

PREDICIENDO EL PRECIO DEL COBRE: ¿MÁS ALLÁ DEL CAMINO ALEATORIO?

EDUARDO ENGEL Y RODRIGO VALDÉS¹

Marzo, 2001

Resumen

En este trabajo se compara la capacidad predictiva de mediano plazo (1 a 5 años) de una variada gama de modelos de series cronológicas para el precio del cobre. El criterio de comparación es el error cuadrático medio de predicciones fuera de muestra. Entre los modelos considerados destacan medias móviles, procesos ARIMA, precios futuros, modelos no lineales ESTAR y modelos de uno, dos y tres factores (estimados mediante el filtro de Kalman) utilizados en finanzas. Se concluye que los dos modelos con mejor capacidad predictiva son el proceso autoregresivo de primer orden y el camino aleatorio. Finalmente se presenta evidencia sugiriendo que los modelos de series cronológicas entregan mejores predicciones de mediano plazo que los modelos econométricos.

Palabras claves: Filtro de Kalman; Modelo ESTAR; Precio del cobre; Predicciones; Procesos ARIMA.

Clasificación JEL: C22, C53.

¹Engel: Centro de Economía Aplicada (CEA), Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile y NBER. Valdés: Ministerio de Hacienda. E-mail: eengel@dii.uchile.cl y rvaldes@minhda.cl. Agradecemos a Gustavo Morales y, especialmente, a Pamela Mellado por su eficiente ayuda. También agradecemos los comentarios de los asistentes al seminario en el Departamento de Ingeniería de Minas de la U. de Chile. Las opiniones aquí expresadas son de los autores y no necesariamente representan aquellas del Ministerio de Hacienda.

1 Introducción

No cabe duda que las fluctuaciones del precio del cobre juegan un rol importante en la economía chilena. Por ejemplo, en años recientes los ingresos fiscales asociados al cobre han oscilado entre un 24% (en 1989) y un 2% (en 1999) de los ingresos totales del fisco, siendo el precio del mineral la variable clave para explicar las fluctuaciones, las cuales en su mayor parte (¿totalidad?) son imposibles de predecir². Las Figuras 1.1 y 1.2 muestran series anuales y trimestrales del logaritmos del precio spot promedio del cobre en el Bolsa de Metales de Londres (deflactado por el IPM de los EE.UU.).

Llevar a cabo la política fiscal con ingresos que presentan fluctuaciones impredecibles de esta magnitud representa un desafío mayor, por lo cual contar con modelos que mejoren las proyecciones del precio del cobre es sumamente atractivo. Por ejemplo, el diseño adecuado de un fondo de estabilización del cobre o la decisión de si conviene ajustarse o financiar un shock adverso de términos de intercambio dependerá de la calidad de las predicciones futuras del precio del metal³. Mientras más permanente sea el cambio en el precio del cobre, más convendrá que la economía reduzca sus niveles de gasto. En cambio, frente a un shock transitorio de corta duración, lo conveniente puede ser endeudarse para evitar reducir los niveles de gasto, a la espera de que el precio del cobre se recupere.

El efecto del cobre sobre la economía chilena va mas allá de los ingresos fiscales. En efecto, los sectores productivos no mineros muestran una considerable sensibilidad al precio del cobre, por lo que su evolución también afecta los ingresos fiscales no asociados directamente al cobre. Por ejemplo, un aumento de 10% en el precio internacional del cobre produce una desviación positiva del PIB efectivo no minero respecto de su tendencia en aproximadamente 0.5%⁴. Nuevamente es posible argumentar que mejores predicciones pueden contribuir a reducir las consecuencias de este “efecto multiplicador” sobre el resto de la economía.

La evidencia anterior motiva evaluar diversas metodologías disponibles para predecir el precio del cobre, lo cual constituye el tema central de este trabajo. Nos centramos en proyecciones de mediano plazo (uno a cinco años) utilizando metodologías de series cronológicas. Los modelos

²Estos porcentajes corresponden a los ingresos totales percibidos por el Fisco incluyendo el financiamiento para las FF.AA. establecido en la Ley Reservada del Cobre (Ley 13.196) y los depósitos en el Fondo de Estabilización del Cobre. Si se comparan con los ingresos tributarios, los ingresos del cobre han representado entre 46% y 2% de aquéllos.

³Para una crítica del Fondo de Estabilización del Cobre que existe en Chile desde 1986, basado en que no toma en cuenta adecuadamente la predictibilidad del precio del metal rojo, véase Basch y Engel (1993).

⁴Entre los canales posibles que explican este efecto se encuentra los encadenamientos de la base productiva, el impulso fiscal y el relajamiento de las restricciones externas. Véase Drexler, Engel y Valdés (2000) para los detalles de cómo se estimó la magnitud de este efecto.

considerados incluyen medias móviles, procesos ARIMA, precios del mercado de futuros, el modelo no lineal ESTAR y los modelos de uno, dos y tres factores utilizados en finanzas (y estimados mediante el filtro de Kalman). Las comparaciones se realizan evaluando las proyecciones *fuera de muestra*, consideración clave para evitar problemas de “sobreajuste” presentes en buena parte de la literatura, sobre todo en aquella de modelos econométricos. No consideramos modelos estructurales tanto porque frecuentemente no es posible replicar sus predicciones fuera de muestra como porque su capacidad predictiva de corto y mediano plazo en general es peor que aquella de series cronológicas (véase Warr, 1986; Powell, 1990; y la sección 3 de este estudio).

La principal conclusión del trabajo es que los dos modelos con mejor capacidad predictiva son el proceso autoregresivo de primer orden y el camino aleatorio. También se presenta evidencia sugiriendo que los modelos de series cronológicas entregan mejores predicciones de mediano plazo que los modelos econométricos.

El resto del trabajo se organiza como sigue. La sección 2 presenta un breve resumen de la literatura sobre predicciones del precio del cobre basadas en series cronológicas. En la sección 3 se compara la capacidad predictiva de modelos econométricos con aquella del más simple de los modelos de serie cronológica: el camino aleatorio. La sección 4 aplica una batería de tests desarrollados en décadas recientes para determinar hasta qué punto los precios del cobre siguen un camino aleatorio. La sección 5 compara la calidad de las predicciones del precio del cobre para una veintena de modelos. La sección 6 concluye.

