
Índice general

1. Introducción	6
2. Antecedentes	9
2.1. Fatiga	9
2.1.1. Medición de la fatiga	10
2.1.2. Correlación entre distintos métodos de medición de la fatiga . . .	11
2.2. Máquina de fatiga a flexión	15
2.3. La madera como elemento constructivo	15
2.4. Acero	15
3. Marco Teórico	16
3.1. Fatiga	16
3.1.1. Definiciones	16
3.1.2. Curva S-N o de Wöhler	18
3.1.3. Esfuerzo medio, S_m	20
3.2. Dinámica	23
3.2.1. Ecuaciones de movimiento de un cuerpo rígido	23
3.2.2. Energía cinética de un cuerpo rígido	24
3.3. Vibraciones	24
3.3.1. Rigidez	25
3.3.2. Damping	25
3.3.3. Vibraciones forzadas	26
3.3.4. Modeling	27
3.3.5. Sistema de múltiples grados de libertad	28
3.3.6. Método de energía	29
3.3.7. Ecuaciones de energía para un sistema con amortiguamiento y forzado	30

4. Metodología	32
4.1. Levantamiento de información	32
4.1.1. Estado actual y antecedentes	33
4.1.2. Funcionamiento	34
4.1.3. Mediciones	36
4.2. Diseño de estructura	39
4.2.1. Diseño en acero	39
4.2.2. Diseño en madera	41
4.2.3. Cálculo de cargas en estructura de madera	42
4.2.4. Uniones	47
4.2.5. Simulaciones	51
4.3. Modelo del sistema de vibratorio	52
4.3.1. Elementos del sistema	52
4.3.2. Modelo del sistema	53
4.3.3. Cálculo y obtención de constantes características del sistema . . .	56
4.3.4. Función de la aceleración del disco	58
4.3.5. Solución del modelo	60
4.3.6. Matriz de carga sobre la probeta según velocidad del motor . . .	61
4.4. Simulación de cargas	62
5. Análisis y Resultados	63
5.1. Levantamiento de información	63
5.2. Diseño de la estructura	64
5.2.1. Diseño en acero	64
5.2.2. Diseño en madera	65
5.3. Modelo del sistema	67
5.3.1. Comportamiento del modelo para distintas configuraciones . . .	67
5.3.2. Comparación entre las distintas configuraciones	69
A. Norma de cálculo en madera - NCh1198	70
A.1. Propiedades de la madera y factores de modificación	70
A.1.1. Contenido de humedad	70
A.1.2. Densidad	71
A.1.3. Tensiones admisibles y módulo de elasticidad	72
A.1.4. Factores de modificación	72
A.2. Diseño de piezas	72

A.2.1.	Flexión	73
A.2.2.	Cizalle en vigas simples	74
A.2.3.	Compresión paralela a la fibra	75
A.2.4.	Compresión normal a la fibra	76
A.2.5.	Nomenclatura y tipos de madera	76
A.3.	Uniones en la madera estructural	78
A.3.1.	Generalidades	78
A.3.2.	Verificaciones tensionales	82
A.3.3.	Número de elementos de unión	83
A.3.4.	Uniones con perno	84
A.3.5.	Uniones con tirafondos	88
B.	Tablas de carga de la máquina de fatiga	92
C.	Solver, función y scripts para la resolución del modelo del sistema en MATLAB	93
C.1.	Solución para un caso particular	93
C.1.1.	Función	93
C.1.2.	Solver	95
C.2.	Función de la aceleración, velocidad y posición angular del disco	95
C.3.	Script para cargas máxima, media y alternaente	96

Índice de figuras

2.1. Sección transversal de probetas sujetas a esfuerzo alternante uniaxial. <i>a) push-pull, b) alternating bending y c) rotating bending</i>	12
3.1. Diagrama de vida constante para aluminio 7075-T6	21
3.2. Diagrama CFL normalizado	23
4.1. Máquina de fatiga en flexión en el laboratorio de tecnología mecánica . .	32
4.2. Brazo de carga junto a su mordaza y la mordaza empotrada a la derecha. .	38
4.3. Diagrama del modelo utilizado y el sistema de coordenadas.	53
4.4. Función por parte de la aceleración del disco	59
4.5. Función por parte de la velocidad angular del disco	60
A.1. Designaciones de espaciamientos y bordes. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	81
A.2. Valor de h_e , para los distintos elementos de unión. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	83
A.3. Uniones en cizalle doble. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	85
A.4. Espaciamientos mínimos ntre pernos, barras de acero, tirafondos y a los bordes. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	87
A.5. Esquema de un tirafondo. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	88

Índice de cuadros

2.1.	Factores de modificación por tipo de carga, según el modelo de Lee.	14
3.1.	Número mínimo de pruebas según tipo de prueba	19
4.1.	Especificaciones del motor de la máquina de fatiga.	33
4.2.	Tabla de configuración de las masas modificada, mostrando el peso, su diferencia y el total para cada combinación	35
4.3.	Datos del sistema de transmisión	37
4.4.	Medidas de las barras de acero según su posición	37
4.5.	Masa de cada contrapeso utilizado	38
4.6.	Dimensiones y características de la viga de acero	40
4.7.	Valores de la densidad normal y anhidra del pino oregón. †: Definido con el percentil 5 % de exclusión.	42
4.8.	Tensiones admisibles y módulo de elasticidad en flexión para madera de pino oregón según su clase estructural.	43
4.9.	Valores del factor de modificación para el pino oregón.	43
4.10.	Dimensiones del tirafondo utilizado	49
4.11.	Valores obtenidos de la rigidez de las barras de acero y la probeta de acero	57
5.1.	Tabla aceros	64
5.2.	Tabla de fatiga en la pletina de acero.	65
5.3.	Resultados obtenidos para la flexión y cizalle de la viga A.	65
5.4.	Factores de seguridad en la viga A.	65
5.5.	Esfuerzos y factor de seguridad por compresión paralela en la viga B. . .	66
5.6.	Segundo momento de área y esfuerzos de carga y diseño en la viga C. .	66
5.7.	Cargas admisibles y factor de seguridad para distintos pernos hexagonales.	67
5.8.	Separación del perno a borde cargado, descargado y entre pernos, a partir de su diámetro.	67

5.9. Esfuerzos admisibles y factor de seguridad para distintas longitudes de tirafondo.	68
5.10. Espaciamiento entre los bordes cargado, descargado y entre tirafondos, para un diámetro de 1/4 de pulgada.	68
A.1. Condiciones que se deben considerar en la determinación de tensiones admisibles y módulo de elasticidad	71
A.2. Espesor nominal y real de la madera según el tratamiento recibido	77
A.3. Ancho nominal y real de la madera según el tratamiento recibido	78

Capítulo 1

Antecedentes

1.1. Fatiga

El fenómeno en el cual una estructura se daña e incluso falla por cargas fluctuantes, es llamado fatiga. El estudio de este problema comenzó tempranamente en europa durante la mitad del siglo XIX, en pleno auge de la industrialización europea, producto de la falla repentina de algunos componentes en máquinas y los ejes de los trenes de la época. Estos experimentaban un gradual debilitamiento de la resistencia, fallando aún cuando su esfuerzo último no fuese alcanzado.

Así, en 1837 fueron publicados los resultados del primer ensayo de fatiga, realizado a una cadena transportadora utilizada en minas de hierro en Alemania. Wilhelm Albert, quien realizó esta investigación, se vió motivado a realizar los estudios por los altos costos que significaba la falla de este componente producto de las cargas cíclicas a las que estaba sometida. Los pocos conocimientos existentes del fenómeno en esa época, llevo a que la solución al problema fuese la invención del cable de acero.

Por otro lado, las primeras investigaciones enfocadas a comprender el fenómeno comenzaron en 1858 con August Wöhler. Su acucioso estudio lo llevó a conclusiones que siguen teniendo importancia y validez hasta el día de hoy. Diseñó, durante la década de 1860, una máquina de ensayos de flexión y flexión rotativa. En 1870 presentó un informe en el cual parte de sus conclusiones cualitativas son llamadas “Ley de Wöhler”, al establecer el esfuerzo alterante como el parámetro más importante para la vida de un componente, señalando que “the stress amplitudes are decisives for the destruction of the cohesion of the material. The maximum stress is of influence only in so far as the higher it is, the lower are the stress amplitudes which lead to failure”[citar schutz history of fatigue](#), aunque destacando también que el esfuerzo medio tiene una influencia perjudicial

en el material.

Es decir, desde 1853 hasta hoy, han transcurrido más de 160 años de investigación sobre la fatiga, logrando comprender distintas aristas del fenómeno, pero con muchas preguntas aún sin resolver. Por eso, la fatiga sigue siendo un problema necesario de abordar y seguir comprendiendo, por sus grandes implicaciones de costo que tiene en la industria y en distintos elementos que utilizamos en la vida diaria. Por otro lado, si bien muchas preguntas no han sido resueltas científicamente, diversas empresas han logrado evitar las fallas por fatiga y optimizar los diseños de manera operativa, sin comprender cabalmente el trasfondo de estos.

1.1.1. Medición de la fatiga

Existen distintas técnicas para cuantificar la respuesta de un material o componente frente a esfuerzos o deformaciones fluctuantes. La primera de ellas, como se habló anteriormente, corresponde a una viga giratoria sometida a flexión en voladizo, diseñada por A. Wöhler. Con respecto a la información existente en la literatura la mayoría de los datos disponibles de resistencia a la fatiga se encuentra en las pruebas de viga giratoria (*rotating bending*, en inglés) en ciclo de flexión invertida, seguido por cargas axiales (*push-pull*, en inglés), flexión en voladizo (*alternating bending*, en inglés) y en menor medida, en las pruebas de fatiga por torsión. [citar norton sección 45](#)

Ensayo de fatiga con una viga giratoria en flexión

Su uso es el más extendido para determinar la vida a fatiga de un material. La principal ventaja frente a otros sistemas radica en su capacidad de aplicar ciclos de cargas a altas velocidades, es decir, realizar pruebas de fatiga a altas frecuencias. Sin embargo, no es posible aplicar una carga media distinta de cero, por lo tanto, su uso principal se encuentra en la obtención de datos para el rango HCF y de ciclo invertido. Los datos obtenidos son más altos respecto a otros tipos de medición, como se puede ver en la figura REF.

Ensayo de fatiga axial

Esta configuración de prueba es más flexible que el resto, siendo posible cualquier combinación de esfuerzo alternante y medio, además de poder realizar ensayos con el modelo de deformación-vida. Su principal diferencia respecto al método de viga giratoria se encuentra en que la sección transversal está sometida a esfuerzos de manera uniforme, provocando que los resultados de resistencia a la fatiga obtenidos sean usualmente meno-

res que las obtenidas por *rotating bending* y *alternating bending*. Se considera que esto se debe a la probabilidad más alta de hallar una microgrieta en un campo de esfuerzos más grande. Asimismo, la superposición de momentos de flexión sobre las cargas axiales, producto de la dificultad de crear cargas axiales sin excentricidad, son un factor en la disminución en la obtención de valores de resistencia menores. En concreto, la reducción de las resistencias a la fatiga obtenidos pueden variar entre un 10% y un 30% o más si hay flexión producto de la excentricidad de las cargas. La figura REF [sacar imagen de paper A Esin](#) muestra las diferencias de los datos obtenidos entre un ensayo de fatiga axial y uno de viga giratoria.

