

El curso de Modelamiento en Astrofísica introduce a las y los estudiantes a algunas técnicas de simulación y modelado utilizadas para estudiar fenómenos astrofísicos. A través de herramientas computacionales y modelos teóricos, los estudiantes aprenderán a analizar y predecir dinámicas de objetos celestes como planetas, estrellas y galaxias, aplicando métodos numéricos y físicos a problemas reales de la astrofísica.

En esta parte del curso, modelaremos el fenómeno de Young Stellar Objects (YSOs) usando un modelo teórico simple y datos observacionales reales. Uno de los objetivos principales es entender el proceso de modelamiento y fiteo de datos reales.

Proyecto de modelamiento: SED fitting

El objetivo de este mini proyecto es construir un modelo simple para la **Distribución Espectral de Energía (SED)** de una estrella con un disco protoplanetario.

Derive la siguiente ecuación para el flujo espectral integrado a una frecuencia dada ν emitido por un disco geoméricamente delgado y describa los diferentes términos en la siguiente ecuación:

$$F_\nu = \frac{\cos i}{d^2} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} B_\nu(T(r)) \left[1 - \exp\left(-\frac{\kappa_\nu \Sigma(r)}{\cos i}\right) \right] 2\pi r dr$$

donde i es la inclinación del disco con respecto a nuestra línea de visión, d es la distancia al objeto, y R_{\min} y R_{\max} son el borde interno y externo del disco. Listar todos los supuestos que debió aplicar para llegar a la ecuación.

Asuma que la opacidad del polvo sigue la forma (según Beckwith et al. 1990, uno de los primeros estudios milimétricos a gran escala de discos protoplanetarios):

$$\kappa_\nu = \kappa_0 \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^\beta$$

donde $\kappa_0 = 10 \text{ cm}^2/\text{g}$ en $\nu_0 = 10^{12} \text{ Hz}$, y $\beta = 1$.

Para este proyecto, vamos a ajustar “al ojo” la SED de una fuente de Clase II. Se puede elegir cualquier fuente/objeto, por ejemplo, alguno de las estrellas T Tauri del proyecto **DSHARP**, o también la estrella **AA Tau**. La fotometría de estas fuentes, desde el óptico hasta longitudes de onda milimétricas, están disponibles en el archivo de texto publicado en la página del curso (AA Tau, Andrews et al. 2013) o desde la página de DSHARP. Por ejemplo, para el caso de AA Tau, los parámetros estelares son:

- $T_{\text{eff}} = 4060 \text{ K}$,
- $L_\star = 0,87 L_\odot$.

Para el objeto seleccionado, buscar el paralaje en el archivo de *GAIA* y así determinar la distancia. La distancia es clave para calcular la SED de la estrella como cuerpo negro.

Para el disco, se puede asumir formas tipo ley de potencia para la densidad superficial y la temperatura:

$$\Sigma(r) = \Sigma_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-1}, \quad T(r) = T_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-q}$$

Es conveniente fijar $r_1 = 1$ au como escala de tamaños. Use un valor de inclinación adecuado, $i = 59^\circ$ (en el caso de AA Tau, Loomis et al. 2017).

Además, la extinción interestelar introduce una atenuación visual de $A_V = 1,4$ mag. Para corregir la SED observada, utilice la ley de extinción óptico-infrarrojo propuesta por Wang & Chen (2019), ecuaciones 9 y 10, o alguna otra ley de extinción medida en la Galaxia (hay muchas!).

Pasos Básicos del Modelamiento / ejercicios

Plotee los datos observados de la SED en un plot νF_ν vs λ . Se recomienda usar ejes con escalas logarítmicas. Use este plot a lo largo de todo el ejercicio para ver cómo se ajusta el modelo a los datos.

1. Modelo inicial (by eye): disco plano + estrella.

Grafique la SED para la estrella y un disco plano con un índice de temperatura $q = 0,75$, como se vio en clases. Realice la integración del flujo del disco entre $R_{\min} = 0,03$ au y $R_{\max} = 100$ au. Ajuste manualmente los parámetros libres Σ_1 y T_1 para que el modelo se aproxime a los datos.

