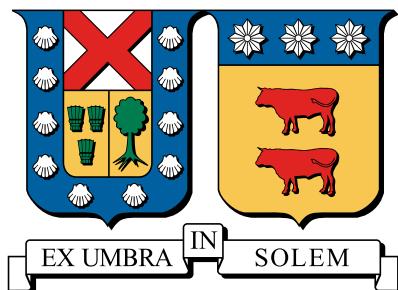


**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
VALPARAÍSO- CHILE**



**“ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO DE FATIGA PARA EL  
MATERIAL ABS IMPRESO EN 3D”**

**SEBASTIÁN ORLANDO CUETO DEL FIERRO**

Memoria de Titulación para optar al título de  
Ingeniería Mecánica Industrial

Profesor Guía: Ph.D. Alejandro Pacheco Sanjuan

Profesora Correferente: Dra. Sheila Lascano Farak

Junio - 2019

*Toda experiencia cognoscitiva involucra al que conoce de manera personal,  
enraizada en su estructura biológica, donde toda experiencia de  
certidumbre es un fenómeno individual ciego al acto cognoscitivo del otro,  
en una soledad que sólo se trasciende en el mundo que se crea con él.*

*Humberto Maturana - Francisco Varela*



---

# Índice general

<b>1. Resultados</b>	<b>9</b>
1.1. Levantamiento de información . . . . .	9
1.2. Diseño de la estructura . . . . .	10
1.2.1. Diseño de pletinas de acero . . . . .	10
1.2.2. Diseño en madera . . . . .	11
1.2.3. Uniones mecánicas . . . . .	13
1.2.4. Simulación estática y modal . . . . .	14
1.3. Modelo del sistema . . . . .	15
1.3.1. Comportamiento del modelo . . . . .	15
1.3.2. Carga máxima y media para cada configuración . . . . .	19
1.3.3. Influencia de la velocidad de rotación del disco desbalanceado sobre la carga en la probeta . . . . .	21
1.4. Simulación de carga máxima . . . . .	25
1.4.1. Determinación de la carga asociada al esfuerzo de fluencia y el esfuerzo último . . . . .	29
1.4.2. Identificación de las cargas $F_{max,y}$ y $F_{max,u}$ . . . . .	32
1.4.3. Determinación $\Delta m$ para la carga máxima $F_{max,y}$ y $F_{max,u}$ . . . . .	35
<b>2. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>36</b>
2.1. Conclusiones . . . . .	36
2.1.1. Respecto a la máquina de fatiga . . . . .	36
2.1.2. Sobre la estructura . . . . .	37
2.1.3. Comportamiento del modelo de vibración . . . . .	37
2.1.4. En relación a las simulaciones . . . . .	38
2.2. Trabajo futuro . . . . .	39
<b>A. Tablas de carga de la máquina de fatiga</b>	<b>41</b>
A.1. Tabla de cargas original . . . . .	41

A.2. Tabla de cargas propuesta . . . . .	44
<b>B. Solver, función y scripts para la resolución del modelo del sistema en MATLAB</b>	<b>47</b>
B.1. Solución para un caso particular . . . . .	47
B.1.1. Función . . . . .	47
B.1.2. Solver . . . . .	49
B.2. Función de la aceleración, velocidad y posición angular del disco . . . . .	49
B.3. Script para cargas máxima, media y alternante . . . . .	50

---

# Índice de figuras

1.1.	La figura (a) muestra los esfuerzos de von Mises provocados por la mesa de fatiga sobre la estructura. La imagen (b) es un detalle del esfuerzo de von Mises máximo, que se produce en los extremos de la pletina de acero.	15
1.2.	Fuerza aplicada sobre la probeta $F(t)$ en el tiempo. . . . .	16
1.3.	Desplazamiento en el tiempo respecto al eje $y$ (a) y $\theta$ (b) del centro de masa del brazo de carga. . . . .	17
1.4.	Velocidad respecto la tiempo en el eje $y$ (a) y rotacional (b) del centro de masa del brazo de carga. . . . .	18
1.5.	Distribución de la carga máxima $F_{max}$ versus la diferencia de masas $\Delta m$ de cada combinación de contrapesos, con $\omega_{max} = 25$ Hz. Tabla en anexo A.2 . . . . .	19
1.6.	Distribución de la carga media ( $F_M$ ) para las distintas configuraciones de contrapeso. . . . .	20
1.7.	Comparación de la fuerza aplicada sobre la probeta $F(t)$ , para una carga de $\Delta m = 8,9$ kg, a dos velocidades angulares $\omega_{max}$ distintas. . . . .	22
1.8.	Curvas de cada combinación de contrapesos para distintas velocidades angulares $\omega_{max}$ . . . . .	23
1.9.	Curva de la pendiente $\eta$ para cada velocidad $\omega$ del disco desbalanceado. .	24
1.10.	Curva de las 201 cargas aplicadas sobre la probeta. Tabla en anexo A.2 .	25
1.11.	Ubicación de los elementos $P$ , $Q$ y $R$ . . . . .	26
1.12.	Deformación unitaria de los puntos $P$ , $Q$ y $R$ . . . . .	27
1.13.	Esfuerzos de von Mises, normal y máximo cortante de los puntos $P$ , $Q$ y $R$ .	28
1.14.	Curva de las 77 cargas aplicadas sobre la probeta. Tabla en anexo ?? . .	29
1.15.	Detalle de la distribución de esfuerzos de von Mises en la zona intermedia de la probeta. . . . .	31
1.16.	Deformación unitaria de los puntos $P$ , $Q$ y $R$ . . . . .	33
1.17.	Esfuerzos de von Mises, normal y máximo cortante de los puntos $P$ , $Q$ y $R$ .	34



---

# Índice de tablas

1.1.	Resultados y factor de seguridad para distintas configuraciones de pletinas de acero. . . . .	10
1.2.	Resultados de esfuerzo alternante y factor de seguridad a fatiga para distintas configuraciones de pletinas de acero. . . . .	11
1.3.	Resultados obtenidos para la flexión y cizalle de la viga A. . . . .	11
1.4.	Factores de seguridad en la viga A. . . . .	11
1.5.	Esfuerzos y factor de seguridad por compresión paralela en la viga B. . . .	12
1.6.	Segundo momento de área y esfuerzos de carga y diseño en la viga C. . .	12
1.7.	Cargas admisibles y factor de seguridad para distintos pernos hexagonales.	13
1.8.	Separación del perno a borde cargado, descargado y entre pernos, a partir de su diámetro. . . . .	13
1.9.	Espaciamiento entre los bordes cargado, descargado y entre tirafondos, para un diámetro de 1/4 de pulgada. . . . .	14
1.10.	Esfuerzos admisibles y factor de seguridad para distintas longitudes de tirafondo. . . . .	14
1.11.	Valores de la frecuencia natural de la estructura obtenidos por medio del análisis modal del software Inventor. . . . .	14

---

# **Capítulo 1**

## **Resultados**

### **1.1. Levantamiento de información**

Por medio del levantamiento de información es posible hacer un pequeño análisis del estado actual y los datos obtenidos. Por un lado, la estructura actual responde a la necesidad de colocar la máquina en una ubicación transitoria, debido a los trabajos realizados en el piso del laboratorio durante el año 2012. Por lo mismo, no está diseñada para la operación de la máquina bajo ningún contexto por los peligros que conlleva. Aún cuando esta podría ser modificada, se desconocen las características y propiedades de la especie maderera con la que fue fabricada, lo que obliga a diseñar y construir un nuevo soporte para la máquina.

Por otra parte, la información obtenida de la máquina de fatiga da cuenta de tres puntos importantes. La antigüedad de sus componentes y la tecnología utilizada afecta directamente en su mantenimiento ante la dificultad de encontrar piezas de repuesto, debido a que las dimensiones de sus componentes, como la polea y la correa, se encuentran fuera de catálogo o de las dimensiones de fabricación de los proveedores. También la obsolescencia de la tecnología tienen incidencia, siendo difícil poder encontrar no sólo las piezas de repuesto, sino que también personas que estén técnicamente calificadas. En segundo lugar, la máquina fue fabricada con estándares o líneas de desarrollo propias de la época, como sería esperable, las cuales no evolucionaron en la misma dirección que los estándares actuales de ensayo a fatiga, dificultando la comparación de los resultados obtenidos. Finalmente, la robustez del diseño, la cual se puede apreciar fácilmente en la dimensiones de la estructura exterior de la máquina, tiene la dualidad de proveer un armazón macizo y duradero sobre el cual trabajar, por el contrario, resulta ser una estructura difícil de modificar por esta misma razón.