Ensayo de fatiga de flexión en voladizo

Esta prueba consiste en someter a una viga en voladizo a oscilaciones en su extremo libre a través de algún mecanismo, pudiendo lograr combinaciones de esfuerzos medios y alternantes. La máquina analizada en esta memoria, utiliza este método para la obtención de los datos de vida de fatiga del material a analizar. Los resultados de este tipo de prueba son inferiores a los obtenidos por *rotating bending* y mayores a los obtenidos por *push-pull*.

1.1.2. Correlación entre distintos métodos de medición de la fatiga

Como se señaló anteriormente y se aprecia en la imagen REF, cada prueba entrega valores distintos aún cuando los niveles de esfuerzo sean iguales. Por esto, existen distintos intentos en la literatura de crear correlaciones entre los datos, evitando los costos asociados a realizar nuevos ensayos experimentales del mismo material o componente. La forma en que se ha abordado esta problemática es la utilización de un factor de corrección (ϕ) calculado con distintas propuestas.

Algunos de estos modelos son: Manson y Muralidharan, Philipp, Lee y Esin. Cada metodología aborda de distinta forma el cálculo del factor de corrección ϕ , ahora bien, se abordarán los modelos de Lee y Esin en este trabajo, ya que, de acuerdo a [agregar cita de analysis of axial papre](#), son los modelos que se ajustan mejor al comportamiento de los datos empíricos entre ensayos de *rotating bending* y de *push-pull*. [corregir](#)

Modelo de Esin

El modelo propuesto por Esin en “*A method for correlating different types of fatigue curve*”, relaciona las curvas *S-N* de los ensayos *push-pull*, *alternating bending* y *rotating*

bending. Éste depende del esfuerzo alternante, asumiendo que la curva base y la calculada por este método se intersectarán en el punto (S_e, N_f) , es decir, el factor de corrección es $\phi = 1$ en esa posición.

El método se basa en el análisis de la dependencia de la micro-plasticidad en la distribución de esfuerzos en la sección transversal, definiéndose la micro-plasticidad como el flujo plástico de un material sin haber alcanzado su punto de fluencia. Ésta ocurre sobre cierto nivel de esfuerzos en el rango elástico, llamado límite elástico real (*true elastic limit*, en inglés o *TEL*) y bajo el límite de resistencia a la fatiga, S_e . Así, siempre se cumplirá que:

$$TEL \leq S_e \leq S_y$$

La micro-plasticidad es un fenómeno altamente localizado que depende de las propiedades probabilísticas micro-estructurales del material como su micro-inhomogeneidad, anisotropía y micro-concentraciones de esfuerzos, los cuales explican la dispersión de datos en los ensayos de fatiga. Así, cuando los esfuerzos alternantes están sobre valor del *TEL*, la micro-plasticidad influye en los macro-elementos. Dicho de otra forma, el comportamiento mecánico observado a un nivel macro es el comportamiento integrado de los micro-elementos.

Hacer imagen igual a esta

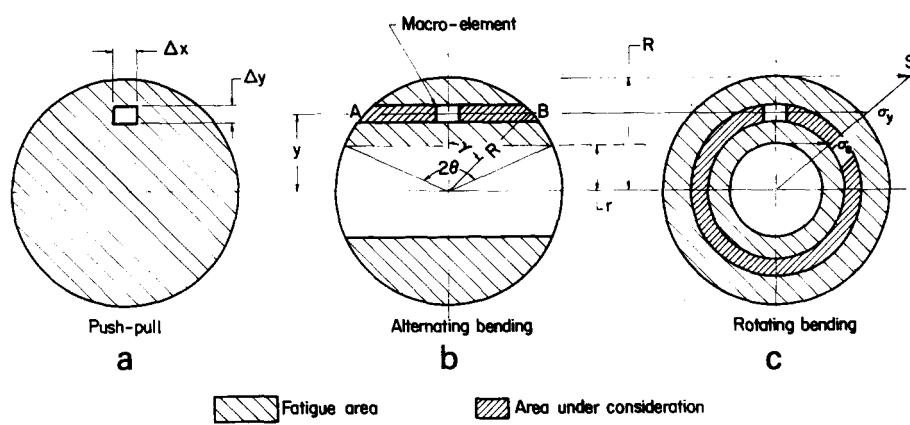


Figura 1.1: Sección transversal de probetas sujetas a esfuerzo alternante uniaxial. a) *push-pull*, b) *alternating bending* y c) *rotating bending*

En la figura 2.1, se puede apreciar las áreas afectadas por fatiga para cada tipo de ensayo, los cuales, por sí mismo podrían explicar las diferencias en los resultados de cada prueba. Sin embargo, basándose en el criterio de fatiga de la deformación micro-plástica,

la falla ocurre cuando la energía acumulada por la histérsis plástica, a una cantidad de ciclos N_f , es igual al valor de la energía de ruptura real (área bajo la curva de un diagrama σ - ε real), como queda expresado en la ecuación 2.1.1.

$$N_f = \frac{U \cdot T_t}{W} \quad (1.1.1)$$

Donde:

- N_f : Número de ciclos a la falla.
- U : Energía total real bajo la curva del diagrama esfuerzo-deformación.
- W : Energía total plástica disipada.
- T_t : Número total de macro-elementos.

De esta forma, el método utiliza varios factores para crear una correlación entre las distintas curvas, ocupando el esfuerzo alterante, S , como valor de entrada. El primero de ellos es el concepto de esfuerzo alterante equivalente, S_{eq} (ecuación 2.1.2), utilizado para denotar un esfuerzo hipotético actuando sobre todos los elementos sometidos a fatiga.

$$S_{eq} = \frac{\sum \sigma_i A_i}{\sum A_i} \quad (1.1.2)$$

Donde A_i es el número o área de los macro-elementos con igual esfuerzo equivalente. A partir de esto, el esfuerzo equivalente para ensayos de *rotating bending* y *alternating bending*, están dados por las ecuaciones 2.1.3 y 2.1.4, respectivamente.

$$S_{eq,rt} = \frac{2S \cdot \sin^3 \theta}{3C} \quad (1.1.3)$$

$$S_{eq,ab} = \frac{2S}{3} \cdot \left(\frac{1 - c^3}{1 - c^2} \right) \quad (1.1.4)$$

Donde las variables C y c se definen cómo:

$$C = \left(\frac{\pi \theta}{180} - \frac{\sin(2\theta)}{2} \right) \quad ; \quad c = \frac{r}{R} \quad (1.1.5)$$

Los valores de θ , r y R son propios de la geometría de la probeta utilizada y se definen de acuerdo a la figura 2.1. De igual forma, se debe calcular el factor de fatiga, FF , ecuación que representa el ratio entre el área total de la sección transversal y el área de los elementos que contribuyen al proceso de fatiga. Así, las ecuaciones 2.1.6 y 2.1.7 representan los factores de fatiga para calcular la vida a fatiga equivalente, N_{eq} , de *alternating bending* y

rotating bending, respectivamente.

$$FF_{ab} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi\theta}{180} - \frac{\sin(2\theta)}{2} \right) \quad (1.1.6)$$

$$FF_{rb} = \frac{R^2}{(R^2 - r^2)} \quad (1.1.7)$$

Finalmente, con estos elementos es posible tomar del diagrama *S-N* un punto (S_i, N_i) y, a través de las correlaciones, obtener un nuevo punto (S'_i, N'_i) que equivale a la curva *S-N* de otro tipo de ensayo.

La metodología consiste en tomar un valor de esfuerzo alternante conveniente S y calcular su esfuerzo alternante equivalente, S_{eq} . Utilizando este valor, se determinará a partir de la curva *S-N* original el número de ciclos a la falla que se llamará vida a fatiga equivalente, N_{eq} . Este valor debe ser multiplicado por el factor de fatiga FF , obteniendo la vida a fatiga modificada, N . Así, el punto $P = (S, N)$, como se muestra en la figura REF [Crear fig 3 del paper de Esin](#) es el valor equivalente obtenido, teniendo que repetirse el procedimiento para todos los puntos que se requieran.

Modelo de Lee

La estimación del límite de fatiga, S_e , se calcula a través de distintos factores de modificación según el tipo de carga, calidad superficial, tamaño y confiabilidad de la muestra. El factor de modificación según el tipo de carga C_L varía entre 0,7 y 0,9 para probetas sin muescas. Las recomendaciones para cada valor de C_L se realizaron considerando los efectos del gradiente de esfuerzos y el tipo de esfuerzo involucrado, es decir, cortantes y normales. Estos también varían según el tipo de material, los cuales fueron obtenidos de manera empírica. Así la tabla 2.1 muestra los factores de modificación para algunos tipos de carga.

Tipo de Carga	C_L	Observaciones
Carga axial pura	0,9	-
Carga axial con leve flexión	0,7	-
Rotating bending	1,0	-
Torsional	0,58	Para aceros

Cuadro 1.1: Factores de modificación por tipo de carga, según el modelo de Lee.

Además, es posible apreciar en la imagen REF [hacer imagen como la 416 del texto de Lee pag 150](#) las diferencias que se generan por la aplicación del factor de corrección para

los distintos tipos de carga que se buscan.

AÑADIR IMAGEN COMPARANDO AMBOS SISTEMAS.

1.2. Máquina de fatiga a flexión

1.3. La madera como elemento constructivo

1.4. Acero

Capítulo 2

Metodología

2.1. Levantamiento de información

El departamento de ingeniería mecánica en el Campus Casa Central, posee una máquina de fatiga (MF) uniaxial en flexión en el laboratorio de tecnología mecánica que se encuentra en la universidad hace más de 50 años, sin saber su fecha exacta de adquisición. La medición de fatiga es realizada a través del método de *esfuerzo-vida*, utilizando la configuración de *rotating bending*, ambos descritos en el capítulo anterior. La información existente sobre la máquina de ensayos es escasa, principalmente por su antigüedad, la perdida de documentos y obsolescencia de la electrónica. Por lo mismo, parte del trabajo de esta memoria se centra en lograr rescatar información y su posterior comprensión para lograr tener operativa la máquina de fatiga.



Figura 2.1: Máquina de fatiga en flexión en el laboratorio de tecnología mecánica

2.1.1. Estado actual y antecedentes

Actualmente la máquina no puede ser utilizada por no estar anclada, estando apoyada sobre dos listones de madera, que a su vez, están sobre una mesa de madera como se aprecia en la figura REF. Por consiguiente, la máquina al ser utilizada comienza a vibrar, saltar y desplazarse lateralmente, lo que impide su uso prolongado por motivos de seguridad. Es decir, no es posible realizar correctamente un ensayo de fatiga de ningún material ni configuración.

A partir de información verbal entregada por el profesor Fernando Rojas, se cree que la máquina fue adquirida por el departamento hace, al menos, 50 años atrás. Fue fabricada en Suiza por *Alfred J. Amsler & Co.* y su estructura completa es de acero fundido. Previo a la remodelación del piso del laboratorio, la máquina se encontraba anclada al piso con un bloque de concreto que fue demolido durante los trabajos de remodelación, momento desde el cual se encuentra sin una solución definitiva. Más aún, varios equipos y máquinas de ensayo del laboratorio no se encuentran ancladas al piso ni con una instalación definitiva impidiendo su uso.

