



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y SISTEMAS  
ICS1113-OPTIMIZACIÓN

## Entrega 3

---

**Minimizar el tiempo de vehículos eléctricos  
determinando rutas y recargas.**

**Grupo 68**

Octavio Águila, N°: 20207891, Sección: 4  
Joaquín Arce, N°: 20642849, Sección: 1  
Martita Browne, N°: 2064003J, Sección: 4  
Sebastián Carrasco, N°: 20643020, Sección: 4  
Cristian Nova, N°: 18642764, Sección: 2  
Tomás Vargas, N°: 20642865, Sección: 4

Fecha entrega: 03 de junio de 2024

# Índice

<b>1. Descripción del Problema</b>	<b>3</b>
1.1. Motivación . . . . .	3
1.2. Propuesta de valor . . . . .	4
1.3. Objetivo y restricciones . . . . .	4
<b>2. Modelación del Problema</b>	<b>5</b>
<b>3. Conjuntos</b>	<b>6</b>
<b>4. Parámetros</b>	<b>6</b>
<b>5. Variables</b>	<b>7</b>
<b>6. Función objetivo</b>	<b>7</b>
<b>7. Restricciones</b>	<b>7</b>
<b>8. Naturaleza de las variables</b>	<b>9</b>
<b>9. Definición de datos</b>	<b>9</b>
<b>10. Resolución del problema</b>	<b>11</b>
<b>11. Validación del resultado</b>	<b>12</b>
11.1. . . . .	12
11.2. . . . .	12
<b>12. Referencias bibliográficas</b>	<b>13</b>
<b>13. Anexos</b>	<b>15</b>

# 1. Descripción del Problema

## 1.1. Motivación

Actualmente, el área de transporte contribuye a un 28,5 % de las emisiones de CO<sub>2</sub>, lo que equivale a 36.300 millones de toneladas de CO<sub>2</sub>, siendo 60,6 % emitido solo por automóviles (Agencia Europea del Medio Ambiente, 2022). En base a esto, se han explorado alternativas que permitan reducir estas emisiones de CO<sub>2</sub>, por ejemplo, los autos híbridos reducen un 33 % la contaminación producida por los autos que usan gasolina. También existen los autos eléctricos PHEV que funcionan a base de electricidad carbono neutral, entre las cuales está la energía nuclear, la biomasa, entre otras alternativas de generación renovable de energía. Este tipo de autos genera un 66 % de reducción de las emisiones de CO<sub>2</sub> que genera un auto cualquiera.

En el contexto nacional, según el Balance Nacional de Energía (BNE, 2018), el 99 % de la energía utilizada en el sector de transporte es de algún derivado del petróleo. Asimismo, el sector del transporte terrestre es encargada de un 24,1 % de las emisiones de gases efecto invernadero en nuestro país, lo que equivaldría a 37 Gton de CO<sub>2</sub>.

Los vehículos eléctricos se pueden clasificar según 3 tipos de tecnologías (Ministerio de Energía, 2024): eléctricos a batería, híbridos enchufables (motor de combustión y motor eléctrico) y eléctricos con celdas de combustible de hidrógeno. En los tres casos se utiliza un motor eléctrico que proporciona movimiento al vehículo utilizando electricidad como fuente de energía. Sin embargo, una de las principales diferencias está en el origen de la electricidad que fluye hacia el motor para cada tecnología.

- Vehículo eléctrico a batería: Conocido por su sigla en inglés como BEV (Battery Electric Vehicle), almacena electricidad en sus baterías cargándose a través de la red convencional de distribución eléctrica.
- Vehículo híbrido enchufable: Conocido por su sigla en inglés como PHEV (Plug-in Hybrid Electric Vehicle), almacenan electricidad en baterías y funcionan igual que un BEV. Además, tienen un motor de combustión interna para operar como cualquier vehículo convencional.
- Vehículo con celda de combustible de hidrógeno: Conocido por su sigla en inglés como FCEV (Fuel Cell Electric Vehicle), utilizan electricidad que se produce en el mismo vehículo a partir del hidrógeno. Un FCEV se recarga entonces con hidrógeno en forma de gas y no con electricidad.

Los vehículos eléctricos a baterías (BEV) y los vehículos híbridos enchufables (PHEV) requieren de suministro eléctrico mediante sistemas de carga o también denominado infraestructura de carga. Éstos se conforman de múltiples cargadores eléctricos que hacen de interfaz entre el vehículo y la red de suministro de electricidad.

Un punto de carga público es el ubicado en un espacio público como una plaza o en propiedad privada con acceso público, como el estacionamiento de un supermercado o un centro comercial. A Mayo del 2020, la red de cargadores públicos en Chile alcanzó las 160 unidades y cuyos responsables son aquellos que han declarado de forma explícita su apoyo a la electromovilidad en Chile a través del Acuerdo Público Privado del Ministerio de Energía. El 75 % de la infraestructura de recarga en Chile es privada mientras que el resto es de carácter público. Estos cargadores privados se encuentran predominantemente en el domicilio o el lugar de trabajo. Los tipos de instalaciones privadas para carga de vehículos son: electro-terminales, centros de carga para transporte público, edificios o conjunto habitacional o viviendas individuales.

Las baterías son uno de los componentes fundamentales de un auto eléctrico, ya que determinan su autonomía y precio. Las baterías de litio (Álvarez, 2022) son las más usadas. El rendimiento de esta batería, con el uso y el paso del tiempo, se va degradando. Entre los factores que influyen a este rendimiento y degradado está el aumento de la temperatura interna debido al proceso de carga y descarga, el cual influye directamente en el incremento de la resistencia interna y del estado de carga (State of Charge, SOC). A un mayor estado de carga, existe una mayor impedancia y una pérdida de almacenamiento de energía en las celdas de la batería.

