
Índice general

1. Antecedentes	7
1.1. Fatiga	7
1.1.1. Medición de la fatiga	8
1.1.2. Correlación entre distintos métodos de medición de la fatiga	9
1.2. Máquina de fatiga a flexión	13
1.3. La madera como elemento constructivo	13
1.3.1. Anatomía de la madera	14
1.3.2. Propiedades mecánicas de la madera	15
1.4. Acero	15
2. Marco Teórico	16
2.1. Fatiga	16
2.1.1. Definiciones	16
2.1.2. Curva S-N o de Wöhler	18
2.1.3. Esfuerzo medio, S_m	20
2.2. Dinámica	23
2.2.1. Ecuaciones de movimiento de un cuerpo rígido	23
2.2.2. Energía cinética de un cuerpo rígido	24
2.3. Vibraciones	24
2.3.1. Rigidez	25
2.3.2. Damping	25
2.3.3. Vibraciones forzadas	26
2.3.4. Modeling	27
2.3.5. Sistema de múltiples grados de libertad	28
2.3.6. Método de energía	29
2.3.7. Ecuaciones de energía para un sistema con amortiguamiento y forzado	30

2.4. Método de elementos finitos	31
2.4.1. Inventor - Análisis de esfuerzos	31
3. Metodología	32
3.1. Levantamiento de información	32
3.1.1. Estado actual	32
3.1.2. Funcionamiento	34
3.1.3. Mediciones	36
3.2. Diseño de estructura	39
3.2.1. Diseño en acero	39
3.2.2. Diseño en madera	42
3.2.3. Cálculo de cargas en estructura de madera	42
3.2.4. Uniones	48
3.2.5. Simulaciones	52
3.3. Modelo del sistema de vibratorio	53
3.3.1. Elementos del sistema	54
3.3.2. Modelo del sistema	54
3.3.3. Cálculo y obtención de constantes características del sistema . . .	58
3.3.4. Función de la aceleración del disco	60
3.3.5. Solución del modelo	62
3.3.6. Matriz de carga sobre la probeta según velocidad del motor . . .	63
3.4. Simulación de cargas	63
4. Análisis y Resultados	65
4.1. Levantamiento de información	65
4.2. Diseño de la estructura	66
4.2.1. Diseño en acero	66
4.2.2. Diseño en madera	67
4.3. Modelo del sistema	69
4.3.1. Comportamiento del modelo para distintas configuraciones . . .	69
4.3.2. Comparación entre las distintas configuraciones	71
A. Norma de cálculo en madera - NCh1198	72
A.1. Propiedades de la madera y factores de modificación	72
A.1.1. Contenido de humedad	72
A.1.2. Densidad	73
A.1.3. Tensiones admisibles y módulo de elasticidad	74

A.1.4. Factores de modificación	74
A.2. Diseño de piezas	74
A.2.1. Flexión	75
A.2.2. Cizalle en vigas simples	76
A.2.3. Compresión paralela a la fibra	77
A.2.4. Compresión normal a la fibra	78
A.3. Nomenclatura y tipos de madera	78
A.4. Uniones en la madera estructural	80
A.4.1. Generalidades	80
A.4.2. Verificaciones tensionales	84
A.4.3. Número de elementos de unión	85
A.4.4. Uniones con perno	86
A.4.5. Uniones con tirafondos	90

Índice de figuras

1.1.	Sección transversal de probetas sujetas a esfuerzo alternante uniaxial. <i>a) push-pull, b) alternating bending y c) rotating bending</i>	10
2.1.	Diagrama de vida constante para aluminio 7075-T6	21
2.2.	Diagrama CFL normalizado	23
3.1.	Máquina de fatiga en flexión en el laboratorio de tecnología mecánica . .	32
3.2.	Contrapesos utilizados para desequilibrar el disco. De izquierda a derecha se aprecia el n° 5 al n° 1.	34
3.3.	Brazo de carga junto a su mordaza y la mordaza empotrada a la derecha. .	38
3.4.	Diagrama de las cargas soportadas por la pletina de acero.	40
3.5.	Diagrama de las cargas soportadas por la viga A.	46
3.6.	Diagrama del modelo utilizado y el sistema de coordenadas.	55
3.7.	Función por parte de la aceleración del disco	60
3.8.	Función por parte de la velocidad angular del disco	61
A.1.	Designaciones de espaciamientos y bordes. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	83
A.2.	Valor de h_e , para los distintos elementos de unión. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	85
A.3.	Uniones en cizalle doble. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	87
A.4.	Espaciamientos mínimos entre pernos, barras de acero, tirafondos y a los bordes. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo. .	89
A.5.	Esquema de un tirafondo. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.	90

Índice de cuadros

1.1.	Factores de modificación por tipo de carga, según el modelo de Lee.	12
2.1.	Número mínimo de pruebas según tipo de prueba	19
3.1.	Especificaciones del motor de la máquina de fatiga.	33
3.2.	Tabla de configuración de las masas modificada, mostrando el peso, su diferencia y el total para cada combinación	35
3.3.	Datos del sistema de transmisión	37
3.4.	Medidas de las barras de acero según su posición	37
3.5.	Masa de cada contrapeso utilizado	38
3.6.	Dimensiones y características de la viga de acero	40
3.7.	Valores de la densidad normal y anhidra del pino oregón. †: Definido con el percentil 5 % de exclusión.	43
3.8.	Tensiones admisibles y módulo de elasticidad en flexión para madera de pino oregón según su clase estructural.	43
3.9.	Valores del factor de modificación para el pino oregón.	44
3.10.	Dimensiones del tirafondo utilizado	50
3.11.	Valores obtenidos de la rigidez de las barras de acero y la probeta de acero	58
4.1.	Tabla aceros	66
4.2.	Tabla de fatiga en la pletina de acero.	67
4.3.	Resultados obtenidos para la flexión y cizalle de la viga A.	67
4.4.	Factores de seguridad en la viga A.	67
4.5.	Esfuerzos y factor de seguridad por compresión paralela en la viga B. . .	68
4.6.	Segundo momento de área y esfuerzos de carga y diseño en la viga C. .	68
4.7.	Cargas admisibles y factor de seguridad para distintos pernos hexagonales.	69
4.8.	Separación del perno a borde cargado, descargado y entre pernos, a partir de su diámetro.	69

4.9. Esfuerzos admisibles y factor de seguridad para distintas longitudes de tirafondo.	70
4.10. Espaciamiento entre los bordes cargado, descargado y entre tirafondos, para un diámetro de 1/4 de pulgada.	70
A.1. Condiciones que se deben considerar en la determinación de tensiones admisibles y módulo de elasticidad	73
A.2. Espesor nominal y real de la madera según el tratamiento recibido	79
A.3. Ancho nominal y real de la madera según el tratamiento recibido	80

Capítulo 1

Antecedentes

1.1. Fatiga

El fenómeno en el cual una estructura se daña e incluso falla por cargas fluctuantes, es llamado fatiga. El estudio de este problema comenzó tempranamente en europa durante la mitad del siglo XIX, en pleno auge de la industrialización europea, producto de la falla repentina de algunos componentes en máquinas y los ejes de los trenes de la época. Estos experimentaban un gradual debilitamiento de la resistencia, fallando aún cuando su esfuerzo último no fuese alcanzado.

Así, en 1837 fueron publicados los resultados del primer ensayo de fatiga, realizado a una cadena transportadora utilizada en minas de hierro en Alemania. Wilhelm Albert, quien realizó esta investigación, se vió motivado a realizar los estudios por los altos costos que significaba la falla de este componente producto de las cargas cíclicas a las que estaba sometida. Los pocos conocimientos existentes del fenómeno en esa época, llevo a que la solución al problema fuese la invención del cable de acero.

Por otro lado, las primeras investigaciones enfocadas a comprender el fenómeno comenzaron en 1858 con August Wöhler. Su acucioso estudio lo llevó a conclusiones que siguen teniendo importancia y validez hasta el día de hoy. Diseñó, durante la década de 1860, una máquina de ensayos de flexión y flexión rotativa. En 1870 presentó un informe en el cual parte de sus conclusiones cualitativas son llamadas “Ley de Wöhler”, al establecer el esfuerzo alterante como el parámetro más importante para la vida de un componente, señalando que “the stress amplitudes are decisives for the destruction of the cohesion of the material. The maximum stress is of influence only in so far as the higher it is, the lower are the stress amplitudes which lead to failure”[citar schutz history of fatigue](#), aunque destacando también que el esfuerzo medio tiene una influencia perjudicial

en el material.

Es decir, desde 1853 hasta hoy, han transcurrido más de 160 años de investigación sobre la fatiga, logrando comprender distintas aristas del fenómeno, pero con muchas preguntas aún sin resolver. Por eso, la fatiga sigue siendo un problema necesario de abordar y seguir comprendiendo, por sus grandes implicaciones de costo que tiene en la industria y en distintos elementos que utilizamos en la vida diaria. Por otro lado, si bien muchas preguntas no han sido resueltas científicamente, diversas empresas han logrado evitar las fallas por fatiga y optimizar los diseños de manera operativa, sin comprender cabalmente el trasfondo de estos.

1.1.1. Medición de la fatiga

Existen distintas técnicas para cuantificar la respuesta de un material o componente frente a esfuerzos o deformaciones fluctuantes. La primera de ellas, como se habló anteriormente, corresponde a una viga giratoria sometida a flexión en voladizo, diseñada por A. Wöhler. Con respecto a la información existente en la literatura la mayoría de los datos disponibles de resistencia a la fatiga se encuentra en las pruebas de viga giratoria (*rotating bending*, en inglés) en ciclo de flexión invertida, seguido por cargas axiales (*push-pull*, en inglés), flexión en voladizo (*alternating bending*, en inglés) y en menor medida, en las pruebas de fatiga por torsión. [citar norton sección 45](#)

Ensayo de fatiga con una viga giratoria en flexión

Su uso es el más extendido para determinar la vida a fatiga de un material. La principal ventaja frente a otros sistemas radica en su capacidad de aplicar ciclos de cargas a altas velocidades, es decir, realizar pruebas de fatiga a altas frecuencias. Sin embargo, no es posible aplicar una carga media distinta de cero, por lo tanto, su uso principal se encuentra en la obtención de datos para el rango HCF y de ciclo invertido. Los datos obtenidos son más altos respecto a otros tipos de medición, como se puede ver en la figura REF.

Ensayo de fatiga axial

Esta configuración de prueba es más flexible que el resto, siendo posible cualquier combinación de esfuerzo alternante y medio, además de poder realizar ensayos con el modelo de deformación-vida. Su principal diferencia respecto al método de viga giratoria se encuentra en que la sección transversal está sometida a esfuerzos de manera uniforme, provocando que los resultados de resistencia a la fatiga obtenidos sean usualmente meno-

res que las obtenidas por *rotating bending* y *alternating bending*. Se considera que esto se debe a la probabilidad más alta de hallar una microgrieta en un campo de esfuerzos más grande. Asimismo, la superposición de momentos de flexión sobre las cargas axiales, producto de la dificultad de crear cargas axiales sin excentricidad, son un factor en la disminución en la obtención de valores de resistencia menores. En concreto, la reducción de las resistencias a la fatiga obtenidos pueden variar entre un 10% y un 30% o más si hay flexión producto de la excentricidad de las cargas. La figura REF [sacar imagen de paper A Esin](#) muestra las diferencias de los datos obtenidos entre un ensayo de fatiga axial y uno de viga giratoria.

Ensayo de fatiga de flexión en voladizo

Esta prueba consiste en someter a una viga en voladizo a oscilaciones en su extremo libre a través de algún mecanismo, pudiendo lograr combinaciones de esfuerzos medios y alternantes. La máquina analizada en esta memoria, utiliza este método para la obtención de los datos de vida de fatiga del material a analizar. Los resultados de este tipo de prueba son inferiores a los obtenidos por *rotating bending* y mayores a los obtenidos por *push-pull*.

1.1.2. Correlación entre distintos métodos de medición de la fatiga

Como se señaló anteriormente y se aprecia en la imagen REF, cada prueba entrega valores distintos aún cuando los niveles de esfuerzo sean iguales. Por esto, existen distintos intentos en la literatura de crear correlaciones entre los datos, evitando los costos asociados a realizar nuevos ensayos experimentales del mismo material o componente. La forma en que se ha abordado esta problemática es la utilización de un factor de corrección (ϕ) calculado con distintas propuestas.

Algunos de estos modelos son: Manson y Muralidharan, Philipp, Lee y Esin. Cada metodología aborda de distinta forma el cálculo del factor de corrección ϕ , ahora bien, se abordarán los modelos de Lee y Esin en este trabajo, ya que, de acuerdo a [agregar cita de analysis of axial papre](#), son los modelos que se ajustan mejor al comportamiento de los datos empíricos entre ensayos de *rotating bending* y de *push-pull*. [corregir](#)

Modelo de Esin

El modelo propuesto por Esin en “*A method for correlating different types of fatigue curve*”, relaciona las curvas *S-N* de los ensayos *push-pull*, *alternating bending* y *rotating*

bending. Éste depende del esfuerzo alternante, asumiendo que la curva base y la calculada por este método se intersectarán en el punto (S_e, N_f) , es decir, el factor de corrección es $\phi = 1$ en esa posición.

El método se basa en el análisis de la dependencia de la micro-plasticidad en la distribución de esfuerzos en la sección transversal, definiéndose la micro-plasticidad como el flujo plástico de un material sin haber alcanzado su punto de fluencia. Ésta ocurre sobre cierto nivel de esfuerzos en el rango elástico, llamado límite elástico real (*true elastic limit*, en inglés o *TEL*) y bajo el límite de resistencia a la fatiga, S_e . Así, siempre se cumplirá que:

$$TEL \leq S_e \leq S_y$$

La micro-plasticidad es un fenómeno altamente localizado que depende de las propiedades probabilísticas micro-estructurales del material como su micro-inhomogeneidad, anisotropía y micro-concentraciones de esfuerzos, los cuales explican la dispersión de datos en los ensayos de fatiga. Así, cuando los esfuerzos alternantes están sobre valor del *TEL*, la micro-plasticidad influye en los macro-elementos. Dicho de otra forma, el comportamiento mecánico observado a un nivel macro es el comportamiento integrado de los micro-elementos.

Hacer imagen igual a esta

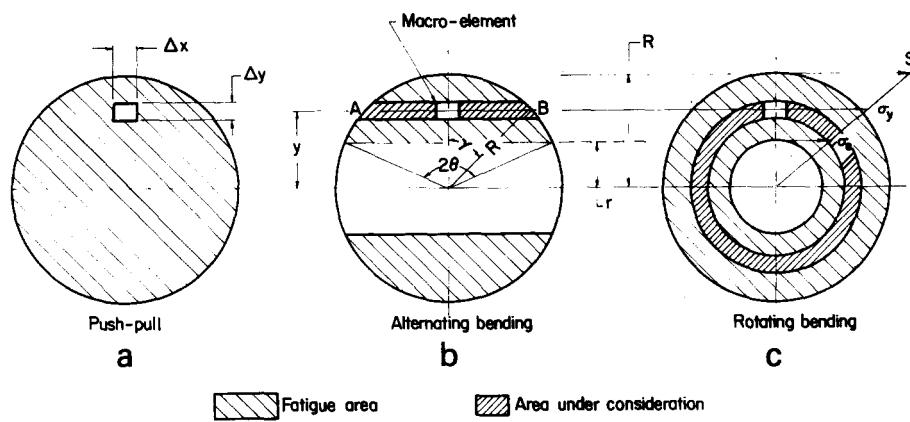


Figura 1.1: Sección transversal de probetas sujetas a esfuerzo alternante uniaxial. a) *push-pull*, b) *alternating bending* y c) *rotating bending*

En la figura 1.1, se puede apreciar las áreas afectadas por fatiga para cada tipo de ensayo, los cuales, por sí mismo podrían explicar las diferencias en los resultados de cada prueba. Sin embargo, basándose en el criterio de fatiga de la deformación micro-plástica,

la falla ocurre cuando la energía acumulada por la histérsis plástica, a una cantidad de ciclos N_f , es igual al valor de la energía de ruptura real (área bajo la curva de un diagrama σ - ε real), como queda expresado en la ecuación 1.1.1.

$$N_f = \frac{U \cdot T_t}{W} \quad (1.1.1)$$

Donde:

- N_f : Número de ciclos a la falla.
- U : Energía total real bajo la curva del diagrama esfuerzo-deformación.
- W : Energía total plástica disipada.
- T_t : Número total de macro-elementos.

De esta forma, el método utiliza varios factores para crear una correlación entre las distintas curvas, ocupando el esfuerzo alterante, S , como valor de entrada. El primero de ellos es el concepto de esfuerzo alterante equivalente, S_{eq} (ecuación 1.1.2), utilizado para denotar un esfuerzo hipotético actuando sobre todos los elementos sometidos a fatiga.

$$S_{eq} = \frac{\sum \sigma_i A_i}{\sum A_i} \quad (1.1.2)$$

Donde A_i es el número o área de los macro-elementos con igual esfuerzo equivalente. A partir de esto, el esfuerzo equivalente para ensayos de *rotating bending* y *alternating bending*, están dados por las ecuaciones 1.1.3 y 1.1.4, respectivamente.

$$S_{eq,rt} = \frac{2S \cdot \sin^3 \theta}{3C} \quad (1.1.3)$$

$$S_{eq,ab} = \frac{2S}{3} \cdot \left(\frac{1 - c^3}{1 - c^2} \right) \quad (1.1.4)$$

Donde las variables C y c se definen cómo:

$$C = \left(\frac{\pi \theta}{180} - \frac{\sin(2\theta)}{2} \right) \quad ; \quad c = \frac{r}{R} \quad (1.1.5)$$

Los valores de θ , r y R son propios de la geometría de la probeta utilizada y se definen de acuerdo a la figura 1.1. De igual forma, se debe calcular el factor de fatiga, FF , ecuación que representa el ratio entre el área total de la sección transversal y el área de los elementos que contribuyen al proceso de fatiga. Así, las ecuaciones 1.1.6 y 1.1.7 representan los factores de fatiga para calcular la vida a fatiga equivalente, N_{eq} , de *alternating bending* y

rotating bending, respectivamente.

$$FF_{ab} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi\theta}{180} - \frac{\sin(2\theta)}{2} \right) \quad (1.1.6)$$

$$FF_{rb} = \frac{R^2}{(R^2 - r^2)} \quad (1.1.7)$$

Finalmente, con estos elementos es posible tomar del diagrama *S-N* un punto (S_i, N_i) y, a través de las correlaciones, obtener un nuevo punto (S'_i, N'_i) que equivale a la curva *S-N* de otro tipo de ensayo.

La metodología consiste en tomar un valor de esfuerzo alternante conveniente S y calcular su esfuerzo alternante equivalente, S_{eq} . Utilizando este valor, se determinará a partir de la curva *S-N* original el número de ciclos a la falla que se llamará vida a fatiga equivalente, N_{eq} . Este valor debe ser multiplicado por el factor de fatiga FF , obteniendo la vida a fatiga modificada, N . Así, el punto $P = (S, N)$, como se muestra en la figura REF [Crear fig 3 del paper de Esin](#) es el valor equivalente obtenido, teniendo que repetirse el procedimiento para todos los puntos que se requieran.

Modelo de Lee

La estimación del límite de fatiga, S_e , se calcula a través de distintos factores de modificación según el tipo de carga, calidad superficial, tamaño y confiabilidad de la muestra. El factor de modificación según el tipo de carga C_L varía entre 0,7 y 0,9 para probetas sin muescas. Las recomendaciones para cada valor de C_L se realizaron considerando los efectos del gradiente de esfuerzos y el tipo de esfuerzo involucrado, es decir, cortantes y normales. Estos también varían según el tipo de material, los cuales fueron obtenidos de manera empírica. Así la tabla 1.1 muestra los factores de modificación para algunos tipos de carga.

Tipo de Carga	C_L	Observaciones
Carga axial pura	0,9	-
Carga axial con leve flexión	0,7	-
Rotating bending	1,0	-
Torsional	0,58	Para aceros

Cuadro 1.1: Factores de modificación por tipo de carga, según el modelo de Lee.

Además, es posible apreciar en la imagen REF [hacer imagen como la 416 del texto de Lee pag 150](#) las diferencias que se generan por la aplicación del factor de corrección para

los distintos tipos de carga que se buscan.

AÑADIR IMAGEN COMPARANDO AMBOS SISTEMAS.

1.2. Máquina de fatiga a flexión

El desarrollo de este trabajo se centrará en la máquina de fatiga que posee el departamento de ingeniería mecánica en el laboratorio de tecnología mecánica en Valparaíso. La información existente sobre la máquina de ensayo es escasa principalmente por su antigüedad, lo que ha llevado a la perdida de documentos y la obsolescencia de la tecnología de la parte eléctrica.

A partir de la información verbal entregada por el profesor Guillermo González, la máquina fue adquirida por el departamento durante la década del 50. Fue fabricada en Suiza por *Alfred J. Amsler & Co.* y su estructura completa es de acero fundido. Previo a la remodelación del piso del laboratorio durante el año 2012, la máquina se encontraba montada sobre un colchón de corcho, que a su vez se anclaba a un bloque hecho de concreto. Este fue demolido durante los trabajos, momento desde el cual se encuentra apoyada sobre la mesa de madera sin una solución definitiva. Más aún, varios equipos y máquinas de ensayo del laboratorio no se encuentran ancladas al piso ni con una instalación definitiva, impidiendo su correcto uso.

La máquina consiste, en un primer acercamiento, en un disco desequilibrado de forma controlada por el usuario, el cual, al ser acelerado angularmente hasta una velocidad definida por su motor eléctrico, comienza a oscilar. Esta oscilación es transmitida, a través de un brazo de carga, hacia la probeta en forma de momento. La probeta se encuentra doblemente empotrada, por un lado está fija a la estructura de la máquina y, por el otro, empotrado al brazo de carga que le realiza el momento. Los elementos que generan el desequilibrio son pequeñas masas calibradas, como se puede apreciar en la imagen 3.2, que se denominarán contrapesos. La máquina también entrega la posibilidad de realizar ensayos de fatiga a torsión, al girar los empotramientos 90 grados, sin embargo, esta configuración no se estudiará en este trabajo. Un estudio a mayor profundidad se realizará en la sección 3.1.

1.3. La madera como elemento constructivo

La madera es un material de construcción simple y liviano, con ciertas características que lo vuelven particular respecto a otros materiales de construcción. Esto hace que al

momento de trabajar con la madera se requiera un conocimiento especial y se tomen en consideración reglas específicas que permitan realizar diseños de calidad que aprovechen al máximo las propiedades y beneficios que provee.

Existen cientos de variedades de madera, donde cada una tiene propiedades distintas. Además, al haber sido parte de un organismo vegetal en crecimiento, hace que ninguna pieza de madera sea igual a otra y, dependiendo del tipo de corte, también varíen las propiedades mecánicas. Frente a esta importante variabilidad del material, surgen las normas en cada país que intentan delimitar y clasificar las distintas especies madereras que se encuentran en su región según el tipo de corte, contenido de humedad, su calidad o uso. Incluso, existen distintas metodologías de cálculo si se utiliza madera maciza, laminada encolada o aglutinada. En el caso de este trabajo, se utilizará exclusivamente madera maciza, por lo tanto, toda la metodología de cálculo e información respectiva a este tipo de madera, a excepción del pino radiata, se encuentra en la norma NCh 1198 Of - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.

1.3.1. Anatomía de la madera

La madera es un material que es fabricado naturalmente por los vegetales leñosos, con un alto grado de especialización y complejidad. Esto lo vuelve altamente heterogéneo, al estar especializado en llevar a cabo las funciones fundamentales del vegetal, lo que se ve reflejado en sus propiedades físicas y mecánicas.

Una consecuencia de esta heterogeneidad es el comportamiento anisotrópico, teniendo un comportamiento distinto según la dirección en que se trabaja. Se establecen tres planos de referencia respecto a su propiedades físicas.

- Longitudinal: Sigue la misma dirección de la fibra o el eje del tronco.
- Radial: Pasa por el eje del tronco y es perpendicular a los anillos de crecimiento.
- Tangencial: Paralela a un plano tangente a los anillos de crecimiento.

En relación a sus propiedades mecánicas se habla de dos direcciones, la paralela (longitudinal) y normal o perpendicular (englobando radial y tangencial). Esta diferencia hace que la madera sea capaz de soportar cargas de compresión de hasta 4 veces en dirección paralela respecto a la normal. Esto quiere decir que siempre que sea posible, se deben instalar las piezas madereras para que resistan las cargas en su dirección longitudinal para un uso eficiente del material. De esta forma, se habla que las propiedades mecánicas de la madera son ortotrópicas.