La única modificación que posee la máquina, según la información recopilada, consiste en el cambio del contador de revoluciones o ciclos realizados en un ensayo de fatiga. Esta actualización consistió en sacar el contador mecánico original y reemplazarlo por un contador electrónico, el cual tiene sus controles y el display adosada a su estructura, como se puede apreciar en la figura [agregar imagen del contador](#).

El sistema eléctrico de la máquina permanece intacto, la cual se encuentra conectada a la red de la universidad. Conserva su motor eléctrico original junto a un conjunto eléctrico cuya función es suministrar energía de manera continua y estable al motor, para evitar que el ensayo de fatiga se pueda ver afectado por problemas y las variaciones del suministro eléctrico. El motor es de [corriente continua](#) con velocidad constante y sus especificaciones se pueden ver en la tabla 4.1:

Especificaciones Motor	Valor
Tensión	220 [V]
Corriente	0,8 [A]
Factor de potencia ($\cos \varphi$)	Sin información
Potencia	100 [W]
Velocidad	1500 [rev/min]

Cuadro 2.1: Especificaciones del motor de la máquina de fatiga.

Otro elemento distinto al original consiste en la correa de transmisión entre el motor eléctrico y el disco desbalanceado. La original consistía en una correa de cuero plana y

cruzada, sin información respecto a su empalme. La correa actual consiste también en una correa plana y cruzada, sin embargo, su material es tela y el empalme es realizado a mano con hilo acerado. Cabe destacar que lo poco usual de las dimensiones, características y la necesidad de hacer el empalme en la misma máquina, dificulta la búsqueda de una correa que pueda cumplir de manera óptima la transmisión de potencia. Parte de estas dificultades se deben a que el sistema de transmisión no ha sido modificado donde sus poleas tienen dimensiones, tanto de diámetro como de ancho, que no están normalizadas o se encuentran fuera de catálogo de mucho proveedores.

Por otro lado, los elementos de agarre de la probeta no tienen modificaciones conocidas, tanto el brazo que recibe el movimiento como el agarre empotrado a la estructura de la máquina. La fabricación de las probetas utilizadas se realiza en el mismo laboratorio a partir de acero AISI 1020 o 1040, el cual para conseguir las dimensiones de la figura REF. se debe cortar y tornear.

Finalmente, para realizar los ensayos en distintas configuraciones existen distintas masas (figura REF) que desequilibran el disco rotativo, como se verá en la sección 4.1.2, y estas combinaciones se especifican en una tabla de cargas (Anexo REF). Sin embargo, se desconoce el origen, y en consecuencia, la fiabilidad de la información contenida en esta tabla.

2.1.2. Funcionamiento

La máquina de fatiga tiene como objetivo lograr que para cada ciclo se ejerza el mismo esfuerzo determinado sobre la probeta, en forma de flexión. Para lograr esto, el mecanismo utilizado es un disco desequilibrado girando a una velocidad constante $\dot{\theta}$, la fuerza es transmitida hasta un brazo que sostiene a su vez a la probeta, generando flexión en la probeta con un doble empotramiento. La velocidad $\dot{\theta}$ del disco se transmitida desde el motor eléctrico a través de poleas y una correa de transmisión en una relación de 1:1 revisar, a una velocidad de 1500 revoluciones por minuto. Así, para realizar las mediciones de fatiga a distintas cargas se modifica el desequilibrio del disco a través de un conjunto de masas, mostradas en la figura REF, que permiten generar distintas configuraciones y, por consiguiente, esfuerzos en la probeta.

Agregar imagen de contrapesos c Los elementos utilizados para desbalancear son 6 discos pequeños de X medir radio masas a Y de diámetro. Estos son enumerados del 1 al 5, donde el 1 es el más liviano y el 5 el más pesado, todos de distinto peso y el quinto se encuentra repetido. Estas se colocan en los extremos del disco giratorio, como se ve en la figura REFimagedisco, dependiendo de la carga que se deseé generar. Para conocer que

configuración corresponde a cada esfuerzo aplicado sobre la probeta, se utiliza la tabla de cargas explicada a continuación.

Esta tabla, con 3 columnas de información como se ve en el Anexo REF, nos entrega el esfuerzo normal σ , cortante τ y la combinación necesaria para generar esos esfuerzos. Los números entre paréntesis nos indican cuantos contrapesos se deben apilar en cada perno adosado al disco giratorio, los cuales llamaremos soportes de contrapeso (SC). Así, la tabla nos señala que la fuerza es función de la diferencia de masa entre cada soporte, es decir, la suma de las masas de cada paréntesis. A modo de ejemplo, en la tabla 4.2 se han colocado las 4 primeras filas de la tabla de cargas, añadiendo 4 columnas con información sobre el peso de cada combinación. En las columnas m_1 y m_2 se aprecia la suma de cada masa colocada en sus soportes de contrapeso señalado por la columna de “Combinación”. Las columnas siguientes representan $\Delta m = m_1 - m_2$ y $m_{total} = m_1 + m_2$. Como se puede apreciar, los esfuerzos normales y cortantes aumentan en la medida que Δm de cada combinación aumenta, independiente de m_{total} .

$\sigma \left[\frac{\text{kg}_f}{\text{cm}^2} \right]$	$\tau \left[\frac{\text{kg}_f}{\text{cm}^2} \right]$	Combinación	m_1 [g]	m_2 [g]	Δm [g]	m_{total} [g]
40	20	(5) - (1+2+3+4)	30,9199	30,5071	0,4128	61,427
80	40	(1) - (0)	0,7582	0	0,7582	0,7582
120	60	(5) - (4+2+3)	30,9199	29,7489	1,171	60,6688
160	80	(2) - (1)	2,2969	0,7582	1,5387	3,0551

Cuadro 2.2: Tabla de configuración de las masas modificada, mostrando el peso, su diferencia y el total para cada combinación

Con esto, la probeta a ensayar estará sometida a un esfuerzo en flexión, empotrada en ambos lados por la mordaza del brazo y la mordaza empotrada a la estructura de la máquina, ambas mostradas en la figura REF. Una vez que se haya escogido la configuración de masas y la probeta se encuentre en su posición, una pequeña barra con una manilla ubicada entre las barras de acero, como se aprecia en la figura REF, eleva ambas barras con el objetivo de evitar que oscile durante el encendido y aceleración del motor hasta su velocidad final, dejando a la barra en una configuración de empotrado y apoyo simple. Una vez que el motor alcanza una velocidad estable, el sostén es girado nuevamente para dejar al disco giratorio en posición de empotrado-libre. Este sostén, permite que el ensayo de fatiga se realice siempre a una frecuencia constante y evitar la transición inicial del motor. Una vez que la probeta se fracture, provocarán un aumento en la amplitud de las oscilaciones del disco las cuales activarán el freno automático (figura REF) para detener el motor y, por lo tanto, el ensayo. Gracias a este sistema, es posible conocer la cantidad

de ciclos que realizados hasta el momento de fractura sin la necesidad de supervisar de manera continua el ensayo.

Mordazas

2.1.3. Mediciones

Para realizar un correcto diseño de la estructura soportante y la comprensión de su funcionamiento, se hace vital poder contar con información confiable para obtener resultados correctos. Para esto, las mediciones se dividirán según su objetivo en el desarrollo de este trabajo.

Diseño de estructura

Las medidas de la mesa actual son:

- Ancho = 74,5 cm
- Largo = 177 cm
- Altura = 91 cm

Por otro lado, para diseñar correctamente la estructura se deben conocer las dimensiones de la máquina, su peso y la ubicación de los pernos de anclaje, así como también el tipo de perno utilizado. La figura REFrealizar diagrama con vistas frontal y lateral de la maquina con sus dimensiones es un esquema representativo de la máquina, mostrando sus dimensiones de ancho, alto y largo, las dimensiones de su base y la ubicación de sus pernos. La masa de toda la máquina se approximó a partir de las dimensiones externas, estimando el grosor de sus paredes y considerando el peso específico del acero fundido, sobreestimando el valor del espesor de sus paredes como factor de seguridad. Considerando el peso específico del acero $\rho_{ac.fundido} = 7850 [Kg/m^3]$, entonces la masa total calculada es:

$$\left. \begin{array}{l} V_{base} = (3,3 \cdot 91 \cdot 39 - 3 \cdot 88 \cdot 37) \text{ cm}^3 \\ V_{superior} = (30,2 \cdot 84 \cdot 32 - 26 \cdot 78 \cdot 28,5) \text{ cm}^3 \end{array} \right\} V_{b+s} = 25323,3 \text{ cm}^3$$

$$m_{mag} = \rho_{ac.fundido} \cdot V_{b+s} = 198,8 \text{ kg} \approx 200 \text{ kg} \quad (2.1.1)$$

Componentes de la máquina de fatiga

Sistema de transmisión. El sistema de transmisión está compuesto por el motor eléctrico, cuyas características se detallaron anteriormente, la correa de transmisión y

ambas poleas. Las dimensiones y características de las poleas conductora y conducida, como también de la correa se encuentran en la tabla 4.3.

Características	Valor
Diámetro polea motriz	48 mm
Diámetro polea conducida	47,5 mm
Relación de poleas	$\approx 1 (-)$
Ancho correa	10 mm
Longitud correa	1235 mm
Configuración	Cruzada

Cuadro 2.3: Datos del sistema de transmisión

Barras de acero. El conjunto de barras de acero que sostienen el disco en empotrado-libre, tienen medidas levemente distintas para las superiores respecto a las inferiores, separadas por una distancia de 32 mm. La tabla 4.4 muestra las medidas de cada una.

Medida	Barras superiores [mm]	Barras inferiores [mm]
Espesor	5,7	5,8
Ancho	25,1	25,2
Largo	333	333

Cuadro 2.4: Medidas de las barras de acero según su posición

Con estos datos, es posible calcular el segundo momento de área respecto a un eje central horizontal equidistante entre las barras superiores e inferiores, según el cual es obtiene $I = asfaf$.

Sistema de transmisión de fuerzas. El brazo principal (figura 4.2) que ejerce la fuerza sobre la probeta proveniente del disco desbalanceado, está constituido por tres partes principales. La primera de ellas es la parte trasera, con forma regular rectangular, está hecho de una aleación de aluminio y dos tercios de su longitud es ahuecada. La segunda y principal, está hecha de acero fundido y añade el mayor porcentaje de masa al total del brazo. Finalmente, la última parte consiste en la mordaza, unida a la sección principal con dos pernos que permiten ajustar su posición. La longitud total del brazo es de 359 mm y su masa total 2,305 kg.



Figura 2.2: Brazo de carga junto a su mordaza y la mordaza empotrada a la derecha.

La transmisión de la carga entre el disco desbalanceado y el brazo de carga se da a través de dos barras de acero redondas, uno a cada lado del disco, de diámetro 6,2 mm y largo de 169 mm.

Disco desbalanceado. En base a las características visuales y auditivas del disco, se cree que está construido en alguna aleación de aluminio. Su radio $R_d = 112$ mm y espesor de 6,4 mm.