2 Literatura previa

En esta sección presentamos una breve revisión de la literatura reciente sobre proyecciones del precio del cobre basadas en modelos de series de tiempo. En esta y las siguientes secciones la variable que se modela siempre es el *logaritmo* del precio del cobre deflactado por el Índice de Precios al por Mayor de EE.UU. Con objeto de evitar recargar la presentación, cada vez que hablemos del “precio del cobre” en realidad estaremos haciendo referencias al logaritmo del precio real correspondiente.

El modelo benchmark para predecir el precio del cobre en horizontes de mediano plazo (uno a cinco años) es el camino aleatorio, ya sea sin o con drift. Denotando por p_t el precio del cobre tenemos que este modelo postula:

$$p_t = g + p_{t-1} + e_t,$$

donde g es el drift del proceso y los e_t son i.i.d., normales, con media nula, independientes de

realizaciones pasadas de p_t .

Para un camino aleatorio, la mejor predicción del precio del cobre el próximo período es el precio spot corriente (sumado al drift). Más aún, cada shock a los precios (los e_t) es permanente, en el sentido que afecta uno-a-uno los valores esperados del precio del cobre en todos los períodos futuros.

La intuición tras postular este simple proceso para el precio del cobre viene de considerar el cobre como un activo. En tal caso, el arbitraje lleva a que no existan cambios predecibles en el precio del cobre, pues la existencia de tales cambios significaría una oportunidad para obtener utilidades potencialmente ilimitadas. La existencia de un drift positivo refleja el costo de oportunidad de mantener el activo⁵.

Sin embargo, la idea que el precio del cobre sigue un camino aleatorio contradice la presunción de que la producción del cobre y sus sustitutos debiera crecer con precios altos del cobre. Al mismo tiempo, las minas de cobre menos rentables debieran cerrar cuando el precio del cobre cae por debajo de sus costos marginales. Por contraste, cuando el precio del cobre sigue un camino aleatorio, puede crecer sin cota o acercarse arbitrariamente a cero⁶. A pesar de esta noción, no es fácil rechazar la hipótesis de camino aleatorio. Los investigadores ya sea han utilizado muestras extremadamente largas para encontrar reversión hacia la media o han debido recurrir a metodologías no habituales, donde por “metodología habitual” entendemos el test de Dickey-Fuller aumentado (ADF) o el test de Phillips-Perron (PP).

Gersovitz y Paxson (1990) muestran que para 10 de los 19 recursos naturales primarios que consideran, incluido entre ellos el cobre, el test de Dickey-Fuller no permite rechazar la hipótesis de que el precio correspondiente sigue un camino aleatorio. Cuddington y Urzúa (1987, 1989) y Deaton (1992) tampoco rechazan un camino aleatorio para el precio del cobre.

La dificultad para rechazar la hipótesis de camino aleatorio ha motivado modelos más sofisticados. Schwartz (1997) presenta estimaciones basadas en el filtro de Kalman y compara formalmente la capacidad predictiva de tres modelos alternativos para los precios futuros y forward del cobre usando datos de alta frecuencia que cubren 11 años. Este autor considera un modelo de un factor en que el precio del cobre sigue un proceso AR(1), un modelo de dos factores con un “convenience yield” estocástico, y un modelo de tres factores que también incluye una tasa de interés estocástica. La metodología de estimación que utiliza considera que el precio spot, el “convenience yield” y la tasa de interés no son observables—por eso la necesidad de usar el filtro de Kalman. Los

⁵Este costo puede ser negativo si los costos de almacenamiento son bajos, la tasa de interés es baja y existen buenas oportunidades de negocios para quienes tienen stock de cobre (es decir, el “convenience yield” es alto).

⁶Más aún, se puede mostrar que, con probabilidad uno, sucederá una de las dos situaciones recién descritas.

resultados que obtiene indican que incluir un segundo factor (el “convenience yield”) mejora significativamente la capacidad predictiva del modelo.

Un camino aleatorio, un AR(1) y los modelos considerados por Schwartz (1997) son todos casos particulares del siguiente modelo:

$$p_t = \alpha_t + \delta_t \text{Tend}_t + \psi_t p_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

donde p_t denota el precio del cobre, α_t , δ_t y ψ_t son parámetros que pueden ser estocásticos, Tend_t es una tendencia temporal y ε_t es un shock (o innovación) estocástico.

Un camino aleatorio con drift supone α_t constante, $\delta_t = 0$, y $\psi_t = 1$ (además de ε ruido blanco). Un proceso AR(1) supone α_t constante, ψ_t constante y menor que uno (en valor absoluto) y, eventualmente, un δ_t positivo.

Schwartz (1997) considera la posibilidad que en su modelo de dos factores ψ_t sigue un proceso estocástico (que eventualmente revierte hacia una media) con innovaciones que pueden estar correlacionadas con aquellas del precio spot corriente. La interpretación económica de este modelo es que el *convenience yield* sigue un proceso estocástico. La intuición de por qué esta variable afecta el precio spot corriente es simple: Si el cobre es un activo, entonces su precio futuro y spot están relacionados a través de la tasa de interés, los costos de almacenamiento y el *convenience yield*. Luego, para un precio spot en el futuro dado, un *convenience yield* más alto incrementará el precio spot corriente.

En la sección 4 usaremos los modelos alternativos recién descritos para evaluar hasta qué punto se puede predecir el precio del cobre.

3 Modelos econométricos versus camino aleatorio⁷

En esta sección se compara el poder predictivo de modelos de series de tiempo y modelos econométricos para los precios de recursos primarios, en particular el cobre. Antes que nada, es importante notar que hay situaciones que los modelos de series de tiempo son inútiles y se deben utilizar modelos econométricos. Este es el caso luego de un cambio estructural significativo en el mercado del recurso natural primario en cuestión. Un ejemplo es la predicción del precio del petróleo inmediatamente después del shock del petróleo en 1973. Como los modelos de series de tiempo explotan la relación entre observaciones pasadas y futuras del precio del cobre, estos modelos no sirven inmediatamente después de un cambio estructural mayor. Justo después del shock del petróleo

⁷Esta sección está basada en Engel (1998).

de 1973, un modelo econométrico que considera el comportamiento de los carteles era la única alternativa para hacer predicciones razonables del precio futuro⁸.

