Guía de Ejercicios

1. Suponga $Y_t \sim$ i.i.d N(1,1) para t impar e $Y_t \sim$ i.i.d exp(l) para t par; siendo las Y's independientes entre sí para t par e impar ¿Es Y_t un proceso estrictamente estacionario?

2. Suponga que Y_t es generado por $Y_t = Z + \varepsilon_t$, para todo t=1,2,..., donde ε_t es una secuencia i.i.d. con media cero y varianza σ_ε^2. La variable aleatoria Z no cambia en el tiempo; tiene media cero y varianza σ_Z^2, y no está correlacionada con ε_t

   a) Encuentre el valor esperado y la varianza de Y_t. ¿Depende su respuesta de t?

   b) Encuentre Cov(Y_t,Y_{t-h}) para t y h cualesquiera. ¿Es Y_t un proceso débilmente estacionario?

   c) Utilice las partes a) y b) para determinar Corr(Y_t,Y_{t-h}) para todo t y h.

   d) ¿Es Y_t un proceso débilmente dependiente o asintóticamente no correlacionado, esto es, Corr(Y_t,Y_{t-h})$\rightarrow 0$ a medida que $h \rightarrow \infty$? Explique.

3. $Y_t = \delta_0 + \delta_1 t + u_t \qquad u_t = \alpha u_{t-1} + \varepsilon_t \qquad |\alpha| < 1$, ε_t es ruido blanco.

   a) Demuestre que Y_t se puede expresar como un proceso AR(1) estacionario en torno a una tendencia:
   $$Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 t + \gamma_2 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

   b) Indique qué es γ_i, i=0,1,2, en terminos de los parametros originales del proceso. ¿Qué ventaja tiene esta formulación para la estimación de los parametros vía MCO?

   c) ¿Que sucederia si $\alpha = 1$?

4. Suponga un proceso AR(1) en que Y_t está expresado en desviación con respecto a una tendencia determinística:
   $$Y_t - \mu - \delta t = \phi(Y_{t-1} - \mu - \delta(t-1)) + \varepsilon$$

   a) Demuestre que para $|\phi| < 1$, Y_t se revierte a $(\mu + \delta t)$.

   b) Si $\phi = 1$, Y_t es una caminata aleatoria con deriva.

5. Considere el modelo AR(4) estacional o SAR(4), $Y_t = \gamma_4 Y_{t-4} + \epsilon_t, \quad |\gamma_4| < 1$. Determine la función de autocorrelación simple de Y_t.

6. Considere dos procesos MA(2) uno con $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{6}$ y otro con $\theta_1 = -1, \quad \theta_2 = 6$. ¿Como se comparan las raíces de las ecuaciones características inversas?

7. Explique cómo obtendría un estimador consistente del parametro θ de un proceso MA(1), $Y_t = \epsilon_t - \theta\epsilon_{t-1}$, a partir de la función de autocorrelación simple muestral. ¿Cuál es el rango de valores admisibles del coeficiente de autocorrelación simple, a fin de que $\theta \in \Re$? En general, existirán dos soluciones para θ. ¿Cuál escogería?