Cuando el estado de carga se encuentra entre 20 % y 80 % se genera una alta eficiencia de descarga dado que gran parte de la energía química tiende a convertirse en electricidad. Fuera de este rango, se genera un cambio importante del voltaje, debido a los cambios de resistencia interna y de polarización. Por ello, al cargar una batería de litio, componente del auto eléctrico, es importante considerar este estado de carga, se recomienda cesar el proceso de carga a un 80 % de la capacidad del SOC. De este modo, no se genera sobrecarga, lo que tiene como consecuencia el sobrecalentamiento de la celda, provocando la pérdida de material activo y, en el peor de los casos, fuga térmica (Álvarez, 2022).

Para ello, el modelo está enfocado para ser utilizado por las personas que posean un auto eléctrico en la comuna de Las Condes debido a que, si bien existen 152 puntos de carga en la ciudad, más de la mitad están ubicados en la zona oriente. Sin embargo, este mismo modelo puede luego extrapolarse a otras regiones y ciudades, ya que no considera elementos como la geografía o particularidades de la ciudad. El horizonte bajo el cual funciona el modelo es diariamente, más específicamente, se enfoca en la planificación de cada viaje para optimizar la carga del auto.

## 1.2. Propuesta de valor

Desde 2017, el Ministerio de Energía de Chile ha liderado iniciativas destinadas a promover la adopción de tecnologías de baja huella de carbono. En este contexto, la Estrategia Nacional de Electromovilidad establece objetivos ambiciosos, como la meta de que el 100 % del transporte público sea eléctrico para 2040, y que el 40 % de los vehículos particulares sean eléctricos para 2050 (Plataforma De Electromovilidad, 2024).

Esta transición hacia la electromovilidad no solo abarca vehículos urbanos como automóviles y autobuses, sino también vehículos de largo recorrido como autobuses interurbanos y camiones. Sin embargo, para impulsar la adopción masiva de vehículos eléctricos, es crucial superar los desafíos asociados, como las limitaciones de autonomía de la batería, El acceso de puntos de carga y las limitaciones de velocidad.

El objetivo de este proyecto es minimizar los tiempos de viaje de los vehículos eléctricos, tanto urbanos como interurbanos, lo que representa un paso fundamental hacia una movilidad más eficiente y sostenible. Es importante considerar que la optimización del tiempo de ruta de los vehículos eléctricos es esencial para maximizar su utilidad y competitividad en el mercado (Vani. B. V, 2023).

Se espera que este proyecto genere un impacto significativo al proporcionar herramientas prácticas para la toma de decisiones eficientes en relación con la implementación de vehículos eléctricos en diversos entornos. Algunas de las aplicaciones esperadas incluyen la estimación de puntos de carga óptimos para minimizar el tiempo en ruta, la identificación de rutas más favorables y la determinación de carga adecuada por punto de carga, contribuyendo así a la viabilidad y eficacia de la electrificación del transporte.

## 1.3. Objetivo y restricciones

Con base en la propuesta de valor se presenta el desafío de determinar la ruta de más eficiente en tiempo de un vehículo eléctrico que hace viajes urbanos e interurbanos.

Para acotar el problema y concretarlo a un caso de aplicación se plantea el siguiente escenario. Una empresa de entrega de correspondencia cuenta con flota de vehículos eléctricos de iguales características. Esta opera en una ciudad de baja densidad poblacional, lo que implica que el vehículo debe recorrer largas distancias para llegar a sus puntos de entrega, una ventaja de esto es que el tráfico es despreciable.

En un recorrido, el vehículo de entregas debe pasar por sus puntos de entrega correspondientes y además, si lo necesita, puede pasar por puntos de carga en forma de electrolineras  $Y_i$ , donde  $Y_i$  toma el valor de 1 cuando el nodo  $i$  es punto de carga en el conjunto  $i \in N$ . El vehículo parte el día con una energía base  $E_b$  y al iniciar su recorrido empieza a correr un cronómetro. El viaje del vehículo desde un punto a otro, ya sea un punto de entrega o una electrolinera, tiene un costo asociado en tiempo y energía, ya sea de ida o de vuelta, asociados a  $T_{ij}$  y  $e_{ij}$  respectivamente.

En cada electrolinera se puede administrar un porcentaje de cargar al vehículo. La empresa, siendo consciente que el nivel de carga óptimo de una batería está entre 20 % y 80 % de su carga

máxima  $B$ , se ha impuesto la regla de que la carga  $E_j$  nunca debe superar el 80 %. Además, por estándares de seguridad nunca debe ser menor al 20 %.

Además siempre existirá un camino  $X_{ij}$  dentro del grafo que el automóvil pueda tomar, a menos que se encuentre al final del recorrido, en ese caso, al no tener un camino que tomar, se acaba el viaje del vehículo.

Como información adicional se estima que todas las electrolinerías tienen un factor común de tiempo por unidad de % de carga, representado por el parámetro  $g$ .

La empresa plantea el objetivo de plantear la ruta más rápida que favorezcan la eficacia en tiempo de entrega de los vehículos eléctricos.

## 2. Modelación del Problema

### Problema planteado

Una empresa de entrega de suministros cuenta con una flota de vehículos eléctricos  $K$ , donde cada vehículo corresponde a un tipo  $v$  del conjunto de tipos de vehículos  $V$ . Esta empresa opera en toda la ciudad de Santiago durante la media noche y la madrugada, esto con el objetivo logístico de eludir el tráfico (Moraga, 2020).