Los modelos econométricos usados en la práctica, frecuentemente incluyen un gran número de ecuaciones. Por ejemplo, la oferta es desagregada a nivel de los principales países exportadores, construyéndose una función de oferta para cada uno de ellos. Cuando un nuevo país exportador entra al mercado, se agrega una nueva función de oferta. Frecuentemente se trabaja con modelos donde el número de ecuaciones envueltas supera la decena. Otro punto a notar es que al aplicar modelos econométricos, es habitual incluir un número no despreciable de variables mudas (“dummies”), con el objeto de incorporar eventos especiales que sucedieron en los países exportadores. Tanto el gran número de ecuaciones como la inclusión un tanto arbitraria de variables mudas dificultan computar la eficiencia de predicciones fuera de muestra de modelos econométricos. Por eso, el enfoque alternativo para evaluar estos modelos es comparar predicciones que fueron publicadas en su oportunidad con los valores efectivos del precio en cuestión. De esta manera se asegura que las predicciones fueron hechas fuera de muestra.

Hay un gran número de modelos de predicción econométrica para los precios de recursos naturales primarios, en particular del cobre. Muchas tesis de doctorado en economía han sido escritas para construir un nuevo modelo econométrico de algún commodity particular. Como en general no es fácil encontrar predicciones públicas de estos modelos, nos contentaremos con evaluar aquellas realizadas por la División de Mercados de Commodities (Commodities and Exports Projection Division) del Banco Mundial, durante las décadas de los 70 y 80. Esta división se cerró a fines de los ochenta.

El Cuadro 3.1, obtenido en base a información en Warr (1986) y Powell (1990), muestra las predicciones un año hacia adelante hechas por el Banco Mundial para los precios de cuatro commodities: cocoa, café, cobre, y azúcar. También incluye las predicciones basadas en el modelo (trivial) de camino aleatorio. La última columna muestra el precio que eventualmente se observó un año después de realizada la predicción. Los errores de predicción pueden ser computados comparando las predicciones con los precios efectivos.

Para cada uno de los bienes considerados, un camino aleatorio provee una mejor predicción que el modelo econométrico correspondiente. El camino aleatorio tiene un mejor desempeño 11 de las 17 veces. Esto es bastante notable, dado que es muy fácil hacer predicciones con un camino aleatorio (y muy difícil hacerlas con los modelos econométricos usados en la práctica)⁹.

⁸Obviamente, cuando ha transcurrido suficiente tiempo desde el cambio estructural, se puede volver a usar un modelo de series de tiempo. Quienes estén familiarizados con la literatura macroeconómica de las últimas décadas notarán que subyacente a esta disgresión está la “crítica de Lucas” (Lucas, 1976).

⁹Es interesante notar que al hacer predicciones para varios años en el futuro se tiene que ambos enfoques tienen un

La conclusión que obtiene Powell (pág. 29) luego de mostrar esta información habla por sí sola:

Nuestro propósito en este trabajo no es criticar estas proyecciones, sino más bien, la conclusión que debiera extraerse es que los precios de commodities, en un sentido importante, son impredecibles.

La pregunta que surge entonces es por qué son tan populares los modelos econométricos a la hora de hacer predicciones¹⁰. Una respuesta posible es que su eficiencia se mide usando predicciones al interior de la muestra, lo cual suele dar errores de predicción sustancialmente menores que los obtenidos con predicciones fuera de muestra. Debido al gran número de ecuaciones y variables mudas que utilizan, las posibilidades de sobreajustar los datos con un modelo econométrico son mucho mayores que con un modelo de series cronológicas. Luego, si se compara la capacidad predictiva de los modelos en base a predicciones dentro de muestra, se sesga la comparación en favor de los modelos econométricos.

4 Revisitando la hipótesis de camino aleatorio

Un tema central a resolver es hasta qué punto es posible predecir el precio del cobre. En un extremo está la posibilidad de que siga un camino aleatorio. En tal caso, la mejor predicción de precios futuros será el valor presente, creciendo la varianza de esta predicción linealmente con el horizonte de predicción. En el extremo opuesto está la posibilidad de que el precio del cobre siga un proceso estacionario, en cuyo caso es posible realizar predicciones cuyo margen de error crece a una tasa más lenta que la lineal con el horizonte de predicción.

Con objeto de evaluar si es posible hacer predicciones no triviales del precio del cobre—donde por “predicción trivial” entendemos aquella asociada a un camino aleatorio—a continuación presentamos los resultados de tres tipos de tests: ADF y PP standard, razón de varianzas y ajuste no lineal. Trabajamos tanto con una serie anual para el período 1908–1999 y una serie trimestral para el período 1963:I–2000:III. Al igual que en la sección anterior, la variable en cuestión es el logaritmo del precio real del cobre de la Bolsa de Metales de Londres (deflactados por el IPM de los Estados Unidos).

desempeño muy pobre, siendo mejor la predicción del modelo econométrico.

¹⁰Esto es cierto para series trimestrales o anuales; no se aplican modelos econométricos para explicar series diarias o semanales.

4.1 Tests ADF y PP

Los procedimientos standard para evaluar si una serie cronológica sigue un proceso estacionario son los tests de Dickey-Fuller Aumentado (acrónimo en inglés: ADF) y Phillips-Perron (PP). Intuitivamente, estos tests miden la intensidad con que los datos tienden a revertir hacia su tendencia luego de sufrir un shock. Si esta intensidad es *baja*, se concluye que el proceso no es estacionario (es decir, que no existe reversión hacia la media). La hipótesis nula de dichos tests es que el proceso tiene una raíz unitaria (es $I(1)$) mientras que la alternativa es que sigue un proceso estacionario.

El Cuadro 4.1 presenta los resultados para tres muestras distintas, tanto con datos anuales (1908–1999, 1935–1999 y 1960–1999) como con datos trimestrales (1963.I–2000.III, 1975.I–2000.III y 1987.I–2000.III). Además se considera dos especificaciones: con y sin tendencia. Los tests no permiten rechazar la hipótesis nula de que el precio del cobre sigue un camino aleatorio: sólo 1 de 24 tests presentan valores significativos al 10%. Sin embargo, si tenemos en cuenta que es bien sabido que la potencia de estos tests es baja (véase Froot y Rogoff, 1994), no es correcto interpretar estos resultados como evidencia favorable a la hipótesis de camino aleatorio¹¹.

4.2 Test de Razón de Varianzas

El segundo tipo de test que consideramos para evaluar si el precio del cobre sigue un proceso no estacionario es el Test de Razones de Varianzas (RV). Este test se basa en que la desviación standard de los errores de predicción crece linealmente con el horizonte de predicción en caso que el proceso sea no estacionario. Más aún, este test también entrega una medida de la importancia relativa de las componentes transitorias y permanentes de los shocks.

