

$$\begin{aligned}
||\hat{x} - H(\hat{x})||_{A^T R A} &= \lim_{i \rightarrow \infty} ||x^{k_i-1} - H(x^{k_i-1})||_{A^T R A} \\
&\leq \lim_{i \rightarrow \infty} (||x^{k_i-1} - H_{\delta_{k_i}}(x^{k_i-1})||_{A^T R A} + ||H_{\delta_{k_i}}(x^{k_i-1}) - H(x^{k_i-1})||_{A^T R A}) \\
&\leq \lim_{i \rightarrow \infty} (||x^{k_i-1} - x^{k_i}||_{A^T R A} + \sqrt{2\bar{\lambda}\delta_{k_i}}) = 0
\end{aligned}$$