La masa de cada contrapeso, medidos en el laboratorio de metalúrgica con pesas blablabla.

Contrapeso	Masa [g]
1	0,7582
2	2,2969
3	6,8541
4	20,5979
5	30,9199

Cuadro 2.5: Masa de cada contrapeso utilizado

Por otra parte, no fue posible medir directamente la masa del disco al no poder desarmarlo ni separarlo de su eje. Por lo tanto, se midió de la flecha de la viga en voladizo producida por la masa del disco, la polea, el sistema de sujeción y las barras de acero,

se pudo obtener la masa aproximada del disco. Sin embargo, si bien se restó la fuerza producida por la masa de las barras, se incluyó en el cálculo el resto de los elementos acompañantes del disco en la masa obtenida.

Probeta. La probeta utilizada actualmente para el ensayo de fatiga es de acero AISI 1020. Su geometría, como se aprecia en la figura REF, consiste en una pequeña viga de largo $3\frac{1}{2}$ ", de sección cuadrada en sus extremos y una entalladura en el medio de sección circular, de lado $\frac{1}{2}$ " de lado y 0,3" de diámetro respectivamente.

2.2. Diseño de estructura

El proceso de diseñar la estructura hasta su resultado final pasó por distintas etapas. Esto por el proceso de aprendizaje y comprensión de la norma de calculo de madera NCh 1198, como también por la restricción y disponibilidad de materiales, tecnología o medidas acorde a las necesidades. El diseño presentado en este trabajo se muestra en la figura REF, hecho principalmente de madera, junto a elementos de acero. El objetivo de esta estructura es fijar y soportar la máquina de fatiga tanto en reposo como en operación, buscando como características su durabilidad, lo modular de las piezas y la opción de modificarla en el futuro.

Imagen de vista en perspectiva

La metodología de su diseño, se separará en las distintas etapas que se realizó y los requerimientos que surgieron a partir de estas. Finalmente, se realizó una simulación estática y modal para comparar los cálculos realizados y conocer su frecuencia natural, respectivamente.

2.2.1. Diseño en acero

La estructura se diseño para que la conexión con la máquina de fatiga fuera a través de pletinas de acero, utilizando los pernos existentes. Las pletinas, a su vez , están conectadas mediante pernos a las vigas principales de madera de cada extremo. Para llevar acabo los cálculo, se hará como suposición que cada pletina esta con un empotramiento en cada extremo, con dos cargas distribuidas. La primera de ellas es el apoyo de la maquina sobre la pletina y, la segunda, el peso propio del acero. Por lo tanto, la figura REF muestra el diagrama de las cargas que actúan y las distancias a utilizar.

Diagrama de cargas

Por otro lado, al no conocerse la distribución de masa de la maquina de fatiga, se considerará la carga distribuida en cada pletina como:

$$q_{mag} = \frac{0,75 \cdot m_{mag}}{c} = 384,62 \text{ [kg/m]} \quad (2.2.1)$$

Donde m_{mag} es la masa estimada en ??, multiplicada por 0,75 como factor de seguridad por la distribución irregular de peso de la máquina. Para obtener el esfuerzo máximos flector es necesario conocer la geometría de la viga, motivo por la cual se iteró entre las distintas opciones disponibles en el mercado de pletinas o barras planas de acero. Por razones estipuladas en la norma NCh 1198, la conexión entre la pletina de acero y la viga principal de madera se debe realizar con un mínimo de dos pernos, por lo tanto, se escogió el ancho máximo del mercad. Así, la tabla 4.6 muestra las dimensiones de la pletina escogida.

Características pletina	Valor
Espesor (h_p) [mm]	8
Ancho (b_p) [mm]	100
Material	A270ES
Carga distribuida (q_{ac}) [kg/m]	6,28

Cuadro 2.6: Dimensiones y características de la viga de acero

Por ende, el cálculo de la reacción en sus apoyos, el momento y esfuerzo flector máximos queda expresado por las ecuaciones 4.2.2a, 4.2.2b y 4.2.2c, respectivamente. Estas fueron calculadas respecto al punto A (o B, por simetría), donde se encuentra el momento flector máximo.

$$R_A = g \left(\frac{m_{mag}}{2} + \frac{q_{ac}L}{2} \right) \quad (2.2.2a)$$

$$M_A = \left(\frac{gcq_{mag}}{24L} \right) \left(3L^2 - 4c^2 + \frac{6bc^2}{L} - \frac{3c^3}{L} \right) + \left(\frac{gq_{ac}L^2}{12} \right) \quad (2.2.2b)$$

$$\sigma_{max,pl} = \frac{M_A \cdot h_p}{2I_{pl}} \quad (2.2.2c)$$

Así, los valores obtenidos son:

- $R_A = 754,85 \text{ [N]}$
- $M_A = 100,97 \text{ [Nm]}$

- $I_{pl} = 4266,6 \text{ [mm}^4\text{]}$

- $\sigma_{max} = 94,66 \text{ [MPa]}$

Con relación a la cargas fluctuantes que recibirán las pletinas como parte del funcionamiento de la máquina, se considerará la carga mayor que es capaz de producir la máquina de todas sus configuraciones, de acuerdo a lo que se obtenga por medio del modelo que se expondrá en la sección 4.3.2. Esta carga alterna sobre la pletina, $F_{a,pl}$, se considerará igual a la mitad de la carga máxima posible producida por el disco desbalanceado. Por lo tanto, considerando la configuración utilizada en las cargas estáticas, la carga distribuida alterna será $q_{a,pl} = F_{a,pl}/c$ y el momento flector máximo en el punto A es la primera expresión de la ecuación 4.2.2b y el esfuerzo sobre el mismo punto igual a la expresión 4.2.2c, quedando:

$$M_{a,pl,A} = \left(\frac{cq_{a,pl}}{24L} \right) \left(3L^2 - 4c^2 + \frac{6bc^2}{L} - \frac{3c^3}{L} \right) \quad (2.2.3)$$

$$\sigma_{a,A} = \frac{M_{a,pl,A} \cdot h_p}{2I_{pl}} \quad (2.2.4)$$

Para obtener el factor de seguridad, se utilizará la ecuación de Goodman modificada (3.1.6). Para esto, el límite de resistencia a la fatiga de un acero se puede estimar como $S_e = 0,5S_{ut}$ cuando el esfuerzo último es menor a 1400 MPa REFERENCIA. Como el material utilizado es un acero A270ES, entonces su equivalente en la antigua nomenclatura chilena de acero es A42-27ES REFERENCIA, donde el esfuerzo último del material es $S_{ut} = 420 \text{ MPa}$, por lo tanto, $S_e = 210 \text{ MPa}$. También, el esfuerzo medio será igual al esfuerzo estático calculado anteriormente, donde, $S_m = \sigma_{max,pl}$. Así, el factor de seguridad es:

$$FS = \left(\frac{S_e \cdot S_{ut}}{S_a \cdot S_{ut} + S_m \cdot S_e} \right) \quad (2.2.5)$$

2.2.2. Diseño en madera

La elección de la madera como elemento principal de construcción se debió por su capacidad de disipar las vibraciones y la relación entre su resistencia y el peso, volviendo la estructura más liviana y útil para las necesidades. Para realizar los cálculos de la madera y sus uniones, se utilizó la norma **NCh 1198 Of. 91 – Madera: Construcciones en madera – Cálculo**, mostrada en el anexo A. Las dimensiones del diseño de la estructura se realizaron considerando dejar el espacio necesario para la operación de la máquina, conservando la altura actual de 900 [mm]. Si bien en el presente trabajo se expondrán los cálculos de una especia maderera y sus respectivas dimensiones, se realizaron cálculos

con otras especies y en otros formatos para añadir flexibilidad al diseño propuesto. Las maderas consideradas en el trabajo son el pino Oregón, pino Radiata y la línea de pino radiata encolado Hilam de Arauco. Los resultados mostrados en la sección siguiente son los obtenidos al escoger el pino Oregón en formato de 110x110 [mm]. Los valores de las tensiones admisibles para distintas especies madereras se obtienen de la tabla 4 de la sección 6.2 de la NCh 1198, sin embargo, para la madera laminada encolada se encuentran en la norma NCh 2165. Finalmente, para la sección de diseño en madera se utilizará la nomenclatura utilizada por la norma NCh 1198, para evitar confusiones al momento de consultar el anexo o la norma misma.

añadir tabla con las dimensiones de la madera

2.2.3. Cálculo de cargas en estructura de madera

Para identificar las distintas partes de madera en la estructura, se utilizará la figura REF como referencia. Tanto las vigas A, C, D y el pilar B, están diseñados de la misma madera y formato. En el anexo REF se pueden apreciar los planos del diseño de la estructura propuesta y sus uniones.

añadir imagen de vigas A, B, C y D

Como se nombró anteriormente, la madera utilizada será pino oregón, el cual bajo las consideraciones de la tabla A.1 se trabajará como madera seca tanto en construcción como en servicio al estar en un ambiente cerrado sin calefacción, como se señala en la sección A.1.1 de contenido de humedad. Los valores de densidad, tanto anhidra como normal, se pueden obtener del Anexo E de la norma. A partir de este anexo, la tabla 4.7 muestra los valores del pino oregón.

Especie maderera	Densidad anhidra (kg/m^3)		Densidad normal (kg/m^3)	
	Valor medio ρ_o	Valor característico $\rho_{o,k}^{\dagger}$	Valor medio ρ_{12}	Valor característico $\rho_{12,k}^{\dagger}$
Pino oregón	410	326	441	350

Cuadro 2.7: Valores de la densidad normal y anhidra del pino oregón. † : Definido con el percentil 5 % de exclusión.

Tensiones admisibles y módulo de elasticidad del pino oregón. Para la determinación de estos valores es necesario catalogar el grado de calidad, si corresponde a madera verde o seca y la clasificación de la madera del pino oregón. El agrupamiento de las maderas crecidas en Chile se encuentran en el anexo A de la norma NCh 1198, según la

cual el pino oregón se clasifica en el grupo ES 5 para madera seca y se asumirá un grado estructural N° 4. Con esta información, a través de la tabla 6 de la norma, obtenemos que la clase estructural es F8. Con esto, la tabla 4 y 5 entrega la información de las tensiones admisibles y el módulo de elasticidad. Así, la tabla REF los valores del pino oregón utilizado en este trabajo.

Clase Estructural	Flexión F_f	Compresión Paralela F_{cp}	Compresión Normal F_{cn}	Tracción Paralela F_{tp}	Cizalle F_{cz}	Módulo de elasticidad en flexión E_f
F8	8,6 (MPa)	6,6 (MPa)	4,1 (MPa)	5,2 (MPa)	0,86 (MPa)	6,9 (GPa)

Cuadro 2.8: Tensiones admisibles y módulo de elasticidad en flexión para madera de pino oregón según su clase estructural.

Factores de modificación. Dada las condiciones en las que trabajará la madera, se deben calcular tres factores de modificación que afectan de manera global a la madera, sin embargo el factor de modificación por trabajo conjunto, K_C , no se considera en este caso. La modificación por contenido de humedad se calcula con un factor ΔR y por la diferencia entre la humedad de la madera y una humedad del 12 %, ΔH . Considerando una humedad de la madera del 15 %, entonces los valores de K_H para cada solicitud son los siguientes se muestran en la tabla 4.9.