2. Añadir un segundo componente: capa superficial.

Para explicar el exceso de emisión en el infrarrojo medio y lejano (MIR/FIR), agregue un segundo componente según Chiang & Goldreich (1997). Use un índice $q = 3/7$ para el componente interior y defina un término superficial con temperatura:

$$T_{\text{surf}}(r) = T_2 \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-q_2}$$

donde $q_2 = 0,55$ resulta ser un valor adecuado. Mantenga la misma dependencia radial $1/r$ para la densidad superficial, pero con distinta normalización entre el componente interior y superficial. Ajuste los parámetros para obtener una buena correspondencia con los datos.

Pregunta: ¿Cuál es la razón entre las densidades superficiales y entre las temperaturas de los dos componentes del disco?

3. Exploración de parámetros:

Usando el modelo ajustado en el punto anterior, explore los siguientes casos:

- Cambie el índice de opacidad β .
- Varíe los valores de R_{\min} y R_{\max} usados en la integral.

Escriba una frase corta que describa el efecto en cada uno de los tres casos anteriores.

4. Estructura en anillos:

En la imagen ALMA se observa que la mayoría de los discos con subestructuras poseen anillos. Modele de forma muy simple un solo anillo en el disco, eligiendo el radio central y el tamaño del hueco. **Analice y describa qué efecto tiene esta estructura en la SED del sistema.**

5. Optimización de parámetros con MCMC.

Utilizando el modelo desarrollado en los puntos anteriores (incluyendo estrella, disco interior y componente superficial), implemente un método de inferencia estadística para estimar los parámetros principales del modelo: Σ_1 , T_1 , Σ_2 , T_2 , y opcionalmente β , R_{\min} , R_{\max} .

- Defina una función de probabilidad (likelihood function) basada en χ^2 , comparando su modelo con los datos observacionales.
- Use un método de Monte Carlo por Cadenas de Markov (MCMC), por ejemplo con el paquete `emcee` en Python, para explorar el espacio de parámetros.
- Reporte las distribuciones "posterior" de los parámetros, sus valores óptimos y sus incertidumbres, y grafique la SED correspondiente.
- Discuta las degeneraciones entre parámetros y la robustez del ajuste.

Evaluación

La rúbrica de evaluación se basará en asignar 1 pto por cada sección del proyecto de modelado, más un punto base. Notar que el preámbulo (derivar la ecuación 1) se considera como una de las secciones de 1 pto. Por lo tanto, el proyecto cuenta con 6 ptos más el punto base.

Referencias

- Andrews, S. M., Rosenfeld, K. A., Kraus, A. L., & Wilner, D. J. (2013). The Mass Dependence between Protoplanetary Disks and Their Stellar Hosts. *The Astrophysical Journal*, 771(2), 129.
- Beckwith, S. V. W., Sargent, A. I., Chini, R. S., & Guesten, R. (1990). A survey for circumstellar disks around young stellar objects. *The Astronomical Journal*, 99, 924.
- Chiang, E. I., & Goldreich, P. (1997). Spectral Energy Distributions of T Tauri Stars with Passive Circumstellar Disks. *The Astrophysical Journal*, 490(1), 368.
- Loomis, R. A., Öberg, K. I., Andrews, S. M., & MacGregor, M. A. (2017). A Multi-ringed, Modestly Inclined Protoplanetary Disk around AA Tau. *The Astrophysical Journal*, 840(1), 23.
- Wang, S., & Chen, X. (2019). The Optical to Mid-infrared Extinction Law Based on the APOGEE, Gaia DR2, Pan-STARRS1, SDSS, APASS, 2MASS, and WISE Surveys. *The Astrophysical Journal*, 877(2), 116.
- Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., & Goodman, J. (2013). `emcee`: The MCMC Hammer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125(925), 306–312.