En lo relativo a la exactitud de los datos obtenidos, la imposibilidad de desarmar gran parte de la máquina afectaron la precisión de las mediciones realizadas, sobre todo en partes específicas. Así, las dimensiones y la geometría de las vigas en voladizo tuvieron que ser simplificadas ante la imposibilidad de tomar medidas en la unión barra-disco. Por la misma razón, la masa del disco desbalanceado, calculada a través de la deflexión de las vigas de acero en voladizo, incluye los errores de la medición anterior sumado a la masa de otros elemento que no son parte de la fuerza provocada por el desequilibrio del disco en rotación. Ante esto, surge la necesidad de poder desarmar la máquina para poder estudiarla con mayor detenimiento, obteniendo información que sea más precisa de sus elementos como también información útil para poder actualizar componentes que mejoren su desempeño y mantenibilidad.

## 1.2. Diseño de la estructura

### 1.2.1. Diseño de pletinas de acero

A partir de las ec. ??, ?? y ??, expuestas en la sección de diseño en acero en metodología, se probó de forma iterativa para distintas dimensiones del acero A270ES, su comportamiento bajo la carga estática. Como se señaló anteriormente, sólo se tomó en consideración pletinas de un ancho de 100 mm debido al espaciamiento necesario entre los pernos. Los resultados que se obtuvieron se encuentran en la siguiente tabla 1.1.

Nº	Dimensiones [mm]	I [mm <sup>4</sup> ]	R <sub>A</sub> [N]	M <sub>A</sub> [Nm]	σ <sub>max,pl</sub> [MPa]	Factor de Seguridad [-]
1	100x10	8333,33	23,87	2,46	60,88	4,43
2	100x6	1800	14,32	1,48	167,46	1,61
3	100x5	1041,66	11,95	1,23	240,56	1,12
4	100x8	4266,66	19,09	1,97	94,66	2,85

Tabla 1.1: Resultados y factor de seguridad para distintas configuraciones de pletinas de acero.

Con esta información en consideración, se comprobará su comportamiento bajo las cargas dinámicas, descartando el acero número 1 por estar sobredimensionado. Utilizando la ecuación ?? se obtiene que el momento provocado por la carga alterna es  $M_{a,pl,A} = 33,64$  [Nm]. Esta fuerza alterna corresponde a la carga alcanzada por la máquina de fatiga al llegar al esfuerzo último de la probeta. De esta manera, al aplicar las ecuaciones ?? y ?? se obtienen los resultados que se encuentran en la tabla 1.2

Con esto, el factor de seguridad del acero N° 3 resulta cercano a 1, lo cual nos indica

Nº	Dimensiones [mm]	$\sigma_{a,A}$ [MPa]	Factor de Seguridad [-]
2	100x6	56,06	1,50
3	100x5	80,73	1,04
4	100x8	31,53	2,66

Tabla 1.2: Resultados de esfuerzo alternante y factor de seguridad a fatiga para distintas configuraciones de pletinas de acero.

que sus esfuerzos están en la recta de Goodman. Por lo tanto, se trabajará a partir de las dimensiones del acero N° 4, por otorgar un factor de seguridad que no se encuentre demasiado cerca de la recta de Goodman como lo es en el caso del acero N° 2.

### 1.2.2. Diseño en madera

Para este caso, los resultados se dividirán por cada uno de los componentes que se calcularon en la estructura. Se expondrán, a modo de comparación, los cálculos realizados para dos formatos distintos de pino oregón, tanto para los elementos A y B como el elemento C.

#### Viga A

Los cálculos de reacción y momento flector máximo se obtiene a través de las ecuaciones ?? y ?. Así, los resultados obtenidos para la sección flexo-comprimida, flexo-traccionada y los esfuerzos cortantes son:

Nº	Dimensiones [mm]	$R_o$ [N]	$M_o$ [Nm]	$f_f$ [MPa]	$F_{ft,dis}$ [MPa]	$F_{fv,dis}$ [MPa]	$f_{cz}$ [MPa]	$F_{cz}$ [MPa]
1	110x110	795,02	122,26	0,551	7,08	7,74	0,77	0,09
2	85x85	781,24	119,57	1,168	7,29	7,73	0,16	0,77

Tabla 1.3: Resultados obtenidos para la flexión y cizalle de la viga A.

En base a estos resultados, el factor de seguridad de cada formato es:

Nº	Dimensiones [mm]	$FS_{ft}$	$FS_{fv}$	$FS_{cz}$
1	110x110	12,85	14,03	7,84
2	85x85	6,24	6,62	4,77

Tabla 1.4: Factores de seguridad en la viga A.

## Pilar B

Esta viga se encuentra en compresión paralela a la fibra, al soportar toda la carga y transmitirla hacia el piso. En la tabla 1.5, se actualizaron los cálculos realizados en la sección de metodología al incorporar el área neta de cada formato de madera, es decir, el área transversal menos el área de cada unión, en este caso, del perno de 0,5 pulgadas de diámetro que une el pilar B a la viga D.

Nº	Dimensiones [mm]	$\lambda$	$f_{cp}$ [MPa]	$F_{cp,dis}$ [MPa]	$F_{cp,\lambda,dis}$ [MPa]	$FS_{cp,\lambda}$
1	110x110	37,32	0,0742	5,936	4,506	66,6
2	85x85	49,82	0,129	5,936	3,872	28,9

Tabla 1.5: Esfuerzos y factor de seguridad por compresión paralela en la viga B.

## Viga C

Como se señaló en metodología, la viga C no recibe mayores cargas, por lo tanto los criterios de selección se fundamentan en la longitud necesaria de los tirafondos para lograr penetrar la viga A sin que el roscado toque la viga C. La tabla de cálculos para dos configuraciones de tablas distintas son:

Nº	Dimensiones	Estado	$I$ [mm]	$f_f$ [kPa]	$F_f$ [MPa]
1	1x8"	Cepillada	$1,0 \cdot 10^7$	3,804	3,925
2	2x8"	Cepillada	$2,16 \cdot 10^7$	1,763	3,925

Tabla 1.6: Segundo momento de área y esfuerzos de carga y diseño en la viga C.

## Selección de formatos

Como se aprecia, todos los elementos se encuentran sobredimensionados respecto a las solicitudes requeridas. En el caso de los elementos A y B, el factor de seguridad más bajo corresponde al cizalle de la viga A. Si bien el factor de seguridad en el formato n° 1 es casi el doble al formato n° 2, se optará por el primero por el amortiguamiento de las vibraciones de la máquina que otorga la madera.

Por otro lado, en la viga C las cargas son menores y, por lo tanto, su elección se debe al de espesor mínimo para que el tirafondo sea capaz de penetrar la viga A. Al ser 1" el espesor mínimo existente en el mercado, se optó por el formato n° 1.

Por lo tanto, los formatos a utilizar en el diseño corresponden a 110x110 mm para los elementos A y B y de 1x8" para el elemento C.

### 1.2.3. Uniones mecánicas

Como se señaló en la metodología, los cálculos correspondiente a uniones mecánicas se limita a los pernos de unión entre las pletinas y la viga A y a los tirafondos que unen la viga C con A y B.

#### Pernos

Para este elemento de unión, el largo utilizado se fijó en 5,5 pulgadas para que sea capaz de atravesar todos los elementos a unir y los diámetros a probar dependieron de su disponibilidad en el mercado. Los resultados se muestran en la tabla 1.7.

Al seleccionar el perno número 1, la tabla 1.8 muestra las restricciones de separación en base a su diámetro.

$N^{\circ}$	Diámetro [in]	$\lambda_u$	$F_{ap}$ [MPa]	$P_{ad,simple}$ [MPa]	$Z \cdot D^2$	Cumple $F_{ap}\lambda_u D^2 \leq Z \cdot D^2$	$FS_{perno}$
1	1/4	2,52	3,52	178,89	964,01	Sí	3,76
2	5/16	2,02	3,46	219,82	1493,44	Sí	7,23
3	3/8	1,68	3,40	259,24	2131,94	Sí	12,28

Tabla 1.7: Cargas admisibles y factor de seguridad para distintos pernos hexagonales.

Diámetro [in]	$S_{bcn}$ [mm]	$S_{bdn}$ [mm]	$S_p$ [mm]
1/4	25,4	12,7	44,45

Tabla 1.8: Separación del perno a borde cargado, descargado y entre pernos, a partir de su diámetro.

#### Tirafondos

En el caso de los tirafondos, se fijará un diámetro de 1/4" para poder estar dentro de los espaciamientos recomendados por la norma, mostrados en la tabla 1.9.