Factor de modificación por humedad	Flexión F_f	Compresión Paralela F_{cp}	Compresión Normal F_{cn}	Tracción Paralela F_{tp}	Cizalle F_{cz}	Módulo de elasticidad en flexión E_f
K_H	0,999385	0,999385	0,999385	0,99952	0,999199	0,999556

Cuadro 2.9: Valores del factor de modificación para el pino oregón.

Por otro lado, el factor de modificación por duración, K_D , se aplica a través de la ecuación 4.2.6, donde la duración de la carga t se aplica en segundos. También, la norma incluye el gráfico de K_D siendo una opción para su cálculo. Los valores admisibles que se señalan en la norma corresponden a una vida útil de 10 años de duración, sin embargo, para una vida útil indefinida el valor de K_D corresponde a 0,9. Este factor de modificación no afecta al módulo de elasticidad ni a la tensión admisible de compresión normal.

$$K_D = \frac{1,747}{t^{0,0464}} + 0,295 \quad (2.2.6)$$

Viga principal, A

Es la viga que soporta la carga de las pletinas que sostienen a la máquina y a su vez descansa la carga en los pilares B. Para realizar los cálculos de esfuerzo se consideró un doble empotramiento en cada extremo, con tres cargas distribuidas que representan la carga de las pletinas de acero, q_{pl} , las cuales se determinarán según la ecuación 4.2.7, y el peso propio de la madera.

$$q_{pl} = \frac{q_{mag} c + q_{ac} L}{2b_p} \quad (2.2.7)$$

El diagrama y la distribución de la carga se puede apreciar en la figura REF. Por otro lado, el esfuerzo máximo se presenta en los extremos de la viga. Las ecuaciones 4.2.8a y 4.2.8b, muestran la obtención de las reacciones y del momento flector máximo.

$$R_0 = g \left(q_{pl} \cdot b_p + \frac{L \cdot q_{mad}}{2} \right) \quad (2.2.8a)$$

$$M_0 = \left(\frac{q_{pl} \cdot g \cdot b_p}{L^2} \right) \left(l_2 l_6^2 + l_6 l_2^2 - \frac{b_p^2}{12} (l_6 + l_2) \right) + \frac{R_0 \cdot L}{6} \quad (2.2.8b)$$

Donde los valores obtenidos son:

- $R_0 = Q = 795 \text{ [N]}$
- $M_0 = M_{max} = 122,26 \text{ [Nm]}$

Así, la tensión de trabajo f_f se calcula según la ecuación A.2.1, obteniéndose el valor:

$$f_f = 0,551 \text{ (MPa)} \quad (2.2.9)$$

De este modo, la tensión de diseño en la zona flexo-traccionada y flexo-comprimida que se calcula a partir de A.2.2a y A.2.2b, respectivamente. Para la zona flexo-traccionada se debe calcular el factor de modificación por altura y para la flexo-traccionada el factor de modificación por volcamiento. El primero se obtiene con la ecuación A.2.3a, obteniéndose el valor de $K_{hf} = 0,916$. Para el factor de volcamiento, se deben verificar el caso que corresponde como se señala en el anexo A, el cual da un valor de $K_v = 1$. Por lo tanto, el valor de $F_{ft,dis}$ y $F_{fv,dis}$ son:

$$F_{ft,dis} = 7,08 \text{ (MPa)} \quad (2.2.10a)$$

$$F_{fv,dis} = 7,74 \text{ (MPa)} \quad (2.2.10b)$$

Por otro lado, la tensión de trabajo en cizalle se obtiene a partir de la ecuación A.2.5 y la de diseño en cizalle por A.2.6. Dado que $K_r = 1$ al no haber rebajo de la viga, entonces el valor obtenido para ambas tensiones son:

$$f_{cz} = 0,098 \text{ (MPa)} \quad (2.2.11)$$

$$F_{cz,dis} = 0,774 \text{ (MPa)} \quad (2.2.12)$$

Finalmente, los valores de factor de seguridad (FS) para cada uno de las tensiones calculadas son los siguientes:

$$FS_{ft} = 12,85 \quad (2.2.13a)$$

$$FS_{fv} = 14,03 \quad (2.2.13b)$$

$$FS_{cz} = 7,85 \quad (2.2.13c)$$

Pilar de apoyo, B

El pilar B representa los cuatro apoyos de la estructura, recibiendo la carga de la máquina y su operación desde la viga principal y transmitiéndola hasta el piso. Por la disposición del cuartón, estará sometido a compresión paralela (A.2.3). Al igual que en la viga principal, se debe calcular la tensión de trabajo (f_{cp}) y la tensión de diseño en compresión paralela ($F_{cp,dis}$). Al ser el mismo formato y especie maderera de la viga principal, su área transversal sigue siendo de 110x110 mm, mientras que el largo del pilar (L_v) corresponde a 790 mm.

Para el primero, se obtiene a través de la ecuación A.2.7, donde la carga N será igual a la reacción obtenida en 4.2.8a. Así, su valor es:

Corregir con área modificada por pernos

$$f_{cp} = 0,0657 \text{ (MPa)} \quad (2.2.14)$$

Para el segundo, el cálculo de la tensión de diseño dependerá de la inestabilidad lateral dado por la esbeltez λ . La longitud efectiva de pandeo se obtiene a través de la tabla 18 de la norma, de la cual se escogerá la configuración de apoyo con impedimento de giros y desplazamiento por un extremo y, para el otro lado, impedimento de giro con libertad de

desplazamiento, es decir, $l_p/L_v = 1,5$. De esta forma, los valores obtenidos son:

$$l_p = 1,5 \cdot L_v = 1,185 \text{ (m)}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{0,11^4}{12 \cdot 0,11^2}} = 0,032 \text{ (m)}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i} = 37,32 \text{ (-)}$$

Como $\lambda > 5$, entonces la tensión de trabajo de compresión paralela se debe calcular según A.2.8b y se debe evaluar el factor de modificación por esbeltez K_λ a partir de A.2.9. El coeficiente de proporcionalidad para una madera de grado n° 4 es $c = 0,8$ y el módulo de elástico de diseño es $E_{dis} = 6206,2 \text{ (MPa)}$. Por otro lado, la tensión de diseño $F_{cp,dis}$ se obtiene según A.2.8a y los factores de modificación K_D y K_H .

$$F_{cp,dis} = 5,936 \text{ (MPa)} \quad (2.2.15)$$

Con esto, los valores de las constantes y el factor de modificación serán $A = 2,852 \text{ (-)}$, $B = 3,754 \text{ (-)}$ y $K_\lambda = 0,759 \text{ (-)}$. Así, el factor de modificación final $F_{cp,\lambda,dis}$ será:

$$F_{cp,\lambda,dis} = 4,506 \text{ (MPa)} \quad (2.2.16)$$

Finalmente, el factor de seguridad con esta configuración es:

$$FS_{cp,\lambda} = 68,6 \text{ (-)} \quad (2.2.17)$$

Viga transversal, C

Para esta viga se realizará el mismo procedimiento que para la viga A, sin embargo, las solicitudes son menores y la única carga a la que está sometida es la de su propio peso. Las dimensiones nominales de la tabla son 1x8" cepillada, es decir, según las tablas de valores A.3 y A.2 son de 19x185 mm y su largo es de 800 milímetro. La carga distribuida de su peso es de $q_{tabla} = 1,5 \text{ [kg/m]}$.

Debido a lo bajo de las solicitudes, las tensiones de trabajo en flexión son:

$$f_f = 3,804 \text{ (kPa)} \quad (2.2.18)$$

Por otro lado, por las dimensiones de la madera usada, el factor de modificación por altura

y volcamiento son los siguientes:

$$K_{hf} = 0,864 \text{ (-)}$$

$$K_v = 0,586 \text{ (-)}$$

El cálculo de K_v se realiza con la ecuación A.2.4, porque la esbeltez del límite elástico es menor a la esbeltez de volcamiento.

$$\lambda_v = 23,38 \text{ (-)}$$

$$\lambda_{vo} = 21,95 \text{ (-)}$$

Así, la tensión de diseño en flexión de esta viga es de:

$$F_f = 3,9235 \text{ (MPa)} \quad (2.2.19)$$

2.2.4. Uniones

Las uniones en madera se deben diseñar siguiendo las indicaciones establecidas en la sección 10 de la norma NCh1198, uniones en la madera estructural. Esta considera la condición de la madera en operación, el tipo de unión, la dirección de la solicitud respecto a la dirección de la fibra, el número de elementos de unión, el distanciamiento entre los elementos de unión y el tipo de cizalle. Para el diseño de la estructura se utilizaron tres elementos de unión distintos: tira fondos, pernos **y, en menor medida, clavos**.

Acero - madera

Para la unión entre la pletina de acero y la viga principal de madera, se utilizaron dos pernos de grado 2 de $4\frac{1}{2}$ " de largo y $3/8"$ de diámetro. Como se explica en la sección A.3.4 el mínimo de pernos por unión debe ser dos, con la excepción de que el único perno no esté solicitado en un porcentaje superior al 50 % de su capacidad de diseño. La unión está compuesta por la pletina de acero, seguido por la viga de madera con la dirección de sus fibras normal a las solicitudes y nuevamente una placa de acero. Finalmente, para el cálculo de la capacidad de carga admisible y tensión admisible de aplastamiento nominal, se recurrirá a las ecuaciones A.3.5 y A.3.6, respectivamente.

Para calcular la capacidad de carga admisible, P_{ad} , se utilizaron las indicaciones para cizalle simple, las cuales indican que se determina como el menor valor de la mitad de la carga admisible de cizalle doble entre una pieza central de espesor igual a la pieza más

grande y una pieza central igual al doble así del espesor de la pieza más delgada. Para este diseño el valor menor consiste en considerar el espesor central ficticio e^* como dos veces el espesor menor, es decir, el espesor lateral e_l , así el valor de esbeltez del perno es:

$$\lambda_u = \frac{2 \cdot e^*}{D} = \frac{2 \cdot 8 \text{ mm}}{9,525 \text{ mm}} = 1,679 (-)$$

Para obtener los valores de F_{ap} el valor del factor de reducción de zona elástica se obtiene a partir de la densidad anhidra de la madera (tabla 4.7, siendo $\eta = 2,2$. Por otro lado el ángulo θ es de $\pi/2$ al estar las fuerzas en dirección normal a la fibra de madera. Con esto, se obtiene:

$$F_{ap} = 3,402 \text{ (MPa)} \quad (2.2.20)$$

$$P_{ad,simple} = \frac{P_{ad,doble}}{2} = 259,24 \text{ (MPa)} \quad (2.2.21)$$

Para terminar, se debe corroborar que se cumple la desigualdad de la ecuación A.3.5, así:

$$Z \cdot D^2 = 2131,94 \text{ (MPa)} \geq 259,24 \text{ (MPa)}$$

Espaciamiento El espaciamiento entre los pernos se especifica en la sección A.3.4, de las cuales se obtiene la distancia entre pernos y los bordes es:

$$S_{bcn} = 1,5 \text{ mm}$$

$$S_{bdn} = 0,75 \text{ mm}$$

$$S_p = 2,625 \text{ mm}$$

Madera - Madera

Existen distintos componentes de unión para la conexión de elementos de madera. En este trabajo se utilizó el tirafondo, perno y clavo como elementos principales de unión. Cada uno de ellos tiene distintas características que los vuelven ventajosos en ciertas situaciones. La utilización del tirafondo se utiliza para unir la viga C con el pilar B y la viga A, por su capacidad de “empujar” una madera contra la otra de manera eficiente. Los pernos, por otro lado, se utilizaran para la unión de herrajes entre la viga D y el pilar B, como también en los herrajes de anclaje del pilar B con el piso. En el caso de los clavos, estos se ocupan en los herrajes o ángulos de apoyo entre las vigas A y B, para evitar su movimiento transversal. Para estos dos últimos elementos de unión, su elección está supeditada a las recomendaciones del fabricante de los herrajes o ángulos, quienes

incluyen los valores de carga en la elección de los elementos de unión. Por lo mismo, la caracterización de estos elementos se realizará en la sección de herrajes.

