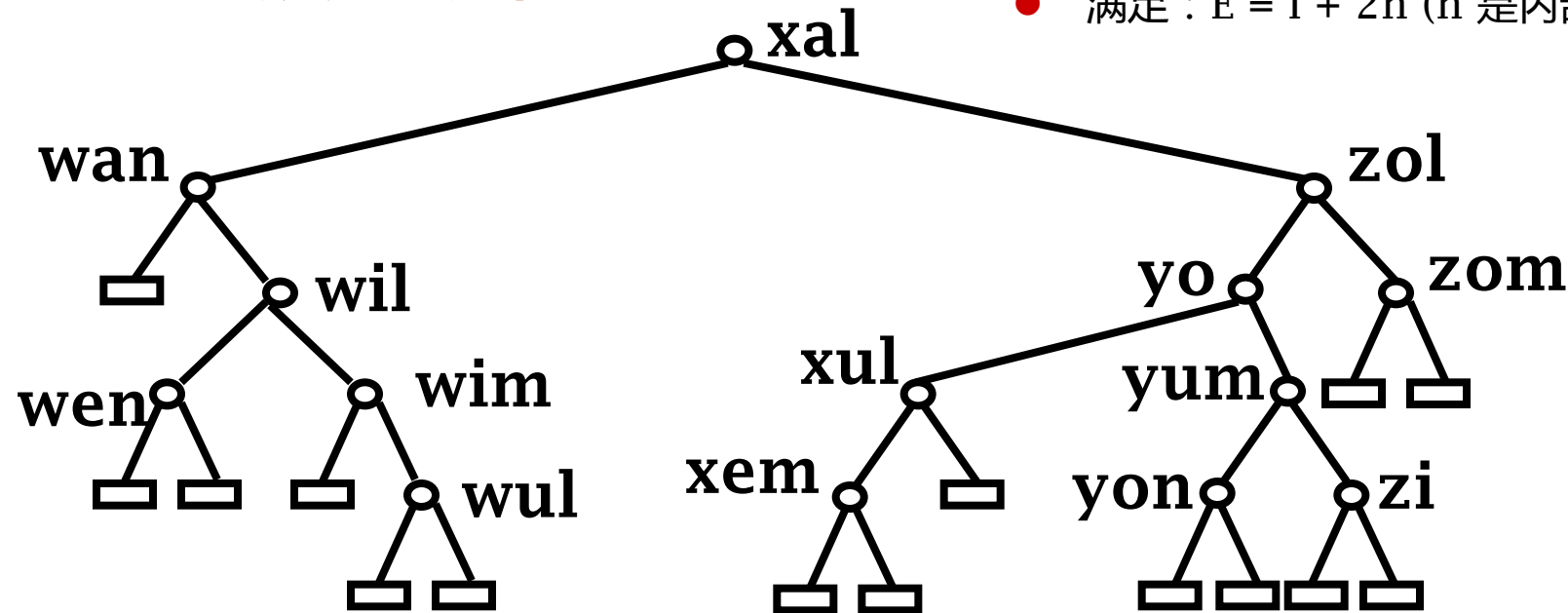




5.1 二叉树的概念

- 所有空子树，都增加空树叶
- 外部路径长度 E 和内部路径长度 I
 - 满足： $E = I + 2n$ (n 是内部结点个数)

扩充二叉树





5.1 二叉树的概念

二叉树的主要性质

- 性质1. 在二叉树中, 第 i 层上最多有 2^i 个结点 ($i \geq 0$)
- 性质2. 深度为 k 的二叉树至多有 $2^{k+1}-1$ 个结点 ($k \geq 0$)
其中深度(depth)定义为二叉树中层数最大的叶结点的层数
- 性质3. 一棵二叉树, 若其终端结点数为 n_0 , 度为2的结点数为 n_2 ,
则 $n_0 = n_2 + 1$
- 性质4. **满二叉树定理**: 非空满二叉树树叶数目等于其分支结点数加1
- 性质5. 满二叉树定理推论: 一个非空二叉树的空子树数目等于其结点数加1
- 性质6. 有 n 个结点 ($n > 0$) 的完全二叉树的高度为 $\lceil \log_2 (n+1) \rceil$
(深度为 $\lceil \log_2 (n+1) \rceil - 1$)



5.1 二叉树的概念

思考

- 扩充二叉树和满二叉树的关系
- 二叉树主要六个性质的关系



张铭《数据结构与算法》



数据结构与算法

谢谢聆听

国家精品课 “数据结构与算法”

<http://www.jpk.pku.edu.cn/pkujpk/course/sjig/>

张铭，王腾蛟，赵海燕

高等教育出版社，2008. 6。 “十一五” 国家级规划教材