En particular, el test RV calcula el estadístico $J(s)$, $s = 1, 2, \dots, S$ con las siguientes propiedades (véase Hamilton, 1994, para detalles). A medida que crece el tamaño de la muestra y s , la razón $J(s)/s$ debiera converger a cero si el proceso verdadero es estacionario. Si no converge a cero el proceso no es estacionario. Más aún, el valor límite al cual converge $J(s)$ constituye la desviación standard de los errores de las predicciones de largo plazo. Estas propiedades se verifican en tanto el tamaño muestral sea grande y s sea considerablemente menor que dicho tamaño.

Una limitación importante de este test es que las muestras que consideramos no son muy grandes comparadas con s . Para evaluar cómo esta limitación puede afectar los resultados, las figuras también presentan resultados de simulaciones de Montecarlo considerando muestras del mismo tamaño que aquellas con que se evaluó el test, para diversos procesos: camino aleatorio

¹¹En cambio, si hubiésemos rechazado de manera clara la hipótesis nula, entonces tendríamos evidencia a favor de que el precio del cobre sigue un proceso estacionario.

AR(1) y AR(3). Estas simulaciones están basadas en 1000 réplicas del proceso en cuestión, con parámetros estimados a partir de los datos suponiendo innovaciones normales.

La línea sólida de la Figura 4.1 presenta resultados de tests RV para el precio del cobre usando la muestra completa (1908–1999). Está claro que el estadístico $J(s)/s$ calculado a partir de los datos cae a cero más rápido que para un camino aleatorio, sugiriendo que el proceso de precios es estacionario. Esto se ve confirmado al comparar con el estadístico $J(s)/s$ que resulta para un proceso AR(1) (línea a trazos), el cual resulta ser similar al de la serie observada. Las restantes dos curvas corresponden a las obtenidas para el estadístico RV para un camino aleatorio (xxx) y un AR(3) (+++). Lo anterior da evidencia a favor de que el precio del cobre sigue un proceso autoregresivo de primer orden.

Los resultados de estos experimentos indican que tamaños de muestra pequeños afectan la performance del test. El estadístico $J(s)/s$ de un camino aleatorio cae monótonicamente en lugar de converger a un valor. Al mismo tiempo, para un proceso AR(1) este estadístico tampoco converge a una constante positiva. Sin embargo, estos resultados no alteran nuestra interpretación general del proceso. Porque el estadístico cae más rápido que para un camino aleatorio, concluimos que los shocks no tienen efecto puramente permanente. Y porque su comportamiento es sorprendentemente similar a aquel de un AR(1), concluimos que este proceso es un serio candidato para modelar el precio del cobre.

4.3 Ajuste no lineal

Es posible encontrar evidencia de no-estacionariedad aún cuando el proceso verdadero es estacionario si existen no linealidades en el proceso de ajuste. Podría ser el caso, por ejemplo, que el precio del cobre sigue un camino aleatorio dentro de cierto rango. Sin embargo, fuera de este rango, pueden existir fuerzas que atraen al precio en dirección de su tendencia. La intuición de que los precios no pueden permanecer indefinidamente por debajo de los costos marginales y sobre cierto umbral que hace atractivo utilizar sólo sustitutos del cobre es consistente con esta interpretación.

Lo anterior motiva visualizar el precio del cobre como la suma de dos procesos, cuya importancia relativa depende de la diferencia entre sus precios corrientes y de tendencia. Los precios siguen un proceso con raíz unitaria (o eventualmente un proceso explosivo) para desviaciones pequeñas de una tendencia estacionaria, pero el proceso revierte hacia la media para desviaciones mayores. Esto sucederá, por ejemplo, con los modelos exponenciales y logísticos autoregresivos de transición suave (acrónimo en inglés: ESTAR y LSTAR). En este caso se supone que las fuerzas que revierten a la media aparecen gradualmente a medida que el precio del cobre se desvía de su valor

de equilibrio de largo plazo¹². En cambio, los modelos de umbrales autoregresivos (acrónimo en inglés: TAR) constituyen una familia de modelos donde la transición de raíz unitaria a reversión hacia la media ocurre repentinamente, cuando el precio traspasa cierto umbral.

Para testear la hipótesis de linealidad de los precios del cobre seguimos el procedimiento descrito en Michael et al. (1997). En particular, testeamos la hipótesis nula de linealidad versus un modelo de transición suave usando Mínimos Cuadrados Ordinarios para estimar el modelo:

$$p_t = \beta_{00} + \sum_{j=1}^k (\beta_{0j}p_{t-j} + \beta_{1j}p_{t-j}p_{t-d} + \beta_{2j}p_{t-j}p_{t-d}^2) + \varepsilon_t$$

para valores alternativos de d . La hipótesis nula es $\beta_{1j} = \beta_{2j} = 0$ ($j = 1, \dots, k$). Se rechaza el ajuste lineal si para algún valor de d el p-value de este test está por debajo de cierto umbral.

El Cuadro 4.2 presenta los p-values obtenidos testeando la hipótesis nula de linealidad del logaritmo del precio real del cobre utilizando distintas muestras y tres valores alternativos de d . También muestra el valor de k , el número de rezagos requeridos para tener innovaciones que son ruido blanco en cada caso. Estos resultados muestran que la hipótesis de linealidad es rechazada para dos de las tres muestras, tanto en el caso de datos trimestrales como anuales. Lo anterior sugiere que modelos no lineales LSTAR son serios candidatos para el precio del cobre. Sin embargo, la prueba de fuego será cuando evaluemos si estos modelos entregan mejores predicciones fuera de muestra que los modelos lineales.

5 Evaluación de modelos alternativos

La utilidad de un modelo de predicción debe ser evaluada fuera de muestra. En último término es la capacidad de predecir valores futuros la que debiera discriminar entre modelos alternativos. En esta subsección evaluamos las predicciones fuera de muestra de una veintena de modelos.

El Cuadro 5.1 presenta las raíces del error cuadrático medio (REMC) de predicciones a 1, 2, 3 4 y 5 años para una muestra rodante de 35 años. La primera predicción se realiza en base al modelo estimado con datos para el período 1935–1969, la última con el período 1964–1998. Luego el número de predicciones fuera de muestra considerados varía desde 30 (para un horizonte de 1 año) hasta 26 (horizonte de 5 años).

Los primeros 10 modelos considerados en dicho cuadro son los siguientes:

¹²Véase Michael et al. (1997) para una aplicación al ajuste no lineal del tipo de cambio real hacia los valores de PPC.