Tirafondos

Las indicaciones para el cálculo, espaciamiento e instalación de los tirafondos se encuentran en la sección A.3.5. Al igual que el proceso de selección de vigas de madera, se iteró con distintas dimensiones de largo y diámetro. Así el tirafondo escogido fue de 1/4x3½", lo cual se traduce a partir del anexo M de la norma en las medidas expuestas en la tabla 4.10.

Nomenclatura tirafondo	Diámetro Nominal (D_v o D) [mm]	Diámetro de rosca (D_R) [mm]	Largo roscado (R) [mm]	Largo vástago (V) [mm]	Largo punta (P) [mm]
1/4x3½"	6,4	4,4	51	38	4,8

Cuadro 2.10: Dimensiones del tirafondo utilizado

Para su instalación, la norma indica que es necesario realizar perforaciones guías, las cuales están en función de sus características. Así el agujero tendrá dimensiones para la zona del vástago y otra para la zona con rosca. Para la zona del vástago, el agujero deberá tener las dimensiones del diámetro nominal D_v y el largo V. Para la segunda zona, la madera de pino oregón se categoriza en el grupo B según su densidad anhidra, a partir de la tabla 38 de la norma. Con esta información el largo del agujero debe ser de R - P y el diámetro del entre el 60 % y el 70 %.

Solicitudes de extracción lateral La carga admisible de extracción lateral se calcula según la ecuación A.3.7. El valor K se obtiene a partir de la tabla 39 de la norma a partir de si la madera utilizada es conífera o latifoliada y su densidad anhidra. El pino oregón es una madera conífera y, según su densidad, el valor de K es de 11,7. Así el valor obtenido es de $P_{el,ad} = 0,48$ (kN). Sin embargo, la norma establece tres condiciones que se deben cumplir para que la expresión A.3.7 sea aplicable, de las cuales no se cumple que el espesor e_L de la pieza lateral atravesada por el tirafondo sea igual a $3,5 \cdot D$. Por esto se debe mayorar el valor de la carga admisible por factores de modificación que pueden penalizar o ayudar, dependiendo de la configuración de la unión.

Factor de modificación por espesor de la pieza lateral. El factor se obtiene a partir de la tabla 40 de la norma, debido a que $e_L \neq 3,5 \cdot D$. El valor $K_{te} = 0,93$ se obtiene al ingresar a la tabla con la razón $e_L/D \approx 3$.

Factor de modificación por penetración del vástago en la pieza principal. De manera análoga, el factor se obtiene en la tabla 41 de la norma a partir de la razón la penetración del vástago en la pieza, P_v y el diámetro del tirafondo. El valor de este es $P_v/D \approx 5$, lo cual da que $K_v = 1,36$

Factor de modificación por diámetro. Por último, este factor se obtiene directamente del diámetro nominal del tirafondo, a través de la tabla 42 de la norma. El valor corresponde a $K_{tD} = 0,97$.

Además de los factores de modificación expuestos, el eje del tirafondo se encuentra en dirección paralela a las fibras de la madera de la pieza principal, por lo tanto se debe multiplicar el valor de la carga admisibles por $2/3$. En conclusión, la carga admisible es igual a :

$$P_{el,ad} = \frac{2}{3} \cdot K_{te} \cdot K_{tv} \cdot K_{tD} \cdot K \cdot D^2 \cdot = 391,966 \text{ (N)} \quad (2.2.22)$$

Solicitudes de extracción directa Para el caso de la extracción directa es la ecuación A.3.8 la que determina la carga admisible de tirafondos colocados con su eje normal a las fibras de la madera. Dado que este no es el caso, como se señaló en la sección de extracción lateral, la carga admisible a considerar se debe multiplicar por $3/4$. Por otra parte, el valor de la longitud crítica de penetración $l_{crit} = 10 \cdot D_R$ se obtuvo de la tabla 43 de la norma. Sin embargo, la longitud real de penetración de la zona roscada (R-P) es menor a la longitud crítica, por lo tanto en la ecuación se reemplaza l_{crit} por $l = R - P$. Entonces el valor obtenido para la carga admisible es:

$$P_{ed,ad} = 6,37 \text{ (kN)} \quad (2.2.23)$$

Herrajes y conectores

La elección de los conectores y herrajes utilizados se baso en tres aspectos principales: la disponibilidad de los productos en la región, la compatibilidad con los elementos de madera y con las cargas que pueden resistir según el fabricante. Estos consisten en un elemento de metal, acero generalmente, que permite la unión de dos o más piezas de madera para soportar determinadas cargas. Existen en distintas geometrías y el mecanismo de conexión entre acero y madera es a través de elementos de unión mecánica, es decir, pernos, clavos y tornillos, principalmente. Para este trabajo se utilizaron tres tipos, los cuales une las vigas A y B, B y D y B con el suelo del laboratorio, todos fabricados por la marca Simpson Strong-Tie.

Para la primera unión se utilizó en el diseño un ángulo de apoyo modelo A66, donde cada brazo tiene una longitud de 6". La unión mecánica utilizada son los clavos de **buscar dimensiones**. Como se puede apreciar en la figura REF, este ángulo busca responder a las fuerzas que son paralelas al plano horizontal.

Imagen A66

Para la unión del pilar B y la viga D se utilizó **colocar nombre**. Este se une a través de un perno por cada brazo de **dimensiones**. Estos buscan soportar la carga provocada por el propio peso y evitar los desplazamientos horizontales. Su disposición se puede ver en la figura REF, donde se aprecia cómo se utilizan dos ángulos por conexión.

Detalle del diseño de la mesa

Por último, la unión entre el piso y el pilar B se escogió un ángulo de anclaje A24. Utiliza un perno de anclaje para el piso y otro normal que es adosado en el otro extremo del pilar por un segundo ángulo de anclaje, de manera similar a la unión B-D. La imagen REF muestra en detalle el diseño de la conexión.

2.2.5. Simulaciones

Las simulaciones de la máquina se utilizaron como apoyo y contraparte de los cálculos realizados manualmente. Éstas se realizaron en el software Inventor AutoCAD, en el ambiente "*Stress Analysis*". A través de esto se buscó confirmar que los resultados obtenidos en los cálculos estáticos se encuentran fuera de los rangos de falla y obtener las frecuencias naturales de la estructura, utilizando "*Static and Modal Analysis*" respectivamente.

Debido a las limitantes del programa utilizado, se debieron adaptar las propiedades mecánicas ortotrópicas de la madera, las cuales no era posible simular directamente. Para esto, se utilizaron los valores mínimos del Módulo de Young y las tensiones admisibles en sus direcciones normales y perpendiculares, buscando representar de manera segura las propiedades ortotrópicas en una configuración isotrópica.

Como condición del problema, en ambas simulaciones, los apoyos del pilar se consideraron empotrados, restringiendo cualquier grado de movimiento en su base. Además, las uniones se consideraron perfectas y sin desplazamientos.

Estática

Las condiciones...

Modal

La configuración...

2.3. Modelo del sistema de vibratorio

Luego del levantamiento de información, se busca analizar y predecir el comportamiento de la máquina en sus distintas configuraciones. Para esto se utiliza la información disponible para realizar un modelo del funcionamiento de la máquina de fatiga, en específico, de la carga aplicada a la probeta en función de la velocidad de rotación del disco y las distintas combinaciones de contrapesos. El disco se encuentra en voladizo, cuyo desequilibrio a partir de los contrapesos colocados produce una fuerza que es transmitida hacia un brazo de carga. Este, a su vez, aplica un momento de flexión sobre una probeta que está doblemente empotrada por mordazas.

Para obtener el comportamiento y la fuerza que produce el desbalanceo en el disco sobre la probeta, se modelará un sistema de dos grados de libertad para representar el movimiento de la máquina y sus componentes, realizando ciertas simplificaciones y suposiciones. Se utilizará el método de energía para resolver el sistema.

A través de esto, se pretende obtener la posición en reposo de la máquina y la deformación máxima que sufre la probeta según la combinación de contrapesos. En concreto, la posición en reposo de la máquina, en otras palabras, la deformación producto de la masa de los elementos, entregará información sobre cual es la carga media y esfuerzo medio que sufre la probeta. En cambio, la deformación máxima es la información relativa al esfuerzo alterante que se le aplica a la probeta según la configuración utilizada. Por ello, el modelo deberá partir de una posición a conveniencia en un tiempo inicial y sin fuerzas externas interviniendo. Posteriormente, una vez que se haya alcanzado la posición de equilibrio, la fuerza externa producida por el disco desbalanceado comenzará a funcionar hasta que vibre de manera estacionaria. Al respecto, al ser la fuerza dependiente de la velocidad angular del disco, se introducirá una función que llamaremos ϕ la cual controlará la aceleración y velocidad del disco.

2.3.1. Elementos del sistema

La imagen REF muestra todas los elementos que participan en el funcionamiento de la máquina y que afectan su comportamiento. Sin embargo, estos se llevarán a un diagrama que representará los elementos y las simplificaciones utilizadas para modelar el

movimiento de la máquina, en específico, del brazo de carga.

Foto de la máquina abierta

2.3.2. Modelo del sistema

Como se señaló, para poder crear un modelo del sistema y obtener soluciones, se realizaron simplificaciones y suposiciones que permiten llegar a una solución. Así, la figura REF muestra el diagrama que se modelará con las ecuaciones de movimiento. Parte de estas simplificaciones es la exclusión de las fuerzas horizontales, en dirección de la coordenada x , de acuerdo a la referencia utilizada. Para esto, también es necesario quitarle los grados de libertad a la barra de transmisión de la carga y simplificar la carga producida por la rotación del disco, explicado en la sección siguiente. Por último, se asumirá que el movimiento angular del brazo de carga será lo suficientemente pequeño como linealizar la función trigonométrica del ángulo θ , aproximándose los valores de $\sin(\theta) = \theta$ y $\cos(\theta) = 1$.