Cada tipo de vehículo de la flota tienen su propio límite de potencia de carga  $P_v$  en kW. Es decir, un vehículo de tipo  $v$  no puede ser cargado en un punto de carga  $i$  que entregue una potencia de carga  $r_i$  mayor a  $P_v$  [kW]. Se cuenta con el registro  $Y_v^k$ , que indica si un auto  $k$  es del tipo  $v$ , y la información de  $Z_i^k$ , que indica si el vehículo  $k$  se puede cargar en el punto  $i$ . Además los vehículos de la flota cuentan con una batería de tamaño  $C_v$  [kWh], que depende del tipo de vehículo  $v$  e indica cuál es la máxima carga que ese tipo de vehículo puede alcanzar, y un adaptador de puerto de carga universal, por lo que pueden ser cargados en cualquier punto de carga, independiente del conector de carga que tenga.

En un recorrido, el objetivo del vehículo es llegar hasta su punto de entrega correspondiente. Se comienza desde un punto  $y$  y se transita por puntos neutros o por puntos de carga (electrolineras) hasta llegar a un punto de entrega. Cada punto  $i$  pertenece al conjunto  $N$ . Se cuenta con una base de datos de los puntos de interés que indica si el punto  $i \in N$  es un punto de carga o no. Todos los vehículos inician su recorrido desde la sede  $b$  de la empresa con una energía base  $L_b^k$ , al iniciar su recorrido, se empieza a cronometrar el tiempo. El viaje del vehículo desde un punto a otro, ya sea a un punto de entrega o de carga, tiene un costo asociado en tiempo y energía de ida, que es igual a la de vuelta, asociados a  $T_{ij}$  y  $e_{ij}$  respectivamente. La pérdida de energía de un tipo de vehículo  $v$  por viajar desde un punto  $i$  a uno  $j$  se calcula como  $\alpha_v \cdot e_{ij}$ , siendo  $\alpha_v$  el factor de consumo tipo de vehículo  $v$ .

Una desventaja de los vehículos eléctricos es que cuando la temperatura de su batería no está en su valor óptimo, la duración y vida útil de la batería se ven afectados negativamente (Argue, 2023). Se sabe que los vehículos se calientan  $\omega_j i^\circ\text{C}$  por viajar desde un nodo  $j$  a un nodo  $i$  y también se tiene el conocimiento  $H_v$  que indica la temperatura óptima de operación de un vehículo de tipo  $v$ . Independiente del tipo de vehículo, la temperatura de una batería nunca debe superar el punto crítico de los  $\gamma$  ( $70^\circ\text{C}$ ) (Lars, 2020). Tras un estudio se determinó que un vehículo que llegan sobrecalentado a un punto  $i$  experimentan una pérdida adicional de energía correspondiente a un quinto de la energía  $e_{ij}$  que se usa para llegar a ese punto  $i$  desde otro  $j$ .

En cada electrolinera se puede administrar un porcentaje de carga al vehículo. La empresa, siendo consciente que el nivel de carga óptimo de una batería está entre 20 % y 80 % de su carga máxima  $B$ , ha impuesto la regla de que la carga  $E_j^k$ , es decir la carga de un vehículo  $k$  en un punto  $j$ , nunca debe superar el 80 %. Por estándares de seguridad nunca debe ser menor al 20 % para cualquier  $j \in N$ .

Se puede asumir que siempre existirá un camino  $X_{ij}$  dentro del grafo que el automóvil pueda tomar, a menos que se encuentre al final del recorrido, en ese caso, al no tener un camino que tomar, se acabara el viaje del vehículo. Como información adicional se estima que cada punto de carga tiene una potencia de carga de  $r_i$  kW, y una constante de porcentaje de carga por minuto  $g_i$ , relacionada con  $r_i$ .

La empresa plantea el objetivo de lograr la ruta más rápida que favorezcan la eficacia en tiempo de entrega de los vehículos eléctricos, para mostrarse competitiva ante los autos de combustión internaz.

### 3. Conjuntos

$$G = (N, A), \text{ donde } N = \{1, \dots, n\} \text{ y } |A| = m$$

- $i \in N$ : Conjunto de nodos
- $(i, j) \in A$ : Conjunto de aristas
- $O(i) = \{j \in N | (i, j) \in A\}$ : Conjunto de nodos de destino de los arcos que salen de  $i$ .
- $I(i) = \{j \in N | (j, i) \in A\}$ : Conjunto de nodos de inicio de los arcos que ingresan a  $i$ .
- $S_k$ : es el conjunto que posee a todos los nodos solución que son parte del camino para el auto  $k$ .
- $k \in K$ : Conjunto de autos.
- $v \in V$ : Conjunto de tipos de auto (Ej: Camioneta, CityCar, SUV).

### 4. Parámetros

- $B$ : Porcentaje de energía máximo de carga de la batería, valor constante igual a 100 %. [%]
- $e_{ij}$ : Porcentaje de energía de la batería requerido para moverse del nodo  $i$  al nodo  $j$ . [%]
- $\omega_{ij}$ : Variación de temperatura de la batería al moverse del nodo  $i$  al nodo  $j$ . [°C] (es negativa en aristas que salen de electrolineras, y postiva en todos los otros).
- $T_{ij}$ : Tiempo de viaje del nodo  $i$  al nodo  $j$ . [min]
- $L_b^k$ : Porcentaje de energía inicial de la batería del vehículo  $k$ . [%]
- $\theta$ : Temperatura inicial de operación de todos los  $k$  vehículos. Constante igual a 20 [°C].
- $r_i \in \{7, 14, 22, 44, 45, 48, 50, 70\}$  : Potencia de carga entregada en el nodo  $i$  [kW] (Enel, s.f.).
- $C_v \in \{30, 72, 120\}$  [kWh]: Tamaño de la batería para vehículos del tipo  $v \in V$ .
- $P_v \in \{14, 44, 70\}$ : Potencia de carga máxima que soporta un vehículo del tipo  $v \in V$  [kW].
- $H_v$ : Temperatura ideal de operación de la batería de un auto del  $v$  [°C]. **Nota:  $H_v$  es estrictamente menor que  $\gamma$ .** Constante igual a 25 [°C].
- $\gamma$ : Temperatura máxima que pueden alcanzar las baterías, constante igual a 40 [°C].
- $\alpha_v \in \{1, 1.5, 2\}$ : Factor de consumo según tipo de vehículo  $v$ .
- $g_{i,v}$ : Se define el parámetro auxiliar como la constante de porcentaje de carga por unidad de tiempo del punto de carga  $i$  que varía según la potencia que entrega dicho nodo. [ $\frac{\%}{\text{min}}$ ]