1. Camino aleatorio sin drift.
2. Camino aleatorio con drift.
3. Promedio de los últimos 5 años.
4. Promedio de los últimos 10 años.
5. ARIMA(1,1,0).
6. ARIMA(0,1,1).
7. ARIMA(1,1,1).
8. AR(1).
9. AR(2).
10. AR(3).

Los modelos 1 y 2 capturan el caso en que no hay predicciones no triviales de precios futuros del cobre. Los modelos 3 y 4 corresponden a lo que intuitivamente parecería un predictor atractivo. De hecho, al estimar el precio de tendencia del cobre, para efectos de decidir cuánto gastar/acumular en el Fondo de Estabilización del Cobre, se utiliza el promedio del precio de los últimos 6 años, lo cual es similar al modelo 3.

Los modelos 5, 6 y 7 corresponden a procesos no estacionarios de la familia ARIMA, mientras que 8, 9 y 10 son procesos estacionarios de la misma familia.

Los modelos 11 a 18 consideran un proceso AR(1) con diversas combinaciones de coeficientes estocásticos, la cual es estimada mediante el filtro de Kalman. Los modelos difieren en los supuestos que hacen respecto del proceso que sigue la correlación de primer orden, ψ_t , y en si incluyen o no una tendencia lineal para el proceso de precios, cuyos parámetros también pueden ser estocásticos. Concretamente, y utilizando la notación de (1)¹³:

11. α constante, $\psi = 1$ y δ sigue un camino aleatorio.
12. $\psi = 1$, $\delta = 0$ y α sigue un camino aleatorio.
13. α constante, δ y ψ siguen caminos aleatorios con innovaciones independientes.

¹³Las innovaciones de todos los procesos que siguen los parámetros de (1) son independientes de los ϵ .

14. $\delta = 0$, α y ψ siguen caminos aleatorios con innovaciones independientes.

15. α constante, $\delta = 0$ y ψ sigue un camino aleatorio.

16. α , δ y ψ siguen caminos aleatorios con innovaciones independientes.

17. α constante, $\delta = 0$ y ψ sigue un AR(1).

18. α y δ constantes, ψ sigue un AR(1).

Del Cuadro 5.1 se derivan una serie de conclusiones interesantes. Primero, con un horizonte de predicción de un año, el mejor modelo de los considerados es el camino aleatorio sin tendencia. Cabe notar, eso sí, que hay varios modelos que tienen una RECM que es sólo levemente superior a aquella del camino aleatorio.

Segundo, cuando se trabaja con horizontes de 2 a 5 años, el modelo con el menor error cuadrático medio es el AR(1). Nuevamente hay modelos que no lo hacen mucho peor, destacando entre ellos el camino aleatorio sin tendencia. Sin embargo, al considerar un horizonte de 5 años la ganancia del AR(1) respecto del camino aleatorio no es nada de despreciable (REMC de 35.0% versus 38.0%).¹⁴

Tercero, la media móvil de cinco años (modelo 3) es cercana al mejor modelo para horizontes de 2 a 4 años, pero significativamente menos precisa para un horizonte de un año (RECM de 26.8 versus 21.1%) y para un horizonte de 5 años (38,1% versus 35,0%). Esta conclusión es interesante, pues indica que la fórmula utilizada para determinar el precio de tendencia del cobre para efectos del FEC podría ser mejorada de manera significativa.

Cuarto, la calidad de las predicciones fuera de muestra de los ocho modelos estimados mediante filtro de Kalman (11 al 18) es peor, a veces mucho peor, que aquella de modelos mucho más simples, como el AR(1) o camino aleatorio.

Es natural también considerar los precios del mercado de futuros del cobre como una estimación del precio correspondiente. Con objeto de evaluar la calidad de estas proyecciones, se consideraron los precios de futuros a 15 y 27 meses, comparándolos con las proyecciones a uno y dos años, respectivamente, obtenidas con los mejores modelos del Cuadro 5.1¹⁵. Como los datos de futuros disponibles cubren un período mucho más breve, se volvieron a estimar los errores de predicción fuera de muestra y el ECM correspondiente.

¹⁴En la literatura de predicción, una reducción de la REMC de un 10% es considerada un éxito. Por ejemplo, esta es la reducción promedio obtenida para las series consideradas en el clásico texto de Box y Jenkins (1976) respecto de un modelo alternativo “trivial” (recta o camino aleatorio).

¹⁵Estos plazos, 15 y 27 meses, corresponden a los contratos con fecha de maduración más cercana a uno y dos años. Fuente: Fondo Monetario Internacional.

El Cuadro 5.2 resume los resultados obtenidos. Es clarísimo, y un tanto sorprendente, que una predicción basada en un AR(1) o un camino aleatorio sea tanto mejor que el precio del mercado de futuros. Nótese, también, que en el caso de este cuadro el camino aleatorio entega las mejores predicciones a un año plazo; en cambio, para un horizonte de dos años la mejor predicción viene dada por el promedio de los últimos cinco años¹⁶.

Finalmente consideramos predicciones fuera de muestra del modelo no lineal ESTAR. No fue posible implementar proyecciones rodantes, ya que la estimación no lineal correspondiente no siempre converge. Por este motivo se estimó el modelo en dos momentos del tiempo y se usó el modelo estimado para hacer todas las proyecciones fuera de muestra en años posteriores. El Cuadro 5.3 presenta los resultados obtenidos al reestimar los modelos alternativos relevantes con esta metodología para hacer comparables las distintas proyecciones. De este cuadro se concluye que predicciones basadas en el modelos no lineal ESTAR son considerablemente menos precisas que aquellas basadas en un AR(1) o camino aleatorio.

6 Conclusión

Este trabajo ha mostrado que una caracterización simple del precio del cobre basada en series cronológicas entrega mejores resultados que caracterizaciones más complejas. Los ejercicios realizados de proyección fuera de muestra indican que el supuesto de camino aleatorio es uno difícil de vencer, al menos para proyecciones a un año plazo. Asimismo, un simple modelo AR(1) parece ser el más adecuado para las proyecciones con horizontes de 2 a 5 años.

¹⁶Los datos disponibles de precios futuros muestran un quiebre relevante en julio de 1993. Si se utilizan sólo los datos posteriores a esta fecha las conclusiones no cambian, aunque los RECM de las predicciones basadas en precios futuros disminuyen considerablemente.