Por último, es considerado un material higroscópico por su capacidad de captar o ceder agua del exterior, tanto en forma líquida como vapor. La cantidad de agua que contiene tenderá a estar en equilibrio con su entorno, lo que afectará sus propiedades físicas, mecánicas y en su posible degradación.

1.3.2. Propiedades mecánicas de la madera

Junto a la ortotropía de la madera, existen otras particularidades que influyen en sus propiedades, como la duración de la carga, el contenido de humedad y su calidad. En el primer caso, dado su carácter orgánico, es susceptible a degradarse por elementos externos como la lluvia, hongos, insectos o el sol protegiéndola a través de tratamientos químicos, e internos, que se expresa en un factor de modificación por duración de carga para . En el segundo caso, a mayor cantidad de humedad la resistencia comienza a decaer, como también sus dimensiones se comienzan a modificar, afectando las uniones o ensambles. En último término, la calidad se reflejada en la cantidad de nudos, desviaciones de fibra o gemas que influyen en su comportamiento.

La tracción y compresión tienen resistencias distintas, además de las diferencias existentes entre las cargas paralelas y perpendiculares a la madera. La resistencia a la tracción paralelamente es comúnmente más alta que la compresión paralela, en la cual se debe calcular además la inestabilidad lateral. En el caso de la compresión y tracción perpendicular, los valores de resistencia son considerablemente más bajos, llegando a ser 9 y 20 veces menos resistente que su par paralelo, respectivamente. Esto se debe a la eficiencia de construcción de los árboles al no estar solicitados fuertemente en estas direcciones.

Esta diferencia de resistencia y comportamiento entre la tracción y compresión de la madera implica que en el cálculo de la flexión se deban separar las zonas flexo-comprimidas y flexo-traccionadas, a pesar que la resistencia a la flexión de una madera sea única. Por otro lado, los esfuerzos cortante en un elemento de madera puede tener diversos modos:

- Cortadura: las fibras son cortadas transversalmente.
- Deslizamiento: las fibras se desplazan longitudinalmente.
- Rodadura: las fibras se desplazan una sobre otra.

Donde la rotura se produce por deslizamiento al ser el plano más débil.

En última instancia, la resistencia a la fatiga de la madera es muy buena en comparación a otros materiales estructurales con estructura cristalina como el acero [citar libro](#)

guia de madera, siendo resistente a la acción cíclica de las cargas y al amortiguamiento de estas.

1.4. Acero

El acero es una aleación basada principalmente en fierro y carbono, pudiendo tener concentraciones de otros elementos incluso. Sus propiedades mecánicas son fuertemente sensitivas al contenido de carbono, por lo que muchas veces es clasificado a partir de su porcentaje, como aceros de bajo, media y alto en carbono.

La probeta utilizada en la máquina de fatiga se fabrica actualmente de acero de bajo carbono, los cuales bajo nomenclatura AISI/SAE se denominan 1020 y 1040, es decir, son aceros que sólo contienen concentraciones residuales de otros elementos distintos al carbono y su concentración es del 0,20 % y 0,40 % respectivamente.

Los aceros de bajo carbono se caracterizan por ser más débiles, pero con una alta tenacidad. Además, son maquineables, soldables y más baratos respecto a otros tipos de aceros.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Fatiga

2.1.1. Definiciones

La fatiga se puede definir, desde la perspectiva del material, como el proceso en el cual el daño se acumula producto de la aplicación de cargas repetitivas que se encuentran bajo el punto de fluencia. En metales, este proceso se divide en tres fases o etapas las cuales, dependiendo del autor, pueden ser llamadas: fase de iniciación de la grieta, fase de crecimiento de la grieta y fractura.

La primera fase es el inicio de una o más microgrietas, la cual ocurre tempranamente en la vida a fatiga de un material y que, incluso, pueden ocurrir inmediatamente si el esfuerzo cíclico se encuentra sobre el límite de fatiga. Lo característico de esta etapa es que las grietas no pueden verse a simple vista, fase que representa una parte considerable de la vida a fatiga total. Estas crecerán lentamente y de manera errática, debido al efecto de las microestructuras como los bordes de grano. Durante este período, las concentraciones de esfuerzo juegan un importante papel, al ser los lugares donde comenzará la nucleación de las grieta, sumado a las pocas restricciones de deslizamiento de la superficie del material, hace que esta sea relevante en el inicio de este proceso.

En la segunda etapa, las microgrietas pasan a ser macrogrietas, es decir, son visibles al ojo humano. Estas grietas comienzan a tomar una dirección de crecimiento que es perpendicular a los esfuerzos principales producidos por la carga alterna. La resistencia al crecimiento de las grietas, cuando esta penetra el material, dependerá de las propiedades de grano. Así, se puede definir cualitativamente una separación entre ambas etapas, donde el periodo de iniciación o nucleación de las grietas termina cuando su crecimiento no es dependiente de las condiciones superficiales del material. Producto de la micro-

deformación plástica cíclica se forman bandas de crecimiento conocidos como *marcas de playa* o “*striations patterns*”, abriendo, cerrándose y frotándose entre sí, como se puede ver en la imagen Añadir figura 2.24 de Fatigueofstructuresandmaterial 2009, dejando en evidencia el frente de grieta, las variaciones en la carga, su velocidad de crecimiento y la naturaleza corrosiva del entorno.

Finalmente, la última etapa es la falla del material, que ocurre en el último ciclo de la carga, al no poder soportarla con el material restante. Esta fractura es rápida y es producto de una macro-deformación plástica, pudiendo ser frágil, dúctil o una combinación de ambas.

Con esto en cuenta, es posible definir ciertos conceptos en base a las distintas etapas que experimenta un material. La vida a fatiga de un material (*fatigue life*, N_f) es el número de ciclos aplicados a una probeta para lograr el criterio de falla referencia a ISO 23718. El límite de resistencia a la fatiga (*endurance limit*) es frecuentemente explicado como la amplitud de esfuerzo para el cual la vida a fatiga tiende a infinito o a la asíntota de la curva S-N. Sin embargo, al comprender la fatiga como un proceso, es posible dar una definición más acertada para el límite a la fatiga, pasando a ser el umbral para el crecimiento de las microgrietas. Es decir, bajo este límite existe nucleación e iniciación de grietas, sin embargo, su crecimiento está limitado a los bordes de grano del material.

Por otra parte, para el estudio de este fenómeno existen tres modelos de falla por fatiga: de *esfuerzo-vida* (*S-N*), de *deformación-vida* (ε -N) y de la *mecánica de fractura lineal elástica* (LEFM). Cada uno de ellos tiene ventajas y desventajas, sin embargo, la máquina que es objeto de evaluación en este trabajo utiliza el método *esfuerzo-vida*. El criterio de elección entre los distintos modelos se divide principalmente por la cantidad de ciclos que se hará la medición, los que se clasifican en régimen de fatiga de ciclo bajo (*low-cycle fatigue*, LCF) o un régimen de fatiga de ciclo alto (*high-cycle fatigue*, HCF). La división entre ambos régimen dependerá de distintos autores, no obstante, por lo general se establece la separación en $10^3 \leq LCF < HCF$ referencia al shigley - pag. 265, debido a que la zona LCF está asociada a la existencia de macro-deformaciones plásticas en cada ciclo. De esta manera, el método de esfuerzo-vida se utiliza para ensayos de alto ciclaje debido a su poca precisión en casos LCF. A su vez, los métodos de deformación-vida y LEFM se aplican para casos LCF.

En el método de esfuerzo-vida las muestras o probetas son sometidas a fuerzas de magnitudes especificadas, al mismo tiempo que se cuentan la cantidad de ciclos. Es por esto que es un modelo con base en el esfuerzo, con el cual se busca determinar una resistencia de fatiga o un límite de resistencia a la fatiga.

Estas fuerzas especificadas pueden ser constantes o variables en el tiempo y magnitud,

sin embargo, se abordará principalmente los casos donde los esfuerzos fluctúan de manera constante en el tiempo y de una amplitud fija debido a las características de la máquina analizada en este trabajo. Esto permite trazar la curva de fatiga (S-N) del componente o material para distintas cargas con su respectivo número de ciclos que falla.

Por esto, se hace necesario describir y definir elementos que surgen producto de una carga cíclica. Esta se caracteriza por el esfuerzo alterante (*alternate stress* o *amplitude stress*, S_a) y el esfuerzo medio (*mean stress*, S_m) que se muestran en la ecuación 2.1.1 y 2.1.2, respectivamente. A su vez, estas se definen por el esfuerzo máximo S_{max} y S_{min} , siendo el esfuerzo máximo y mínimo alcanzado por la carga cíclica. Finalmente, el rango del esfuerzo, ΔS (eq. 2.1.3), y la razón de esfuerzos, R (eq. 2.1.4), también son opciones para caracterizar la fatiga.

$$S_a = \frac{S_{max} - S_{min}}{2} \quad (2.1.1)$$

$$S_m = \frac{S_{max} + S_{min}}{2} \quad (2.1.2)$$

$$\Delta S = S_{max} - S_{min} = 2S_a \quad (2.1.3)$$

$$R = \frac{S_{min}}{S_{max}} \quad (2.1.4)$$

Estos términos se pueden ver claramente en la figura [Insertar imagen que muestra Sa Sm etc.](#) Existen dos casos específicos, el primero en donde $S_m = 0$, y así $R = -1$, se llama esfuerzo de ciclo invertido. El segundo, cuando $S_{min} = 0$, y $R = 0$, se llama esfuerzo repetido.

2.1.2. Curva S-N o de Wöhler

Como se señaló en el punto anterior, la curva S-N es el resultado de la aplicación del método esfuerzo-vida. Es quizás uno de las herramientas más importantes en el desarrollo empírico para lograr cuantificar el proceso de fatiga y poder diseñar contra este. El diagrama S-N se obtiene como resultado de un número de ensayos de fatiga a distintos niveles de esfuerzo, donde S puede ser la amplitud (S_a), el rango de esfuerzo (ΔS) o el esfuerzo máximo (S_{max}) que es aplicado a la probeta, siendo la amplitud lo más común. La variable N hace referencia a la vida a fatiga del material, es decir, la cantidad de ciclos hasta que la probeta falle. Debido a que se desea analizar fallas en LCF y HCF, la cantidad de ciclos necesarios para fallar la probeta pueden llegar a ser demasiado altos, por esto, N se grafica en escala logarítmica.

Cuadro 2.1: Número mínimo de pruebas según tipo de prueba

Tipo de prueba	Cantidad mínima de probetas
Preliminar y exploratorio (investigación exploratoria y ensayos de desarrollo)	6 a 12
Pruebas de desarrollo e investigación de componentes y probetas	6 a 12
Datos de diseños permisibles	12 a 24
Datos de confiabilidad	12 a 24

La cantidad de ensayos requeridos para construir la curva S-N dependerá de distintos factores como, por ejemplo, la confiabilidad esperada, el uso final de la información o de los recursos disponibles. La norma E739-10 – "Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life ($S-N$) and Strain-Life ($\varepsilon-N$) Fatigue Data", establece una guía dependiendo del tipo de prueba a realizar como se muestra en el tabla 2.1. Además, se recomienda realizar la medición con, al menos, tres puntos de esfuerzos distintos. Con esto, es posible obtener el diagrama $S - N$ como el que se puede apreciar en la figura [Añadir figura 6-10, Shigley, pag 266](#), donde se puede apreciar la diferencia entre la zona LCF, HCF y de vida infinita, para el caso de los aceros.

La curva $S-N$ varía ampliamente sus resultados para distintos tipos de materiales y, a su vez, estos se ven afectados por una variedad de factores. Estos pueden ser por modificaciones en las condiciones de ensayo, de la geometría de la probeta, de la naturaleza del material o de la forma de fabricación de la probeta. Todos estos factores crean ciertas tendencias en la obtención de datos que los distinguen unos de otros.

En concreto, las condiciones medioambientales hostiles, ya sean químicas o térmicas, pueden acelerar el proceso de iniciación y crecimiento de grietas. Una probeta sometida a creep, fatiga y altas temperaturas puede disminuir drásticamente sus vida útil y, por tanto, la vida a fatiga del material. También es posible realizar ensayos en una solución de sal para homologar las condiciones marinas, afectando también su vida a fatiga. Otro factor que afecta los resultados de los ensayos es la frecuencia de los ciclos de carga ejercidos, al aumentar la temperatura de la probeta durante su ensayo. [Agregar imagen, pag. 387 y 388 - Dowling](#)

El esfuerzo residual también tiene incidencia en la curva de Wöhler, la cual puede incluso ser beneficiosa al utilizar técnicas como el granallado (*shot peening*). El mecanizado de las piezas, como en el caso de la probeta utilizada por la máquina de fatiga, verá afectado los resultados de la curva $S-N$ dependiendo de las características con las

que sea manufacturado. Como se indicó anteriormente, la primera etapa de la fatiga, la iniciación de las grietas, es un fenómeno que depende de la superficie del material y como consecuencia, un mecanizado grueso o fino tendrá un impacto en esa etapa de la fatiga y no en la posterior, como se puede apreciar en la imagen [Imagen página 54 - Book of fatigue](#). Así, aquellas probetas que tengan una mejor calidad superficial producto del afinado, tendrán una mejor resistencia a la fatiga respecto a otras.

Es posible encontrar otros factores que inciden en los resultados de la curva, como pueden ser la geometría de la probeta o componente, sus dimensiones, el esfuerzo último (σ_{uts}), su microestructura, tratamientos químicos y el esfuerzo medio (S_m). Este último será analizado en la sección siguiente, debido a la importancia que posee al estar presente en la máquina que se estudia en este trabajo.

2.1.3. Esfuerzo medio, S_m

Como se escribió anteriormente, el esfuerzo medio tiene influencia en los resultados de la curva $S-N$, dependiendo del tipo de ensayo realizado, con tal de lograr comparar los datos obtenidos entre distintas pruebas realizadas, como se muestra en la figura [añadir imagen 925 Dowling](#). Para esto, se han desarrollado ecuaciones que buscan estimar el efecto una carga media dada cuando no existe información disponible.

Existen distintas maneras de representar la información de un ensayo donde $S_m \neq 0$. Una forma es recolectar la información de distintos ensayos con distintos valores de carga media y graficarlos como se muestra en la figura [añadir imagen anterior como rf](#). Una segunda opción es realizar un diagrama de vida constante (*constant fatigue life diagram, CFL*), mostrada en la figura 2.1, el cual muestra claramente que un incremento del esfuerzo medio tiene como resultado una disminución del esfuerzo alternante, para la misma vida de la probeta, N_f . Finalmente, es posible graficar un ensayo para distintos valores de R , como se muestra en la figura [imagen 935 Dowling](#).

Diseño para esfuerzos uniaxiales fluctuantes

Cuando elementos están sometidos a esfuerzos repetidos con componentes medios distintos de cero, estos deben tomarse en cuenta para el diseño. Para esto, se utiliza un diagrama de esfuerzo alternante versus esfuerzo normal en el cual se ajustan distintas curvas a los datos obtenidos. Como se muestra en la figura [añadir imagen 442 norton pag 324](#), existe la línea de Goodman modificada, la parábola de Gerber y la línea de Soderberg. La parábola de Gerber es la que mejor se ajusta a los datos de falla experimental, de acuerdo a la ecuación 2.1.5; mientras que la línea de Goodman modificada, ecuación

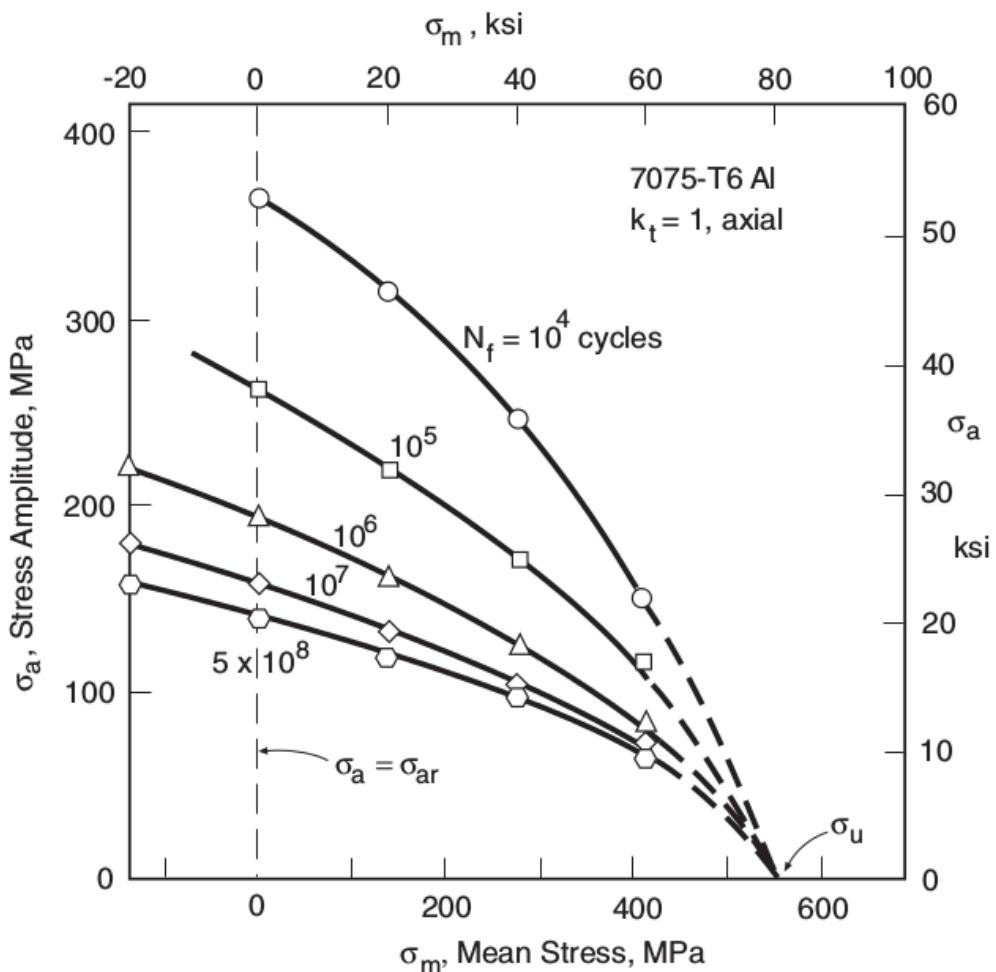


Figura 2.1: Diagrama de vida constante para aluminio 7075-T6

2.1.6, se ajusta por debajo de la dispersión de datos. Ambas curvas utilizan en el eje σ_a el límite de resistencia a la fatiga S_e y el esfuerzo último S_u en el eje σ_m . En cambio, la línea de Soderberg, ecuación 2.1.7, une S_e con la resistencia a la fluencia del material S_y y es, por lo tanto, un criterio de falla más conservador que los demás. Sin embargo, la línea punteada que une ambos S_y se debe utilizar en las dos primeras curvas como límite del primer ciclo de esfuerzo para evitar que ceda o falle. [Referencia a libro norton](#)

$$\text{Par\'abola de Gerber:} \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m^2}{S_u^2} = 1 \quad (2.1.5)$$

$$\text{Goodman modificada:} \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1 \quad (2.1.6)$$

$$\text{Soderberg:} \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1 \quad (2.1.7)$$

Diagramas de esfuerzos alternantes normalizados y medios

La normalización del diagrama mostrado en la figura 2.1 responde a la necesidad de consolidar los datos de mediciones para distintos esfuerzos medios y vida de fatiga dentro una sola curva. Esto da la oportunidad de ajustar la curva a una ecuación que represente todos los datos obtenidos. Así para el caso particular de $S_m = 0$, el esfuerzo alternante se designará por σ_{ar} . Por lo tanto, en el diagrama *CFL*, σ_{ar} es el intercepto en $\sigma_m = 0$ de la curva para cualquier vida N_f . Por consiguiente, el gráfico puede ser normalizado utilizando la relación σ_a/σ_{ar} en la ordenada y el esfuerzo medio σ_m en la abscisa. De esta manera, se cumplirá que $\sigma_a/\sigma_{ar} = 1$ cuando $\sigma_m = 0$ y, además, cuando el esfuerzo alternante es cercano a cero, el valor del esfuerzo medio debe aproximarse al esfuerzo último del material, σ_u . El resultado de esto se puede apreciar en la figura 2.2 [buscar otra imagen de referencia](#).

Al igual a como se vio en la sección anterior, las curvas que se ajustan a estos valores pueden ser rectas o una par\'abola. La ecuaci\'on modificada de Goodman normalizada sigue siendo una aproximaci\'on conservadora, y su versi\'on normalizada es:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \quad (2.1.8)$$

La par\'abola de Gerber queda expresada como:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 = 1 \quad (2.1.9)$$

Y una segunda modificación de la ecuaci\'on de Goodman, propuesta por J. Morrow, para metales d\'uctiles, en la cual se reemplaza σ_u por el esfuerzo verdadero de fractura corregido $\tilde{\sigma}_{fB}$.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\tilde{\sigma}_{fB}} = 1 \quad (2.1.10)$$

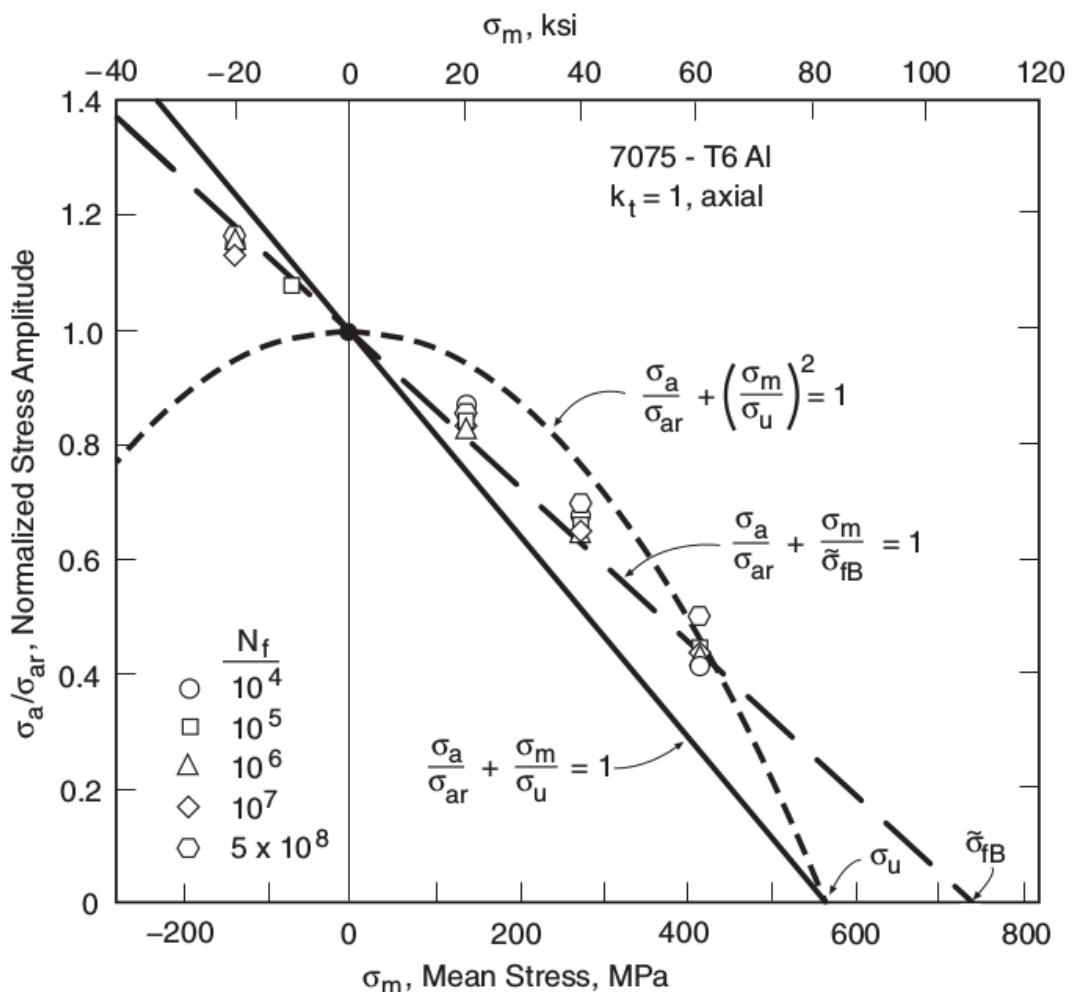


Figura 2.2: Diagrama CFL normalizado

2.2. Dinámica

El movimiento y la relación existente entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo rígido es estudiado por la dinámica, la cual busca predecir el movimiento y explicar su origen. En esta sección se hablará de cuerpos rígidos y no partículas, debido las características de lo que se analizará posteriormente, además, de ser la rotación un elemento importante a considerar.