Se calcularon distintas longitudes de tirafondos existentes en el mercado para seleccionar el indicado. Así, la tabla 1.10 muestra que para los 3 largos distintos se cumplen con los requisitos de penetración <sup>1</sup>, los esfuerzos admisibles y el factor de seguridad.

<sup>1</sup>La definición de la profundidad mínima de penetración y la penetración mínima del vástago se encuen-

Diámetro [in]	$S_{bcn}$ [mm]	$S_{bdn}$ [mm]	$S_p$ [mm]
1/4	25,6	12,8	44,8

Tabla 1.9: Espaciamiento entre los bordes cargado, descargado y entre tirafondos, para un diámetro de 1/4 de pulgada.

Nº	Largo [in]	Profundidad mínima de penetración	Penetración mínima del vástago en pieza central	Esfuerzo admisible de extracción lateral total $P_{el,ad,total}$ [kN]	Esfuerzo admisible de extracción directa total $P_{ed,ad,total}$ [kN]	$FS_{tirafondo}$
1	1 1/2	Cumple	Cumple	1245,07	5,53	1,38
2	2	Cumple	Cumple	1348,82	10,9	2,72
3	2 1/2	Cumple	Cumple	1452,58	15,52	3,87

Tabla 1.10: Esfuerzos admisibles y factor de seguridad para distintas longitudes de tirafondo.

Por lo tanto, se seleccionó el tirafondo de n° 1, para no sobredimensionar los elementos de unión. La selección de este formato es distinta a la expuesta en la sección de metodología, sin embargo, ambos cumplen con los requisitos expuestos.

#### 1.2.4. Simulación estática y modal

Al seleccionar y definir cada elemento de la estructura, se realizaron las simulaciones estática y modal de la misma. De la simulación modal, los valores de la frecuencia natural de la estructura se ven en la tabla 1.11, de las cuales todas se encuentran por sobre el rango de vibración de la máquina de fatiga y su motor.

Nº	$\omega_{motor}$	F1	F2	F3	F4	F5	F6
Frecuencia [Hz]	25	128,43	135,24	143,48	145,79	175,23	189,92

Tabla 1.11: Valores de la frecuencia natural de la estructura obtenidos por medio del análisis modal del software Inventor.

Del análisis estático, se pudo comprobar que las zonas críticas del diseño se encuentran en el acero, como se puede apreciar en las figuras 1.1. Esto confirma el trabajo de cálculo, expuesto anteriormente, el cual establece que el esfuerzo máximo se encuentra en el empotramiento de la pletina de acero, es decir, en el punto A utilizando como referencia el diagrama de cargas ???. Si bien los valores de los esfuerzos son mayores en los cálculos que en la simulación, se debe tener en cuenta que en la simulación se utilizó una carga distribuida aplicada sobre la máquina de fatiga. Además, fueron los cálculos los que

tran en el anexo ???

se utilizaron para justificar las dimensiones del diseño, lo cual frente a esta diferencia de resultados, se resume en un posible sobredimensionamiento de la pletina de acero.

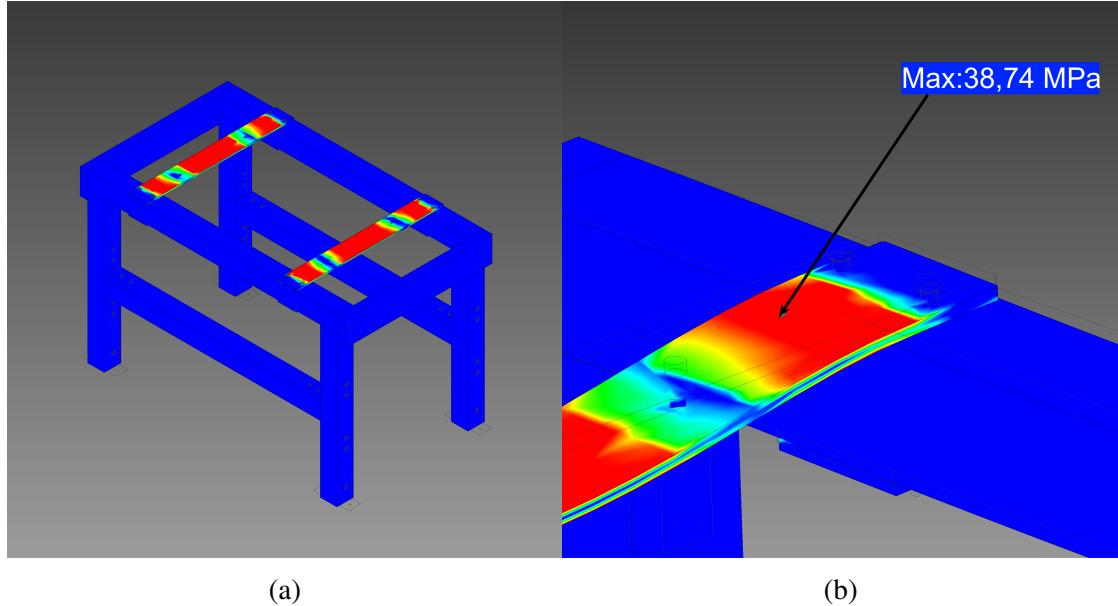


Figura 1.1: La figura (a) muestra los esfuerzos de von Mises provocados por la mesa de fatiga sobre la estructura. La imagen (b) es un detalle del esfuerzo de von Mises máximo, que se produce en los extremos de la pletina de acero.

El esfuerzo de von Mises máximo obtenido es de 38,74 MPa, ubicados donde muestra la fig. 1.1b, dando como resultado un factor de seguridad igual a 3,38 (-). La deformación máxima se encuentra en la mitad de la pletina de acero, siendo 1,038 mm.

En definitiva, tanto los resultados obtenidos por la simulación como los obtenidos a través en base al cálculo y la norma de madera, nos indican que la madera no tendrá problemas en soportar la carga estática de la máquina por su sobredimensionamiento. Se confirman los puntos críticos del diseño general y, por último, los resultados del análisis modal revelan que no habrán problemas con la frecuencia natural de la estructura y el funcionamiento de la máquina de fatiga.

## 1.3. Modelo del sistema

### 1.3.1. Comportamiento del modelo

Con la caracterización y el levantamiento de información de los distintos componentes, junto a la elección de  $c_1$ ,  $c_2$  y de las variables de la función  $\phi$ , nos permite resolver y

obtener valores del movimiento lineal, angular y la carga a la que está sometida la probeta. El tiempo de integración para cada una de las soluciones será entre 0 y 10 segundos. Se utilizará una tolerancia relativa y absoluta de  $10^{-8}$ . En consecuencia, al resolver el sistema de ecuaciones ?? a través de los códigos de la sección B.1, se obtiene la posición  $(y, \theta)$  y la velocidad  $(\dot{y}, \dot{\theta})$  del brazo de carga respecto a su centro de masa. Las figuras 1.3 y 1.4 muestran las curvas de cada coordenada.

Utilizando la ec. ?? para cada valor de  $y_2(t)$ , se obtiene la carga aplicada sobre la probeta  $F(t)$  a lo largo del tiempo. La fig. 1.2 muestra la curva de esta fuerza para la misma configuración de las figuras anteriores.

En este conjunto de figuras se aprecia como el sistema tiene dos etapas principales: (a) la estabilización y reposo del sistema y (b) el inicio de la función  $\phi$ . (a) La primera etapa comienza en  $t = 0$ , cuando se encuentra en un estado inicial  $(y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 0, 0)$ . Tanto la probeta y las barras en voladizo se encuentran sólo bajo la acción de la gravedad, por lo tanto caen y comienzan a oscilar en torno a su posición de reposo, sin embargo, este movimiento decae a medida que avanza el tiempo producto de los amortiguadores. La velocidad de decaimiento de la vibración inicial está determinado por el valor de  $c_1$  y  $c_2$ , teniendo un comportamiento subamortiguado. (b) A continuación, desde el segundo 2 la función  $\phi$  comienza a acelerar suavemente hasta llegar a la velocidad  $\omega_{max} = 25$  [rad/s], punto en el cual la vibración es constante y estable en el tiempo. A partir de este punto, se extraen la información respectiva de la fuerza máxima, media y alterna, utilizando las ecuaciones ??, ?? y ??.