$$g_{i,v} = \frac{r_i}{C_v \cdot 60 \frac{\text{min}}{h}}$$

- $Z_i^k$ : Indicador de si el vehículo  $k$  se puede cargar en la electrolinera  $i$  porque cumple con que la potencia de carga del vehiculo es mayor o igual a la potencia de carga entregada en el nodo  $i$ . Definido como:

$$Z_i^k = \begin{cases} 1 & P_v \geq r_i, \text{ si el vehículo } k \text{ se puede cargar en electrolinera } i \\ 0 & \text{ en otro caso} \end{cases}$$

- $Y_v^k$ : Indicador de si el vehículo  $k$  es de tipo  $v$ . Definido como:

$$Y_v^k = \begin{cases} 1 & \text{ si el vehiculo } k \text{ es de tipo } v \\ 0 & \text{ en otro caso} \end{cases}$$

## 5. Variables

- $X_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{ si el nodo } i \text{ y el nodo } j \text{ pertenecen al camino elegido del auto } k \\ 0 & \text{ e.o.c} \end{cases} \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A$
- $E_j^k$ : Energía porcentual de la batería del auto  $k$  al salir del nodo  $j$   $\quad \forall k \in K, \forall j \in S_k$
- $R_i^k$ : Tiempo de carga en el punto de carga  $i$  del auto  $k$   $\quad \forall i \in N \quad | \quad Z_i^k = 1$
- $F_i^k$ : Temperatura de la batería del auto  $k$  en el nodo  $i$ .
- $U_i^k = \begin{cases} 1 & \text{ si la temperatura de la batería del auto } k \text{ supera la temperatura ideal de operación en el nodo } i \\ 0 & \text{ e.o.c} \end{cases}$

## 6. Función objetivo

Nuestra función busca minimizar el tiempo de viaje del vehículo eléctrico considerando el tiempo que utiliza para cargarse en cada electrolinera durante el viaje junto con el tiempo de traslado. La idea es que en las restricciones se tome en cuenta la minimización del uso de energía eléctrica y la maximización de la vida útil de la batería, tal que el sistema de transporte eléctrico sea competitivo con los medios de transporte tradicional.

$$\min \sum_{k=1}^{\kappa} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (T_{ij} \cdot X_{ij}^k + R_i^k)$$

## 7. Restricciones

Para las restricciones del problema consideraremos:

1. Hay un camino dentro del grafo.

$$\sum_{j \in O(i)} X_{ij}^k - \sum_{j \in I(i)} X_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{ si } i = 1 \\ -1 & \text{ si } i = n \text{ tal que } i \in N \\ 0 & \text{ e.o.c} \end{cases}$$

2. Se define la energía de la batería en el nodo  $j$  tal que:

La energía en el nodo de inicio para todo auto  $k$  es igual al porcentaje de energía inicial de baterías definida en el parámetro  $L_b^k$ .

$$E_1^k = L_b^k \quad \forall k \in K$$

La energía requerida para moverse de un nodo  $i$  a un nodo  $j$  siempre dependerá del parámetro de energía requerida  $e_{ij}$  para moverse entre ellos y del parámetro de factor de consumo  $\alpha_v$ . Si  $i$  es un punto de carga y  $r_i$  es menor o igual a la potencia de carga aceptada por el auto  $P_v$ , la energía en el nodo  $j$  considerará que el auto fue cargado siempre. Esto se ve reflejado en el parámetro  $Z_i^k$ .

Teniendo todo esto en cuenta, obtenemos:

$$E_j^k = \sum_{i \in I(j)} [(E_i^k - e_{ij} \cdot \alpha_v \cdot Y_v^k) + (R_i^k \cdot g_i) \cdot Z_i^k - U_i^k \cdot \frac{e_{ij}}{5}] \quad \forall j = \{2, \dots, n\} \quad \forall k \in K$$

3. Se relaciona la variable  $E_j^k$  con la  $X_{ij}^k$  de manera que cuando no escoja el camino la energía gastada es cero y cuando se elige tomará un valor máximo teórico, según el método de la Big M.

$$E_j^k \leq B \cdot X_{ij}^k \quad \forall j = \{2, \dots, n\}$$

4. Se relaciona la variable  $R_i^k$  con la  $X_{ij}^k$  de manera que cuando no escoja el camino el tiempo de carga es cero y cuando se elige el camino sumado a que pertenece a una electrolinera tomará un valor máximo teórico, utilizando el método de la Big M (valor M muy grande).

$$R_i^k \leq M \cdot X_{ij}^k \cdot Z_i^k \quad \forall i \in N \quad \forall k \in K$$

5. Se limita la carga de la batería para aumentar la vida útil de la batería.

$$0,2B \leq E_i^k \leq 0,8B \quad \forall i \in N \quad \forall k \in K$$

6. Se define que solo se puede cargar en electrolineras y que el tiempo total de recarga no excederá jamás el tiempo que tomaría cargar la batería por completo.

$$g_i \cdot R_i^k \leq B \cdot Z_i^k \quad \forall i \in N \quad \forall k \in K$$

**Las siguientes 2 restricciones establecen que si la batería del auto  $k$  supera el límite máximo ideal de operación ( $H_v$ ) del tipo de vehículo  $v$  al que  $k$  pertenece entonces la variable binaria auxiliar ( $U_i^k$ ) tomará el valor de 1. En el caso contrario, esta tomará el valor de 0.**