2.2.1. Ecuaciones de movimiento de un cuerpo rígido

Para describir el movimiento de un cuerpo es necesario recurrir a la segunda ley de movimiento de Newton, la cual permite trazar y predecir el movimiento de traslación y

rotación del cuerpo.

Si sobre una masa m constante actúa una fuerza $\vec{F}(t)$ que da como resultado un vector de desplazamiento $\vec{x}(t)$, la segunda ley de Newton se expresa:

$$\vec{F}(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{d\vec{x}(t)}{dt} \right) = m \frac{d^2\vec{x}(t)}{dt^2} \quad (2.2.1)$$

De manera análoga para el mismo cuerpo rígido, de momento de inercia I , es sometido a un momento $\vec{M}(t)$, entonces el cuerpo girará con un vector de desplazamiento angular $\vec{\theta}$.

$$\vec{M}(t) = I \frac{d^2\vec{\theta}(t)}{dt^2} \quad (2.2.2)$$

Con las ecuaciones 2.2.1 y 2.2.2 se puede describir el movimiento de un sólido rígido.

Por otro lado, el principio de D'Alembert nos permite establecer un equilibrio dinámico entre las suma de las fuerzas externas o momentos y el producto entre su masa y la aceleración resultante del sólido, que se le denominará fuerza efectiva. Ambos términos deben ser equipolentes sobre el sistema que actúan, de esta manera las ecuaciones 2.2.3 y 2.2.4 son el resultado de la aplicación de este principio.

$$\sum \mathbf{F}_i = m \ddot{\mathbf{x}}_i \quad (2.2.3)$$

$$\sum M_i = I \ddot{\theta}_i \quad (2.2.4)$$

2.2.2. Energía cinética de un cuerpo rígido

Un cuerpo rígido en movimiento tiene asociada una energía cinética que depende de su masa m , el momento de inercia I , su velocidad v y la velocidad de rotación ω . Así la energía cinética T queda definida por la ecuación 2.2.5.

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (2.2.5)$$

2.3. Vibraciones

Es el estudio del movimiento repetitivo de los objetos relativo a un marco de referencia estacionario y que oscila respecto a una posición nominal. Es un fenómeno que se da en todos los objetos, afectando naturalmente el diseño en ingeniería, pudiendo ser perjudicial o útil, dependiendo del objetivo que se busca. Por esto, es necesario conocer cabalmente

el fenómeno de la vibración, es decir, saber como analizarlo, medirlo y controlarlo para poder manejar las distintas variables que lo afectan.

Físicamente, la vibración es la interacción entre la energía potencial y cinética. De esta manera, un sistema vibratorio debe tener un componente que almacene la energía y la libere en forma de movimiento de una masa para, asimismo, este vuelva a ser almacenado en forma de energía potencial. Los elementos que componen un sistema mecánico y los métodos para describir los movimientos se explicarán en esta sección.

2.3.1. Rigidez

El comportamiento como resorte se puede aplicar a distintos elementos y componentes, dependiendo de su geometría y las propiedades del material. Así, a partir de la configuración del sistema, es posible calcular una rigidez k para el movimiento longitudinal, transversal o torsional.

El cálculo de la constante de rigidez para una viga de área A , módulo de Young E , largo L y el segundo momento de área I , se puede obtener a través de las ecuaciones de energía. Así, la ecuación 2.3.1, muestra el valor de k para una viga en voladizo con una carga P en su extremo.

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (2.3.1)$$

Por otro lado, la ecuación 2.3.2, muestra la energía potencial elástica asociada a un elemento que se comporta como un resorte.

$$U_k = \frac{1}{2}k x(t)^2 \quad (2.3.2)$$

2.3.2. Damping

Los sistemas vibratorios predicen oscilaciones indefinidas si solo se considera la rigidez del resorte y la masa del sistema, sin embargo, la experiencia nos indica que los sistemas tienden a eventualmente reducir su movimiento hasta cero si estos no están afectados por fuerzas externas. Para esto es necesario añadir un modelo físico para disipar la energía y amortiguar el sistema mecánico. Así, el modelo expresado anteriormente debe ser modificado para considerar la reducción de movimiento en el tiempo. Para esto, se añade a las ecuaciones diferenciales un término de la forma $c\dot{x}(t)$, donde c es una constante, el cual da como resultado una solución donde $x(t)$ tiende a un punto de reposo. Este tipo de *damping* se llama amortiguamiento viscoso, en el cual su fuerza (f_c) es proporcional a la velocidad del sistema en la dirección opuesta del movimiento. Por lo tanto,

la ecuación 2.3.3 muestra la fuerza de amortiguamiento, de tipo viscoso, presente en un sistema mecánico.

$$f_c = c\dot{x}(t) \quad (2.3.3)$$

Producto del amortiguamiento de la oscilación del sistema, la frecuencia es menor que la de un sistema no amortiguado, disminuyendo exponencialmente. A partir del valor de la constante c , existen tres casos posibles:

1. **Subamortiguado:** El sistema continúa teniendo un movimiento oscilatorio, con un decaimiento exponencial de la amplitud hasta llegar a la posición de reposo.
2. **Sobreamortiguado:** El movimiento del sistema no alcanza a ser oscilatorio, sin embargo, vuelve a la posición de reposo exponencialmente.
3. **Críticamente amortiguado:** Es el caso que separa si el decaimiento es oscilatorio, siendo el movimiento que retorna al reposo más rápido sin oscilaciones.

Por lo tanto, la ecuación que describe el movimiento de un sistema amortiguado es:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -f_c - f_k \\ m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) &= 0 \end{aligned}$$

Desde la perspectiva del método de energía, el amortiguamiento viscoso es una fuerza no conservativa que puede ser modelada por la función de disipación de Reyleigh, que toma la forma 2.3.4.

$$R = \frac{1}{2}c\dot{q}_i^2 \quad (2.3.4)$$

Donde n es el número de coordenadas generalizadas y q cada coordenada generalizada. De esta manera, se puede obtener las fuerzas generalizadas para amortiguamiento viscoso derivando R respecto a cada variable generalizada q , como se muestra en la ecuación 2.3.5.

$$Q_{Rj} = -\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_j}, \text{ para cada } j = 1, 2, \dots, n \quad (2.3.5)$$

2.3.3. Vibraciones forzadas

Los sistemas mecánicos están sometidos a una gama bastante amplia de fuerzas externas que actúan sobre ellos, las que pueden ser aleatorias, periódicas, no periódicas o transientes. La fuente puede ser variada, pero todas ellas pueden causar vibraciones en el sistema, las cuales se denominarán $F(t)$. Para el caso de este trabajo, el sistema a analizar

contiene un disco sometido a rotación constante, impulsado por un motor eléctrico, que produce una fuerza periódica producto de su desbalanceo.

Si consideramos un desequilibrio de masa m_0 , a una distancia e del centro de rotación y rotando a una velocidad ϕ , como se muestra en la figura [Hacer figura similar a 219 y 220 de Inman pag 160](#), la componente vertical de la fuerza centrífuga $F(t)$ es:

$$F_y(t) = m_0 \ddot{y}(t) \quad (2.3.6)$$

Tomando el centro de rotación como el punto cero del sistema de coordenadas y que la aceleración angular es distinta de cero, entonces las coordenadas de posición, velocidad y aceleración quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} y(t) &= e \sin \phi \\ \dot{y}(t) &= e \dot{\phi} \cos \phi \\ \ddot{y}(t) &= e(\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi) \end{aligned}$$

Por lo tanto, la ecuación [2.3.7](#), muestra la fuerza centrífuga en dirección del eje y cuando una masa desbalanceada m_0 gira a una velocidad angular $\dot{\phi}$ y su aceleración angular es $\ddot{\phi} \neq 0$.

$$F_y(t) = m_0 e (\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi) \quad (2.3.7)$$

2.3.4. Modeling

Es el proceso en el que se representan todos los detalles importantes del sistema con el objetivo de derivar las ecuaciones que rigen el comportamiento del mismo. Para esto, los métodos existentes son la ley de movimiento de Newton, el principio de DD'Alembert y principio de conservación de la energía. Los primeros, vistos en la sección [2.2.1](#), se utilizan a través de un diagrama de cuerpo libre y la correcta identificación de las fuerzas y momentos que actúan sobre un cuerpo. Por otra parte, el método de conservación de la energía tiene la capacidad de derivar las ecuaciones de movimiento de un cuerpo sin la necesidad de recurrir a un diagrama de cuerpo libre, es decir, no se requiere identificar fuerzas ni momentos en el sistema. Éste método se verá en mayor profundidad en la sección [2.3.6](#).

Si consideramos un sistema amortiguado forzado y de un solo grado de libertad, $x(t)$ o $\theta(t)$ según sea el caso, entonces la ecuación que describe el movimiento tendrá la siguiente

forma:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = F(t) \quad (2.3.8a)$$

$$I \ddot{\theta}(t) + c \dot{\theta}(t) + k \theta(t) = M(t) \quad (2.3.8b)$$

Tanto la ecuación lineal (2.3.8a) y angular (2.3.8b) son el resultado de derivarlas a través de cualquiera de los métodos expuestos anteriormente.

2.3.5. Sistema de múltiples grados de libertad

El número de grados de libertad de un sistema es la cantidad de parámetros independientes necesarios para definir los movimientos que posee cada masa involucrada en el sistema. Para cada grado de libertad de una masa, corresponde una coordenada $x_i(t)$, describiendo su movimiento en esa dimensión. La figura REF{hacer imagen 47 de Inman pag 341} muestra las posibilidades de movimiento de un elemento de masa m que no está sometido a ninguna restricción.

La forma de describir el movimiento de cada masa es a través del uso de matrices y vectores, de tal forma que es posible agrupar los distintos componentes que se vieron en las ecuaciones 2.3.8a y 2.3.8b de un solo grado de libertad. De esta manera, las coordenadas $x_i(t)$ pueden ser escritas como un vector $\mathbf{x}(t)$ de $n \times 1$, donde n es la cantidad de grados de libertad del sistema. Asimismo, se puede representar matricialmente la información de la masa del sistema y la rigidez de cada resorte, donde M es la matriz de masas y K es la matriz rigidez, ambas de dimensión $n \times n$.

$$M \ddot{\mathbf{x}}(t) + K \mathbf{x}(t) = 0 \quad (2.3.9)$$

La forma de la ecuación 2.3.9 permite resolver un sistema de n grados de libertad, por lo tanto, la forma de la matriz de masas será:

$$M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n)$$

Y el vector $\mathbf{x}(t)$ es:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$

Por otra parte, para sistemas con amortiguamiento viscoso se añade la matriz de amor-

tiguamiento C de dimensión $n \times n$.

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = 0 \quad (2.3.10)$$

Finalmente, se tendrá un sistema de n ecuaciones diferenciales de segundo orden, con coeficientes constantes, cada una de las cuales requiere dos condiciones iniciales.

$$\mathbf{x}(t_0) = \begin{bmatrix} x_{10}(t_0) \\ x_{20}(t_0) \\ \vdots \\ x_{n0}(t_0) \end{bmatrix} ; \quad \dot{\mathbf{x}}(t_0) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{10}(t_0) \\ \dot{x}_{20}(t_0) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n0}(t_0) \end{bmatrix} \quad (2.3.11)$$

Donde los valores de $\mathbf{x}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ y de las matrices M , K , y C se deben conocer para poder resolver el sistema de ecuaciones.

2.3.6. Método de energía

El método de conservación de la energía puede ser combinado con los conceptos de trabajo virtual, lo cual lleva a las ecuaciones de Lagrange que pueden ser usadas para obtener la descripción del movimiento del sistema, incluso si son amortiguados y forzados. Sin embargo, antes de explicar su funcionamiento se debe introducir el concepto de coordenadas generalizadas.

Las ecuaciones de movimiento de un sistema vibratorio pueden estar compuestas por distintos sistemas de coordenadas, no obstante, aquellos sistemas de coordenadas independientes entre sí y de las condiciones de restricción se les llama coordenadas generalizadas, q_j . De igual forma, se designará como Q_j a las fuerzas generalizadas que estén actuando sobre el sistema. Estas fuerzas se definen según la ecuación 2.3.12, donde U_j es el trabajo realizado al cambiar las coordenadas generalizadas q_j y δq_j la cantidad desplazada.

$$Q_j = \frac{U_j}{\delta q_j} \quad (2.3.12)$$

Análogamente a como se ha desarrollado anteriormente, Q_j puede adquirir el valor de una fuerza o momento, así como q_j puede ser una coordenada de desplazamiento lineal o angular. Así mismo, \dot{q}_j y $Q_j^{(n)}$ representan la velocidad generalizada y la fuerza generalizada no conservativa, respectivamente.

Con esto en consideración, el método de Lagrange define el concepto de lagrangiano L , como la resta entre la energía cinética T y la energía potencial U del sistema, ambos

en términos de las coordenadas generalizadas $q_i(t)$.

$$L = T - U \quad (2.3.13)$$

Así, el método establece que para un sistema conservativo sin amortiguamiento, la ecuación 2.3.14 tiene la forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.3.14)$$

Si se sustituye la ecuación 2.3.13 en 2.3.14, entonces se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0 \quad (2.3.15)$$

Lo que resultará en una ecuación para cada coordenada generalizada. En resumen, es importante para que el sistema esté correctamente definido la identificación de los sistemas de energía y el uso de las coordenadas generalizadas.

2.3.7. Ecuaciones de energía para un sistema con amortiguamiento y forzado

Finalmente, es posible obtener las ecuaciones de movimiento a través del método de conservación de energía para un sistema con dos grados de libertad, forzado y con amortiguamiento viscoso. Para esto, se utilizarán los elementos mostrados anteriormente y se derivará la ecuación. Además se añadirá el efecto de la energía potencial gravitatoria, factor importante en el caso estudiado en este trabajo, según la ecuación 2.3.16.

$$U_g = mg q_i \quad (2.3.16)$$

Por lo tanto, la energía potencial total del sistema, tendrá la siguiente forma:

$$U = U_k + U_g = \frac{1}{2} k q_i^2 + mg q_i \quad (2.3.17)$$

utilizar figura 425 pag 382 Inman como referencia del sistema de coordenadas

A partir de la ecuación 2.3.14, considerando los valores de la energía cinética y potencial de las ecuaciones 2.2.5 y 2.3.17, es necesario añadir las fuerzas de amortiguamiento y las fuerzas externas no conservativas. La suma de estas fuerzas fue desarrollada en las secciones 2.3.2 y 2.3.3, dando como resultado las ecuaciones 2.3.5 y 2.3.7. Revisar parrafo y

ecuación, definir letras

$$Q_i = F_i(t) + Q_{Ri} = F_i(t) - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} \quad (2.3.18)$$

De esta manera, una vez identificado todos los sistemas de energía y sus respectivos valores, se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_i(t) \quad (2.3.19)$$

El cual, una vez derivado y escrito de forma matricial, adquiere la siguiente forma:

$$M \ddot{\mathbf{q}}_i + C \dot{\mathbf{q}}_i + K \mathbf{q}_i = \mathbf{F}_i \quad (2.3.20)$$

2.4. Método de elementos finitos

2.4.1. Inventor - Análisis de esfuerzos

Configuración análisis estático

Detectar y eliminar modos de cuerpo rígido: Elimina los modos de cuerpos rígidos con problemas donde el número de restricciones definido es insuficiente, pero hay una carga equilibrada con una solución de elasticidad válida.

Separar tensiones en superficies de contacto: Permite obtener una representación explícita de la tensión discontinua de la superficie de contacto. fea

Malla

Tamaño medio del elemento: Especifica la distancia media entre los nodos de los elementos de la malla. Su valor es una fracción de la dimensión más larga de la dimensión x , y o z .

Tamaño mínimo del elemento: Especifica la distancia mínima entre los nodos de la malla. El valor es una fracción del valor del tamaño medio de la malla.

Factor de modificación: Especifica la proporción máxima de aristas de malla adyacentes para realizar la transición entre las regiones gruesas y finas.

Ángulo máximo de giro: Especifica el ángulo máximo para los arcos, de 1 a 90 grados. Dicho de otra manera, un ángulo menor genera elementos de malla más pequeños.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Levantamiento de información

Parte del trabajo de esta memoria se centra en lograr rescatar información y su posterior comprensión de la máquina de fatiga a flexión para lograr tenerla operativa para su uso en el laboratorio. El levantamiento de información consistirá en detallar su estado actual, describir el funcionamiento para realizar los ensayos y, finalmente, en poder cuantificar y medir los distintos componentes de la máquina.

La medición de fatiga es realizada a través del método de *esfuerzo-vida*, utilizando la configuración de *alternating bending*, ambos descritos en los antecedentes.



Figura 3.1: Máquina de fatiga en flexión en el laboratorio de tecnología mecánica

3.1.1. Estado actual

Actualmente la máquina no puede ser utilizada por no estar anclada, estando apoyada sobre dos listones de madera, que a su vez, están sobre una mesa de madera como se apre-

cia en la figura 3.1. Por consiguiente, la máquina al ser utilizada comienza a vibrar, saltar y desplazarse lateralmente, lo que impide su uso prolongado por motivos de seguridad. Es decir, no es posible realizar correctamente un ensayo de fatiga de ningún material ni en ninguna configuración.

La única modificación que posee la máquina, según la información recopilada, consiste en el cambio del contador de revoluciones o ciclos realizados en un ensayo de fatiga. Esta actualización consistió en sacar el contador mecánico original y reemplazarlo por un contador electrónico, el cual tiene sus controles y el display adosada a su estructura, como se puede apreciar en la figura [agregar imagen del contador](#).

El sistema eléctrico de la máquina permanece intacto, la cual se encuentra conectada a la red de la universidad. Conserva su motor eléctrico original junto a un conjunto eléctrico cuya función es suministrar energía de manera continua y estable al motor, para evitar que el ensayo de fatiga se pueda ver afectado por problemas y las variaciones del suministro eléctrico. El motor es de **corriente continua** con velocidad constante y sus especificaciones se pueden ver en la tabla 3.1:

Especificaciones Motor	Valor
Tensión	220 [V]
Corriente	0,8 [A]
Factor de potencia ($\cos \varphi$)	Sin información
Potencia	100 [W]
Velocidad	1500 [rev/min]

Cuadro 3.1: Especificaciones del motor de la máquina de fatiga.

Otro elemento distinto al original consiste en la correa de transmisión entre el motor eléctrico y el disco desbalanceado. La original consistía en una correa de cuero plana y cruzada, sin información respecto a su empalme. La correa actual consiste también en una correa plana y cruzada, sin embargo, su material es tela y el empalme es realizado a mano con hilo acerado. Cabe destacar que lo poco usual de las dimensiones, características y la necesidad de hacer el empalme dentro de la misma máquina, dificulta la búsqueda de una correa que pueda cumplir de manera óptima la transmisión de potencia. Parte de estas dificultades se deben a que el sistema de transmisión no ha sido modificado, es decir, sus poleas tienen dimensiones, tanto de diámetro como de ancho, que no están normalizadas o se encuentran fuera de catálogo de mucho proveedores.

Por otro lado, los elementos de agarre de la probeta no tienen modificaciones conocidas, tanto el brazo que recibe el movimiento como el agarre empotrado a la estructura de la máquina. La fabricación de las probetas utilizadas se realiza en el mismo laboratorio

a partir de acero AISI 1020 o 1040, el cual para conseguir las dimensiones de la figura REF. se debe cortar y tornear.

Finalmente, para realizar los ensayos en distintas configuraciones existen distintas masas (figura REF) que desequilibran el disco rotativo, como se verá en la sección 3.1.2, y estas combinaciones se especifican en una tabla de cargas (Anexo REF). Sin embargo, se desconoce el origen, y en consecuencia, la fiabilidad de la información contenida en esta tabla.

3.1.2. Funcionamiento

La máquina de fatiga tiene como objetivo lograr que para cada ciclo se ejerza el mismo esfuerzo determinado sobre la probeta, en forma de flexión. Para lograr esto, el mecanismo utilizado es un disco desequilibrado girando a una velocidad constante $\dot{\theta}$, la fuerza es transmitida hasta un brazo que sostiene a su vez a la probeta, generando flexión en la probeta con un doble empotramiento. La velocidad $\dot{\theta}$ del disco se transmitida desde el motor eléctrico a través de poleas y una correa de transmisión en una relación de 1:1, a una velocidad de 1500 revoluciones por minuto. Así, para realizar las mediciones de fatiga a distintas cargas se modifica el desequilibrio del disco a través de un conjunto de masas, mostradas en la figura 3.2, que permiten generar distintas configuraciones y, por consiguiente, esfuerzos en la probeta.



Figura 3.2: Contrapesos utilizados para desequilibrar el disco. De izquierda a derecha se aprecia el n° 5 al n° 1.

Los elementos utilizados para desbalancear son 6 discos pequeños de X **medir radio masas** a Y de diámetro. Estos son enumerados del 1 al 5, donde el 1 es el más liviano y el 5 el más pesado, todos de distinto peso y el quinto se encuentra repetido. Estas se colocan en los extremos del disco giratorio, como se ve en la figura REFimagedisco, dependiendo de la carga que se deseé generar. Para conocer que configuración corresponde a cada esfuerzo aplicado sobre la probeta, se utiliza la tabla de cargas explicada a continuación.

Esta tabla, con 3 columnas de información como se ve en el Anexo REF, nos entrega el esfuerzo normal σ , cortante τ y la combinación necesaria para generar esos esfuerzos. Los números entre paréntesis nos indican cuantos contrapesos se deben apilar en cada perno adosado al disco giratorio, los cuales llamaremos soportes de contrapeso (SC). Así, la tabla nos señala que la fuerza es función de la diferencia de masa entre cada soporte, es decir, la suma de las masas de cada paréntesis. A modo de ejemplo, en la tabla 3.2 se han colocado las 4 primeras filas de la tabla de cargas, añadiendo 4 columnas a la derecha de “Combinación” con información sobre el peso de cada combinación. En las columnas m_1 y m_2 se aprecia la suma de cada masa colocada en sus soportes de contrapeso señalado por la columna de “Combinación”. Las columnas siguientes representan $\Delta m = m_1 - m_2$ y $m_{total} = m_1 + m_2$. Como se puede apreciar, los esfuerzos normales y cortantes aumentan en la medida que Δm de cada combinación aumenta, independiente de m_{total} .

$\sigma \left[\frac{\text{kg}_f}{\text{cm}^2} \right]$	$\tau \left[\frac{\text{kg}_f}{\text{cm}^2} \right]$	Combinación	m_1 [g]	m_2 [g]	Δm [g]	m_{total} [g]
40	20	(5) - (1+2+3+4)	30,9199	30,5071	0,4128	61,427
80	40	(1) - (0)	0,7582	0	0,7582	0,7582
120	60	(5) - (4+2+3)	30,9199	29,7489	1,171	60,6688
160	80	(2) - (1)	2,2969	0,7582	1,5387	3,0551

Cuadro 3.2: Tabla de configuración de las masas modificada, mostrando el peso, su diferencia y el total para cada combinación

Con esto, la probeta a ensayar estará sometida a un esfuerzo en flexión, empotrada en ambos lados por la mordaza del brazo y la mordaza empotrada a la estructura de la máquina, ambas mostradas en la figura REF. Una vez que se haya escogido la configuración de masas y la probeta se encuentre en su posición, una pequeña barra con una manilla ubicada entre las barras de acero, como se aprecia en la figura REF, eleva ambas barras con el objetivo de evitar que oscile durante el encendido y aceleración del motor hasta su velocidad final, dejando a la barra en una configuración de empotrado y apoyo simple. Una vez que el motor alcanza una velocidad estable, el sostén es girado nuevamente para dejar al disco giratorio en posición de empotrado-libre. Este sostén, permite que el ensayo de fatiga se realice siempre a una frecuencia constante y evitar la transición inicial del motor. Una vez que la probeta se fracture, provocarán un aumento en la amplitud de las oscilaciones del disco las cuales activarán el freno automático (figura REF) para detener el motor y, por lo tanto, el ensayo. Gracias a este sistema, es posible conocer la cantidad de ciclos que realizados hasta el momento de fractura sin la necesidad de supervisar de manera continua el ensayo.

Mordazas

3.1.3. Mediciones

Para realizar un correcto diseño de la estructura soportante y la comprensión de su funcionamiento, se hace vital poder contar con información confiable para obtener resultados correctos. Para esto, las mediciones se dividirán según su objetivo en el desarrollo de este trabajo.