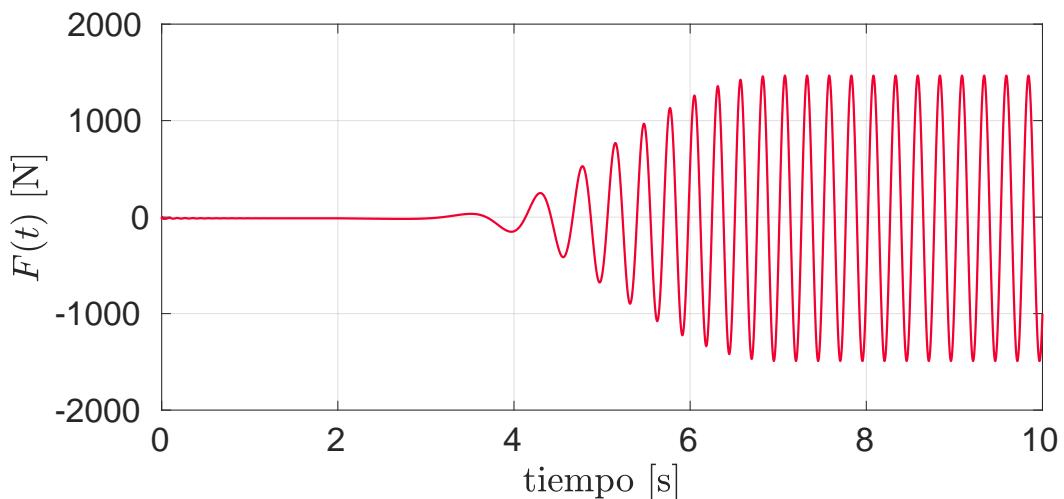


Figura 1.2: Fuerza aplicada sobre la probeta  $F(t)$  en el tiempo.

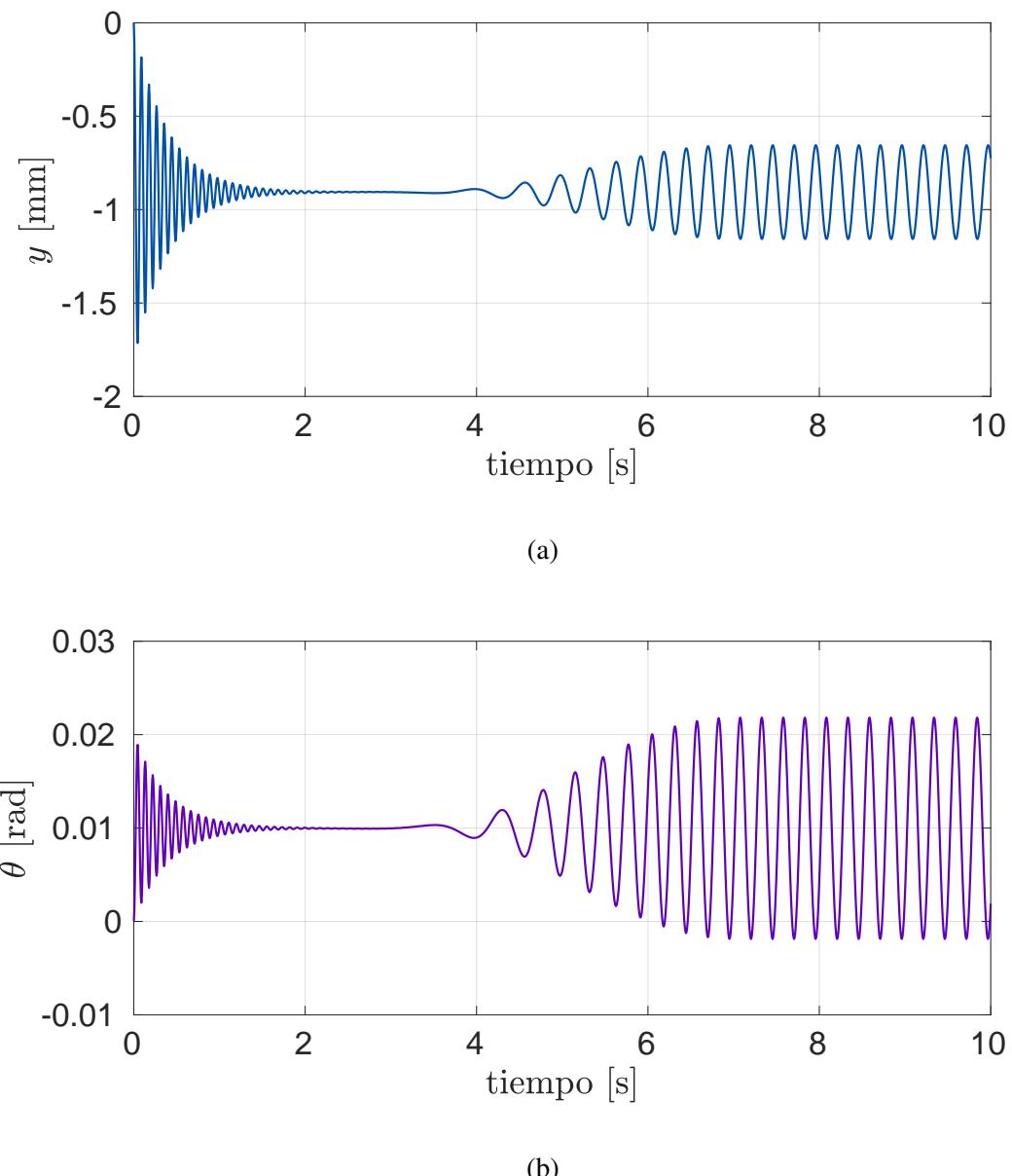
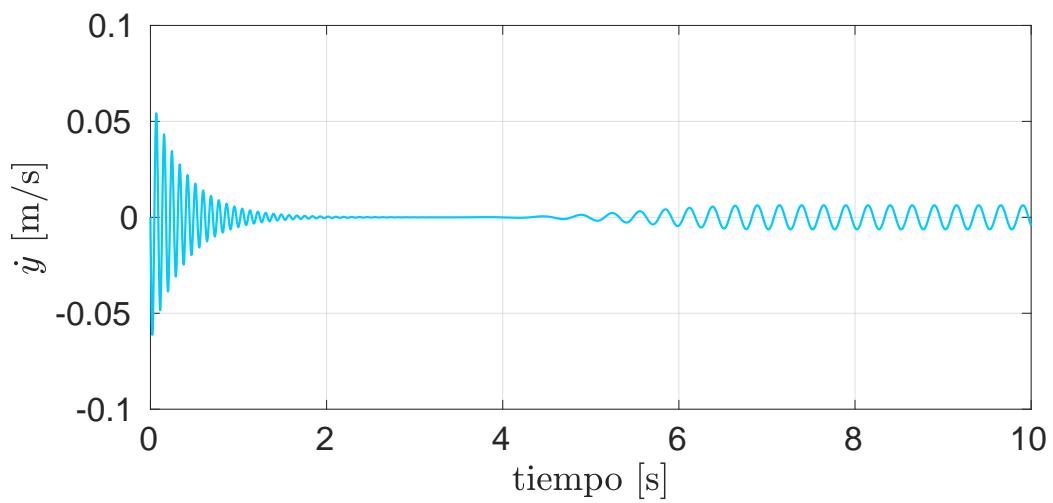
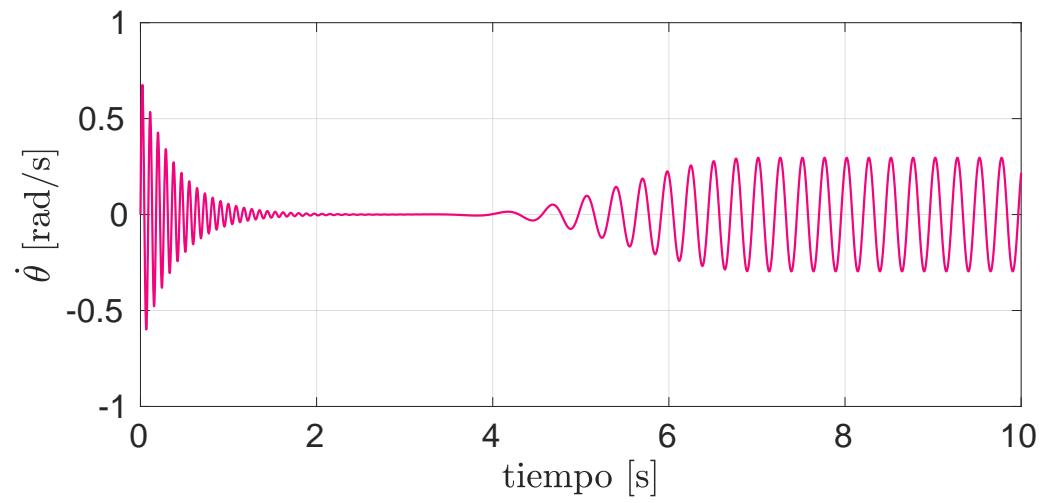


Figura 1.3: Desplazamiento en el tiempo respecto al eje  $y$  (a) y  $\theta$  (b) del centro de masa del brazo de carga.