7. Primero se limita la temperatura de la batería de un auto en específico  $F^k$  tal que siempre sea menor o igual al óptimo de operación  $H_v$  de su tipo de auto  $v$ ,

$M$  : Un valor suficientemente grande

$$F_i^k \leq H_v \cdot Y_v^k + M \cdot U_i^k \quad \forall v \in V \wedge \forall k \in K \wedge \forall i \in N$$

8. Siguiendo la misma idea anterior, pero para la cota inferior.

$M$  : Un valor suficientemente grande

$\epsilon$  : Un valor pequeño para asegurar la desigualdad estricta

$$F_i^k \geq H_v \cdot Y_v^k + \epsilon - M \cdot (1 - U_i^k) \quad \forall k \in K \wedge \forall i \in N$$

9. Se relaciona las variables  $U^k$  de manera que el valor máximo que puede tomar es cuando  $X_{ij}$  toma el valor de uno, pues solo si es parte del camino elegido  $U^k$  puede tomar valor uno.

$$U_i^k \leq X_{ij}^k \quad \forall k \in K \wedge \forall i \in N$$



10. Se define el aumento y disminucion de temperatura

$$F_1^k = \theta$$

$$F_j^k = \sum_{i \in I(j)} F_i^k + \omega_{ij}$$

11. Se relaciona la variable  $F_j^k$  con la  $X_{ij}^k$  de manera que cuando no escoja el camino la temperatura es cero, y cuando se elige podrá tomar hasta un valor máximo teórico de temperatura  $\gamma$  que podría alcanzar una batería.

$$F_j^k \leq \gamma \cdot X_{ij}^k \quad \forall j = \{2, \dots, n\} \quad \forall k \in K$$

## 8. Naturaleza de las variables

- $E_j^k \geq 0,2 \cdot B$  (Energía porcentual al salir de un nodo mayor al 20 % para todos los autos  $k$ )
- $R_i^k \geq 0$  (Tiempo de carga 0 en nodos no electrolíneas y mayor o igual a 0 en nodos electrolíneas)
- $X_{ij}^k \in \{0,1\}$  (Variable binaria que indica la arista (i, j) pertenece al camino elegido por el auto  $k$ )
- $F_i^k \geq 0$  (Variable discreta que indica la temperatura de la batería del auto  $k$  en el nodo  $i$ )
- $U_i^k \in \{0,1\}$  (Variable binaria que indica si la temperatura de la batería del auto  $k$  supera la temperatura ideal de operación en el nodo  $i$ )

## 9. Definición de datos

Para definir los datos a utilizar en la implementación del modelo se tomó la decisión de utilizar los datos de electrolíneas obtenidas de la comuna de Las Condes debido a que es la comuna con mayor cantidad de puntos de carga dentro de la Región Metropolitana (Enel, s.f.) que según indica Plataforma de Electromovilidad (s.f.) son 44. Luego, para definir los nodos que son electrolíneas, se utilizaron los datos entregados por la Plataforma de Electromovilidad (s.f.). En base a esto, se hizo la conversión de los parámetros de latitud y longitud a  $x$  e  $y$  con la razón de  $1^\circ = 111.120$  [km]. Esta transformación es posible debido al poco arco que abarca la comuna de Las Condes respecto a la superficie de la Tierra, por lo que podemos establecer las coordenadas de latitud y longitud de forma lineal.

Para definir los nodos no correspondientes a electrolíneas se determinó un rango de movimiento posible para los autos dentro de la comuna. Esto se logró obteniendo las coordenadas límite norte (Lo Barnechea), este (Plaza San Enrique), oeste (Providencia) y sur (La Reina). Luego, a partir de estos rangos se generaron de forma aleatoria 200 nodos que pudieran ser representativos de esquinas de calles. Este método para la definición de nodos se realizó por simplicidad, pero se podrían utilizar datos de nodos reales dentro de la comuna.

Finalmente, las aristas se crearon de forma aleatoria entre los nodos presentes en el mapa donde se tomó en consideración que, en cada nodo, pueden entrar y salir una cantidad máxima de aristas. Considerando que los nodos ilustran esquinas de calle en un mapa real, es realista suponer que a cada nodo pueden entrar y salir, por lo general, un máximo de tres aristas (asumiendo un mapa en forma de cuadrícula). Los nodos de inicio y fin se definieron de forma aleatoria y la gráfica de los nodos y aristas generados se muestra a continuación donde los puntos verdes son electrolíneas, los amarillos son nodos no-electrolíneas, el punto rojo el nodo de inicio y el azul el de fin.

El parámetro  $r_i$  se definió como la potencia de carga de la electrolínea, este se define en base a los valores de  $\{7, 14, 22, 44, 45, 48, 50, 70\}$  [kW], los cuales son obtenidos de la Plataforma de Electromovilidad (s.f.). Si bien existen electrolíneas que entregan una mayor potencia de carga, estos son para vehículos de mayor tamaño que un auto, por lo que se omiten como valores posibles.

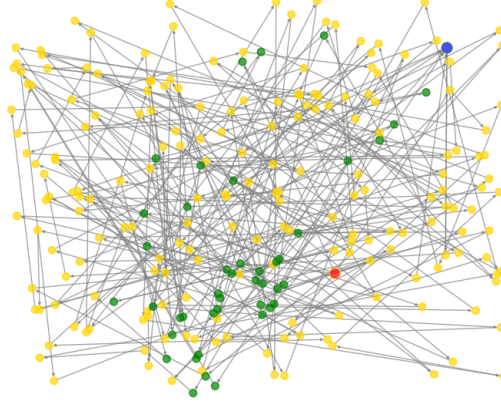


Figura 1: Grafo de nodos y aristas generadas

Luego el parámetro  $P_v \in \{14, 44, 70\}$  [kW], que nos entrega la potencia de carga máxima que un auto puede soportar se define según los datos obtenidos en dicha plataforma y tomando en consideración tres tipos estandar de autos según su peso: pequeños, medianos y grandes y que a más grande el auto, más grande la batería y mayor la potencia de carga (Evdatabase, s.f.).