Diseño de estructura

Las medidas de la mesa actual son:

- Ancho = 74,5 cm
- Largo = 177 cm
- Altura = 91 cm

Por otro lado, para diseñar correctamente la estructura se deben conocer las dimensiones de la máquina, su peso y la ubicación de los pernos de anclaje, así como también el tipo de perno utilizado. La figura REFrealizar diagrama con vistas frontal y lateral de la maquina con sus dimensiones es un esquema representativo de la máquina, mostrando sus dimensiones de ancho, alto y largo, las dimensiones de su base y la ubicación de sus pernos. La masa de toda la máquina se approximó a partir de las dimensiones externas, estimando el grosor de sus paredes y considerando el peso específico del acero fundido, sobreestimando el valor del espesor de sus paredes como factor de seguridad. Considerando el peso específico del acero $\rho_{ac.fundido} = 7850 [Kg/m^3]$, entonces la masa total calculada es:

$$\left. \begin{array}{l} V_{base} = (3,3 \cdot 91 \cdot 39 - 3 \cdot 88 \cdot 37) \text{ cm}^3 \\ V_{superior} = (30,2 \cdot 84 \cdot 32 - 26 \cdot 78 \cdot 28,5) \text{ cm}^3 \end{array} \right\} V_{b+s} = 25323,3 \text{ cm}^3$$

$$m_{mag} = \rho_{ac.fundido} \cdot V_{b+s} = 198,8 \text{ kg} \approx 200 \text{ kg} \quad (3.1.1)$$

Componentes de la máquina de fatiga

Sistema de transmisión. El sistema de transmisión está compuesto por el motor eléctrico, cuyas características se detallaron anteriormente, la correa de transmisión y ambas poleas. Las dimensiones y características de las poleas conductora y conducida, como también de la correa se encuentran en la tabla 3.3.

Características	Valor
Diámetro polea motriz	48 mm
Diámetro polea conducida	47,5 mm
Relación de poleas	$\approx 1 (-)$
Ancho correa	10 mm
Longitud correa	1235 mm
Configuración	Cruzada

Cuadro 3.3: Datos del sistema de transmisión

Barras de acero. El conjunto de barras de acero que sostienen el disco en empotrado-libre, tienen medidas levemente distintas para las superiores respecto a las inferiores, separadas por una distancia de 32 mm. La tabla 3.4 muestra las medidas de cada una.

Medida	Barras superiores [mm]	Barras inferiores [mm]
Espesor	5,7	5,8
Ancho	25,1	25,2
Largo	333	333

Cuadro 3.4: Medidas de las barras de acero según su posición

Con estos datos, es posible calcular el segundo momento de área respecto a un eje central horizontal equidistante entre las barras superiores e inferiores, según el cual es obtiene $I = asfa^f$.

Sistema de transmisión de fuerzas. El brazo principal (figura 3.3) que ejerce la fuerza sobre la probeta proveniente del disco desbalanceado, está constituido por tres partes principales. La primera de ellas es la parte trasera, con forma regular rectangular, está hecho de una aleación de aluminio y dos tercios de su longitud es ahuecada. La segunda y principal, está hecha de acero fundido y añade el mayor porcentaje de masa al total del brazo. Finalmente, la última parte consiste en la mordaza, unida a la sección principal con dos pernos que permiten ajustar su posición. La longitud total del brazo es de 359 mm y su masa total 2,305 kg.

La transmisión de la carga entre el disco desbalanceado y el brazo de carga se da a través de dos barras de acero redondas, uno a cada lado del disco, de diámetro 6,2 mm y largo de 169 mm.



Figura 3.3: Brazo de carga junto a su mordaza y la mordaza empotrada a la derecha.

Disco desbalanceado. En base a las características visuales y auditivas del disco, se cree que está construido en alguna aleación de aluminio. Su radio $R_d = 112$ mm y espesor de 6,4 mm.

La masa de cada contrapeso, medidos en el laboratorio de metalúrgica con pesas blablabla.

Contrapeso	Masa [g]
1	0,7582
2	2,2969
3	6,8541
4	20,5979
5	30,9199

Cuadro 3.5: Masa de cada contrapeso utilizado

Por otra parte, no fue posible medir directamente la masa del disco al no poder desarmarlo ni separarlo de su eje. Por lo tanto, se midió de la flecha de la viga en voladizo producida por la masa del disco, la polea, el sistema de sujeción y las barras de acero, se pudo obtener la masa aproximada del disco. Sin embargo, si bien se restó la fuerza producida por la masa de las barras, se incluyó en el cálculo el resto de los elementos acompañantes del disco en la masa obtenida.

Probeta. La probeta utilizada actualmente para el ensayo de fatiga es de acero AISI 1020. Su geometría, como se aprecia en la figura REF, consiste en una pequeña viga de largo $3\frac{1}{2}$ ", de sección cuadrada en sus extremos y una entalladura en el medio de sección circular, de lado $\frac{1}{2}$ " de lado y $0,3$ " de diámetro respectivamente.

3.2. Diseño de estructura

El proceso de diseñar la estructura hasta su resultado final pasó por distintas etapas. Esto por el proceso de aprendizaje y comprensión de la norma de cálculo de madera NCh 1198, como también por la restricción y disponibilidad de materiales, tecnología o medidas acorde a las necesidades. El diseño presentado en este trabajo se muestra en la figura REF, hecho principalmente de madera, junto a elementos de acero. El objetivo de esta estructura es fijar y soportar la máquina de fatiga tanto en reposo como en operación, buscando como características su durabilidad, lo modular de las piezas y la opción de modificarla en el futuro.

Imagen de vista en perspectiva

La metodología de su diseño, se separará en las distintas etapas que se realizó y los requerimientos que surgieron a partir de estas. Finalmente, se realizó una simulación estática y modal para comparar los cálculos realizados y conocer su frecuencia natural, respectivamente.

3.2.1. Diseño en acero

La estructura se diseñó para que la conexión con la máquina de fatiga fuera a través de pletinas de acero, utilizando los pernos existentes. Las pletinas, a su vez, están conectadas mediante pernos a las vigas principales de madera de cada extremo. Para llevar a cabo los cálculo, se hará como suposición que cada pletina tiene un empotramiento en cada extremo, con dos cargas distribuidas. La primera de ellas es el apoyo de la máquina sobre la pletina y, la segunda, el peso propio del acero. Por lo tanto, la figura REF muestra el diagrama de las cargas que actúan y las distancias a utilizar.

Por otro lado, al no conocerse la distribución de masa de la máquina de fatiga, se considerará la carga distribuida en cada pletina como:

$$q_{mag} = \frac{0,75 \cdot m_{mag}}{c} = 384,62 \text{ [kg/m]} \quad (3.2.1)$$

Donde m_{mag} es la masa estimada en ??, multiplicada por 0,75 como factor de seguridad

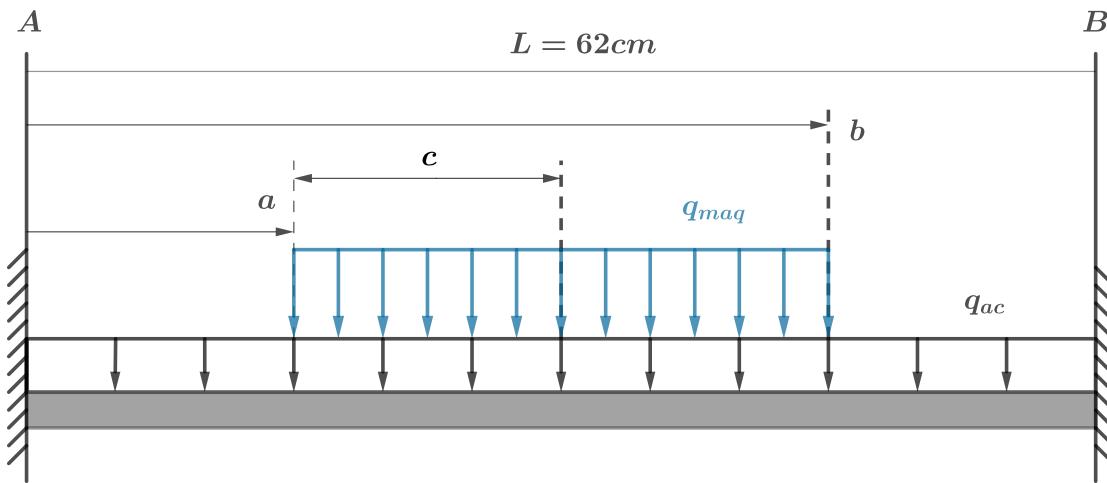


Figura 3.4: Diagrama de las cargas soportadas por la pletina de acero.

por la distribución irregular de peso de la máquina. Para obtener el esfuerzo máximoflector es necesario conocer la geometría de la viga, motivo por la cual se iteró entre las distintas opciones disponibles en el mercado de pletinas o barras planas de acero. Por razones estipuladas en la norma NCh 1198, la conexión entre la pletina de acero y la viga principal de madera se debe realizar con un mínimo de dos pernos, por lo tanto, se escogió el ancho máximo del mercad. Así, la tabla 3.6 muestra las dimensiones de la pletina escogida.

Características pletina	Valor
Espesor (h_p) [mm]	8
Ancho (b_p) [mm]	100
Material	A270ES
Carga distribuida (q_{ac}) [kg/m]	6,28

Cuadro 3.6: Dimensiones y características de la viga de acero

Por ende, el cálculo de la reacción en sus apoyos, el momento y esfuerzo flector máxim qued expresado por las ecuaciones 3.2.2a, 3.2.2b y 3.2.2c, respectivamente. Estas fueron calculadas respecto al punto A (o B, por simetría), donde se encuentra el momento

flector máximo.

$$R_A = g \left(\frac{m_{mag}}{2} + \frac{q_{ac}L}{2} \right) \quad (3.2.2a)$$

$$M_A = \left(\frac{gcq_{mag}}{24L} \right) \left(3L^2 - 4c^2 + \frac{6bc^2}{L} - \frac{3c^3}{L} \right) + \left(\frac{gq_{ac}L^2}{12} \right) \quad (3.2.2b)$$

$$\sigma_{max,pl} = \frac{M_A \cdot h_p}{2I_{pl}} \quad (3.2.2c)$$

Así, los valores obtenidos son:

- $R_A = 754,85 \text{ [N]}$
- $M_A = 100,97 \text{ [Nm]}$
- $I_{pl} = 4266,6 \text{ [mm}^4]$
- $\sigma_{max} = 94,66 \text{ [MPa]}$

Con relación a la cargas fluctuantes que recibirán las pletinas como parte del funcionamiento de la máquina, se considerará la carga mayor que es capaz de producir la máquina de todas sus configuraciones, de acuerdo a lo que se obtenga por medio del modelo que se expondrá en la sección 3.3.2. Esta carga alterna sobre la pletina, $F_{a,pl}$, se considerará igual a la mitad de la carga máxima posible producida por el disco desbalanceado. Por lo tanto, considerando la configuración utilizada en las cargas estáticas, la carga distribuida alterna será $q_{a,pl} = F_{a,pl}/c$ y el momento flector máximo en el punto A es la primera expresión de la ecuación 3.2.2b y el esfuerzo sobre el mismo punto igual a la expresión 3.2.2c, quedando:

$$M_{a,pl,A} = \left(\frac{cq_{a,pl}}{24L} \right) \left(3L^2 - 4c^2 + \frac{6bc^2}{L} - \frac{3c^3}{L} \right) \quad (3.2.3)$$

$$\sigma_{a,A} = \frac{M_{a,pl,A} \cdot h_p}{2I_{pl}} \quad (3.2.4)$$

Para obtener el factor de seguridad, se utilizará la ecuación de Goodman modificada (2.1.6). Para esto, el límite de resistencia a la fatiga de un acero se puede estimar como $S_e = 0,5S_{ut}$ cuando el esfuerzo último es menor a 1400 MPa REFERENCIA. Como el material utilizado es un acero A270ES, entonces su equivalente en la antigua nomenclatura chilena de acero es A42-27ES REFERENCIA, donde el esfuerzo último del material es

$S_{ut} = 420 \text{ MPa}$, por lo tanto, $S_e = 210 \text{ MPa}$. También, el esfuerzo medio será igual al esfuerzo estático calculado anteriormente, donde, $S_m = \sigma_{max,pl}$. Así, el factor de seguridad es:

$$FS = \left(\frac{S_e \cdot S_{ut}}{S_a \cdot S_{ut} + S_m \cdot S_e} \right) \quad (3.2.5)$$

3.2.2. Diseño en madera

La elección de la madera como elemento principal de construcción se debió por su capacidad de disipar las vibraciones y la relación entre su resistencia y el peso, volviendo la estructura más liviana y útil para las necesidades. Para realizar los cálculos de la madera y sus uniones, se utilizó la norma **NCh 1198 Of. 91 – Madera: Construcciones en madera – Cálculo**, mostrada en el anexo A. Las dimensiones del diseño de la estructura se realizaron considerando dejar el espacio necesario para la operación de la máquina, conservando la altura actual de 900 [mm]. Si bien en el presente trabajo se expondrán los cálculos de una especie maderera y sus respectivas dimensiones, se realizaron cálculos con otras especies y en otros formatos para añadir flexibilidad al diseño propuesto. Las maderas consideradas en el trabajo son el pino Oregón, pino Radiata y la línea de pino radiata encolado Hilam de Arauco. Los resultados mostrados en la sección siguiente son los obtenidos al escoger el pino Oregón en formato de 110x110 [mm]. Los valores de las tensiones admisibles para distintas especies madereras se obtienen de la tabla 4 de la sección 6.2 de la NCh 1198, sin embargo, para la madera laminada encolada se encuentran en la norma NCh 2165. Finalmente, para la sección de diseño en madera se utilizará la nomenclatura utilizada por la norma NCh 1198, para evitar confusiones al momento de consultar el anexo o la norma misma.

añadir tabla con las dimensiones de la madera

3.2.3. Cálculo de cargas en estructura de madera

Para identificar las distintas partes de madera en la estructura, se utilizará la figura REF como referencia. Tanto las vigas A, C, D y el pilar B, están diseñados de la misma madera y formato. En el anexo REF se pueden apreciar los planos del diseño de la estructura propuesta y sus uniones.

añadir imagen de vigas A, B, C y D

Como se nombró anteriormente, la madera utilizada será pino oregón, el cual bajo las consideraciones de la tabla A.1 se trabajará como madera seca tanto en construcción como en servicio al estar en un ambiente cerrado sin calefacción, como se señala en la

sección A.1.1 de contenido de humedad. Los valores de densidad, tanto anhidra como normal, se pueden obtener del Anexo E de la norma. A partir de este anexo, la tabla 3.7 muestra los valores del pino oregón.

Especie maderera	Densidad anhidra (kg/m^3)		Densidad normal (kg/m^3)	
	Valor medio	Valor característico	Vallor medio	Valor caracerístico
	ρ_o	$\rho_{o,k}^\dagger$	ρ_{12}	$\rho_{12,k}^\dagger$
Pino oregón	410	326	441	350

Cuadro 3.7: Valores de la densidad normal y anhidra del pino oregón. † : Definido con el percentil 5 % de exclusión.

Tensiones admisibles y módulo de elasticidad del pino oregón. Para la determinación de estos valores es necesario catalogar el grado de calidad, si corresponde a madera verde o seca y la clasificación de la madera del pino oregón. El agrupamiento de las maderas crecidas en Chile se encuentran en el anexo A de la norma NCh 1198, según la cual el pino oregón se clasifica en el grupo ES 5 para madera seca y se asumirá un grado estructural N° 4. Con esta información, a través de la tabla 6 de la norma, obtenemos que la clase estructural es F8. Con esto, la tabla 4 y 5 entrega la información de las tensiones admisibles y el módulo de elasticidad. Así, la tabla REF los valores del pino oregón utilizado en este trabajo.

Clase Estructural	Flexión F_f	Compresión Paralela F_{cp}	Compresión Normal F_{cn}	Tracción Paralela F_{tp}	Cizalle F_{cz}	Módulo de elasticidad en flexión E_f
F8	8,6 (MPa)	6,6 (MPa)	4,1 (MPa)	5,2 (MPa)	0,86 (MPa)	6,9 (GPa)

Cuadro 3.8: Tensiones admisibles y módulo de elasticidad en flexión para madera de pino oregón según su clase estructural.

Factores de modificación. Dada las condiciones en las que trabajará la madera, se deben calcular tres factores de modificación que afectan de manera global a la madera, sin embargo el factor de modificación por trabajo conjunto, K_C , no se considera en este caso. La modificación por contenido de humedad se calcula con un factor ΔR y por la diferencia entre la humedad de la madera y una humedad del 12 %, ΔH . Considerando una humedad de la madera del 15 %, entonces los valores de K_H para cada solicitud son los siguientes se muestran en la tabla 3.9.

Factor de modificación por humedad	Flexión F_f	Compresión Paralela F_{cp}	Compresión Normal F_{cn}	Tracción Paralela F_{tp}	Cizalle F_{cz}	Módulo de elasticidad en flexión E_f
K_H	0,999385	0,999385	0,999385	0,99952	0,999199	0,999556

Cuadro 3.9: Valores del factor de modificación para el pino oregón.

Por otro lado, el factor de modificación por duración, K_D , se aplica a través de la ecuación 3.2.6, donde la duración de la carga t se aplica en segundos. También, la norma incluye el gráfico de K_D siendo una opción para su cálculo. Los valores admisibles que se señalan en la norma corresponden a una vida útil de 10 años de duración, sin embargo, para una vida útil indefinida el valor de K_D corresponde a 0,9. Este factor de modificación no afecta al módulo de elasticidad ni a la tensión admisible de compresión normal.

$$K_D = \frac{1,747}{t^{0,0464}} + 0,295 \quad (3.2.6)$$

Viga principal, A

Es la viga que soporta la carga de las pletinas que sostienen a la máquina y a su vez descansa la carga en los pilares B. Para realizar los cálculos de esfuerzo se consideró un doble empotramiento en cada extremo, con tres cargas distribuidas que representan la carga de las pletinas de acero, q_{pl} , las cuales se determinarán según la ecuación 3.2.7, y el peso propio de la madera.

$$q_{pl} = \frac{q_{mag} c + q_{ac} L}{2b_p} \quad (3.2.7)$$

El diagrama y la distribución de la carga se puede apreciar en la figura REF. Por otro lado, el esfuerzo máximo se presenta en los extremos de la viga. Las ecuaciones 3.2.8a y 3.2.8b, muestran la obtención de las reacciones y del momento flector máximo.

$$R_0 = g \left(q_{pl} \cdot b_p + \frac{L \cdot q_{mad}}{2} \right) \quad (3.2.8a)$$

$$M_0 = \left(\frac{q_{pl} \cdot g \cdot b_p}{L^2} \right) \left(l_2 l_6^2 + l_6 l_2^2 - \frac{b_p^2}{12} (l_6 + l_2) \right) + \frac{R_0 \cdot L}{6} \quad (3.2.8b)$$

Donde los valores obtenidos son:

- $R_0 = Q = 795 \text{ [N]}$
- $M_0 = M_{max} = 122,26 \text{ [Nm]}$

Así, la tensión de trabajo f_f se calcula según la ecuación A.2.1, obteniéndose el valor:

$$f_f = 0,551 \text{ (MPa)} \quad (3.2.9)$$

De este modo, la tensión de diseño en la zona flexo-traccionada y flexo-comprimida que se calcula a partir de A.2.2a y A.2.2b, respectivamente. Para la zona flexo-traccionada se debe calcular el factor de modificación por altura y para la flexo-traccionada el factor de modificación por volcamiento. El primero se obtiene con la ecuación A.2.3a, obteniéndose el valor de $K_{hf} = 0,916$. Para el factor de volcamiento, se deben verificar el caso que corresponde como se señala en el anexo A, el cual da un valor de $K_v = 1$. Por lo tanto, el valor de $F_{ft,dis}$ y $F_{fv,dis}$ son:

$$F_{ft,dis} = 7,08 \text{ (MPa)} \quad (3.2.10a)$$

$$F_{fv,dis} = 7,74 \text{ (MPa)} \quad (3.2.10b)$$

Por otro lado, la tensión de trabajo en cizalle se obtiene a partir de la ecuación A.2.5 y la de diseño en cizalle por A.2.6. Dado que $K_r = 1$ al no haber rebajo de la viga, entonces el valor obtenido para ambas tensiones son:

$$f_{cz} = 0,098 \text{ (MPa)} \quad (3.2.11)$$

$$F_{cz,dis} = 0,774 \text{ (MPa)} \quad (3.2.12)$$

Finalmente, los valores de factor de seguridad (FS) para cada uno de las tensiones calculadas son los siguientes:

$$FS_{ft} = 12,85 \quad (3.2.13a)$$

$$FS_{fv} = 14,03 \quad (3.2.13b)$$

$$FS_{cz} = 7,85 \quad (3.2.13c)$$

Pilar de apoyo, B

El pilar B representa los cuatro apoyos de la estructura, recibiendo la carga de la máquina y su operación desde la viga principal y transmitiéndola hasta el piso. Por la disposición del cuartón, estará sometido a compresión paralela (A.2.3). Al igual que en la viga principal, se debe calcular la tensión de trabajo (f_{cp}) y la tensión de diseño en compresión paralela ($F_{cp,dis}$). Al ser el mismo formato y especie maderera de la viga

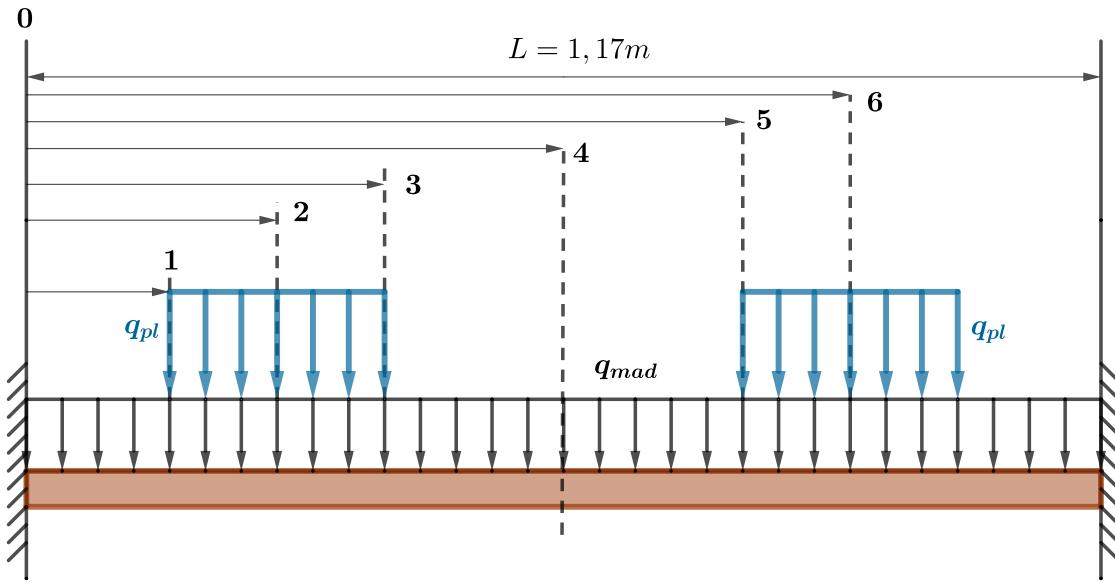


Figura 3.5: Diagrama de las cargas soportadas por la viga A.

principal, su área transversal sigue siendo de 110x110 mm, mientras que el largo del pilar (L_v) corresponde a 790 mm.