(a)



(b)

Figura 1.4: Velocidad respecto la tiempo en el eje  $y$  (a) y rotacional (b) del centro de masa del brazo de carga.

### 1.3.2. Carga máxima y media para cada configuración

En la sección anterior, se mostraron los resultados y el comportamiento del modelo para una configuración en específico. En esta sección, a través del código de la sección B.3, se mostrarán los resultados de fuerza máxima y media para cada combinación de contrapesos expuesta en la tabla de carga. Al ordenar los resultados de la fuerza máxima con el mismo orden de la tabla de carga, es decir, respecto a  $\Delta m$ , se obtiene la curva que se muestra en la fig. 1.5. A partir de la figura, se puede establecer que el modelo mantiene la relación entre la carga máxima  $F_{max}$  y  $\Delta m$ , como lo hace la tabla de carga.

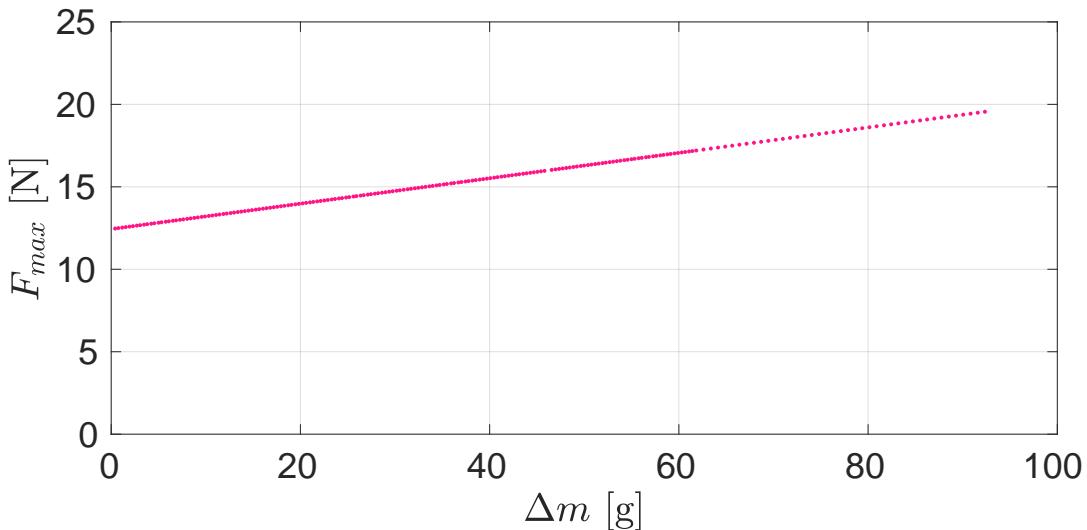
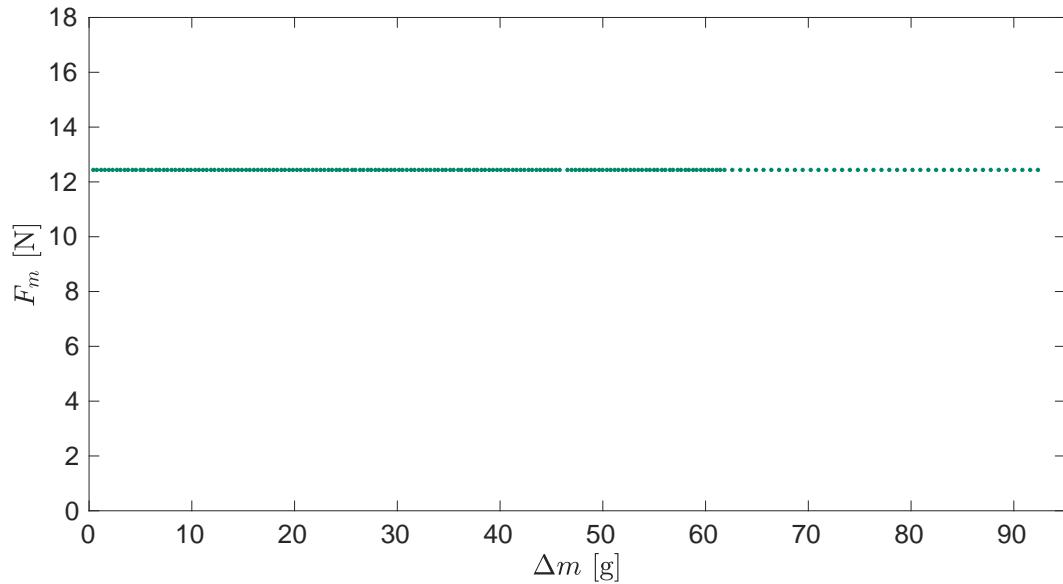


Figura 1.5: Distribución de la carga máxima  $F_{max}$  versus la diferencia de masas  $\Delta m$  de cada combinación de contrapesos, con  $\omega_{max} = 25$  Hz. Tabla en anexo A.2

En consecuencia, la carga máxima es función del desbalanceo existente en el disco rotatorio, por lo tanto, se puede definir la siguiente relación:

$$F(t) = f(\Delta m) \quad (1.3.1)$$

Por otro lado, la carga media permanece prácticamente constante, como se puede ver en la fig. 1.6a, siendo la diferencia máxima de  $3 \cdot 10^{-6}$  [N] (fig 1.6b). Tomando en consideración que el orden de magnitud de las cargas máxima y alternantes está en el orden de  $10^1$  y  $10^2$ , entonces se puede asumir que la carga media que sufrirá la probeta será constante y de una magnitud de 12,438 [N].



(a) Carga media de cada configuración de contrapesos.

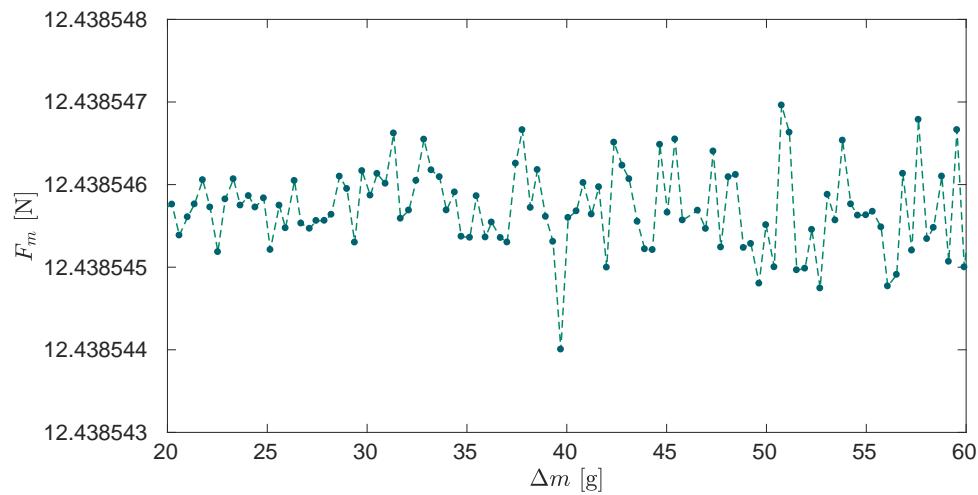
(b) Acercamiento a la gráfica entre los 20g y 60g de  $\Delta m$ .

Figura 1.6: Distribución de la carga media ( $F_M$ ) para las distintas configuraciones de contrapeso.

### 1.3.3. Influencia de la velocidad de rotación del disco desbalanceado sobre la carga en la probeta

De manera análoga, se puede estudiar la influencia de la velocidad de giro máxima del disco desbalanceado sobre el movimiento del sistema. Las figuras en 1.7, muestran  $F(t)$  para dos velocidad distintas,  $\omega_{max,a} = 5$  [rad/s] y  $\omega_{max,b} = 20$  [rad/s].

Ambas gráficas muestran no sólo como la frecuencia de la oscilación es menor en la figura 1.7a respecto a 1.7b, como es esperable, sino que también la fuerza sobre la probeta aumenta en la medida que la velocidad de rotación del disco es mayor. Esta información, junto a la expuesta en la sección anterior, muestra que el modelo responde a las distintas variables de la fuerza provocada por el disco  $F_d(t)$ .

