$$|\Sigma_0^{(r)}|_F \le |\Sigma_0|_F \le p \cdot |G|_{HS} + O(1) \le Cp.$$