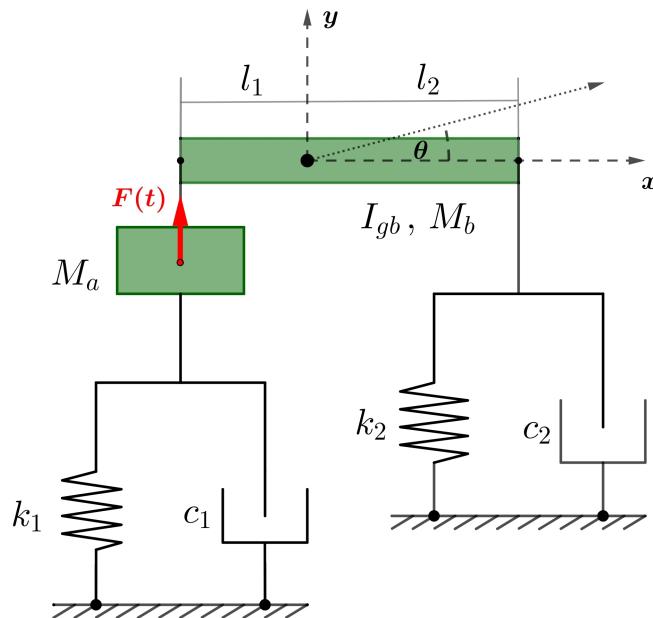


Figura 2.3: Diagrama del modelo utilizado y el sistema de coordenadas.

Los sistemas de coordenadas $y(t)$ y $\theta(t)$ definen la posición y el movimiento del brazo de carga en cualquier instante t . Al ser independientes entre sí y no depender de ninguna restricción, es que las coordenadas generalizadas serán $q_1 = y$ y $q_2 = \theta$. A modo de conveniencia se establecerán las variables y_1 e y_2 , las cuales describen el movimiento en

ambos extremos del brazo.

$$y_1(t) = y(t) - l_1\theta(t) \quad (2.3.1)$$

$$y_2(t) = y(t) + l_2\theta(t) \quad (2.3.2)$$

Cuando $y(t_0) = 0$ y $\theta(t_0) = 0$ la deformación en ambos resortes será cero, por lo tanto las variables y_1 e y_2 son equivalentes a la deformación de los resortes. La rigidez de cada resorte se denotarán como k_1 , relativo a las barras de acero, y k_2 , relativo a la probeta.

Por otro lado, la velocidad de las coordenadas se definirán como $\dot{y}(t)$ y $\dot{\theta}(t)$ y, de manera análoga, la aceleración como $\ddot{y}(t)$ y $\ddot{\theta}(t)$. A partir de las ecuaciones 4.3.1 y 4.3.2 se obtiene que:

$$y_1(t) = \dot{y}(t) - l_1\dot{\theta}(t) ; \quad \ddot{y}_1(t) = \ddot{y}(t) - l_1\ddot{\theta}(t) \quad (2.3.3)$$

$$y_2(t) = \dot{y}(t) + l_2\dot{\theta}(t) ; \quad \ddot{y}_2(t) = \ddot{y}(t) + l_2\ddot{\theta}(t) \quad (2.3.4)$$

La variable M_a representa la masa total del disco, que se expresa como:

$$M_a = M_d + m_1 + m_2 \quad (2.3.5)$$

Donde M_d es la masa del disco y m_1 y m_2 la suma de los contrapesos colocados en cada soporte.

Las constantes del brazo de carga, M_b es la masa total del brazo de carga e I_{gb} el momento de inercia con respecto al centro de masa. Las longitudes l_1 y l_2 corresponden a la distancia entre el centro de masa y la unión con la barra y la probeta, respectivamente. Por último, las constantes c_1 y c_2 son los amortiguamientos correspondientes a cada resorte.

Modelo del disco

Frente a la eliminación de las fuerzas horizontales del modelo, se simplificó la carga producida por el disco desbalanceado a una fuerza variable en el tiempo, que actúa solo en dirección vertical y es externa al sistema. Esta fuerza queda expresada de la siguiente forma:

$$F_d(t) = M_a e_{ga}(\dot{\phi}^2 \sin \phi - \ddot{\phi} \cos \phi) \quad (2.3.6)$$

La variable e_{ga} corresponde a la excentricidad del centro de masa del disco provocada por el desequilibrio entre m_1 y m_2 , el cual se detallará en la sección siguiente. También, la función ϕ , con su respectiva velocidad y aceleración, es la coordenada angular del disco respecto al tiempo, la que será explicada en la sección 4.3.4.

Ecuaciones de movimiento

Utilizando el diagrama expuesto, entonces es posible escribir las ecuaciones que describen el movimiento del sistema utilizando el método de energía. Para esto, es necesario identificar los sistemas que actúan como parte de la energía cinética y potencial del sistema, además de las fuerzas externas que interactúan.

A partir de la ecuación REF, se sabe que los elementos que actúan como resortes tienen el comportamiento de almacenar energía potencial. La ecuación REF, expresa los elementos que interactúan en el sistema:

$$U_k = \frac{1}{2} (k_1 \cdot y_1^2 + k_2 \cdot y_2^2) \quad (2.3.7)$$

La energía potencial gravitatoria se obtiene al utilizar la ecuación REF, por lo tanto, se obtiene:

$$U_g = g \cdot (M_a y_1 + M_b y) \quad (2.3.8)$$

Por otro lado, la energía cinética se calcula según la ecuación REF para cada masa del sistema.

$$T = \frac{1}{2} (M_a \dot{y}_1^2 + M_b \dot{y}^2) \quad (2.3.9)$$

La energía disipada por el amortiguamiento viscoso se modela utilizando la ecuación REF, llamada función de disipación de Reyleigh.

$$R = \frac{1}{2} (c_1 \dot{y}_1^2 + c_2 \dot{y}_2^2) \quad (2.3.10)$$

Por último, la fuerza generalizada Q_i es la fuerza variable 4.3.6 proveniente del disco desbalanceado.

Con esto, el método de Lagrange define al lagrangiano L como la resta entre la energía cinética T y la energía potencial total U , la cual según la ecuación REF, es la suma de la energía potencial elástica y gravitatoria. Así, la ecuación de energía para un sistema con amortiguamiento y forzado, a través del método de Lagrange es:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} \quad (2.3.11)$$

Al reemplazar y derivar cada término para cada coordenada generalizada, quedan las si-

gientes expresiones:

$$M_b \ddot{y} + M_a \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + k_2 y_2 + M_a g + M_b g = F_d(t) - c_1 \dot{y}_1 - c_2 \dot{y}_2 \quad (2.3.12a)$$

$$I_{gb} \ddot{\theta} - M_a y_1 l_1 - k_1 y l_1 + k_2 y_2 l_2 - M_a g l_1 = F_d(t) \cdot l_1 + c_1 \dot{y}_1 l_1 - c_2 \dot{y}_2 l_2 \quad (2.3.12b)$$

Al reemplazar las variables y_1 e y_2 y re acomodando los términos, se obtienen las dos ecuaciones de movimiento del brazo de carga:

$$\begin{aligned} \ddot{y}(M_a + M_b) - \ddot{\theta} M_a l_1 + k_1(y - l_1\theta) + k_2(y + l_2\theta) + \dots \\ M_a g + M_b g = F_d(t) - c_1(\dot{y} - l_1\dot{\theta}) - c_2(\dot{y} + l_2\dot{\theta}) \end{aligned} \quad (2.3.13a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}(I_{gb} - M_a l_1) - \ddot{y} M_a l_1 + k_1(y - l_1\theta) \cdot l_1 + k_2(y + l_2\theta) \cdot l_2 + \dots \\ M_a g l_1 = F_d(t) \cdot l_1 + c_1(\dot{y} - l_1\dot{\theta}) \cdot l_1 - c_2(\dot{y} + l_2\dot{\theta}) \cdot l_2 \end{aligned} \quad (2.3.13b)$$

Estas se pueden reescribir de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} M_a + M_b & -M_a l_1 \\ -M_a l_1 & I_{gb} - M_a l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & c_2 l_2 - c_1 l_1 \\ c_2 l_2 - c_1 l_1 & c_2 l_2^2 - c_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \dots \\ \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_2 l_2 - k_1 l_1 \\ k_2 l_2 - k_1 l_1 & k_2 l_2^2 - k_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_d(t) - g(M_a + M_b) \\ F_d(t) \cdot l_1 + g M_a l_1 \end{bmatrix} \quad (2.3.14)$$

2.3.3. Cálculo y obtención de constantes características del sistema

Rigidez y amortiguamiento

Las constantes de rigidez de las barras de acero k_1 y de la probeta k_2 se obtuvieron simulando su deformación elástica a través del software Inventor Autodesk. Para ello, se empotraron en un extremo y se les aplicaron distintas niveles de carga en el otro. Con los datos obtenidos fue posible ajustar una curva en una gráfica de deformación versus fuerza aplicada, donde la pendiente obtenida es la constante de rigidez del elemento.

Además, se realizaron cálculos para comprobar el orden de magnitud obtenido a través del software. Para esto se utilizó la ecuación 3.3.1, para una viga en voladizo. La tabla REF muestra los resultados de ambos métodos. Los datos utilizados en el modelo corresponden a los obtenidos por simulación.

Por otro lado, los valores de c_1 y c_2 se estimaron de manera cualitativa, visualizando la curvas de $y(t)$ y $\theta(t)$ para buscar que la vibración inicial se disipa antes del inicio de

Método	Barras de acero	Probeta
Simulación Inventor		
Cálculo		

Cuadro 2.11: Valores obtenidos de la rigidez de las barras de acero y la probeta de acero

la función de aceleración del disco. Así, los valores utilizados son:

- $c_1 = 100$
- $c_2 = 100$

Segundo momento de área

El segundo momento de área o segundo momento de inercia, se calculó para obtener la rigidez de los dos elementos anteriores. Para el segundo momento de inercia de la probeta se utilizará la sección transversal de la sección media de la probeta. Así, su valor es:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 330,994 \text{ mm}^4 \quad (2.3.15)$$

Momento de inercia del brazo de carga

El momento de inercia del brazo de carga se obtuvo a través del modelo CAD del mismo, respecto a su centro de masa. Su valor es

Longitud, masa y módulo de elasticidad

Los elementos del sistema explicados en la sección 4.3.2, tienen un valor definido que fue medido como parte del levantamiento de información. La distancia correspondiente a cada extremo respecto al centro de masa es:

- $l_1 = 42,43 \text{ mm}$
- $l_2 = 158,07 \text{ mm}$

Además, la masa M_b corresponde a la masa medida del brazo de carga, como se especificó en la sección

- $M_b = 2,305 \text{ Kg}$

Por otro lado, la masa M_a como se señaló en la ecuación 4.3.5, corresponde a la suma de tres elementos. El primero de ellos, la masa del disco, tiene un valor de:

- $M_d = 19,2029 \text{ kg}$

Los valores correspondientes a m_1 y m_2 son variables y pueden ir desde 0 g hasta 92,3469 g de acuerdo a la configuración escogida. Las distintas combinaciones y valores que pueden tener se encuentran en la tabla del anexo REF.