A continuación, es posible comparar la fuerza máxima de cada combinación de contrapesos para distintas velocidades angulares  $\omega_{max}$ . Aquí se confirma el comportamiento descrito anteriormente para una configuración específica, pero de manera general para cada una de las 201 combinaciones existentes, como se puede ver en la fig. 1.8. Al realizarse el conjunto de ensayos de fatiga para crear la curva  $S-N$  a una velocidad fija, pero variando los contrapesos, se puede definir que la fuerza sobre la probeta como:

$$F(t) = f(\Delta m, \omega_{max}) \quad (1.3.2)$$

A partir de la fig. 1.8, se puede concluir que para cada velocidad de rotación del disco  $\omega$  existe una relación lineal entre la carga máxima  $F_{max}$  y  $\Delta m$ , frente a lo cual se puede asociar una pendiente  $\eta$ . Esta aumenta a medida que  $\omega$  se incrementa, por lo tanto al graficar ambos parámetros se puede ver como la pendiente crece de manera cuadrática respecto al aumento de la velocidad angular (fig. 1.9), en consecuencia se puede ajustar una curva al comportamiento de la pendiente  $\eta$ , que se define como:

$$y = 0,12 \cdot x^2 + 0,00039 \cdot x - 0,00087 \quad (1.3.3)$$

Siendo  $y$  la pendiente  $\eta$  y  $x$  la velocidad angular  $\omega_{max}$ . Esto nos permite poder predecir completamente el comportamiento de la máquina de fatiga, al conocer su relación entre la velocidad del motor ( $\omega$ ), el desbalanceo en el disco ( $\Delta m$ ), la carga media ( $F_m$ ) y la carga máxima ( $F_{max}$ ).

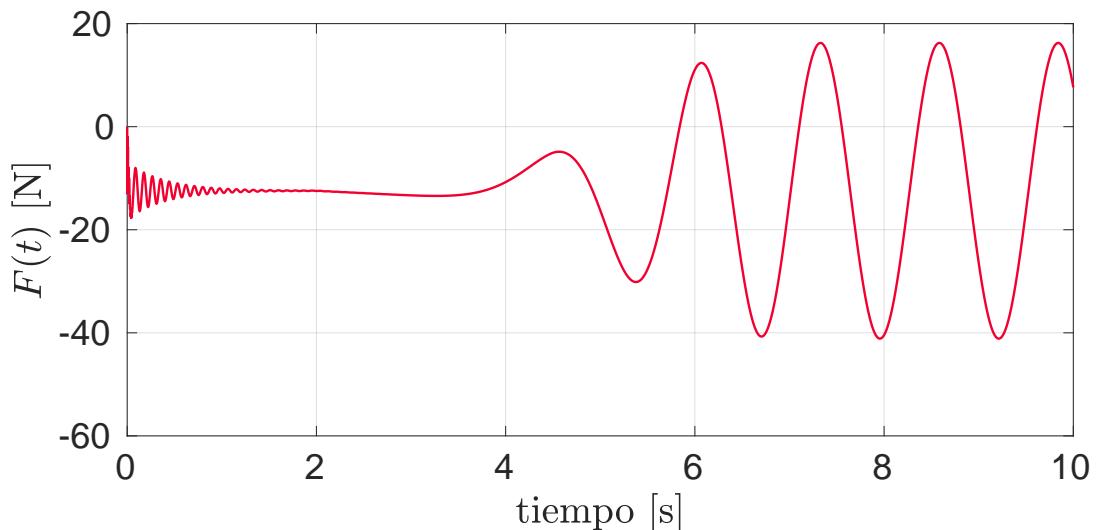
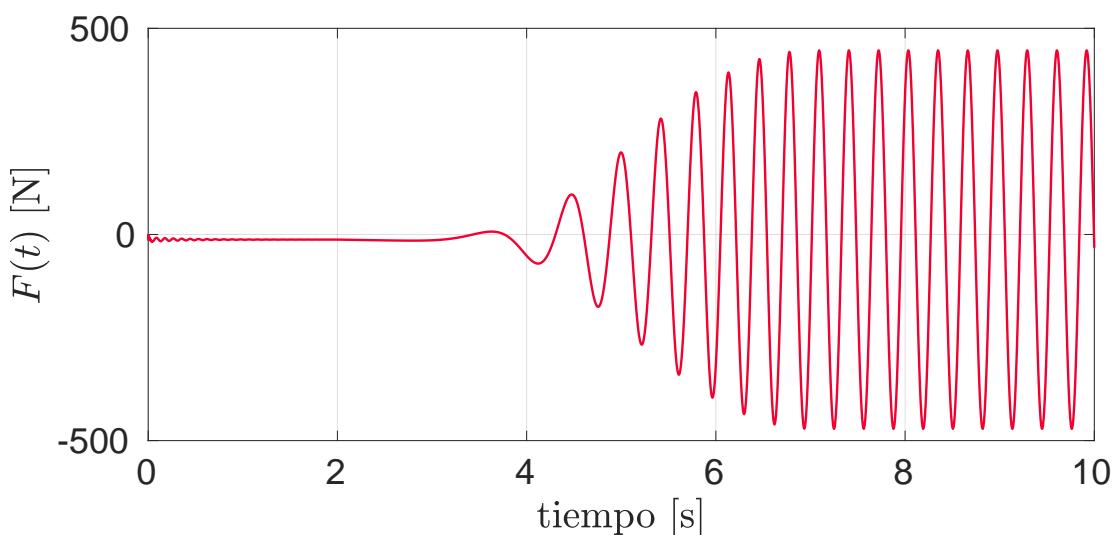
(a) Fuerza sobre la probeta a través del tiempo a  $\omega_{max} = 5$  [rad/s](b) Fuerza sobre la probeta a través del tiempo a  $\omega_{max} = 20$  [rad/s]

Figura 1.7: Comparación de la fuerza aplicada sobre la probeta  $F(t)$ , para una carga de  $\Delta m = 8,9$  kg, a dos velocidades angulares  $\omega_{max}$  distintas.

