$$\frac{1}{2} < \frac{\log(1/r)}{1 - r^2} < \frac{\pi/4}{1 - e^{-\pi/2}} < 1$$
 for $e^{-\pi/4} < r < 1$,