Según AutoSolar (s.f.), la temperatura ideal de operación de las baterías de los autos de ión-litio varía entre 20-25°C. Por lo tanto, se define la temperatura ideal de operación  $H_v$  como 25°C para todo vehículo asumiendo que ese es el tipo de batería utilizado y que es el más común en autos eléctricos (González, 2024). También, AutoSolar (s.f.) indica que cuando la temperatura de estas baterías se encuentran por sobre los 40°C, su rendimiento disminuye en más del 40 %. Por lo tanto, se define a temperatura máxima de operación  $\gamma = 40$  °C. Según lo que indica Liu et al. (2021), la variación total de la temperatura de la batería ión-litio cae en un rango de 2.5-5.3 °C en un trayecto. Por tanto, para retratar esto de una manera simple se adjudicaron valores de variación de temperatura  $\omega_{ij}$  de +1°C para aristas entre dos nodos no electrolíneas y una variación de -1°C para las aristas que salen de una electrolínea considerando que, al detenerse para cargarse, el vehículo se logra enfriar.

Por otro lado, para definir las capacidades o tamaños de las baterías de los vehículos, se realizó una estimación dentro del 90 % central del rango de baterías presentes y utilizadas en baterías de autos que se encuentren en el mercado según lo indicado por Evdatabase (s.f.). Así se decidieron tomar los valores  $C_v = \{30, 72, 120\}$  [kWh] donde el dato menor corresponde al percentil 5 aproximado en el mercado, el mayor al 95 y el central a la media. También, dado que el tamaño de las baterías se correlaciona, por lo general, a los pesos de los vehículos, se definen los factores de consumo  $\alpha_v = \{1, 1.5, 2\}$  que se relacionan en orden creciente según los tamaños de batería (batería más pequeña, factor menor).

Con respecto al parámetro  $B$ , al referirse únicamente a una cantidad máxima porcentual, posee un valor de 100 %. Ahora bien,  $L_b^k$  [%] y  $\theta$  [°C], que describen las condiciones iniciales de los vehículos, toman el valor de (20°C, considerando el supuesto de que corresponde a la temperatura ambiente, y el porcentaje de batería arbitrario acoplándose a las condiciones aleatorias en las que se usa un auto eléctrico (entre el 20-80 %) (Alvarez, 2022).

En cuanto a  $e_{ij}$  [%] y  $T_{ij}$  [min], que se encuentran en el archivo de datos de aristas, sus valores se estiman simulando las distintas distancias y relieves presentes en el terreno que une cada nodo con el que se conecta. Por lo tanto, los valores específicos para estos tres parámetros son aleatorios para adaptarse a las situaciones fortuitas propias de una ciudad.  $T_{ij}$  fue calculado según las coordenadas (X e Y, como se menciona en la definición de datos del grafo) de los nodos que se conectan con alguna arista el valor en [km], fue transformado a km por minuto utilizando la velocidad máxima permitida en la ciudad de 50 km por hora como indica la Conaset (s.f.). El  $e_{ij}$  [%] se aproxima según lo indicado por Hyundai (s.f.), en donde reportan un consumo de 15 a 30 [kWh] por cada 100 [km]. Esto, al llevarlo al contexto de la comuna de Las Condes, representa una variación porcentual

de la batería que está entre 4.5 % y 5 % por arista de manera aproximada.

Cabe mencionar otro tipo de parámetros que tomarán valores dependiendo del auto empleado y de la potencia de carga disponible en la electrolinera, estos corresponden a  $g_{iv}$  y  $Z_{ik}$ , que se definen al momento de estar en una electrolinera, por lo cual no se almacenan en un archivo de datos. Esto último ocurre con el parámetro  $Y_v^k$ , el cual solo se relaciona con el vehículo y su tipo sin necesidad de ser almacenado directamente en un archivo de datos.

## 10. Resolución del problema

La solución consiste en una implementación de código de Gurobi que modela los parámetros y variables del problema junto con sus restricciones y función objetivo. Se utilizaron librerías existentes de Python para facilitar la modelación de las variables, en específico se usó networkx para modelar el recorrido sobre los nodos y arista que conforman el grafo que representa el mapa de caminos.

Muchas de las restricciones planteadas, así como la naturaleza de las variables, fueron adaptadas para que fueran compatibles con el formato de modelamiento de Gurobi. Para el parámetro  $E_{jk}$  la restricción N° 5 que limita la carga máxima y mínima de la batería se definió en la declaración del parámetro (Anexo 1). Se hizo lo mismo para declarar las cotas superiores e inferiores del parámetro  $F_i^k$ , de temperatura de un auto  $k$  en un nodo  $i$ , que se logran por medio del cumplimiento de las restricciones 7 y 8 (Anexo 2). Portando las restricciones 4 y 6 a Gurobi se descubrió de que ambas generaban redundancia, por lo que fue necesario que el tiempo de carga,  $R_i^k$ , está limitado a 0 si en nodo  $i$  no es un punto de carga (Anexo 3). Con esto solo fue necesario declarar 7 de las 11 restricciones.

Para el desarrollo y prueba temprana de la solución se desarrollaron herramientas de código para crear grafos de prueba y visualizarlos para interpretar la solución, estos códigos se denominaron como generadores y visualizadores. A continuación se describen la funcionalidad de los códigos.