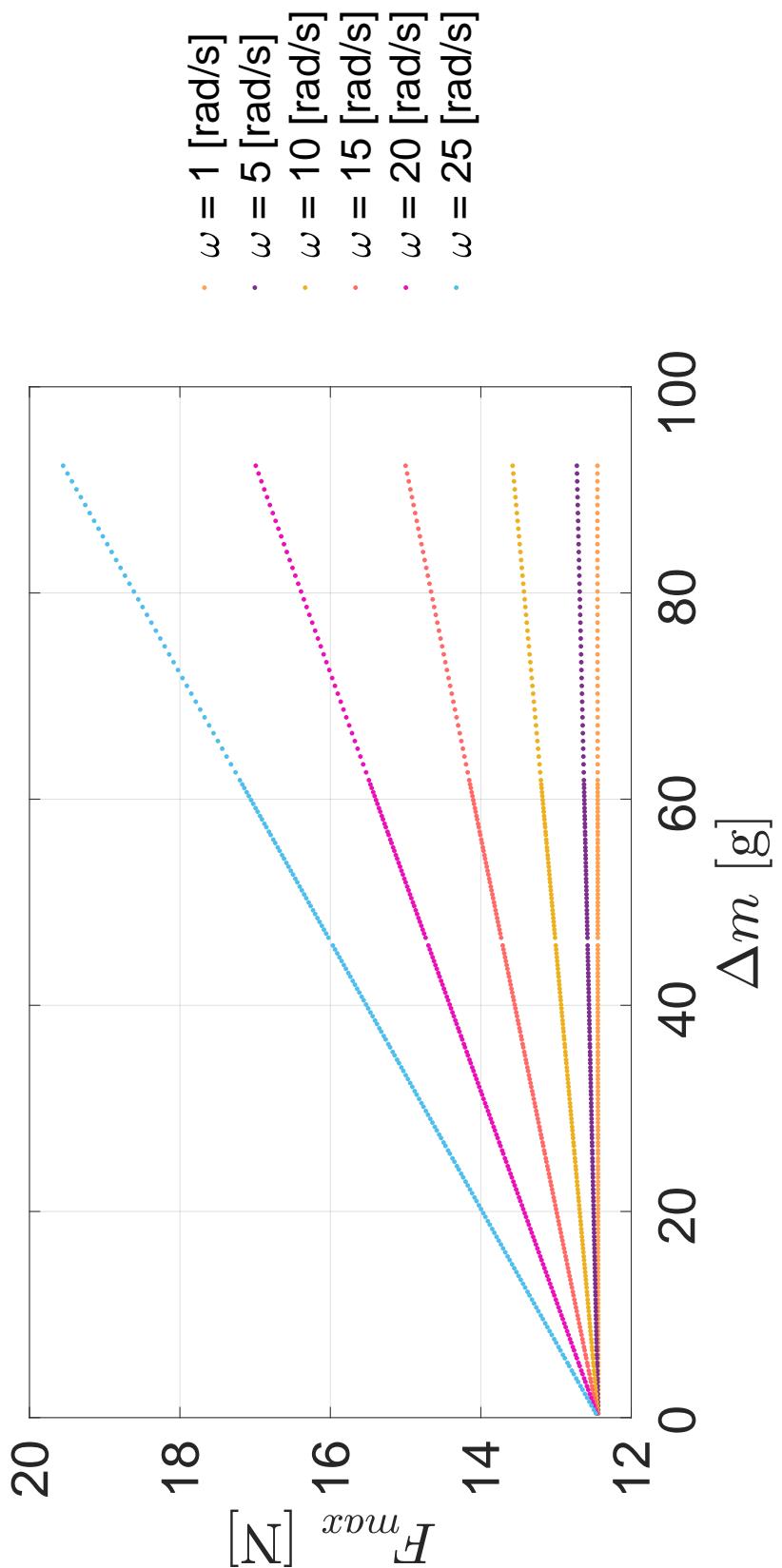


Figura 1.8: Curvas de cada combinación de contrapesos para distintas velocidades angulares  $\omega_{max}$ .

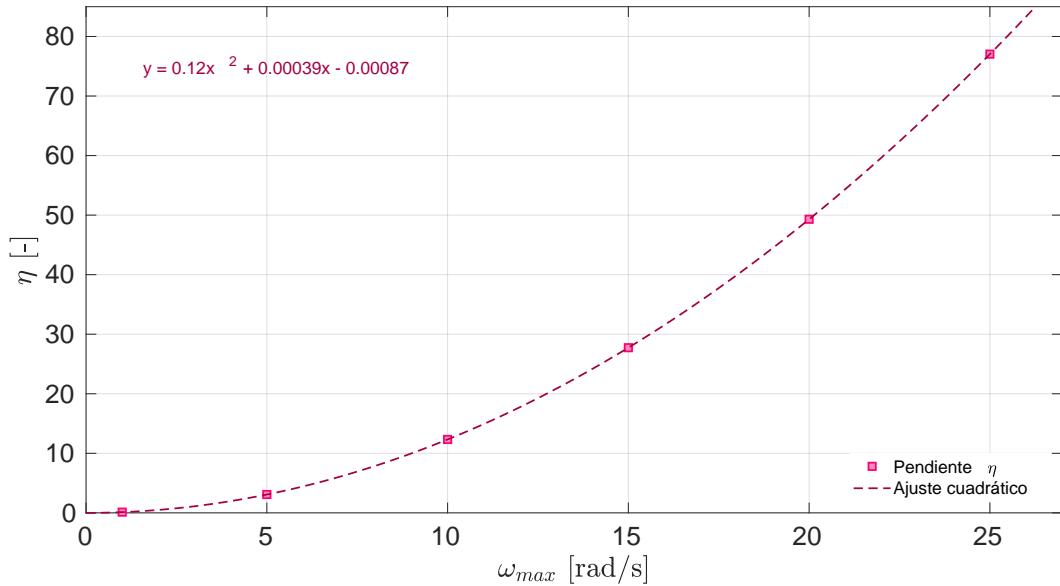


Figura 1.9: Curva de la pendiente  $\eta$  para cada velocidad  $\omega$  del disco desbalanceado.

Como consecuencia de los resultados que se obtuvieron del modelo, estos se deben comparar con la información existente en la tabla de cargas. Para esto, es necesario conocer los esfuerzos asociados a cada combinación de contrapesos, de la misma forma que lo hace la tabla actual. Por consiguiente, se realizará una simulación de las cargas que se obtuvieron en este análisis, al aplicarlas sobre la probeta, en la siguiente sección. Cabe destacar que estos resultados, basados en los desplazamientos del brazo de carga, deben ser corroborados empíricamente a posteriori, como parte del trabajo futuro.

## 1.4. Simulación de carga máxima

Al tomar los datos de las cargas máximas obtenidas a través del modelo e ingresarlas al software de elementos finitos ANSYS, se obtienen los esfuerzos que sufre la probeta para cada carga. En primer lugar, los valores de carga se pasan a presión para ser aplicado sobre una de las caras de la probeta, utilizando la ecuación ???. La fig. 1.10, muestra las 201 cargas aplicadas a lo largo de la simulación.

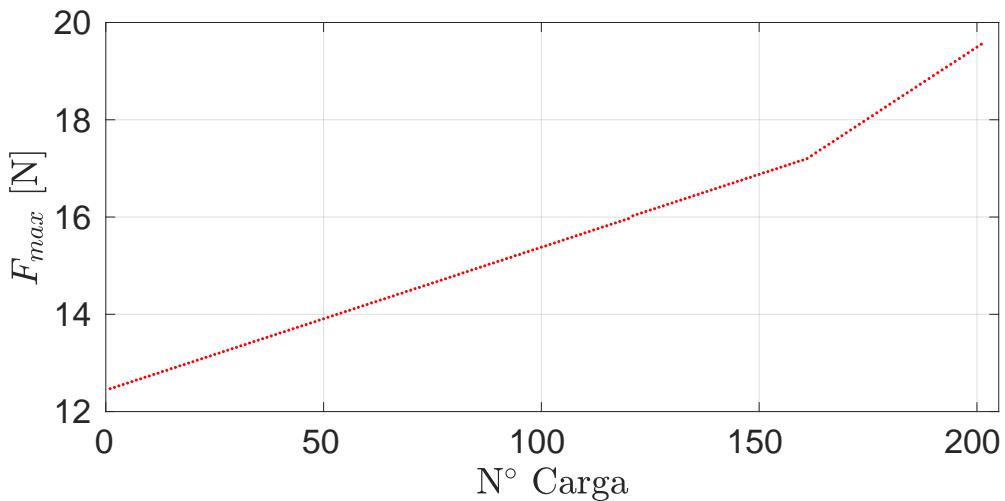


Figura 1.10: Curva de las 201 cargas aplicadas sobre la probeta. Tabla en anexo A.2

Al ver los esfuerzos generales a los que está sometida la probeta, se identifica que la zona más afectada es la intermedia, concentrándose justo en la mitad de la probeta, como se ve en las figuras 1.15a y 1.15b. Al realizar un corte transversal en la mitad de la probeta (fig. 1.15c) se pueden apreciar más claramente la distribución de los esfuerzos equivalentes en la zona intermedia, concentrándose fuertemente en la zona inferior y superior de la cara transversal. La figura 1.15d muestra directamente la cara sometida a la carga máxima y su distribución de esfuerzos, donde además, se puede ver que la zona cercana al eje neutro tiene esfuerzos menores a los que se encuentran más lejos de este. Esta información es posible verla directamente en el comportamiento que tienen los elementos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  (ver fig. 1.11).

Por último, como se buscan conocer los esfuerzos y la deformación a los que está sometida la probeta en estos puntos en específico, se obtienen los resultados de la deformación unitaria normal ( $\varepsilon_x$ ) y de von Mises elástica ( $\varepsilon_{vm,e}$ ), además de los esfuerzos de von Mises ( $\sigma_{vm}$ ), normal ( $\sigma_x$ ) y cortante máximo ( $\tau_{max}$ ). Estos resultados se pueden ver en los gráficos 1.12 y 1.13.