Referencias

- [1] Basch, Miguel y Eduardo Engel. “Temporary Shocks and Stabilization Mechanisms: The Chilean Case,” Capítulo 2 en E. Engel y P. Meller, editores, *External Shocks and Stabilization Mechanisms*, Washington, D.C.: Inter-American Development Bank and Johns Hopkins University Press, 1993.
- [2] Box, George E.P. y Gwilym M. Jenkins. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, San Francisco: Holden Day, 1976.
- [3] Cuddington, John T., y Carlos M. Urzúa, “Trends and Cycles in Primary Commodity Prices”, Washington D.C.: Georgetown University, 1987.
- [4] Cuddington, John T., y Carlos M. Urzúa, “Trends and cycles in the net barter terms of trade: a new approach”, *Economic Journal*, **99**, 426–42, 1989.
- [5] Deaton, Angus. “Commodity Prices, Stabilization, and Growth in Africa”, Discussion Paper No. 166, Woodrow Wilson School, Princeton University, Diciembre 1992.
- [6] Drexler, Alejandro, Eduardo Engel y Rodrigo Valdés. “El cobre y la estrategia fiscal óptima para Chile”, mimeo, 2000.
- [7] Engel, Eduardo. *Prediciendo los precios de commodities*. Apunte docente. Departamento de Ingeniería Industrial, U. de Chile. 1998.
- [8] Froot, Kenneth y Kenneth Rogoff. “Perspectives on PPP and Long Run Exchange Rates”, NBER Working Paper No. 4952, Diciembre 1994.
- [9] Gersovitz, Mark, y Christina H. Paxson, *The economics of Africa and the prices of their exports*, Princeton Studies in International Finance, No. 68. Princeton, N.J.: Princeton University. 1990.
- [10] Hamilton, James D. *Time Series Analysis*, Princeton: Princeton University Press, 1994.
- [11] Lucar, Robert E. “Economic Policy Evaluation: A Critique”, *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, **1** 19–46, 1976.
- [12] Michael, Panos, A. Robert Nobay y David Peel. “Transactions Costs and Nonlinear Adjustment in Real Exchange Rates: An Empirical Investigation,” *Journal of Political Economy*, **105** No. 4, 862–879, 1997.
- [13] Powell, Andrew. “The Costs of Commodity Price Uncertainty,” mimeo, Nuffield College, Oxford, 1990.
- [14] Schwartz, Eduardo. “The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging,” *Journal of Finance*, **52** No. 3, 923–973, 1997.

- [15] Warr, Peter G. “Predictive Performance of The World Bank’s Commodity Price Forecasts,” mimeo, *Australian National University*, 1986.

CUADRO 3.1

PREDICCIONES DE MODELOS ECONÓMÉTRICOS VERSUS CAMINO ALEATORIO

Commodity	Año	Econométrico	Camino Aleatorio	Efectivo
Cocoa	1974	110	95	69
	1977	169	189	149
	1980	102	72	72
	1982	58	62	77
Café	1974	100	88	78
	1975	101	78	169
	1976	119	169	266
	1977	185	266	157
	1978	112	157	147
Cobre	1974	108	129	67
	1977	69	65	59
	1980	67	75	60
	1987	42	49	66
	1988	42	68	74
Azúcar	1974	423	404	249
	1975	151	249	140
	1978	103	78	88

Nota: Este cuadro está basado en Warr (1986) y Powell (1990). Indica las predicciones con un año de anticipación por parte de la División de Mercados de Commodities (Commodities and Exports Projection Division) del Banco Mundial y la que se habría obtenido usando el precio promedio del año anterior.

CUADRO 4.1

TESTS ADF Y PP

DATOS ANUALES

	1908–1999	1935–1999	1960–1999
ADF sin tendencia	–2.24	–2.35	–1.36
ADF con tendencia	–2.25	–1.97	–2.33
PP sin tendencia	–2.66	–2.45	–1.60
PP con tendencia	–2.69	–2.19	–2.51

DATOS TRIMESTRALES

	1963.I–2000.III	1975.I–2000.III	1987.I–2000.III
ADF sin tendencia	–1.33	–2.08	–2.58
ADF con tendencia	–2.86	–2.31	–3.06
PP sin tendencia	–1.92	–2.35	–2.16
PP con tendencia	–3.21*	–2.48	–3.17

Nota: *, **, y *** = significativo al 10, 5 y 1%, respectivamente.

CUADRO 4.2

P-VALUES PARA TESTS DE AJUSTE NO LINEAL.

DATOS ANUALES

	1908–1999	1935–1999	1960–1999
$d = 1$	0.18 (3)	0.70 (1)	0.56 (1)
$d = 2$	0.37 (2)	0.34 (1)	0.46 (1)
$d = 3$	0.0039 (2)	0.036 (2)	0.17 (2)

DATOS TRIMESTRALES

	1963:I–2000:III	1975:I–2000:III	1987:I–2000:III
$d = 1$	0.01 (2)	0.10 (2)	0.75 (2)
$d = 2$	0.02 (2)	0.04 (2)	0.37 (2)
$d = 3$	0.40 (2)	0.14 (2)	0.65 (2)

Nota: Entre paréntesis se indica el menor valor de k para el cual las innovaciones son un ruido blanco.

CUADRO 5.1

REMC PARA HORIZONTES DE 1 A 5 AÑOS. SERIES LARGAS.

		1 año	2 años	3 años	4 años	5 años
1	Camino aleatorio, sin drift	21.1%	31.1%	34.3%	37.1%	38.0%
2	Camino aleatorio, con drift	21.7%	32.6%	36.7%	40.9%	43.8%
3	Promedio últimos 5 años	26.8%	31.0%	33.2%	35.3%	38.1%
4	Promedio últimos 10 años	30.8%	34.1%	36.9%	39.6%	40.9%
5	ARIMA(1,1,0)	21.8%	33.3%	37.3%	41.8%	44.6%
6	ARIMA(0,1,1)	22.3%	34.5%	38.1%	43.1%	46.2%
7	ARIMA(1,1,1)	22.2%	33.7%	37.8%	42.3%	45.7%
8	AR(1)	21.2%	30.4%	32.9%	34.8%	35.0%
9	AR(2)	21.3%	31.4%	33.7%	35.4%	35.2%
10	AR(3)	21.6%	32.0%	34.1%	35.3%	37.0%
11	Kalman α , δ_t CA	29.7%	58.5%	81.7%	107.3%	130.3%
12	Kalman α_t CA	29.2%	56.7%	77.6%	100.7%	120.2%
13	Kalman α , δ_t y ψ_t CA	29.1%	56.3%	76.8%	99.3%	119.0%
14	Kalman α_t y ψ_t CA	27.9%	53.4%	70.6%	89.4%	103.5%
15	Kalman α , ψ_t CA	21.4%	32.7%	35.9%	38.6%	39.3%
16	Kalman α_t , δ_t y ψ_t CA	21.6%	33.6%	38.4%	43.4%	46.6%
17	Kalman ψ_t AR(1), sin tend.	24.1%	41.5%	48.1%	53.6%	58.4%
18	Kalman ψ_t AR(1), con tend.	27.7%	49.8%	64.0%	75.6%	90.9%