Generadores:

- generador\_nodos.py: crea un csv con puntos de paso y carga para armar un grafo.
- generar\_ciclo\_distancia.py: Realiza conexiones entre los nodos generados de tal forma que formen un grafo direccionado.
- generar\_conexiones.py: genera otro grafo con conexiones paralelas que inician en un nodo de inicio y culminan en un nodo final.

Visualización de Grafos:

- plot\_grafo.py: visualizador de grafos(Anexo 4).

El resultado obtenido a partir del código es un camino compuesto por aquellos nodos en que el auto se mueve para llegar a su destino. Este siempre inicia desde el nodo 1 y termina en el 244. Además, se agrega la asignación de tiempo en que un auto  $k$  estuvo detenido recargándose en una electrolinera  $i$ , junto con la variación de temperatura del auto a lo largo del camino. Un ejemplo para un auto determinado de ello sería:

resultados.txt	
1	Objetivo: 4252135.05158824
2	CAMINO AUTO 1:
3	1 -> 8 -> 207 -> 164 -> 121 -> 36 -> 228 -> 233 -> 244
4	Energía final en el nodo 244: 20.00%
5	Tiempo de carga en electrolineras seleccionadas:
6	Tiempo de carga en nodo 207: 26338.01 minutos
7	Temperatura auto 1 en nodo 1: 18.26 C
8	Temperatura auto 1 en nodo 8: 19.26 C
9	Temperatura auto 1 en nodo 36: 21.26 C
10	Temperatura auto 1 en nodo 121: 20.26 C
11	Temperatura auto 1 en nodo 164: 19.26 C
12	Temperatura auto 1 en nodo 207: 20.26 C
13	Temperatura auto 1 en nodo 228: 22.26 C
14	Temperatura auto 1 en nodo 233: 21.26 C
15	Temperatura auto 1 en nodo 244: 20.26 C

En primer lugar, se puede observar el valor objetivo del modelo, que corresponde a la minimización de la función establecida. Esto indica que para los próximos N autos, si siguen la ruta propuesta bajo las condiciones especificadas, se alcanzará dicho objetivo. Además, se detalla la ruta que sigue cada auto a través de los nodos, así como el porcentaje final de carga con el que llega al nodo de destino (244). También se muestra la variación de la temperatura del vehículo en cada nodo a lo largo de su camino.

**Las librerías utilizadas fueron networkx (para modelar el grafo), numpy y pandas.**

## 11. Validación del resultado

### 11.1.

Revisando el archivo *resultados.txt*, se puede notar que Gurobi asignó caminos consistentes a todos los autos y logró cumplir con las restricciones de temperatura, tiempo y energía. En primer lugar, la solución hace sentido ya que los nodos elegidos por el modelo como camino si están conectados a través de aristas en el archivo *aristas.txt*. Además, los caminos también hacen sentido, ya que revisando el grafo obtenido, notamos que el modelo buscó una ruta que contara con al menos una electrolinera, ya que la mayoría de autos que no partían con energía suficiente para llegar al nodo final desde el nodo inicial pudieran recargarse en un punto intermedio. Por otro lado, la energía es recargada y gastada de forma coherente, siendo restada cuando se desplaza entre nodos que no son electrolineras y aumentada cuando sale de una electrolinera. Por último, la temperatura también es coherente, aumentando cuando se mueve entre nodos y disminuyendo cuando sale de la electrolinera (ya que estuvo detenido).

En cuanto a optimalidad, el modelo pareciera ser capaz de siempre encontrar la ruta más corta sujeto a las restricciones. Esto lo validamos cambiando los tamaños del grafo, utilizando grafos más simples donde se pudo realizar la solución en papel y lapiz, y al compararlo con el modelo se obtuvieron resultados satisfactorios.

Sin embargo, el modelo falla al asignar el mismo camino a la gran mayoría de los autos. En realidad, no es un fallo del modelo, ya que con los datos entregados la ruta que utiliza menos tiempo sujeto a las restricciones es efectivamente la elegida por Gurobi, pero el planteamiento de nuestro problema buscaba que según el tipo de auto y su carga inicial la ruta fuera distinta. Quizás, para próximas entregas, debamos cambiar nuestros datos con energías distintas, o factores de consumo diferentes.

### 11.2.

En la actualidad, más de un 70 % de los hogares en Chile tienen un automóvil (Alonso, 2022). Además, según lo que indica Enel (s.f.), “Actualmente en Chile circulan alrededor de 900 autos eléctricos en todo el país y se proyecta que para el 2030 esta cifra aumente a 80 mil vehículos eléctricos circulando en todo el territorio nacional.”, lo que indica una tendencia al alza de la electromovilidad en nuestro país, posicionándolo como una oportunidad latente a futuro en la innovación.

Esto podemos observar en distintos indicadores como, por ejemplo, el año 2022 hubo un aumento del 130 % en las ventas de este tipo de vehículos (Gerlach, 2023). Esto impacta en la forma en que las personas deben trasladarse dentro de una ciudad así como la configuración de esta ya que, una ampliación del uso de la electromovilidad requiere de un aumento de puntos de carga así como una distribución inteligente de las electrolineras y es en este ámbito que la solución propuesta se vuelve necesaria.

Es un hecho que, a diferencia de los vehículos que funcionan a base de combustión, los autos eléctricos requieren de un tiempo comparativamente prolongado para recargarse. Por lo tanto, optimizar la cantidad de tiempo requerida para trasladarse entre dos puntos considerando tiempos de recarga considerando rangos de optimalidad de funcionamiento de los autos es crucial. Esto generaría impactos tanto en la satisfacción de los usuarios con sus vehículos como en expedir el flujo vehicular dentro de la ciudad que se ve afectada por tiempos “muertos”.