Para el primero, se obtiene a través de la ecuación A.2.7, donde la carga N será igual a la reacción obtenida en 3.2.8a. Así, su valor es:

Corregir con área modificada por pernos

$$f_{cp} = 0,0657 \text{ (MPa)} \quad (3.2.14)$$

Para el segundo, el cálculo de la tensión de diseño dependerá de la inestabilidad lateral dado por la esbeltez λ . La longitud efectiva de pandeo se obtiene a través de la tabla 18 de la norma, de la cual se escogerá la configuración de apoyo con impedimento de giros y desplazamiento por un extremo y, para el otro lado, impedimento de giro con libertad de desplazamiento, es decir, $l_p/L_v = 1,5$. De esta forma, los valores obtenidos son:

$$\begin{aligned} l_p &= 1,5 \cdot L_v = 1,185 \text{ (m)} \\ i &= \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{0,11^4}{12 \cdot 0,11^2}} = 0,032 \text{ (m)} \\ \lambda &= \frac{l_p}{i} = 37,32 (-) \end{aligned}$$

Como $\lambda > 5$, entonces la tensión de trabajo de compresión paralela se debe calcular según A.2.8b y se debe evaluar el factor de modificación por esbeltez K_λ a partir de A.2.9. El

coeficiente de proporcionalidad para una madera de grado n° 4 es $c = 0,8$ y el módulo de elástico de diseño es $E_{dis} = 6206,2$ (MPa). Por otro lado, la tensión de diseño $F_{cp,dis}$ se obtiene según A.2.8a y los factores de modificación K_D y K_H .

$$F_{cp,dis} = 5,936 \text{ (MPa)} \quad (3.2.15)$$

Con esto, los valores de las constantes y el factor de modificación serán $A = 2,852$ (-), $B = 3,754$ (-) y $K_\lambda = 0,759$ (-). Así, el factor de modificación final $F_{cp,\lambda,dis}$ será:

$$F_{cp,\lambda,dis} = 4,506 \text{ (MPa)} \quad (3.2.16)$$

Finalmente, el factor de seguridad con esta configuración es:

$$FS_{cp,\lambda} = 68,6 \text{ (-)} \quad (3.2.17)$$

Viga transversal, C

Para esta viga se realizará el mismo procedimiento que para la viga A, sin embargo, las solicitudes son menores y la única carga a la que está sometida es la de su propio peso. Las dimensiones nominales de la tabla son 1x8" cepillada, es decir, según las tablas de valores A.3 y A.2 son de 19x185 mm y su largo es de 800 milímetro. La carga distribuida de su peso es de $q_{tabla} = 1,5$ [kg/m].

Debido a lo bajo de las solicitudes, las tensiones de trabajo en flexión son:

$$f_f = 3,804 \text{ (kPa)} \quad (3.2.18)$$

Por otro lado, por las dimensiones de la madera usada, el factor de modificación por altura y volcamiento son los siguientes:

$$K_{hf} = 0,864 \text{ (-)}$$

$$K_v = 0,586 \text{ (-)}$$

El cálculo de K_v se realiza con la ecuación A.2.4, porque la esbeltez del límite elástico es menor a la esbeltez de volcamiento.

$$\lambda_v = 23,38 \text{ (-)}$$

$$\lambda_{vo} = 21,95 \text{ (-)}$$

Así, la tensión de diseño en flexión de esta viga es de:

$$F_f = 3,9235 \text{ (MPa)} \quad (3.2.19)$$

3.2.4. Uniones

Las uniones en madera se deben diseñar siguiendo las indicaciones establecidas en la sección 10 de la norma NCh1198, uniones en la madera estructural. Esta considera la condición de la madera en operación, el tipo de unión, la dirección de la solicitud respecto a la dirección de la fibra, el número de elementos de unión, el distanciamiento entre los elementos de unión y el tipo de cizalle. Para el diseño de la estructura se utilizaron tres elementos de unión distintos: tira fondos, pernos **y, en menor medida, clavos.**

Acero - madera

Para la unión entre la pletina de acero y la viga principal de madera, se utilizaron dos pernos de grado 2 de $4\frac{1}{2}$ " de largo y $3/8"$ de diámetro. Como se explica en la sección A.4.4 el mínimo de pernos por unión debe ser dos, con la excepción de que el único perno no esté solicitado en un porcentaje superior al 50 % de su capacidad de diseño. La unión está compuesta por la pletina de acero, seguido por la viga de madera con la dirección de sus fibras normal a las solicitudes y nuevamente una placa de acero. Finalmente, para el cálculo de la capacidad de carga admisible y tensión admisible de aplastamiento nominal, se recurrirá a las ecuaciones A.4.5 y A.4.6, respectivamente.

Para calcular la capacidad de carga admisible, P_{ad} , se utilizaron las indicaciones para cizalle simple, las cuales indican que se determina como el menor valor de la mitad de la carga admisible de cizalle doble entre una pieza central de espesor igual a la pieza más grande y una pieza central igual al doble así del espesor de la pieza más delgada. Para este diseño el valor menor consiste en considerar el espesor central ficticio e^* como dos veces el espesor menor, es decir, el espesor lateral e_l , así el valor de esbeltez del perno es:

$$\lambda_u = \frac{2 \cdot e^*}{D} = \frac{2 \cdot 8 \text{ mm}}{9,525 \text{ mm}} = 1,679 \text{ (-)}$$

Para obtener los valores de F_{ap} el valor del factor de reducción de zona elástica se obtiene a partir de la densidad anhidra de la madera (tabla 3.7, siendo $\eta = 2,2$). Por otro lado el ángulo θ es de $\pi/2$ al estar las fuerzas en dirección normal a la fibra de madera. Con esto,

se obtiene:

$$F_{ap} = 3,402 \text{ (MPa)} \quad (3.2.20)$$

$$P_{ad,simple} = \frac{P_{ad,doble}}{2} = 259,24 \text{ (MPa)} \quad (3.2.21)$$

Para terminar, se debe corroborar que se cumple la desigualdad de la ecuación A.4.5, así:

$$Z \cdot D^2 = 2131,94 \text{ (MPa)} \geq 259,24 \text{ (MPa)}$$

Espaciamiento El espaciamiento entre los pernos se especifica en la sección A.4.4, de las cuales se obtiene la distancia entre pernos y los bordes es:

$$S_{bcn} = 1,5 \text{ mm}$$

$$S_{bdn} = 0,75 \text{ mm}$$

$$S_p = 2,625 \text{ mm}$$

Madera - Madera

Existen distintos componentes de unión para la conexión de elementos de madera. En este trabajo se utilizó el tirañon, perno y clavo como elementos principales de unión. Cada uno de ellos tiene distintas características que los vuelven ventajosos en ciertas situaciones. La utilización del tirañon se utiliza para unir la viga C con el pilar B y la viga A, por su capacidad de “empujar” una madera contra la otra de manera eficiente. Los pernos, por otro lado, se utilizaran para la unión de herrajes entre la viga D y el pilar B, como también en los herrajes de anclaje del pilar B con el piso. En el caso de los clavos, estos se ocupan en los herrajes o ángulos de apoyo entre las vigas A y B, para evitar su movimiento transversal. Para estos dos últimos elementos de unión, su elección está supeditada a las recomendaciones del fabricante de los herrajes o ángulos, quienes incluyen los valores de carga en la elección de los elementos de unión. Por lo mismo, la caracterización de estos elementos se realizará en la sección de herrajes.

Tirañones

Las indicaciones para el cálculo, espaciamiento e instalación de los tirañones se encuentran en la sección A.4.5. Al igual que el proceso de selección de vigas de madera, se iteró con distintas dimensiones de largo y diámetro. Así el tirañon escogido fue de

$1/4 \times 3\frac{1}{2}$ ", lo cual se traduce a partir del anexo M de la norma en las medidas expuestas en la tabla 3.10.

Nomenclatura tirafondo	Diámetro Nominal $(D_v \text{ o } D)$ [mm]	Diámetro de rosca (D_R) [mm]	Largo roscado (R) [mm]	Largo vástago (V) [mm]	Largo punta (P) [mm]
$1/4 \times 3\frac{1}{2}$ "	6,4	4,4	51	38	4,8

Cuadro 3.10: Dimensiones del tirafondo utilizado

Para su instalación, la norma indica que es necesario realizar perforaciones guías, las cuales están en función de sus características. Así el agujero tendrá dimensiones para la zona del vástago y otra para la zona con rosca. Para la zona del vástago, el agujero deberá tener las dimensiones del diámetro nominal D_v y el largo V. Para la segunda zona, la madera de pino oregón se categoriza en el grupo B según su densidad anhidra, a partir de la tabla 38 de la norma. Con esta información el largo del agujero debe ser de R - P y el diámetro del entre el 60 % y el 70 %.

Solicitudes de extracción lateral La carga admisible de extracción lateral se calcula según la ecuación A.4.7. El valor K se obtiene a partir de la tabla 39 de la norma a partir de si la madera utilizada es conífera o latifoliada y su densidad anhidra. El pino oregón es una madera conífera y, según su densidad, el valor de K es de 11,7. Así el valor obtenido es de $P_{el,ad} = 0,48$ (kN). Sin embargo, la norma establece tres condiciones que se deben cumplir para que la expresión A.4.7 sea aplicable, de las cuales no se cumple que el espesor e_L de la pieza lateral atravesada por el tirafondo sea igual a $3,5 \cdot D$. Por esto se debe mayorar el valor de la carga admisible por factores de modificación que pueden penalizar o ayudar, dependiendo de la configuración de la unión.

Factor de modificación por espesor de la pieza lateral. El factor se obtiene a partir de la tabla 40 de la norma, debido a que $e_L \neq 3,5 \cdot D$. El valor $K_{te} = 0,93$ se obtiene al ingresar a la tabla con la razón $e_L/D \approx 3$.

Factor de modificación por penetración del vástago en la pieza principal. De manera análoga, el factor se obtiene en la tabla 41 de la norma a partir de la razón la penetración del vástago en la pieza, P_v y el diámetro del tirafondo. El valor de este es $P_v/D \approx 5$, lo cual da que $K_v = 1,36$

Factor de modificación por diámetro. Por último, este factor se obtiene directamente del diámetro nominal del tirafondo, a través de la tabla 42 de la norma. El valor

corresponde a $K_{tD} = 0,97$.

Además de los factores de modificación expuestos, el eje del tirafondo se encuentra en dirección paralela a las fibras de la madera de la pieza principal, por lo tanto se debe multiplicar el valor de la carga admisibles por 2/3. En conclusión, la carga admisible es igual a :

$$P_{el,ad} = \frac{2}{3} \cdot K_{te} \cdot K_{tv} \cdot K_{tD} \cdot K \cdot D^2 \cdot = 391,966 \text{ (N)} \quad (3.2.22)$$

Solicitudes de extracción directa Para el caso de la extracción directa es la ecuación A.4.8 la que determina la carga admisible de tirafondos colocados con su eje normal a las fibras de la madera. Dado que este no es el caso, como se señaló en la sección de extracción lateral, la carga admisible a considerar se debe multiplicar por 3/4. Por otra parte, el valor de la longitud crítica de penetración $l_{crit} = 10 \cdot D_R$ se obtuvo de la tabla 43 de la norma. Sin embargo, la longitud real de penetración de la zona roscada (R-P) es menor a la longitud crítica, por lo tanto en la ecuación se reemplaza l_{crit} por $l = R - P$. Entonces el valor obtenido para la carga admisible es:

$$P_{ed,ad} = 6,37 \text{ (kN)} \quad (3.2.23)$$

Herrajes y conectores

La elección de los conectores y herrajes utilizados se baso en tres aspectos principales: la disponibilidad de los productos en la región, la compatibilidad con los elementos de madera y con las cargas que pueden resistir según el fabricante. Estos consisten en un elemento de metal, acero generalmente, que permite la unión de dos o más piezas de madera para soportar determinadas cargas. Existen en distintas geometrías y el mecanismo de conexión entre acero y madera es a través de elementos de unión mecánica, es decir, pernos, clavos y tornillos, principalmente. Para este trabajo se utilizaron tres tipos, los cuales une las vigas A y B, B y D y B con el suelo del laboratorio, todos fabricados por la marca Simpson Strong-Tie.

Para la primera unión se utilizó en el diseño un ángulo de apoyo modelo A66, donde cada brazo tiene una longitud de 6". La unión mecánica utilizada son los clavos de **buscar dimensiones**. Como se puede apreciar en la figura REF, este ángulo busca responder a las fuerzas que son paralelas al plano horizontal.

Imagen A66

Para la unión del pilar B y la viga D se utilizó **colocar nombre**. Este se une a través de un perno por cada brazo de **dimensiones**. Estos buscan soportar la carga provocada por el

propio peso y evitar los desplazamientos horizontales. Su disposición se puede ver en la figura REF, donde se aprecia cómo se utilizan dos ángulos por conexión.

Detalle del diseño de la mesa

Por último, la unión entre el piso y el pilar B se escogió un ángulo de anclaje A24. Utiliza un perno de anclaje para el piso y otro normal que es adosado en el otro extremo del pilar por un segundo ángulo de anclaje, de manera similar a la unión B-D. La imagen REF muestra en detalle el diseño de la conexión.

3.2.5. Simulaciones

Las simulaciones de la máquina se utilizaron como apoyo y contraparte de los cálculos realizados manualmente. Éstas se realizaron en el software Inventor AutoCAD, en el ambiente “*Stress Analysis*”. A través de esto se busco confirmar que los resultados obtenidos en los cálculos estáticos se encuentran fuera de los rangos de falla y obtener las frecuencias naturales de la estructura, utilizando “*Static and Modal Analysis*” respectivamente.

Debido a las limitantes del programa utilizado, se debieron adaptar las propiedades mecánicas ortotrópicas de la madera, las cuales no era posible simular directamente. Para esto, se utilizaron los valores mínimos del Módulo de Young y las tensiones admisibles en las direcciones de mayor solicitud de cada elemento, buscando representar de manera segura las propiedades ortotrópicas en una configuración isotrópica.

Como condición del problema, en ambas simulaciones, las restricciones de los pilares de apoyo B se consideran fijos (*fixed*), impidiendo cualquier grado de movimiento en su base. Además, las uniones se consideraron perfectas y sin desplazamientos. La carga fue aplicada en forma de presión sobre la parte superior de la máquina de fatiga para tener una distribución adecuada del peso de la misma, tomando en consideración la masa calculada en 3.1.1 de 200 kg.

Análisis modal

La configuración utilizada para realizar esta simulación consistió en:

- Número de modos: 6
- Rango de frecuencias: 0 - 120 Hz
- Precisión mejorada (*Enhanced Accuracy*)
- Contactos:

- Tolerancia: 0,1 mm
- Tipo: *Bonded*
- Malla:
 - Tamaño medio del elemento: 0,08
 - Tamaño mínimo del elemento: 0,15
 - Factor de modificación: 1,5 (default)
 - Ángulo máximo de giro: 60 grados (default)
 - Calcular modos precargados
 - Utilizar la medida para la malla según la pieza base del ensamblaje

Análisis estático

Para realizar la simulación estática se retiraron todos los elementos de unión, es decir, pernos, tirafondos, conectores y ángulos, conservando solo las vigas de madera y las pletinas de acero. El fin de esto es analizar específicamente los esfuerzos a los que están sometidos estos elementos a la carga de la máquina de fatiga. La configuración principal de la simulación consiste en:

- Detectar y eliminar modos de cuerpo rígido
- Separar tensiones en superficies de contacto

La configuración de los contactos y la malla se conservó igual a la establecida en el análisis modal.

3.3. Modelo del sistema de vibratorio

Luego del levantamiento de información, se busca analizar y predecir el comportamiento de la máquina en sus distintas configuraciones. Para esto se utiliza la información disponible para realizar un modelo del funcionamiento de la máquina de fatiga, en específico, de la carga aplicada a la probeta en función de la velocidad de rotación del disco y las distintas combinaciones de contrapesos. El disco se encuentra en voladizo, cuyo desequilibrio a partir de los contrapesos colocados produce una fuerza que es transmitida hacia un brazo de carga. Este, a su vez, aplica un momento de flexión sobre una probeta que está doblemente empotrada por mordazas.

Para obtener el comportamiento y la fuerza que produce el desbalanceo en el disco sobre la probeta, se modelará un sistema de dos grados de libertad para representar el movimiento de la máquina y sus componentes, realizando ciertas simplificaciones y suposiciones. Se utilizará el método de energía para resolver el sistema.

A través de esto, se pretende obtener la posición en reposo de la máquina y la deformación máxima que sufre la probeta según la combinación de contrapesos. En concreto, la posición en reposo de la máquina, en otras palabras, la deformación producto de la masa de los elementos, entregará información sobre cual es la carga media y esfuerzo medio que sufre la probeta. En cambio, la deformación máxima es la información relativa al esfuerzo alterante que se le aplica a la probeta según la configuración utilizada. Por ello, el modelo deberá partir de una posición a conveniencia en un tiempo inicial y sin fuerzas externas interviniendo. Posteriormente, una vez que se haya alcanzado la posición de equilibrio, la fuerza externa producida por el disco desbalanceado comenzará a funcionar hasta que vibre de manera estacionaria. Al respecto, al ser la fuerza dependiente de la velocidad angular del disco, se introducirá una función que llamaremos ϕ la cual controlará la aceleración y velocidad del disco.

3.3.1. Elementos del sistema

La imagen REF muestra todas los elementos que participan en el funcionamiento de la máquina y que afectan su comportamiento. Sin embargo, estos se llevarán a un diagrama que representará los elementos y las simplificaciones utilizadas para modelar el movimiento de la máquina, en específico, del brazo de carga.

Foto de la máquina abierta

3.3.2. Modelo del sistema

Como se señaló, para poder crear un modelo del sistema y obtener soluciones, se realizaron simplificaciones y suposiciones que permiten llegar a una solución. Así, la figura REF muestra el diagrama que se modelará con las ecuaciones de movimiento. Parte de estas simplificaciones es la exclusión de las fuerzas horizontales, en dirección de la coordenada x , de acuerdo a la referencia utilizada. Para esto, también es necesario quitarle los grados de libertad a la barra de transmisión de la carga y simplificar la carga producida por la rotación del disco, explicado en la sección siguiente. Por último, se asumirá que el movimiento angular del brazo de carga será lo suficientemente pequeño como linealizar la función trigonométrica del ángulo θ , aproximándose los valores de $\sin(\theta) = \theta$ y $\cos(\theta) = 1$.

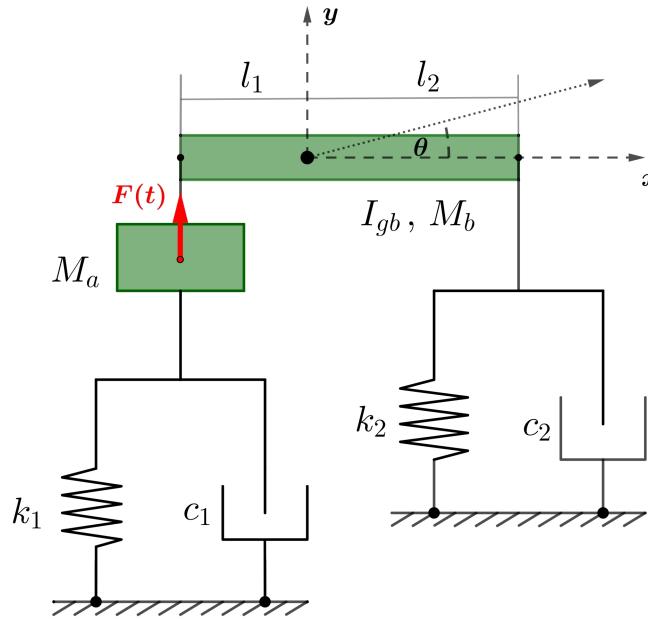


Figura 3.6: Diagrama del modelo utilizado y el sistema de coordenadas.

Los sistemas de coordenadas $y(t)$ y $\theta(t)$ definen la posición y el movimiento del brazo de carga en cualquier instante t . Al ser independientes entre sí y no depender de ninguna restricción, es que las coordenadas generalizadas serán $q_1 = y$ y $q_2 = \theta$. A modo de conveniencia se establecerán las variables y_1 e y_2 , las cuales describen el movimiento en ambos extremos del brazo.

$$y_1(t) = y(t) - l_1\theta(t) \quad (3.3.1)$$

$$y_2(t) = y(t) + l_2\theta(t) \quad (3.3.2)$$

Cuando $y(t_0) = 0$ y $\theta(t_0) = 0$ la deformación en ambos resortes será cero, por lo tanto las variables y_1 e y_2 son equivalentes a la deformación de los resortes. La rigidez de cada resorte se denotarán como k_1 , relativo a las barras de acero, y k_2 , relativo a la probeta.

Por otro lado, la velocidad de las coordenadas se definirán como $\dot{y}(t)$ y $\dot{\theta}(t)$ y, de manera análoga, la aceleración como $\ddot{y}(t)$ y $\ddot{\theta}(t)$. A partir de las ecuaciones 3.3.1 y 3.3.2 se obtiene que:

$$y_1(t) = \dot{y}(t) - l_1\dot{\theta}(t) ; \quad \ddot{y}_1(t) = \ddot{y}(t) - l_1\ddot{\theta}(t) \quad (3.3.3)$$

$$y_2(t) = \dot{y}(t) - l_2\dot{\theta}(t) ; \quad \ddot{y}_2(t) = \ddot{y}(t) - l_2\ddot{\theta}(t) \quad (3.3.4)$$

La variable M_a representa la masa total del disco, que se expresa como:

$$M_a = M_d + m_1 + m_2 \quad (3.3.5)$$

Donde M_d es la masa del disco y m_1 y m_2 la suma de los contrapesos colocados en cada soporte.

Las constantes del brazo de carga, M_b es la masa total del brazo de carga e I_{gb} el momento de inercia con respecto al centro de masa. Las longitudes l_1 y l_2 corresponden a la distancia entre el centro de masa y la unión con la barra y la probeta, respectivamente. Por último, las constantes c_1 y c_2 son los amortiguamientos correspondientes a cada resorte.

Modelo del disco

Frente a la eliminación de las fuerzas horizontales del modelo, se simplificó la carga producida por el disco desbalanceado a una fuerza variable en el tiempo, que actúa solo en dirección vertical y es externa al sistema. Esta fuerza queda expresada de la siguiente forma:

$$F_d(t) = M_a e_{ga}(\dot{\phi}^2 \sin \phi - \ddot{\phi} \cos \phi) \quad (3.3.6)$$

La variable e_{ga} corresponde a la excentricidad del centro de masa del disco provocada por el desequilibrio entre m_1 y m_2 , el cual se detallará en la sección siguiente. También, la función ϕ , con su respectiva velocidad y aceleración, es la coordenada angular del disco respecto al tiempo, la que será explicada en la sección 3.3.4.

Ecuaciones de movimiento

Utilizando el diagrama expuesto, entonces es posible escribir las ecuaciones que describen el movimiento del sistema utilizando el método de energía. Para esto, es necesario identificar los sistemas que actúan como parte de la energía cinética y potencial del sistema, además de las fuerzas externas que interactúan.

A partir de la ecuación REF, se sabe que los elementos que actúan como resortes tienen el comportamiento de almacenar energía potencial. La ecuación REF, expresa los elementos que interactúan en el sistema:

$$U_k = \frac{1}{2} (k_1 \cdot y_1^2 + k_2 \cdot y_2^2) \quad (3.3.7)$$

La energía potencial gravitatoria se obtiene al utilizar la ecuación REF, por lo tanto, se

obtiene:

$$U_g = g \cdot (M_a y_1 + M_b y) \quad (3.3.8)$$

Por otro lado, la energía cinética se calcula según la ecuación REF para cada masa del sistema.

$$T = \frac{1}{2} (M_a \dot{y}_1^2 + M_b \dot{y}^2) \quad (3.3.9)$$

La energía disipada por el amortiguamiento viscoso se modela utilizando la ecuación REF, llamada función de disipación de Reyleigh.

$$R = \frac{1}{2} (c_1 \dot{y}_1^2 + c_2 \dot{y}_2^2) \quad (3.3.10)$$

Por último, la fuerza generalizada Q_i es la fuerza variable 3.3.6 proveniente del disco desbalanceado.

Con esto, el método de Lagrange define al lagrangiano L como la resta entre la energía cinética T y la energía potencial total U , la cual según la ecuación REF, es la suma de la energía potencial elástica y gravitatoria. Así, la ecuación de energía para un sistema con amortiguamiento y forzado, a través del método de Lagrange es:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} \quad (3.3.11)$$

Al reemplazar y derivar cada término para cada coordenada generalizada, quedan las siguientes expresiones:

$$M_b \ddot{y} + M_a \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + k_2 y_2 + M_a g + M_b g = F_d(t) - c_1 \dot{y}_1 - c_2 \dot{y}_2 \quad (3.3.12a)$$

$$I_{gb} \ddot{\theta} - M_a y_1 l_1 - k_1 y l_1 + k_2 y_2 l_2 - M_a g l_1 = F_d(t) \cdot l_1 + c_1 \dot{y}_1 l_1 - c_2 \dot{y}_2 l_2 \quad (3.3.12b)$$

Al reemplazar las variables y_1 e y_2 y reacomodando los términos, se obtienen las dos ecuaciones de movimiento del brazo de carga:

$$\begin{aligned} \ddot{y}(M_a + M_b) - \ddot{\theta} M_a l_1 + k_1(y - l_1 \theta) + k_2(y + l_2 \theta) + \dots \\ M_a g + M_b g = F_d(t) - c_1(\dot{y} - l_1 \dot{\theta}) - c_2(\dot{y} + l_2 \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (3.3.13a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}(I_{gb} - M_a l_1) - \ddot{y} M_a l_1 + k_1(y - l_1 \theta) \cdot l_1 + k_2(y + l_2 \theta) \cdot l_2 + \dots \\ M_a g l_1 = F_d(t) \cdot l_1 + c_1(\dot{y} - l_1 \dot{\theta}) \cdot l_1 - c_2(\dot{y} + l_2 \dot{\theta}) \cdot l_2 \end{aligned} \quad (3.3.13b)$$

Estas se pueden reescribir de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} M_a + M_b & -M_a l_1 \\ -M_a l_1 & I_{gb} - M_a l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & c_2 l_2 - c_1 l_1 \\ c_2 l_2 - c_1 l_1 & c_2 l_2^2 - c_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \dots = \begin{bmatrix} F_d(t) - g(M_a + M_b) \\ F_d(t) \cdot l_1 + g M_a l_1 \end{bmatrix} \quad (3.3.14)$$

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_2 l_2 - k_1 l_1 \\ k_2 l_2 - k_1 l_1 & k_2 l_2^2 - k_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} =$$

3.3.3. Cálculo y obtención de constantes características del sistema

Rigidez y amortiguamiento

Las constantes de rigidez de las barras de acero k_1 y de la probeta k_2 se obtuvieron simulando su deformación elástica a través del software Inventor Autodesk. Para ello, se empotraron en un extremo y se les aplicaron distintas niveles de carga en el otro. Con los datos obtenidos fue posible ajustar una curva en una gráfica de deformación versus fuerza aplicada, donde la pendiente obtenida es la constante de rigidez del elemento.