Finalmente, el modulo de elasticidad utilizado corresponde al del material de la probeta que actualmente se utiliza. Al ser acero, su valor es:

- $E_p = 200 \text{ GPa}$

Excentricidad

La excentricidad del centro de masa e_{ga} se calculó utilizando los datos del disco, la distancia de los soportes y la configuración de masas. Por lo tanto, se define como:

$$e_{ga} = \frac{R_d \cdot (m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \quad (2.3.16)$$

2.3.4. Función de la aceleración del disco

La filosofía detrás de la función ϕ es poder controlar el tiempo de retraso de la rotación del disco, que se designará como T_i , y suavizar la aceleración del mismo hasta que llega a la velocidad de rotación máxima ω_{max} . Para esto, la función de la aceleración $\ddot{\phi}(t)$ se formuló como una función por partes, como se ve en la imagen 4.4, donde el parámetro T indicará la suavidad con la que es acelerado el disco. Estas tres constantes, T_i , ω_{max} y T , son valores de entrada que se eligen dependiendo de los resultados que se deseen. Así, la función $\ddot{\phi}$ adquiere la forma:

$$\ddot{\phi}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq T_i \\ \left(\frac{\omega_{max}}{T^2}\right)(t - T_i) & T_i < t \leq T_i + T \\ \left(\frac{\omega_{max}}{T}\right)\left(2 - \frac{t - T_i}{T}\right) & T_i + T < t \leq T_i + 2T \\ 0 & T_i + 2T < t \end{cases}$$

Para obtener la función de la velocidad $\dot{\phi}(t)$ se debe integrar la función anterior, donde las constantes de integración se obtienen por los valores extremos conocidos, es decir,

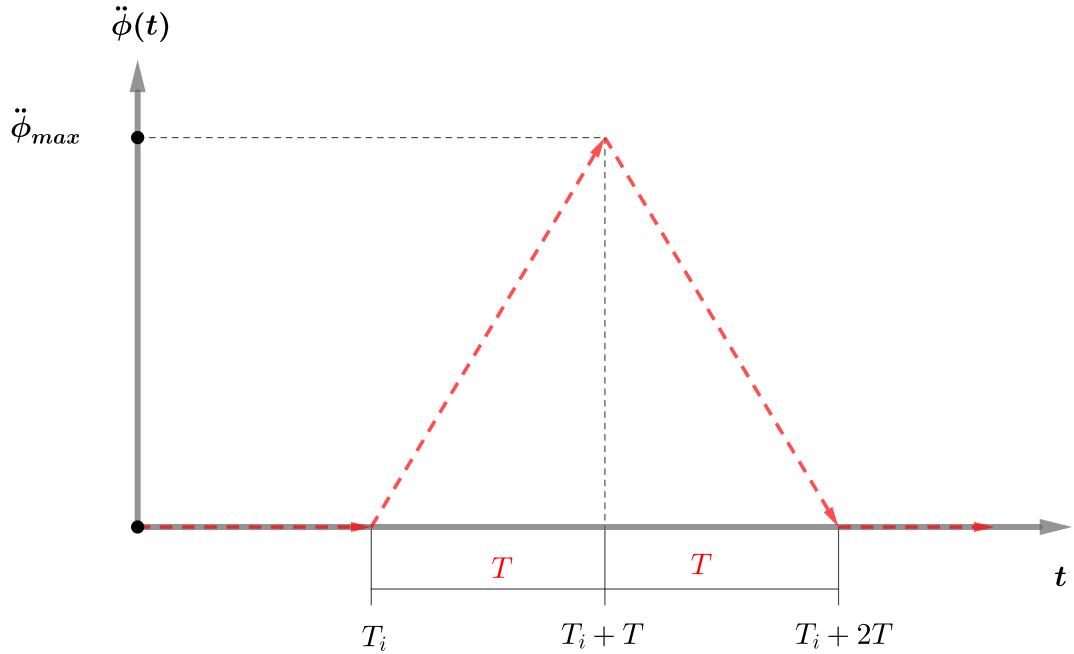


Figura 2.4: Función por parte de la aceleración del disco

$\dot{\phi}(T_i) = 0$ y $\dot{\phi}(T_i + 2T) = \omega_{max}$. Entonces, la función se define como:

$$\dot{\phi}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq T_i \\ \left(\frac{\omega_{max}}{2T^2}\right)(t^2 - 2T_i \cdot t + T_i^2) & T_i < t \leq T_i + T \\ \left(\frac{\omega_{max}}{T}\right)\left(2t - 2T_i - 3T + \frac{4T^2 - T_i^2 - t^2 + 2T_i \cdot t}{2T}\right) & T_i + T < t \leq T_i + 2T \\ \omega_{max} & T_i + 2T < t \end{cases}$$

El resultado de la función $\dot{\phi}(t)$, se muestra en la imagen 4.5.

Para concluir, se repite el mismo procedimiento anterior para obtener la función $\phi(t)$, sin embargo, para conocer las constantes de integración, los puntos conocidos serán cuando $\phi(T_i) = 0$ y la igualdad de la función en el punto $T_i + T$. Así, es obtiene:

$$\phi(t) = \begin{cases} 0 & t \leq T_i \\ \left(\frac{\omega_{max}}{6T^2}\right)(t^3 - 3T_i \cdot t^2 + 3T_i^2 \cdot t - T_i^3) & T_i < t \leq T_i + T \\ \Phi_3 & T_i + T < t \leq T_i + 2T \\ \omega_{max} t - \omega_{max}(T + T_i) & T_i + 2T < t \end{cases}$$

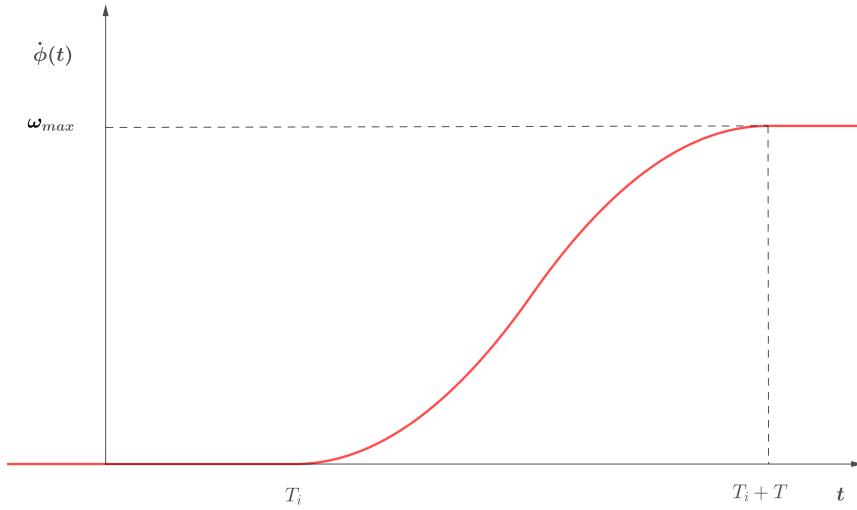


Figura 2.5: Función por parte de la velocidad angular del disco

La función ϕ_3 correspondiente al dominio cuando t es mayor $T_i + T$ y menor a $T_i + 2T$ es:

$$\begin{aligned}\Phi_3 = & \left(\frac{\omega_{max}}{T}\right) \left(t^2 - 2T_i \cdot t - 3T \cdot t + \left(\frac{1}{2T}\right) \left(4T^2 \cdot t - T_i^2 \cdot t - \frac{t^3}{3} + T_i \cdot t^2\right)\right) \dots \\ & + \left(\frac{1}{6T^2}\right) (2\omega_{max}T^3 + 6\omega_{max}T^2T_i + 6\omega_{max}TT_i + \omega_{max}T_i^3)\end{aligned}$$

Para el desarrollo de este trabajo, el tiempo de retraso de la aceleración del disco será de $T_i = 2$, instante en el que la barra se encuentra en un estado de reposo en consecuencia del valor de los amortiguamientos c_1 y c_2 . Por otro lado, se definirá $T = 2,5$ como un valor que logra suavizar la aceleración, pero sin dilatar en exceso la llegada al punto de velocidad máxima. Finalmente, ω_{max} el valor por defecto corresponderá a la velocidad actual de la máquina de 25 [rad/s] (1500 revoluciones por minuto), sin embargo, este se puede variar dependiendo de los resultados que se deseen obtener.

2.3.5. Solución del modelo

Para resolver el sistema de ecuaciones que se obtuvo en 4.3.14, se utilizó el solver de ecuaciones diferenciales ordinarias de MATLAB, `ode45`, que se basa en el método de Runge-Kutta con un espacio de tiempo variable para resolver sistemas de EDOs de primer orden y con condición inicial.

Es necesario ingresar datos de entrada que permitan resolver el sistema. Primero se

debe escoger la configuración de contrapesos m_1 y m_2 a partir de la tabla de cargas. El segundo de ellos es el tiempo que define los límites de integración de la función, el que se escogerá según la cantidad de información que se desee obtener. En tercer lugar, se deben ingresar los valores de la condición inicial correspondiente a cada variable. Por último, es opcional añadir valores de tolerancia relativa y absoluta.

Al ser el sistema de ecuaciones de segundo orden, es necesario realizar un cambio de variables para poder resolverlo. Se añadirán las nuevas variables γ y β , realizando la siguiente derivación:

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \dot{y} \\ \beta = \dot{\theta} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \ddot{y} = \dot{\gamma} \\ \ddot{\theta} = \dot{\beta} \end{array}$$

Para esto es necesario despejar los valores de \ddot{y} y $\ddot{\theta}$, entonces la función a resolver estará dada por los elementos $(\gamma, \dot{\gamma}, \beta, \dot{\beta})$ y los resultados obtenidos serán $(y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta})$. A partir de los resultados, es posible calcular la fuerza sobre la probeta utilizando la deformación y_2 y la constante de rigidez k_2 .

$$F(t) = k_2 \cdot y_2 = k_2(y + l_2\theta) \quad (2.3.17)$$

2.3.6. Matriz de carga sobre la probeta según velocidad del motor

Una vez que se puede resolver el sistema de ecuaciones para un configuración y velocidad del motor específica, entonces es posible obtener una matriz del valor de la fuerza máxima (F_{max}), media (F_m) y su amplitud (F_a) para cada una de las configuraciones existentes en la tabla de carga a una velocidad angular ω_{max} determinada.

Para esto se itera la solución anterior para cada una de las 201 configuraciones de contrapeso existentes para distintas velocidades. De estas iteraciones se almacenan los valores de F_{max} , F_m , F_a , la diferencia de masa de los contrapeso Δm y la multiplicación entre la masa total M_a y la excentricidad del centro de masa del disco e_{ga} .

Carga máxima, media y amplitud

Los información que se busca de estos resultados corresponde a la carga que es producto de la fuerza del disco desbalanceado, es decir, $F_d(t)$. Producto del comportamiento con el que se diseñó el modelo donde el sistema se deja caer hasta su posición de equilibrio, se utiliza una variable auxiliar F_{aux} que extrae los datos de $F(t)$ desde el inicio de la aceleración angular del disco hasta el final de la integración para evitar que las fuerzas de la transición entre la posición inicial y el reposo den resultados incorrectos. Así, la carga

máxima, media y la amplitud se definen:

$$F_{max} = \max(|F_{aux}|) \quad (2.3.18)$$

$$F_m = \frac{\max(F_{aux}) + \min(F_{aux})}{2} \quad (2.3.19)$$

$$F_a = \frac{\max(F_{aux}) - \min(F_{aux})}{2} \quad (2.3.20)$$

2.4. Simulación de cargas