## 12. Referencias bibliográficas

Alonso, C. (2022, 14 de marzo). Más del 70 % de los hogares en Chile tiene automóvil y 30 % de las personas prevé comprar uno este año. La Tercera. <https://www.latercera.com/pulso/noticia/mas-del-70-de-los-hogares-en-chile-tiene-automovil-y-30-de-las-personas-preve-comprar-uno-este-ano/NMRXY4G7EJGBTFU>

Alvarez, C. Méndez, D. (2022). Revisión del estado del arte de la influencia de los diferentes modos de carga en la vida útil de las baterías de ion litio de un vehículo eléctrico. <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/22475>

Argue, C. (2023, December 14). ¿En qué medida afecta la temperatura al rango de los vehículos eléctricos? Geotab. <https://www.geotab.com/es-latam/blog/temperatura-autonomia-vehiculos-electricos/>

AutoSolar. (s.f.) Efecto De La Temperatura En Las Baterías. <https://autosolar.es/energia-solar/efecto-de-la-temperatura-en-las-baterias>

City of Palencia (2013). <http://www.aytopalencia.es/sites/default/files/pdf/guia-vehiculos-2013.pdf>

Conaset. (s.f). Normativa relacionada con la velocidad. <https://www.conaset.cl/normativa-velocidad/>

Dong J, Liu C, Lin Z. (2014). Charging infrastructure planning for promoting battery electric vehicles: An activity-based approach using multiday travel data, Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 38:44-55

Dyke, K. J., Schofield, N. Barnes, M (2010). “The impact of transport electrification on electrical networks,” IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 57, no.12, pp. 3917-3926.

Emisiones de aviones y barcos: datos y cifras (infografía). (2019). Parlamento Europeo. <https://www.europarl.europa.eu/topics/es/article/20191129STO67756/emisiones-de-aviones-y-barcos-datos-y-cifras-infografia>

Gerlach, N. (2023, 6 de enero). Los autos eléctricos aumentaron más de 130 % sus ventas en Chile. La Tercera. <https://www.latercera.com/mtonline/noticia/los-autos-electricos-aumentaron-mas-de-130-sus-ventas-en-chile/SSZ6SZ2HRZDPLMJ7I4GFCWPHUM/>

González, C. (2024). Tipos de batería para coches eléctricos, características y diferencias. Test-Coches. <https://testcoches.es/ayuda/tipos-bateria-coche-electrico/>

Helmes E. Marx, P. (2012). Electric cars: technical characteristics and environmental impacts, Environmental Sciences Europe, 2012, 14:4

Hyundai. (s.f). Potencia y consumo en un coche eléctrico: cuántos KWh consume. Hyundai España. <https://www.hyundai.com/es/es/zonaeco/eco-drive/tecnologia/cuantos-kw-necesita-coche-electrico>

Lars. (2020, September 26). Ideal battery temperature? - EVcreate. EVcreate. <https://www.evcreate.com/ideal-battery-temperature/>

Moraga, E. (2020, February 9). Zonas centro y nororiente concentran el 84 % de la congestión crítica en Santiago. La Tercera. <https://www.latercera.com/pulso/noticia/zonas-centro-nororiente-concentran-84-la-congestion-critica-santiago/462923/#>.

Pieltain Fernández, L., Román, T. G. S., Cossent, R., Domingo, C. M., & Frías, P.(2011) “Assessment of the impact of plug-in electric vehicles on distribution networks,” IEEE Trans. on Power

Systems, pp. 206-2013.

Plataforma de Electromovilidad. (2024). Políticas, estrategias de electromovilidad en Chile. <https://energia.gob.cl/electromovilidad-de-politicas-publicas>

Vani, B. V., Kishan, D., Ahmad, M. W., & Reddy, C. (2023). An efficient optimization algorithm for electric vehicle routing problem. IET Power Electronics (Print). <https://doi.org/10.1049/pel2.12555>

Wang, T., Cassandras, C. G., & Pourazarm, S. (2014). Energy-aware vehicle routing in networks with charging nodes. IFAC Proceedings Volumes, 47(3), 9611-9616. <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00814>

Y. Liu, Y. G. Liao and M. -C. Lai. (2021). Temperature Variations of A Lithium-ion Polymer Battery Cell During Electric Vehicle Driving Cycles. IEEE Transportation Electrification Conference & Expo (ITEC),pp 34-39.

## 13. Anexos

1.

Declaración de la restricción 5

```
1 | E_jk = m.addVars(G.nodes(), range(cantidad_autos),  
2 | vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, name="E", lb=0.2, ub=0.8)
```

2.

Declaración de la restricciones 7 y 9

```
1 | F_ik = m.addVars(G.nodes(), range(cantidad_autos),  
2 | vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, name="F", lb=0, ub=100)
```

3.

Replantamiento de las restricciones 4 y 6

```
1 | for i in G.nodes():  
2 |     for k in range(cantidad_autos):  
3 |         for v in range(1, cantidad_de_tipos_de_autos + 1):  
4 |             m.addConstr(R_ik[i, k] <= BIG_M * es_electrolinera[i],  
5 | name=f"Tiempo_Carga_{i}_{k+1}")
```

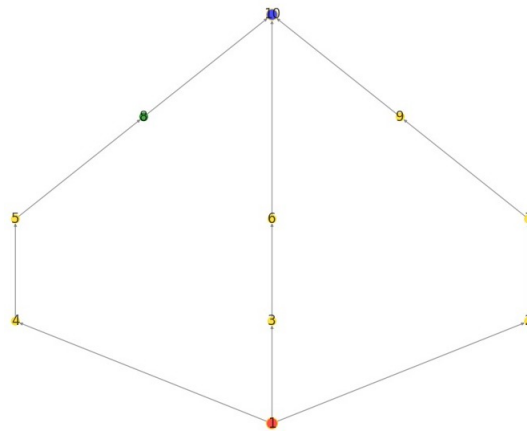


Figura 2: Grafo de nodos y aristas simple