Además, se realizaron cálculos para comprobar el orden de magnitud obtenido a través del software. Para esto se utilizó la ecuación 2.3.1, para una viga en voladizo. La tabla REF muestra los resultados de ambos métodos. Los datos utilizados en el modelo

Método	Barras de acero	Probeta
Simulación Inventor		
Cálculo		

Cuadro 3.11: Valores obtenidos de la rigidez de las barras de acero y la probeta de acero

corresponden a los obtenidos por simulación.

Por otro lado, los valores de c_1 y c_2 se estimaron de manera cualitativa, visualizando la curvas de $y(t)$ y $\theta(t)$ para buscar que la vibración inicial se disipara antes del inicio de la función de aceleración del disco. Así, los valores utilizados son:

- $c_1 = 100$
- $c_2 = 100$

Segundo momento de área

El segundo momento de área o segundo momento de inercia, se calculó para obtener la rigidez de los dos elementos anteriores. Para el segundo momento de inercia de la probeta

se utilizará la sección transversal de la sección media de la probeta. Así, su valor es:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 330,994 \text{ mm}^4 \quad (3.3.15)$$

Momento de inercia del brazo de carga

El momento de inercia del brazo de carga se obtuvo a través del modelo CAD del mismo, respecto a su centro de masa. Su valor es

Longitud, masa y módulo de elasticidad

Los elementos del sistema explicados en la sección 3.3.2, tienen un valor definido que fue medido como parte del levantamiento de información. La distancia correspondiente a cada extremo respecto al centro de masa es:

- $l_1 = 42,43 \text{ mm}$
- $l_2 = 158,07 \text{ mm}$

Además, la masa M_b corresponde a la masa medida del brazo de carga, como se especificó en la sección

- $M_b = 2,305 \text{ Kg}$

Por otro lado, la masa M_a como se señaló en la ecuación 3.3.5, corresponde a la suma de tres elementos. El primero de ellos, la masa del disco, tiene un valor de:

- $M_d = 19,2029 \text{ kg}$

Los valores correspondientes a m_1 y m_2 son variables y pueden ir desde 0 g hasta 92,3469 g de acuerdo a la configuración escogida. Las distintas combinaciones y valores que pueden tener se encuentran en la tabla del anexo REF.

Finalmente, el modulo de elasticidad utilizado corresponde al del material de la probeta que actualmente se utiliza. Al ser acero, su valor es:

- $E_p = 200 \text{ GPa}$

Excentricidad

La excentricidad del centro de masa e_{ga} se calculó utilizando los datos del disco, la distancia de los soportes y la configuración de masas. Por lo tanto, se define como:

$$e_{ga} = \frac{R_d \cdot (m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \quad (3.3.16)$$

3.3.4. Función de la aceleración del disco

La filosofía detrás de la función $\ddot{\phi}$ es poder controlar el tiempo de retraso de la rotación del disco, que se designará como T_i , y suavizar la aceleración del mismo hasta que llega a la velocidad de rotación máxima ω_{max} . Para esto, la función de la aceleración $\ddot{\phi}(t)$ se formuló como una función por partes, como se ve en la imagen 3.7, donde el parámetro T indicará la suavidad con la que es acelerado el disco. Estas tres constantes, T_i , ω_{max} y T , son valores de entrada que se eligen dependiendo de los resultados que se deseen. Así,

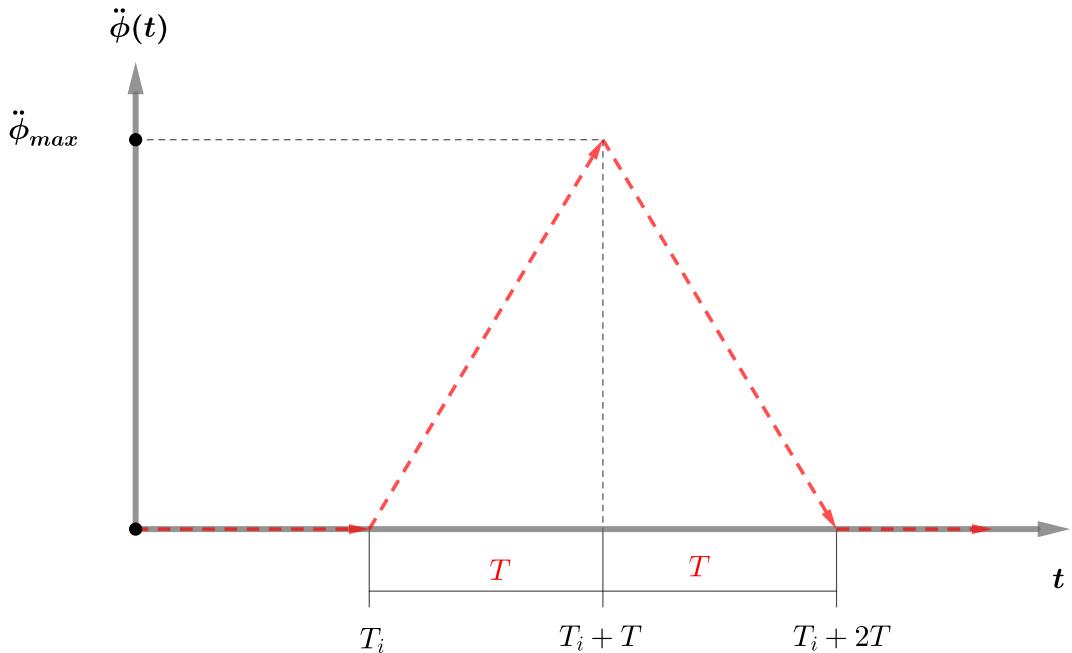


Figura 3.7: Función por parte de la aceleración del disco

la función $\ddot{\phi}$ adquiere la forma:

$$\ddot{\phi}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq T_i \\ \left(\frac{\omega_{max}}{T^2}\right)(t - T_i) & T_i < t \leq T_i + T \\ \left(\frac{\omega_{max}}{T}\right)\left(2 - \frac{t - T_i}{T}\right) & T_i + T < t \leq T_i + 2T \\ 0 & T_i + 2T < t \end{cases}$$

Para obtener la función de la velocidad $\dot{\phi}(t)$ se debe integrar la función anterior, donde las constantes de integración se obtienen por los valores extremos conocidos, es decir,

$\dot{\phi}(T_i) = 0$ y $\dot{\phi}(T_i + 2T) = \omega_{max}$. Entonces, la función se define como:

$$\dot{\phi}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq T_i \\ \left(\frac{\omega_{max}}{2T^2}\right)(t^2 - 2T_i \cdot t + T_i^2) & T_i < t \leq T_i + T \\ \left(\frac{\omega_{max}}{T}\right)\left(2t - 2T_i - 3T + \frac{4T^2 - T_i^2 - t^2 + 2T_i \cdot t}{2T}\right) & T_i + T < t \leq T_i + 2T \\ \omega_{max} & T_i + 2T < t \end{cases}$$

El resultado de la función $\dot{\phi}(t)$, se muestra en la imagen 3.8.

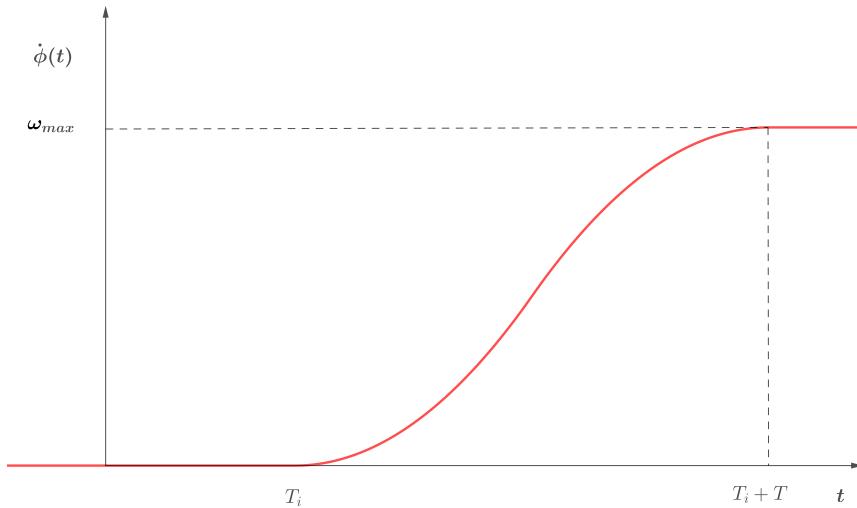


Figura 3.8: Función por parte de la velocidad angular del disco

Para concluir, se repite el mismo procedimiento anterior para obtener la función $\phi(t)$, sin embargo, para conocer las constantes de integración, los puntos conocidos serán cuando $\phi(T_i) = 0$ y la igualdad de la función en el punto $T_i + T$. Así, es obtiene:

$$\phi(t) = \begin{cases} 0 & t \leq T_i \\ \left(\frac{\omega_{max}}{6T^2}\right)(t^3 - 3T_i \cdot t^2 + 3T_i^2 \cdot t - T_i^3) & T_i < t \leq T_i + T \\ \Phi_3 & T_i + T < t \leq T_i + 2T \\ \omega_{max} t - \omega_{max}(T + T_i) & T_i + 2T < t \end{cases}$$

La función ϕ_3 correspondiente al dominio cuando t es mayor $T_i + T$ y menor a $T_i + 2T$

es:

$$\begin{aligned}\Phi_3 = & \left(\frac{\omega_{max}}{T} \right) \left(t^2 - 2T_i \cdot t - 3T \cdot t + \left(\frac{1}{2T} \right) \left(4T^2 \cdot t - T_i^2 \cdot t - \frac{t^3}{3} + T_i \cdot t^2 \right) \right) \dots \\ & + \left(\frac{1}{6T^2} \right) (2\omega_{max}T^3 + 6\omega_{max}T^2T_i + 6\omega_{max}TT_i + \omega_{max}T_i^3)\end{aligned}$$

Para el desarrollo de este trabajo, el tiempo de retraso de la aceleración del disco será de $T_i = 2$, instante en el que la barra se encuentra en un estado de reposo en consecuencia del valor de los amortiguamientos c_1 y c_2 . Por otro lado, se definirá $T = 2,5$ como un valor que logra suavizar la aceleración, pero sin dilatar en exceso la llegada al punto de velocidad máxima. Finalmente, ω_{max} el valor por defecto corresponderá a la velocidad actual de la máquina de 25 [rad/s] (1500 revoluciones por minuto), sin embargo, este se puede variar dependiendo de los resultados que se deseen obtener.

3.3.5. Solución del modelo

Para resolver el sistema de ecuaciones que se obtuvo en 3.3.14, se utilizó el solver de ecuaciones diferenciales ordinarias de MATLAB, ode45, que se basa en el método de Runge-Kutta con un espacio de tiempo variable para resolver sistemas de EDOs de primer orden y con condición inicial.

Es necesario ingresar datos de entrada que permitan resolver el sistema. Primero se debe escoger la configuración de contrapesos m_1 y m_2 a partir de la tabla de cargas. El segundo de ellos es el tiempo que define los límites de integración de la función, el que se escogerá según la cantidad de información que se deseé obtener. En tercer lugar, se deben ingresar los valores de la condición inicial correspondiente a cada variable. Por último, es opcional añadir valores de tolerancia relativa y absoluta.

Al ser el sistema de ecuaciones de segundo orden, es necesario realizar un cambio de variables para poder resolverlo. Se añadirán las nuevas variables γ y β , realizando la siguiente derivación:

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \dot{y} \\ \beta = \dot{\theta} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \ddot{y} = \dot{\gamma} \\ \ddot{\theta} = \dot{\beta} \end{array}$$

Para esto es necesario despejar los valores de \ddot{y} y $\ddot{\theta}$, entonces la función a resolver estará dada por los elementos $(\gamma, \dot{\gamma}, \beta, \dot{\beta})$ y los resultados obtenidos serán $(y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta})$. A partir de los resultados, es posible calcular la fuerza sobre la probeta utilizando la deformación

y_2 y la constante de rigidez k_2 .

$$F(t) = k_2 \cdot y_2 = k_2(y + l_2\theta) \quad (3.3.17)$$

3.3.6. Matriz de carga sobre la probeta según velocidad del motor

Una vez que se puede resolver el sistema de ecuaciones para un configuración y velocidad del motor específica, entonces es posible obtener una matriz del valor de la fuerza máxima (F_{max}), media (F_m) y su amplitud (F_a) para cada una de las configuraciones existentes en la tabla de carga a una velocidad angular ω_{max} determinada.

Para esto se itera la solución anterior para cada una de las 201 configuraciones de contrapeso existentes para distintas velocidades. De estas iteraciones se almacenan los valores de F_{max} , F_m , F_a , la diferencia de masa de los contrapeso Δm y la multiplicación entre la masa total M_a y la excentricidad del centro de masa del disco e_{ga} .

Carga máxima, media y amplitud

Los información que se busca de estos resultados corresponde a la carga que es producto de la fuerza del disco desbalanceado, es decir, $F_d(t)$. Producto del comportamiento con el que se diseñó el modelo donde el sistema se deja caer hasta su posición de equilibrio, se utiliza una variable auxiliar F_{aux} que extrae los datos de $F(t)$ desde el inicio de la aceleración angular del disco hasta el final de la integración para evitar que las fuerzas de la transición entre la posición inicial y el reposo den resultados incorrectos. Así, la carga máxima, media y la amplitud se definen:

$$F_{max} = \max(|F_{aux}|) \quad (3.3.18)$$

$$F_m = \frac{\max(F_{aux}) + \min(F_{aux})}{2} \quad (3.3.19)$$

$$F_a = \frac{\max(F_{aux}) - \min(F_{aux})}{2} \quad (3.3.20)$$

3.4. Simulación de cargas

Con los datos de las cargas obtenidos a partir de la solución del modelo expuesto anteriormente, se obtendrán el esfuerzo máximo equivalente (de von Mises) y el esfuerzo cortante máximo a través de un softare de elementos finitos. Con esto, es posible saber los esfuerzos a los que está sometido la probeta a partir de cada configuración de los

contrapesos. Finalmente, estos resultados son comparables a la tabla de carga que existe previamente.

Capítulo 4

Análisis y Resultados

4.1. Levantamiento de información

Por medio del levantamiento de información es posible hacer un pequeño análisis del estado actual y los datos obtenidos. Por un lado, la estructura actual responde a la necesidad de colocar la máquina en una ubicación transitoria, debido a los trabajos realizados en el piso del laboratorio durante el año 2012. Por lo mismo, no está diseñada para la operación de la máquina bajo ningún contexto por los peligros que conlleva. Aún cuando esta podría ser modificada, se desconocen las características y propiedades de la especie maderera con la que fue fabricada, lo que obliga a diseñar y construir un nuevo soporte para la máquina.

Por otra parte, la información obtenida de la máquina de fatiga da cuenta de tres puntos importantes. La antigüedad de sus componentes y la tecnología utilizada afecta directamente en su mantenimiento ante la dificultad de encontrar piezas de repuesto, debido a que las dimensiones de sus componentes, como la polea y la correa, se encuentran fuera de catálogo o de las dimensiones de fabricación de los proveedores. También la obsolescencia de la tecnología afecta su mantenimiento, siendo difícil poder encontrar no sólo las piezas de repuesto, sino que también personas que estén técnicamente calificadas. En segundo lugar, la máquina fue fabricada con estándares o líneas de desarrollo propias de la época, como sería esperable, las cuales no evolucionaron en la misma dirección de que los estándares actuales de ensayo a fatiga, dificultando la comparación de los resultados obtenidos. Finalmente, la robustez del diseño, la cual se puede apreciar fácilmente en la dimensiones de la estructura exterior de la máquina, tiene la dualidad de proveer un armazón macizo y duradero sobre el cual trabajar, sin embargo, resulta ser una estructura difícil de modificar por esta misma razón.

En lo relativo a la exactitud de los datos obtenidos, la imposibilidad de desarmar gran parte de la máquina afectaron la precisión de las mediciones realizadas, sobre todo en partes específicas. Así, las dimensiones y la geometría de las barras de acero tuvieron que ser simplificadas ante la imposibilidad de tomar medidas en la unión barra-disco. Por la misma razón, la masa del disco desbalanceado, calculada a través de la deflexión de las barras de acero, incluye los errores de la medición anterior sumado a la masa de otros elemento que no son parte de la fuerza provocada por el desequilibrio del disco en rotación. Ante esto, surge la necesidad de poder desarmar la máquina para poder estudiarla con mayor detenimiento, obteniendo información que sea más precisa de sus elementos como también información útil para poder actualizar componentes que mejoren su desempeño y mantenibilidad.

4.2. Diseño de la estructura

4.2.1. Diseño en acero

A partir de las ecuaciones 3.2.2a, 3.2.2b y 3.2.2c, expuestas en la sección de diseño en acero en metodología, se probó de forma iterativa para distintas dimensiones del acero A270ES, su comportamiento bajo la carga estática. Como se señaló anteriormente, sólo se tomó en consideración pletinas de un ancho de 100 mm debido al espaciamiento necesario entre los pernos. Los resultados que se obtuvieron se encuentran en la siguiente tabla:

Nº	Dimensiones [mm]	I [mm ⁴]	R _A [N]	M _A [Nm]	σ _{max,pl} [MPa]	Factor de Seguridad [-]
1	100x10	8333,33	23,87	2,46	60,88	4,43
2	100x6	1800	14,32	1,48	167,46	1,61
3	100x5	1041,66	11,95	1,23	240,56	1,12
4	100x8	4266,66	19,09	1,97	94,66	2,85

Cuadro 4.1: Tabla aceros

Con esta información en consideración, se comprobará su comportamiento bajo las cargas dinámicas, descartando el acero número 1 por estar sobredimensionado. Utilizando la ecuación ?? se obtiene que el momento provocado por la carga alterna es $M_{a,pl,A} = 50,42$ [Nm]. De esta manera, al aplicar las ecuaciones ?? y ?? los resultados obtenidos se encuentran en la tabla 4.2.

Con esto, el factor de seguridad del acero N° 2 resulta por debajo de 1 [-], lo cual nos indica que sus esfuerzos están por sobre la recta de Goodman modificada. Por lo tanto, se trabajará a partir de las dimensiones del acero N° 3, por otorgar un factor de seguridad

Nº	Dimensiones [mm]	$\sigma_{a,A}$ [MPa]	Factor de Seguridad [-]
1	100x6	84,03	1,25
2	100x5	121,00	0,87
3	100x8	47,27	2,22

Cuadro 4.2: Tabla de fatiga en la pletina de acero.

que no se encuentra cerca de la recta de Goodman como lo es en el caso del acero N° 1.
añadir info de metodología - se encuentra en la zona inferior al límite de la resistencia a la fatiga

4.2.2. Diseño en madera

Para este caso, los resultados se dividirán por cada uno de los componentes que se calcularon en la estructura. Se expondrán los cálculos realizados para dos formatos distintos de pino oregón a modo de comparación, tanto para los elementos A y B como el elemento C.

Pilar A

Los cálculos de reacción y momento flector máximo se obtiene a través de las ecuaciones 3.2.8a y 3.2.8b. Así, los resultados obtenidos para la sección flexo-comprimida, flexo-traccoinada y los esfuerzos cortantes son:

Nº	Dimensiones [mm]	R_o [N]	M_o [Nm]	f_f [MPa]	$F_{ft,dis}$ [MPa]	$F_{fv,dis}$ [MPa]	f_{cz} [MPa]	F_{cz} [MPa]
1	110x110	795,02	122,26	0,551	7,08	7,74	0,77	0,09
2	85x85	781,24	119,57	1,168	7,29	7,73	0,16	0,77

Cuadro 4.3: Resultados obtenidos para la flexión y cizalle de la viga A.

En base a estos resultados, los factores de seguridad:

Nº	Dimensiones [mm]	FS_{ft}	FS_{fv}	FS_{cz}
1	110x110	12,85	14,03	7,84
2	85x85	6,24	6,62	4,77

Cuadro 4.4: Factores de seguridad en la viga A.

Pilar B

Esta viga se encuentra en compresión paralela a la fibra, al soportar toda la carga y transmitirla hacia el piso. En la tabla 4.5, se actualizaron los cálculos realizados en la sección de metodología al incorporar el área neta de cada formato de madera, es decir, el área transversal menos el área de cada unión, en este caso, del perno de 0,5 pulgadas de diámetro que une el pilar B a la viga D.

Nº	Dimensiones [mm]	λ	f_{cp} [MPa]	$F_{cp,dis}$ [MPa]	$F_{cp,\lambda,dis}$ [MPa]	$FS_{cp,\lambda}$
1	110x110	37,32	0,0742	5,936	4,506	66,6
2	85x85	49,82	0,129	5,936	3,872	28,9

Cuadro 4.5: Esfuerzos y factor de seguridad por compresión paralela en la viga B.

Viga C

Como se señaló en metodología, la viga C no recibe mayores cargas, por lo tanto los criterios de selección se fundamentan en la longitud necesaria de los tirafondos para lograr penetrar la viga A sin que el roscado toque la viga C. La tabla de cálculos para dos configuraciones de tablas distintas son:

Dimensiones	Estado	I [mm]	f_f [kPa]	F_f [MPa]
1x8"	Cepillada	$1,0 \cdot 10^7$	3,804	3,925
2x8"	Cepillada	$2,16 \cdot 10^7$	1,763	3,925

Cuadro 4.6: Segundo momento de área y esfuerzos de carga y diseño en la viga C.

Uniones mecánicas

Como se señaló en la metodología, los cálculos realizados corresponden a los pernos y tirafondos. En el caso del primero, el largo utilizado se fijó en 4,5 pulgadas para que sea capaz de atravesar todos los elementos a unir y los diámetros están sujetos a su disponibilidad en el mercado. Los resultados se muestran en la tabla 4.7. Al seleccionar el perno número 1, la tabla 4.8 muestra las restricciones de separación en base a su diámetro.

Para los tirafondos, el diámetro a utilizar se fijará en $1/4"$ para poder cumplir con los espaciamientos recomendados por la norma expuestos en la tabla 4.10 , por lo tanto, se probaron distintas longitudes existentes en el mercado.

tabla extracción directa de pernos y tirafondos

N°	Diámetro [in]	λ_u	F_{ap} [MPa]	$P_{ad,simple}$ [MPa]	$Z \cdot D^2$	Cumple $F_{ap}\lambda_u D^2 \leq Z \cdot D^2$	FS_{perno}
1	1/4	2,52	3,52	178,89	964,01	Sí	3,76
2	5/16	2,02	3,46	219,82	1493,44	Sí	7,23
3	3/8	1,68	3,40	259,24	2131,94	Sí	12,28

Cuadro 4.7: Cargas admisibles y factor de seguridad para distintos pernos hexagonales.

Diámetro [in]	S_{bcn} [mm]	S_{bdn} [mm]	S_p [mm]
1/4	25,4	12,7	44,45

Cuadro 4.8: Separación del perno a borde cargado, descargado y entre pernos, a partir de su diámetro.