Nota: El cuadro presenta las raíces del error cuadrático medio (REMC) de predicciones a 1, 2, 3 4 y 5 años para una muestra rodante de 35 años. La primera predicción se realiza en base al modelo estimado con datos para el período 1935–1969, la última con el período 1964–1998. Luego el número de predicciones fuera de muestra considerados varía desde 30 (para un horizonte de 1 año) hasta 26 (horizonte de 5 años). Para cada horizonte se indica en negrillas el modelo que entrega la mejor predicción. Todos los modelos son para el logaritmo del precio real del cobre.

CUADRO 5.2

RECM PARA HORIZONTES DE 1 Y 2 AÑOS. SERIES CORTAS.

Modelo /	Plazo Años:	1	2
1	Camino aleatorio, sin drift	16.6%	27.1%
2	Camino aleatorio, con drift	16.5%	27.0%
3	Promedio últimos 5 años	25.0%	24.2%
4	Promedio últimos 10 años	25.4%	29.4%
5	AR(1)	17.5%	29.2%
6	AR(2)	17.9%	30.9%
7	AR(3)	18.2%	30.3%
8	Futuro 15 meses	51.2%	—
9	Futuro 27 meses	—	37.8%

Nota: El cuadro presenta las raíces del error cuadrático medio (RECM) de predicciones rodantes a 1 y 2 años. Los períodos para los cuales se realizan las proyecciones fueron determinados por la disponibilidad de datos de futuros y son 1989–1999 para horizonte de un año y 1994–1999 para horizonte de dos años. Para cada horizonte se indica en negrillas el modelo que entrega la mejor predicción. Todos los modelos son para el logaritmo del precio real del cobre.

CUADRO 5.3

REMC PARA HORIZONTES DE 1 A 5 AÑOS.

MODELOS ESTIMADOS CON DATOS HASTA 1976

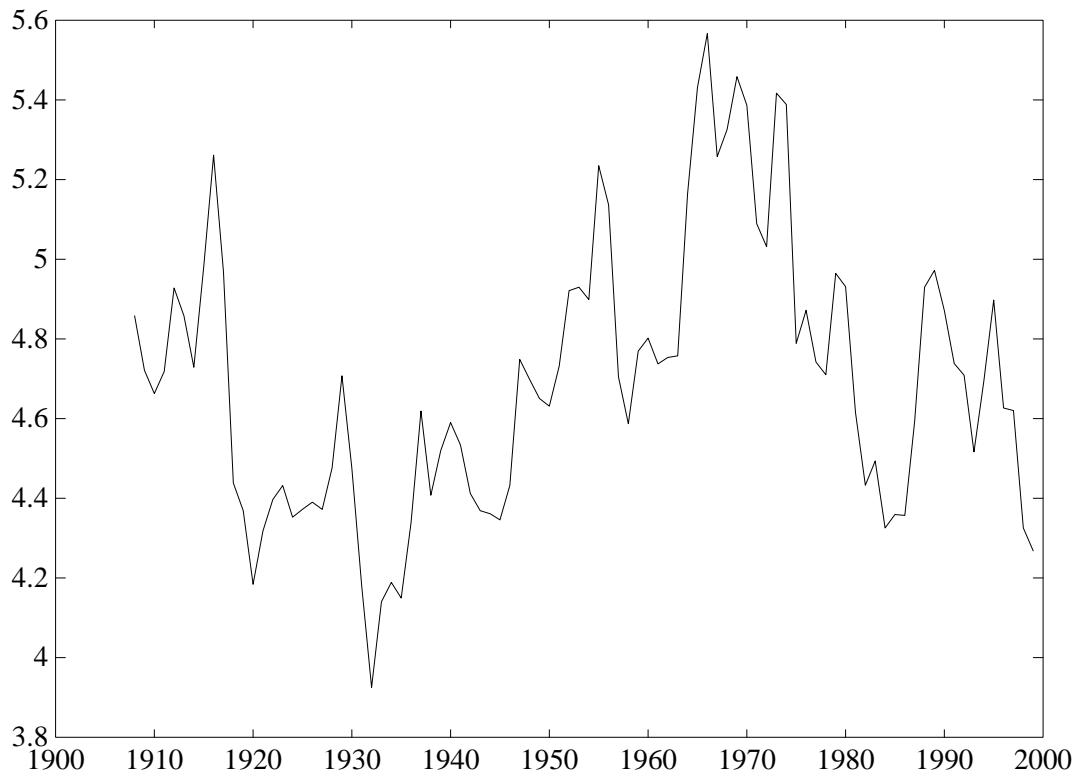
	1 año	2 años	3 años	4 años	5 años
1. Camino aleatorio, sin drift	17.7%	27.3%	32.6%	36.4%	36.7%
2. Camino aleatorio, con drift	18.0%	28.1%	33.7%	38.3%	39.2%
3. AR(1)	18.0%	26.6%	30.6%	33.3%	34.1%
4. ESTAR	37.1%	76.7%	87.8%	89.4%	90.8%

MODELOS ESTIMADOS CON DATOS HASTA 1986

	1 año	2 años	3 años	4 años	5 años
1. Camino aleatorio, sin drift	19.1%	29.5%	33.0%	33.9%	26.8%
2. Camino aleatorio, con drift	19.1%	29.6%	18.6%	19.5%	18.4%
3. AR(1)	18.2%	26.8%	16.7%	17.5%	16.3%
4. ESTAR	37.1%	76.7%	87.8%	89.4%	90.8%