Las restricciones de separación entre los elementos de unión establecidas en REF, a partir de la información de la tabla REF, dan como resultado:

tabla de separación entre elementos

Finalmente, con la configuración escogida en la tabla REF, los resultados de las simulaciones estáticas y modal corresponden a:

resultados simulacion

Tanto los resultados obtenidos por la simulación como los obtenidos a través de la norma, nos indica que la mesa no tendrá problemas para soportar la carga estática de la máquina, por lo sobre dimensionado de la estructura. Para las cargas fluctuantes, la información sobre el comportamiento de la madera bajo fatiga es bastante escasa en la literatura y aún más para las especies madereras chilenas.

4.3. Modelo del sistema

4.3.1. Comportamiento del modelo para distintas configuraciones

Con la caracterización y el levantamiento de información de los distintos componentes, junto a la elección de c_1 , c_2 y de las variables de la función ϕ , nos permite resolver y obtener valores del movimiento lineal, angular y la carga a la que está sometida la probeta. El tiempo de integración para cada una de las soluciones será entre 0 y 10 segundos. Se utilizará una tolerancia relativa y absoluta de 10^{-8} . En consecuencia, al resolverlo utilizando los códigos del anexo ?? se obtienen las curvas para la posición y velocidad del brazo de carga respecto a su centro de masa. Las figuras de las imágenes REF y REF, muestran las curvas de posición y velocidad del sistema para dos configuraciones distintas

Nº	Largo [in]	Profundidad mínima de penetración	Penetración mínima del vastago en pieza central	Esfuerzo admisible de extracción lateral total $P_{el,ad,total}$ [kN]	Esfuerzo admisible de extracción directa total $P_{ed,ad,total}$ [kN]	$FS_{tirafondo}$
1	1 1/2	Cumple	Cumple	1245,07	5,53	1,38
2	2	Cumple	Cumple	1348,82	10,9	2,72
3	2 1/2	Cumple	Cumple	1452,58	15,52	3,87

Cuadro 4.9: Esfuerzos admisibles y factor de seguridad para distintas longitudes de tirafondo.

Diámetro [in]	S_{bcn} [mm]	S_{bdn} [mm]	S_p [mm]
1/4	25,6	12,8	44,8

Cuadro 4.10: Espaciamiento entre los bordes cargado, descargado y entre tirafondos, para un diámetro de 1/4 de pulgada.

de la tabla de cargas.

cuatro imágenes de y y theta para dos configuraciones distintas

Utilizando la ecuación 3.3.17 para cada valor de $y(t)$ y $\theta(t)$, se obtiene la curva de la carga aplicada sobre la probeta como se muestra en la figura REF, para los dos casos mostrados anteriormente.

dos imágenes de la fuerza para las configuraciones anteriores

En este conjunto de imágenes se aprecia como el sistema pasa de un estado inicial $(y(0), \dot{y}(0), \theta(0), \dot{\theta}(0))$, donde la probeta y la barra de acero sólo están bajo la acción de la gravedad, hasta su posición de reposo producto del propio peso de los elementos del sistema. El decaimiento de la vibración inicial está determinado por el valor de c_1 y c_2 , siendo un amortiguamiento subamortiguado. A continuación, desde el segundo 2 la función ϕ comienza a acelerar suavemente hasta llegar a la velocidad $\omega_{max} = 25$ [rad/s], punto en el cual la vibración es constante y estable en el tiempo. A partir de este punto, se extraen la información respectiva de la fuerza máxima, media y alterna, según se muestra en 3.3.18, 3.3.19 y 3.3.20.

A partir de las imágenes REF y REF, es posible apreciar que el desplazamiento lineal, angular y, por añadidura, la fuerza sobre la probeta pueden ser incluso mayores en la zona de amortiguamiento del sistema. Esto ocurre en las configuraciones donde la carga F_p es muy baja en comparación a la masa total del sistema, siendo el punto de inflexión BUSCAR PUNTO DE INFLEXION.

De manera análoga, se puede comparar la influencia de la velocidad de giro máxima del disco desbalanceado sobre el movimiento del sistema. Las imágenes REF y REF, muestran la posición $y(t)$, $\theta(t)$ y $F(t)$ para dos velocidades distintas, es decir, $\omega_{max,1} = 20$ [rad/s] (o 1200 [rpm]) y $\omega_{max,2} = 10$ [rad/s] (o 600 [rpm]).

añadir imágenes

Ambas gráficos muestran no sólo como el período de la oscilación aumenta entre el caso 1 y 2, como es esperable, sino que también la fuerza sobre la probeta disminuye en la medida que la velocidad de rotación del disco es menor. Esta información, junto a la de distintas configuraciones, muestra que el modelo se comporta de una manera correcta respecto a lo físicamente esperable, respondiendo de manera adecuada a los distintos cambios de parámetro que se le realizan.

4.3.2. Comparación entre las distintas configuraciones

Apéndice A

Norma de cálculo en madera - NCh1198

La norma NCh 1198 - Cálculo de construcciones en madera - establece los métodos y procedimientos de diseño estructural que determinarán las condiciones mínimas que debe cumplir cada elemento de la estructura. Esta incluye las construcciones de madera aserrada, elaborada, laminada-encolada y postes de madera, como también las uniones a través de elementos mecánicos, tales como: clavos, tira fondos, pernos, barras de acero, tornillos y conectores para madera.

A.1. Propiedades de la madera y factores de modificación

A.1.1. Contenido de humedad

El contenido de humedad de una madera debe ser considerado por su susceptibilidad a los cambios de forma, volumen y para la determinación de las tensiones admisibles debido a que es un material higroscópico. Para esto, se debe tomar en cuenta su humedad durante la construcción (H_c), como también, la humedad a la que estará en servicio (H_s) o humedad de equilibrio. La humedad de equilibrio depende de la ubicación que tengan los elementos. Si se encuentra en un recinto cerrado sin calefacción o intermitente $H_s = 12\%$. Si es un recinto cerrado continuamente calefactado, entonces $H_s = 9\%$. Si es un recinto cubierto abierto, entonces la humedad de equilibrio será igual a la humedad medida del lugar donde se ubicará. Finalmente, si los elementos se encuentran a la interperie, se puede utilizar la tabla que se encuentra en el anexo D, de la norma NCh 1198, para las diferentes regiones geográficas de Chile.

Así la tabla A.1 se utiliza de criterio para clasificar la madera como verde o seca, las cuales se designan con las letras E y ES, respectivamente. Además, son agrupadas con un

número que clasifica las especies madereras que crecen en Chile, de acuerdo a la norma NCh 1989 - Agrupamiento de especies madereras según su resistencia - mostrada en el anexo A de la norma NCh 1198. Para el pino radiata se considera la clasificación de la norma NCh 1207 - Pino radiata, clasificación visual para uso estructural, especificaciones de los grados de calidad.

Item	Condición de humedad de la madera		Condición considerada para la madera en la determinación de su(s)	
	Durante la construcción	En servicio	Tensiones admisibles	Módulo de elasticidad
1	$H_c \geq 20\%$	$H_s \geq 20\%$	Verde	Verde
2	$H_c \geq 20\%$	$H_s \leq 12\%$	Seca (H=12 %)	Seca (H=12 %)
3	$H_c \leq 12\%$	$H_s \leq 12\%$	Seca (H=12 %)	Seca (H=12 %)
4	$H_c \leq 12\%$	$H_s \geq 12\%$	Verde	Seca (H=12 %)

Cuadro A.1: Condiciones que se deben considerar en la determinación de tensiones admisibles y módulo de elasticidad

A.1.2. Densidad

Debido a la característica higroscópica de la madera, su masa y volumen varían respecto al contenido de humedad. Por lo tanto, existen distintos tipos de densidad dependiendo de la información que sea necesaria o de los cálculos que se realicen. De acuerdo a la norma NCh 176/2, se definen los siguientes valores de densidad:

- Densidad anhidra: Relaciona la masa y el volumen de la madera completamente seca (anhidra)
- Densidad normal: Aquella que relaciona la masa y el volumen de la madera con un contenido de humedad del 12 %.
- Densidad básica: Relaciona la masa anhidra de la madera y su volumen con humedad igual o superior al 30 %.
- Densidad nominal: Es la que relaciona la masa anhidra de la madera y su volumen con un contenido de humedad del 12 %.
- Densidad de referencia: Aquella que relaciona la masa y el volumen de la madera ambos con igual contenido de humedad.

A.1.3. Tensiones admisibles y módulo de elasticidad

La madera es un material no homogéneo constituido por fibras naturales que mantienen su dirección, las cuales inciden en que su comportamiento mecánico, su flexibilidad y la resistencia a los esfuerzos sea distinta respecto al eje en que se usa, siendo un material ortotrópico donde su resistencia es mayor en el eje paralelo a las fibras que el normal a las fibras.

Además, sus propiedades varían respecto a la especie del árbol, su edad, condiciones climáticas, humedad y la presencia de defectos, como nudos, rajaduras o agujeros. Para esto, la norma NCh 1970/1 y 1970/2 - Clasificación visual para uso estructural, especificaciones de los grados de calidad - junto a la norma NCh 1207, determinan el grado estructural desde el N°1 al N°4, a partir de una inspección visual de la madera procesada. Con esta clasificación, junto a la clasificación de madera seca o verde, determinan la clase estructural de la madera aserrada. Finalmente, con esta información es posible obtener la tensión admisible en flexión (F_f), compresión paralela a las fibras (F_{cp}), tracción paralela a las fibras (F_{tp}), cizalle (F_{cz}), compresión normal a las fibras (F_{cn}) y el módulo de elasticidad en flexión (E_f), de las tablas 4.a para todas las especies y 4.b para el pino radiata.

A.1.4. Factores de modificación

Existen otras variables externas a la madera que pueden afectar su correcto desempeño. Para esto, existen los factores de modificación que buscan corregir la tensión admisible para las distintas condiciones a las que puede estar sometido el elemento. Estas son:

- Factor de modificación por contenido de humedad, K_H .
- Factor de modificación por duración de la carga, K_D .
- Factor de modificación por trabajo conjunto, K_C .
- Factor de modificación por temperatura.
- Factor de modificación por tratamiento químico

A.2. Diseño de piezas

Para el diseño de piezas es necesario calcular las tensiones de diseño, que se determinan como el producto de las tensiones admisibles por los factores de modificación que

resulten pertinentes y que se definen para cada tipo de solicitudación a la que está sometida cada pieza de la estructura. Por lo tanto, las tensiones de trabajo no pueden ser superiores a las de diseño, debiendo establecerse, un factor de seguridad para los cálculos. A continuación se expondrán las solicitudes utilizadas para el diseño de la mesa.

A.2.1. Flexión

La tensión de trabajo de flexión de la fibra extrema de una viga simple de madera se debe determinar de acuerdo con la expresión:

$$f_f = \frac{M_{max}}{W_n} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.2.1})$$

Donde M_{max} es el momento máximo de flexión en $\text{N} \cdot \text{mm}$ y W_n el módulo de flexión de la sección transversal neta respecto al eje neutro en mm.

Para el diseño de elementos en flexión, se debe calcular la tensión de diseño en flexión en la zona flexo-traccionada ($F_{ft,dis}$) y flexo-comprimida ($F_{fv,dis}$). Que se definen según las ecuaciones A.2.2a y A.2.2b.

$$F_{ft,dis} = F_f \cdot K_H \cdot K_D \cdot K_C \cdot K_{hf} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.2.2a})$$

$$F_{fv,dis} = F_f \cdot K_H \cdot K_D \cdot K_C \cdot K_V \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.2.2b})$$

Donde:

K_{hf} : Factor de modificación por altura.

K_V : Factor de modificación por volcamiento.

Factor de modificación por altura, K_{hf} .

Para todas las especies forestales, con excepción del pino radiata, en piezas traccionadas o vigas rectangulares de ancho o altura superior de 50 mm, este factor se evalúa de acuerdo con la expresión A.2.3a. Para pieza de Pino radiata de altura superior a 90 mm, se considera la expresión A.2.3a.

$$K_{hf} = \left(\frac{50}{h} \right)^{\frac{1}{9}} \quad (\text{A.2.3a})$$

$$K_{hf,radiata} = \left(\frac{90}{h} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (\text{A.2.3b})$$

Donde h es el ancho de la viga traccionada o altura de la viga, en mm.

Factor de modificación por volcamiento, K_V .

Aquellos elementos estructurales que estén sometidos a flexión deben estar apoyados lateralmente en sus extremos para impedir desplazamientos laterales y rotaciones en el eje axial, donde se denomina luz a la distancia entre puntos de apoyo de un elemento de estructura. Para esto existen tres posibles casos dependiendo de la configuración, donde h es la altura de la viga y b su ancho.

1. Cuando los elementos en flexión cumplen con las especificaciones de la **Tabla 11**, de la sección **8.2.2.4** de la norma, $K_V = 1$.
2. Si los elementos no poseen apoyos laterales a lo largo de su luz, $K_V = 1$, si la razón $(h/b) < 2$.
3. Si en el punto anterior $(h/b) > 2$, H_V se calcula en función de la esbeltez de volcamiento λ_V , de acuerdo a la sección **8.2.1.8**, la **Tabla 10** y **Tabla 12** de la norma.

En aquellos casos en los que la esbeltez de volcamiento (λ_V) sea mayor a la esbeltez del límite elástico (λ_{vo}), el factor de modificación se calcula como:

$$K_v = \frac{0,4 \cdot E_{f,dis}}{\lambda_v^2 \cdot F'_{f,dis}} \quad (\text{A.2.4})$$

A.2.2. Cizalle en vigas simples

La tensión de trabajo máximo de cizalle longitudinal en elementos flexionados de madera, se calcula mediante la siguiente expresión:

$$f_{cz} = \frac{1,5 \cdot Q}{b \cdot h} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.2.5})$$

Donde Q es el esfuerzo cortante máximo y b y h la base y altura en mm, respectivamente. La tensión de diseño de cizalle longitudinal se determina de la expresión **A.2.6**. El cizalle transversal no es necesario calcular o verificar debido a que nunca va a fallar por este esfuerzo, según la sección **8.2.3.1** de la norma.

$$F_{cz.dis} = F_{cz} \cdot K_H \cdot K_D \cdot K_C \cdot K_r \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.2.6})$$

Donde K_r es el factor de modificación por rebaje (inferior o superior), calculado según la sección 8.2.3.5. Debido a que no es una condición que se encuentra en este trabajo, no se profundizará en este factor.

A.2.3. Compresión paralela a la fibra

La tensión de trabajo de una columna simple sometida a compresión paralela a su fibra, se calcula:

$$f_{cp} = \frac{N}{A} \cdot 10^{-3} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.2.7})$$

Donde N es la carga axial aplicada en kN, y A el área de la sección transversal en mm².

El cálculo de la tensión de diseño en compresión paralela ($F_{cp,dis}$) dependerá de la inestabilidad lateral (λ), la cual, dependiendo de su valor, será necesario calcular un factor de modificación por esbeltez, como también pondrá restricciones al diseño. Así, se puede obtener $F_{cp,dis}$ a partir de las ecuaciones A.2.8a y A.2.8b.

La esbeltez se define como $\lambda = l_p/i$, donde l_p es la longitud efectiva de pandeo, e i corresponde al radio de giro. Para el cálculo de la longitud efectiva de pandeo, se pueden utilizar los valores de la **Tabla 18** o las recomendaciones establecidas en el anexo K, según la norma.

$$F_{cp,dis} = F_{cp} \cdot K_H \cdot K_D \cdot K_C \quad (\text{A.2.8a})$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = F_{cp,dis} \cdot K_\lambda \quad (\text{A.2.8b})$$

Donde K_λ es el factor de modificación por esbeltez. Si $\lambda < 5$, la tensión de diseño se calculará según A.2.8a. Por otro lado, si $\lambda \geq 5$, entonces determina mediante la ecuación A.2.8b debido a que el elemento presenta inestabilidad lateral.

El factor K_λ se evalúa según la expresión:

$$K_\lambda = A - \sqrt{A^2 - B} \quad (\text{A.2.9})$$

con:

$$A = \frac{B \cdot c \cdot (1 + \frac{\lambda}{200}) + 1}{2c} \quad (\text{A.2.10})$$

$$B = \frac{4 E_{dis}}{c \cdot \lambda^2 \cdot F_{cp,dis}} \quad (\text{A.2.11})$$

en que:

- c : Corresponde al coeficiente de proporcionalidad y cuyos valores se obtienen de la tabla 19 de la norma a partir del grado estructural de la madera.
- E_{dis} : Módulo elástico de diseño, calculado como el módulo elástico en flexión E_f por los factores de modificación que resulten pertinentes.
- $F_{cp,dis}$: Tensión de diseño en compresión paralela calculada según A.2.8a, excluyendo el factor de modificación por trabajo conjunto, K_C , en MPa.

A.2.4. Compresión normal a la fibra

La tensión de trabajo por aplastamiento en superficies de apoyo, solicitadas ortogonalmente a la fibra, se determina según la siguiente expresión:

$$f_{cn} = \frac{R}{A_n} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.2.12})$$

Donde R es la carga aplicada, en N y A_n la sección neta aplastada, en mm².

La tensión de diseño en compresión normal, se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$F_{cn,dis} = F_{cn} \cdot K_H \cdot K_C \cdot K_{cn} \quad (\text{A.2.13})$$

Donde K_{cn} es el factor de modificación por aplastamiento, que se calcula a partir de la sección 8.5.3 de la norma.

A.3. Nomenclatura y tipos de madera

Más allá de la especie, en el mercado es posible encontrar madera con distintas terminaciones y dimensiones. Las principales diferencias se definen respecto al grado de manipulación del material y su uso final. Los tipos de madera relevantes a este trabajo son los siguientes:

- Madera dimensionada: Tal como dice su nombre, es una madera cortada sin cepillar, conservando sus dimensiones en bruto.

- Madera cepillada: Es el siguiente paso a la madera dimensionada. Recibe su nombre por el uso de la herramienta cepillo, la cual desbasta la superficie de la madera para suavizarla. Este formato mantiene sus dimensiones nominales en bruto, sin embargo, pierde sección respecto a la madera dimensionada.
- Madera laminada: También conocida como laminada-encolada, es la unión de tablas similares, de canto o de tope, manteniendo la misma dirección de las fibras, utilizando adhesivos sobre sus caras.

Por otro lado, existen distintas configuraciones dependiendo de la escuadría y la forma de la sección:

- Listón: Elemento de escuadría 1x2”, 2x2”, 2x3” y 2x4”.
- Tabla: Elemento donde prevalece el alto por sobre el espesor, comúnmente de escuadrías 1x4”, 1x5” o 1x6”.
- Tablón: Elemento más grueso que una tabla, de escuadría 2x6”, 2x8” o 2x10”.
- Cuartón: Elemento de sección cuadrada. Su nombre se debe a la sección 4x4”, pero puede ser de 5x5” o 6x6”.
- Base: Elemento de escuadría de 10x10” o superior.

Todas las dimensiones, independiente del formato o el tipo, son respecto a la madera en bruto. Por lo tanto, a pesar que las dimensiones reales de una madera cepillada o dimensionada son menores, se sigue denominando según su escuadría original. Así, las tablas A.3 y A.2 muestran los valores reales para cada dimensión nominal.

Espesor Nominal [in]	Dimensionado [mm]		Cepillado [mm]
	Verde	Seco	Seco
1	23	22	19
2	48	45	41
Tolerancia [mm]	0/+2	0/+3	0/+2

Cuadro A.2: Espesor nominal y real de la madera según el tratamiento recibido

Ancho Nominal [in]	Dimensionado [mm]		Cepillado [mm]
	Verde	Seco	Seco
2	48	45	41
3	73	69	65
4	99	94	90
5	127	120	115
6	150	142	138
8	200	190	185
10	248	235	230
Tolerancia [mm]	0/+2	0/+3	0/+2

Cuadro A.3: Ancho nominal y real de la madera según el tratamiento recibido

A.4. Uniones en la madera estructural

Existen diversas formas de unir dos o más elementos de madera. Uno de ellos es el ensamble entre las piezas, en cual, modificando la geometría de ambos elementos, se busca unirlas sin añadir objetos externos. Sin embargo, actualmente se opta por el uso de elementos externos para unir elementos de tipo estructural. Así, la norma NCh 1198 dispone de un capítulo para el correcto uso de estos elementos mecánicos.

A.4.1. Generalidades

Antes de comenzar a hablar de las expresiones que determinan el comportamiento de las uniones mecánicas, se deben realizar definiciones previas.

1. Elementos mecánicos de unión: Son aquellos que, al quedar solicitados por fuerza de cizalle, admiten corrimientos relativos entre las piezas conectadas. Dependiendo de su disposición pueden quedar solicitados en su dirección axial también.
2. Borde cargado: Borde de la pieza de madera que se encuentra afectado por la acción de la fuerza que transmite el elemento de unión o por alguna de las fuerzas de las componentes de esta.
3. Borde descargado: Borde que no está sometido a las fuerzas señaladas en el punto anterior.

4. Espaciamientos: Es la distancia entre centros de elementos de unión adyacentes o entre centros de elementos de unión vecinos a un borde y éste, los que se clasifican de la siguiente manera:

- a) Espaciamiento mínimo entre elementos de unión medido en dirección paralela a la fibra de la pieza: s_p .
- b) Espaciamiento mínimo entre elementos de unión medido en dirección normal a la fibra de la pieza: s_n .
- c) Espaciamiento mínimo entre un elemento de unión y un borde cargado medido en dirección paralela a la fibra de la pieza: s_{bcp} .
- d) Espaciamiento mínimo entre un elemento de unión y un borde cargado medido en dirección normal a la fibra de una pieza: s_{bcn} .
- e) Espaciamiento mínimo entre un elemento de unión y un borde descargado medido en dirección paralela a la fibra de la pieza: s_{bdp} .
- f) Espaciamiento mínimo entre un elemento de unión y un borde descargado medido en dirección normal a la fibra de la pieza: s_{bdn} .

Y se muestran en la figura A.1.

- 5. Duración de la carga: Las cargas admisibles definidas en este capítulo son aplicables para cargas de una duración de 10 años. Para valores distintos, se debe seguir las indicaciones de la sección 7.1.2.
- 6. Extracción directa: Se refiere a cuando una unión está siendo solicitada axialmente respecto al eje del elemento de unión.
- 7. Extracción lateral: Se refiere a cuando una unión está siendo solicitada perpendicularmente al eje del elemento de unión, sometiéndolo a esfuerzos de cizalle en su sección transversal, siendo el tipo de solicitud más común.
- 8. Condición de la madera: En relación a los medios de unión, se define respecto al contenido de humedad (H) en la madera, así se establecen tres casos:
 - a) Seca: Si su contenido de humedad es menor a 20 % ($H < 20 \%$).
 - b) Semiseca: Si su contenido de humedad está comprendido entre 20 % y el punto de saturación de la fibra (P.S.F.), ($20 \% \geq PSF$).
 - c) Verde: Si su contenido de humedad es igual o superior a PSF. ($H \leq PSF$)

9. Punto de saturación de la fibra (PSF): Corresponde al valor del contenido de humedad en el cual una madera ha perdido teóricamente toda su agua libre y sus paredes celulares están saturadas de agua higroscópica, representando el punto donde la madera se comprime o hincha, en procesos de secado o adsorción respectivamente. Su valor depende de distintos factores, como el tipo de secado o el tipo de madera, sin embargo, la norma asume un valor $H = 28\%$ como PSF.

Las cargas admisibles especificadas en el capítulo 10 de la norma son para uniones colocadas en madera seca y que se mantendrá seca después de su construcción. Para madera semiseca o verde durante su construcción y madera seca que durante su servicio aumenta su contenido de humedad por sobre el 19 %, se le deberá aplicar el factor de modificación K_{UH} señalado en las tablas 28 y 29, de la sección **10.1.7** de la norma.

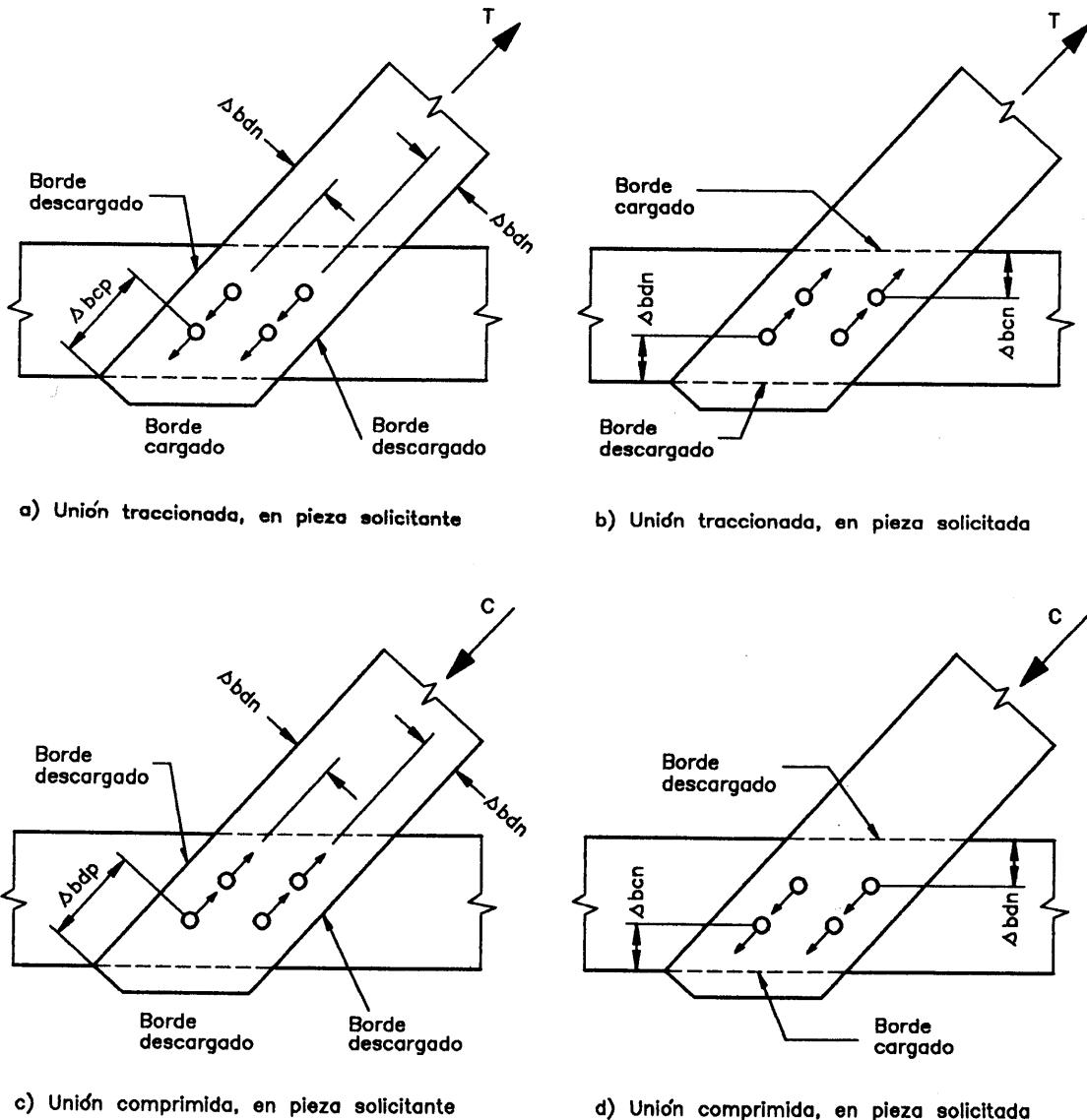


Figura A.1: Designaciones de espaciamientos y bordes. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.

A.4.2. Verificaciones tensionales

Sección transversal neta

La capacidad soportante de carga de las piezas debe verificarse en la menor sección transversal neta que condiciona la ejecución de las uniones, deduciendo de la sección transversal bruta las áreas de perforaciones o de cualquier otra remoción de madera.

Así, el área neta requerida en piezas traccionadas y comprimidas, se determina dividiendo la carga total que se traspasa a través de la sección transversal neta crítica, por los correspondientes valores de diseño $F_{tp,dis}$ o $F_{cp,dis}$. Para las solicitudes donde existen elementos de unión alineados de forma alternada, estos se deben considerar dispuestos en una misma sección transversal, a excepción que el espaciamiento entre estos sea mayor o igual a:

- 8 diámetros para pernos, barras de acero y tirafondos.
- 2 diámetros en caso de conectores.

Tensiones de cizalle

En uniones de pernos, barras de acero, tirafondos o conectores, solicitadas por fuerzas de corte, se debe verificar que las tensiones de cizalle de trabajo f_{cz} no excedan los siguientes valores indicados:

- En uniones separadas del extremo de la pieza, por una distancia s_{bp} mayor o igual que 5 veces la altura de la misma:

$$f_{cz} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot b \cdot h_e} \leq 1,5 \cdot F_{cz,dis} \quad (\text{A.4.1})$$

- En uniones separadas del extremo de la pieza, por una distancia s_{bp} menor que 5 veces la altura de la misma:

$$f_{cz} = \frac{3Q}{2bh_e} \frac{h}{h_e} \leq F_{cz,dis} \quad (\text{A.4.2})$$

- Se debe verificar que la sección transversal bruta cumple con la relación:

$$f_{cz} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot b \cdot h} \leq F_{cz,dis} \quad (\text{A.4.3})$$

Los valores h y h_e se muestran en la figura A.2. El valor h_e será distinto para conectores o para pernos, barras de acero y tirafondos. Para conectores h_e corresponde a la

altura de la pieza menos la distancia desde el borde descargado hasta el borde del conector más cercano, mientras que en el caso del resto de las uniones, se evalúa deduciendo de la altura, la distancia entre el borde descargado y el centro de la unión más próxima.

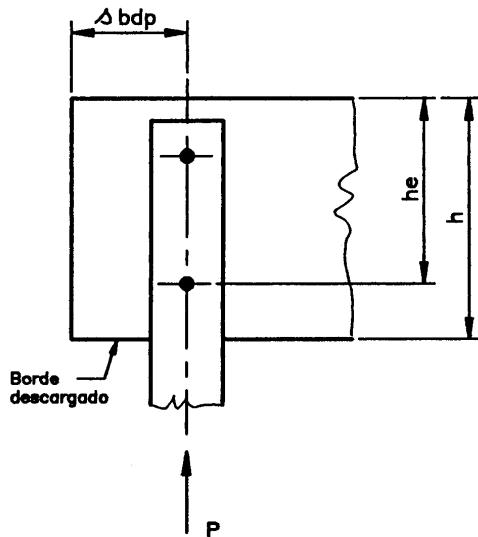


Figura A.2: Valor de h_e , para los distintos elementos de unión. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.

A.4.3. Número de elementos de unión

Las cargas admisibles que se indican en esta norma, rigen para un elemento de unión individual, según las solicitudes correspondientes. Una hilera de elementos de unión consiste en dos o más elementos del mismo tipo y tamaño alineados. En madera, es usual el uso de más de un elemento para unir dos o más maderas, debido a las restricciones existentes en su tamaño y distanciamiento.

Carga admisible y factor de modificación por longitud de hilera

La capacidad de carga admisible de una hilera es la suma de las capacidades de cada elemento que constituye la unión, sin embargo, no debe sobrepasar el valor P_h , determinado por la ecuación A.4.4.

$$P_h = K_u \cdot \sum P_i \quad (\text{A.4.4})$$

Donde $\sum P_i$ es la suma de los valores admisibles de los elementos de unión individuales existentes en la hilera y K_u es el factor de modificación por longitud de hilera, señalado en la sección 10.3.2.2 y las tablas 30 y 31 de la norma.

A.4.4. Uniones con perno

Las especificaciones para pernos son aplicables para cualquier elemento cilíndrico de acero que atreviese perpendicularmente los planos de cizalle de la unión y que quedan solicitados preponderantemente en flexión induciendo sobre la madera tensiones de aplastamiento.

Para su correcta instalación es necesario que los agujeros y las arandelas cumplan con ciertas dimensiones. El diámetro del agujero se debe mayorar respecto al del perno en función del tamaño del perno y las condiciones de humedad de servicio, siguiendo la tabla 33 de la sección 10.5.1.2 de la norma. Para las arandelas o golillas, se debe seleccionar primero si se utilizará una de forma circular o cuadrada, dando preferencia a esta última por ofrecer mayor resistencia al incrustamiento en la madera. Luego, sus respectivas dimensiones están en función del diámetro del perno, siguiendo la tabla 34 de la norma.

Respecto a las características del perno, su diámetro nominal debe estar entre los 10 y 30 mm. Además, se exige una disposición mínima de dos pernos, exceptuando los casos donde un único perno no queda solicitado en un porcentaje superior al 50 % de su capacidad de diseño.

Cargas admisibles para un perno

Las cargas admisibles para este tipo de unión solo son aplicables cuando la dirección de la solicitud es perpendicular a su eje para duración normal y de madera seca que permanecerá seca en servicio. Para casos distintos es necesario aplicar los factores de modificación correspondientes. Por otro lado, en esta norma existen condiciones distintas para cizalle simple, doble o múltiple, sin embargo, cizalle simple y múltiple se calculan realizando modificaciones al cizalle doble, por lo tanto, sólo se efectuara una explicación de este caso.

La capacidad de carga admisible (P_{ad}) se calcula estableciendo que la unión está establecida por la unión de tres piezas de la misma especie, con las piezas laterales paralelas entre sí y cada una de ellas de espesor igual a la mitad del espesor de la pieza central, e , como se muestra en la figura A.3. Así, es posible obtenerla a través de la tensión admisible de aplastamiento nominal, F_{ap} (A.4.6), la esbeltez de la unión λ_u y el diámetro del perno

(D), de acuerdo a la siguiente expresión:

$$P_{ad} = F_{ap} \cdot \lambda_u \cdot D^2 \leq Z \cdot D^2 \quad (\text{A.4.5})$$

Y la tensión admisible de aplastamiento nominal se define como:

$$F_{ap} = \frac{0,00065 \cdot \rho_{12,k} \cdot (100 - D)}{\eta(2,75 \cdot \sin^2(\theta) + \cos^2(\theta))} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{A.4.6})$$

Donde:

- $\rho_{12,k}$: Es la densidad normal característica de la especie forestal, en kg/m^3 , según tabla E2 del anexo E de la norma. D es el diámetro del perno, en mm.
- D : Diámetro del perno, en mm
- η : Es el factor de reducción de la zona elástica, según tabla 35 de la norma.
- θ : Es la desangulación fuerza-fibra.
- $\lambda_u = \frac{e}{D}$: Esbeltez del perno en la pieza central
- $Z = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{F_{ap} \cdot F_y}{\eta}}$ (MPa)
- F_y : Tensión de fluencia del acero, usando 240 MPa como referencia

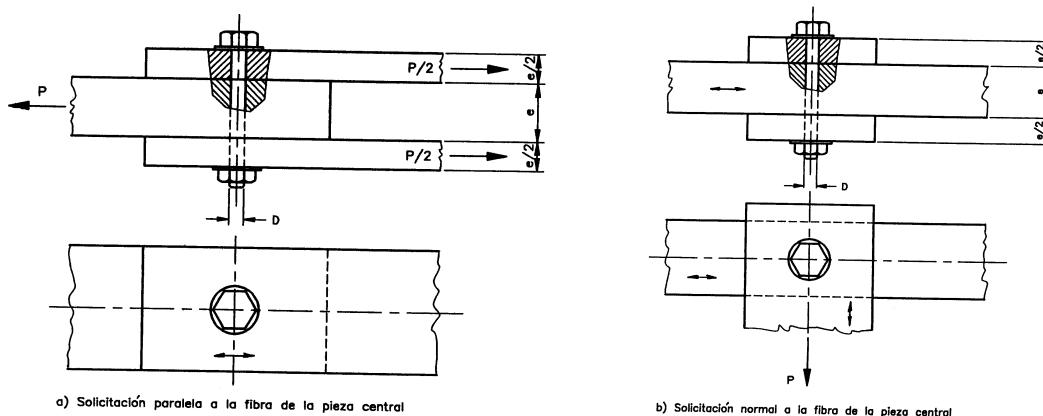


Figura A.3: Uniones en cizalle doble. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.

Para casos distintos al establecido anteriormente, se deben realizar arreglos en la forma de calcular P_{ad} . En caso que las piezas laterales tengan un espesor menor que la mitad

del espesor de la pieza central e , la carga admisibles es igual a la de una unión de cizalle doble con una pieza central de espesor ficticio, e^* , equivalente al doble del espesor de la pieza lateral más delgada. Si las piezas laterales están constituidas de una especie maderera distinta a la pieza central, se debe considerar la menor entre:

- El valor determinado para una unión equivalente con todas sus piezas de la especie usada en las piezas laterales.
- El valor determinado para una unión equivalente con todas sus piezas constituidas con la especie de la pieza central.

Cuando se usen planchas de acero como piezas laterales, las cargas admisibles para solicitudes orientadas según la dirección de la fibra, se pueden mayorar en un 25 %, sin embargo estas mayoraciones no se permiten para las cargas admisibles calculadas con solicitudes normales a la fibra.

El valor obtenido de P_{ad} según la ecuación A.4.5, considera el eventual aflojamiento de tuercas inherentes a la contracción de la madera.

Finalmente, para cizalle simple existen dos casos a considerar. Cuando la unión está constituida por dos piezas de espesores diferentes, la carga admisible se determina como el menor valor entre:

- La mitad de la carga admisible de una unión de cizalle doble con una pieza central de espesor igual al de la pieza más gruesa.
- La mitad de la carga admisible de una unión de cizalle doble con una pieza central de espesor igual al doble del espesor de la pieza más delgada.

El segundo caso, cuando las piezas son de igual espesor, la carga admisible equivale a la mitad de la correspondiente a la de una unión de cizalle doble con una pieza central de espesor igual al de cada pieza.

Espaciamientos mínimos para pernos

Los espaciamientos mínimos que se deben respetar en las uniones con pernos se esquematizan en la figura A.4. El espaciamiento mínimo entre los pernos y los bordes cargados o descargados se establecen en función del diámetro del mismo, determinados por la tabla 36 de la sección 10.5.4 de la norma. El espaciamiento mínimo entre los pernos mismos, se establecen en la tabla 37 de la misma sección.

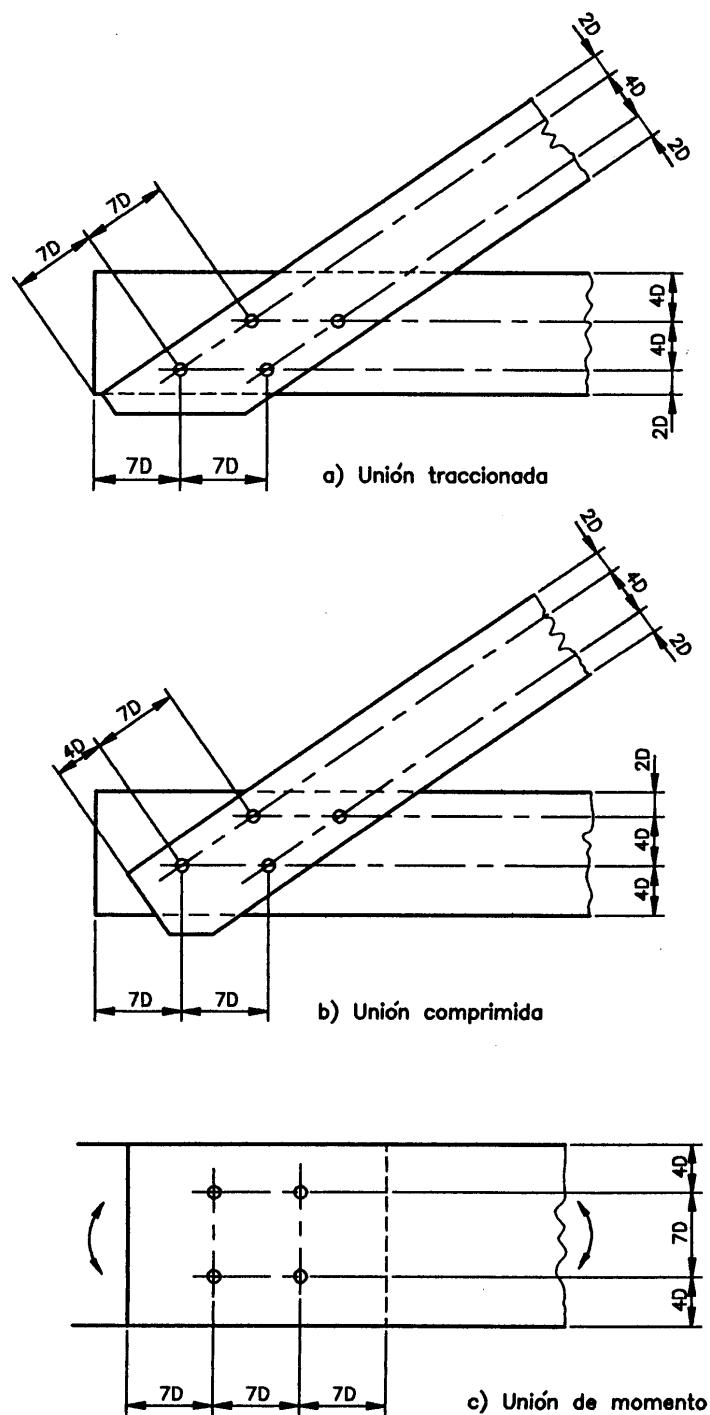
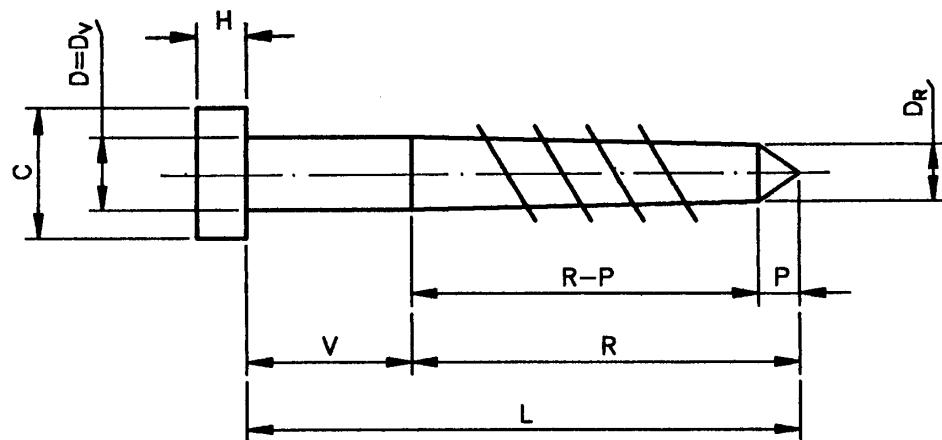


Figura A.4: Espaciamientos mínimos entre pernos, barras de acero, tirafondos y a los bordes. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.

A.4.5. Uniones con tirafondos

Los tirafondos son un tipo de unión mecánica similar a un tornillo, del cual se diferencia porque su longitud total está dividida en una zona roscada y otra lisa llamada vástago, como se muestra en la figura A.5. Las especificaciones y cálculos indicados en esta norma son válidos para tirafondos que cumplan con las características del anexo M de la norma.

Para obtener los valores de diseño para este tipo de unión, es necesario clasificar las especies madereras utilizadas según su densidad anhidra ρ_o (obtenidas en el anexo E), de acuerdo a la tabla 38 de la norma.



D	= diámetro nominal = D_V = diámetro del vástago sin rosas
D_R	= diámetro del vástago central en la zona roscada
C	= lado de la cabeza cuadrada
H	= espesor de la cabeza
V	= longitud del vástago
L	= longitud nominal
R	= longitud roscada total
P	= longitud de la punta aguzada

Figura A.5: Esquema de un tirafondo. Fuente: NCh1198 - Madera - Construcciones en madera - Cálculo.

Perforaciones guía

Los tirafondos deben ser instalados en perforaciones guías con las características siguientes:

- El agujero en donde se alojará el vástago del tirafondo debe tener el mismo diámetro D de dicho vástago y una profundidad igual a la longitud, V , de la zona sin rosca del tirafondo.

- El agujero para la zona con rosca del tirafondo debe tener una profundidad de al menos igual a la longitud de la zona roscada del tirafondo, $R - P$ y un diámetro comprendido entre:
 - 40 % - 70 % del diámetro del vástago para las especies del grupo A de la tabla 38 de la norma.
 - 60 % - 75 % de dicho diámetro para las especies del grupo B.
 - 65 % - 85 % para las de los grupos C y D.

Para tirafondos de diámetros iguales o mayores que 3/4" (ver anexo M) ocupar los porcentajes del límite superior de los intervalos señalados. Cuando los tirafondos con diámetros menores o iguales a 3/8" colocados en maderas del grupo A y B son sometidos a extracción directa, se puede evitar la perforación guía si los espaciamientos entre tirafondos y las distancias a los bordes de la pieza cumplen con las secciones **10.5.4.1** y **10.5.4.2**. La zona con rosca debe ser colocada en la perforación guía con una llave de tuerca. Se prohíbe la aplicación de golpes de martillo en esta operación. Para facilitar la introducción y evitar daños en el tirafondo se acepta el empleo de lubricantes en la rosca o en la perforación.

Arandelas

Las arandelas siguen las especificaciones de la tabla 34 de la norma, señaladas en la sección de la unión con pernos, excepto que se dipongan planchas de acero.

Solicitaciones de extracción lateral

La carga admisible de extracción lateral de tirafondos colocados en su eje normal a las fibras de la madera y sometidos a una carga paralela a dichas fibras, se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$P_{el,ad} = K \cdot D^2 \cdot 10^{-3} \quad (\text{kN}) \quad (\text{A.4.7})$$

Donde $P_{el,ad}$ es la carga admisible de extracción lateral, D el diámetro del vástago del tirafondo, en mm, y K es la constante que depende de la densidad anhidra y cuyo valor se puede obtener de la tabla 39 de la norma. Las cargas admisibles son aplicables sólo si se cumplen las siguientes condiciones:

1. El espesor e_L de la pieza lateral atravesada por el tirafondo es igual a $3,5D$.

2. La profundidad mínima de penetración en la pieza principal (la que recibe la punta del tirafondo), asciende a:
 - $7D$ en maderas de los grupos C y D.
 - $11D$ en maderas de los grupos A y B.
3. La penetración del vástago es completa en la pieza lateral, sin que él penetre en la pieza principal, como se muestra en la figura 29 de la norma.

En caso de no cumplirse las condiciones señaladas, es necesario multiplicar el valor $P_{el,ad}$ obtenido en la ecuación A.4.7 por los factores de modificación correspondientes.

1. Factor de modificación por espesor de la pieza lateral, K_{te}

Para espesores de piezas laterales diferentes a $3,5D$, se debe utilizar la tabla 40 de la norma.

2. Factor de modificación por penetración del vástago en la pieza principal, K_{tw}

Cuando el vástago toca la pieza principal, se debe utilizar el factor de modificación señalado en la tabla 41 de la norma, utilizando la razón P_v/D como dato de entrada, donde P_v se especifica en la figura 30 de la norma.

Además, siempre se debe multiplicar la carga admisible a la extracción lateral de la ecuación A.4.7 por el factor de modificación por diámetro, K_{tD} , que se entrega en la tabla 42 de la norma.

Cuando $P_{el,ad}$ es calculado para tirafondos colocados con su eje paralelo a las fibras de la madera de la pieza principal y sometidos a una carga normal a dichas fibras se debe considerar igual a $2/3$ de la multiplicación de $P_{el,ad} \cdot K_{tD}$. Por otro lado, cuando se usen cubrejuntas metálicas, la carga admisible de extracción lateral se debe ampliar en un 25 % para cargas paralelas de la dirección de la fibra. Esta mayoración no se aplica sobre la carga admisible normal a la dirección de la fibra.

Solicitaciones de extracción directa

La carga admisible de extracción directa de tirafondos colocados con su eje normal a las fibras de la madera, se determina con la expresión:

$$P_{ed,ad} = \frac{\rho_o^{1,5} \cdot D^{0,75} \cdot l_{crit}}{978} \cdot 10^{-3} \quad (\text{kN}) \quad (\text{A.4.8})$$

Donde:

- $P_{ed,ad}$ = carga admisible de extracción directa
 ρ_o = Densidad anhidra de la madera en kg/m^3
 D = Diámetro del vástago del tirafondo en mm
 l = Longitud de penetración de la zona roscada del tirafondo (R-P) en la madera, en mm
 l_{crit} = Longitud de penetración de la zona roscada que desarrolla la capacidad admisible de tracción en la sección transversal crítica del tirafondo, según tabla 43 de la norma.

En caso que la solicitudación de la extracción directa quede con su eje colocado paralelo a las fibras de la madera, se debe considerar una carga admisible igual al 75 % de aquella calculada para tirafondos colocados con su eje normal a las fibras de la madera.

Combinación de solicitudes de extracción directa y lateral

Cuando un tirafondo esté solicitado tanto en extracción directa como lateral, el análisis se realiza por separado, no debiendo exceder la carga de diseño de extracción para ninguno de los dos casos.

Espaciamiento

Las distancias entre tirafondos y entre tirafondos y bordes debe seguir lo establecido en la tabla 36 del capítulo de pernos de la norma, donde se reemplaza el diámetro del perno por el diámetro del vástago.