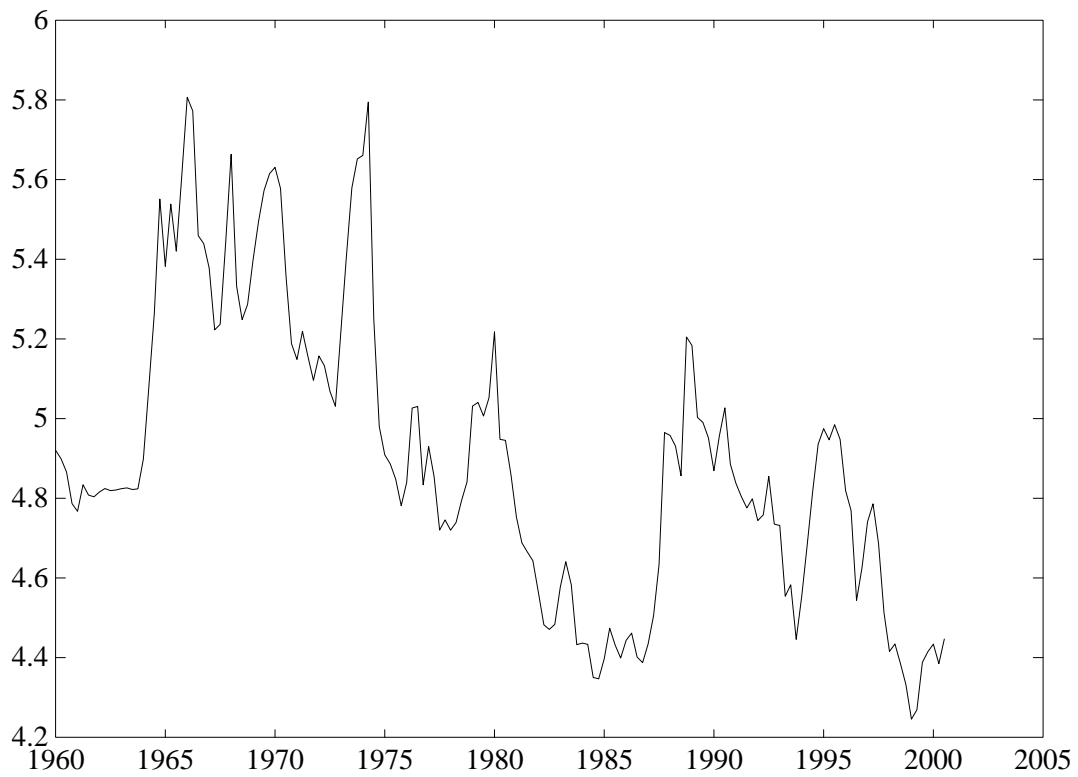
Nota: El cuadro presenta las raíces del error cuadrático medio (REMC) de predicciones a 1, 2, 3 4 y 5 años. Los modelos son estimados con datos hasta 1986. Las predicciones fuera de muestra se realizan para el período 1987–1999. Para cada horizonte se indica en negrillas el modelo que entrega la mejor predicción. Todos los modelos son para el logaritmo del precio real del cobre.

FIGURA 1.1
Logaritmo del precio real del cobre: Serie anual



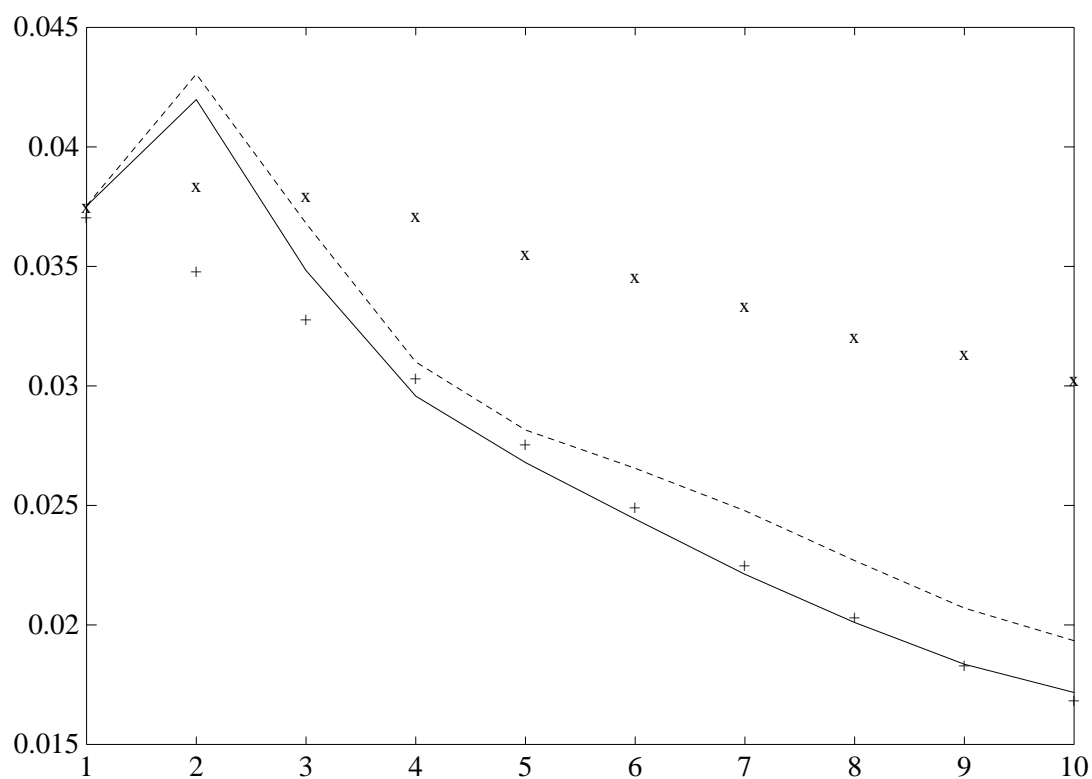
Notas a la Figura 1.1: Esta figura muestra el logaritmo del precio promedio anual del cobre para el período 1908–1999 en la Bolsa de Metales de Londres deflactado por el IPM de EE.UU. Fuente: Cochilco.

FIGURA 1.2
Logaritmo del precio real del cobre: Serie trimestral



Notas a la Figura 1.2: Esta figura muestra el logaritmo del precio promedio trimestral del cobre para el período. 1960:I–2000:III en la Bolsa de Metales de Londres deflactado por el IPM de EE.UU. Fuente: Cochilco.

FIGURA 4.1
Test de Razón de Varianzas



Notas a la Figura 4.1: Esta figura muestra los resultados del Test de Razón de Varianzas usando datos anuales. para el período 1908–1999 [línea sólida (—)]. Las líneas restantes muestran los resultados de Montecarlo (1000 réplicas) para tres procesos alternativos (cruces: camino aleatorio, signos +: AR(1), y trazos: AR(3)) en que los coeficientes de los procesos autoregresivos fueron estimados a partir de la serie de datos.