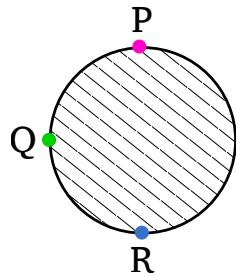
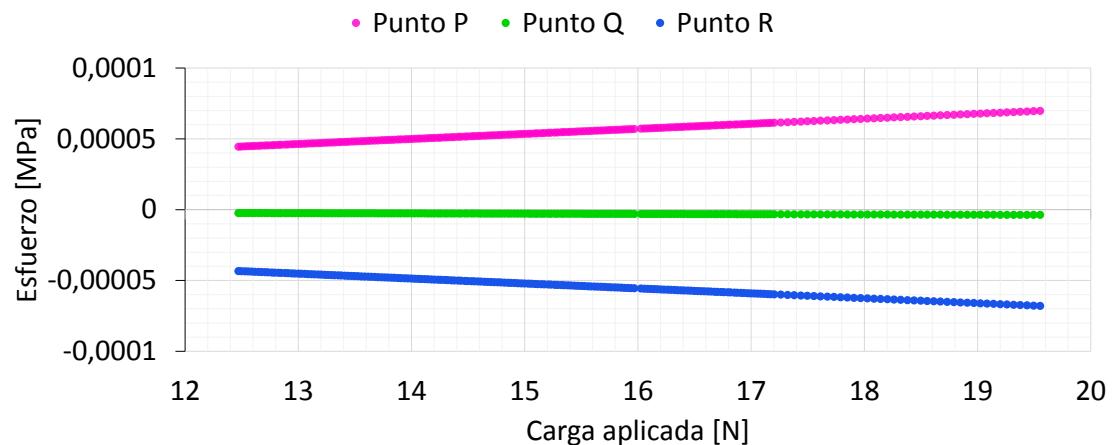
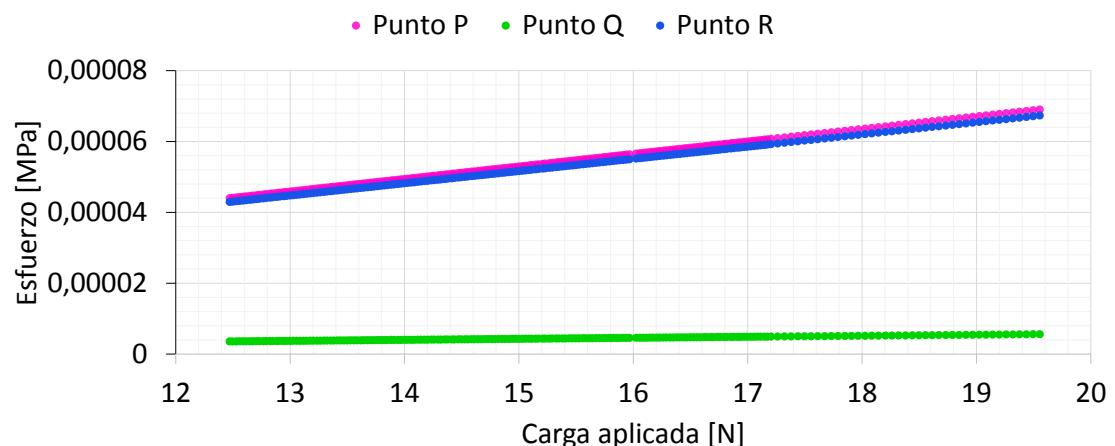


Figura 1.11: Ubicación de los elementos  $P$ ,  $Q$  y  $R$

Al ver el comportamiento lineal de los gráficos, se concluye que en ninguna configuración se superó el esfuerzo de fluencia, como también lo confirman los datos de esfuerzo obtenidos. Los mayores esfuerzos se encuentran en el punto  $P$  y  $R$ , siendo el primero levemente mayor, y el punto  $Q$  el menor al estar cercano al eje neutro de la probeta. Así, en el punto  $P$  el esfuerzo de von Mises máximo corresponde a 13,81 MPa (combinación n° 201,  $\Delta m = 92,3469$  g) y el mínimo a 8,81 MPa (combinación n° 1,  $\Delta m = 0,4128$  g). El esfuerzo máximo cortante en el punto  $P$  corresponde a 7,03 MPa (combinación n° 201) y la mínima a 4,48 MPa. Además, la fig. 1.12a y 1.13b muestran el comportamiento a tracción y compresión de los puntos  $P$  y  $R$ , respectivamente. La deformación máxima sufrida por la probeta en el eje  $y$  corresponde a  $11,17 \cdot 10^{-3}$  mm.

Al comparar los resultados obtenidos (anexo A.2) con la tabla de cargas (anexo A.1) se encuentran diferencias en los esfuerzos obtenidos para una misma configuración. Esta diferencia aumenta de manera constante a medida que aumenta la carga, por lo tanto, la relación de  $\Delta m$  y  $\sigma_{vm}$  es distinta entre el modelo y la información original, dicho de otra forma, la pendiente de sus curvas son distintas. Esto, sin duda, provoca dudas sobre la información que entregada por la tabla de cargas, sobre la veracidad y factibilidad de los esfuerzos que acompañan a cada combinación. Respecto a este último punto, resalta el hecho que en la tabla de cargas aparezcan esfuerzos que sean muy superiores a los que un acero pueda soportar. No obstante, se requiere de una validación experimental que determinará la veracidad de esta información, tanto del desarrollo de esta tesis como de la tabla de carga.

(a) Deformación normal, en dirección  $x$ , de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .(b) Deformación equivalente total de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .Figura 1.12: Deformación unitaria de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$

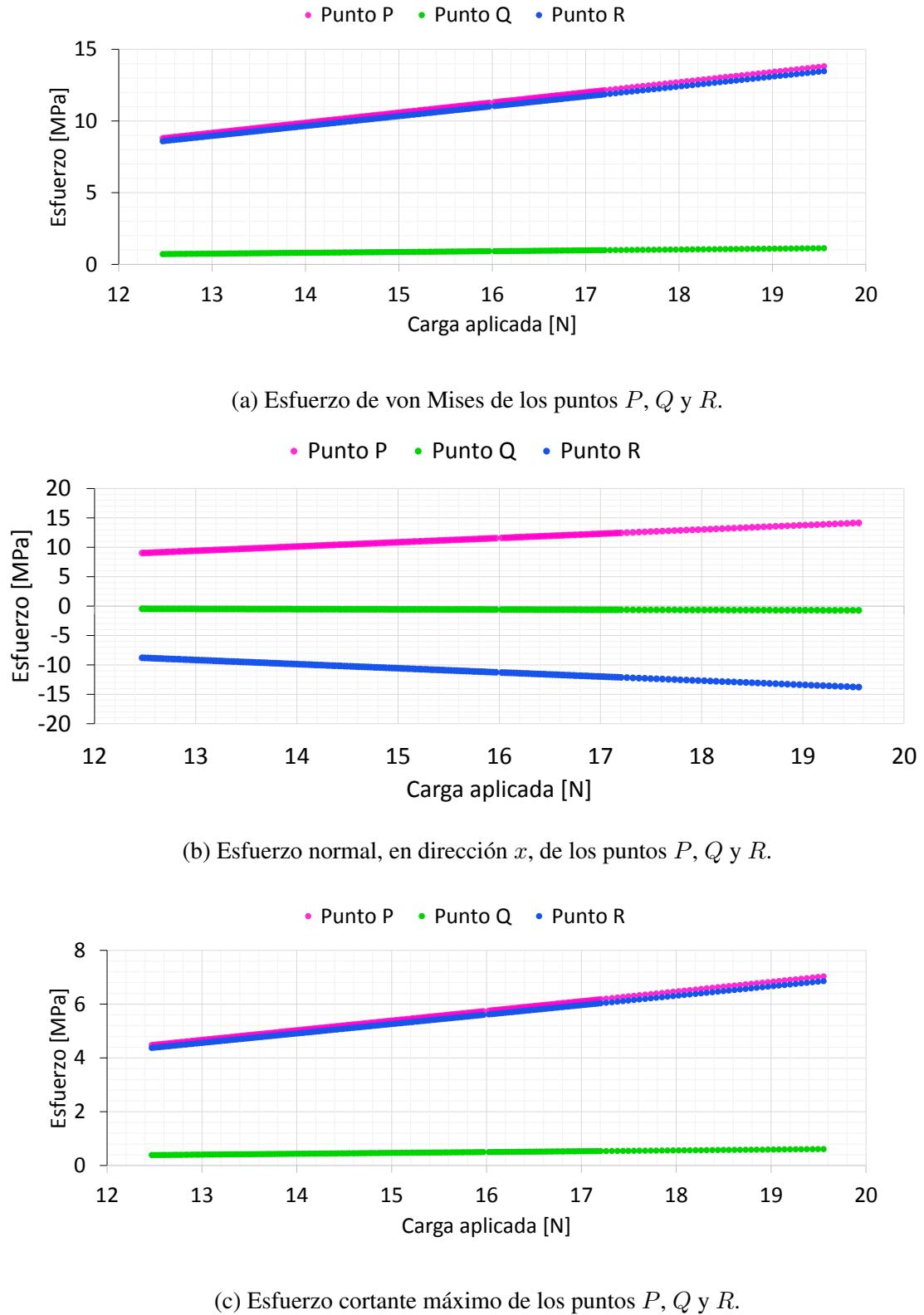


Figura 1.13: Esfuerzos de von Mises, normal y máximo cortante de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .

### 1.4.1. Determinación de la carga asociada al esfuerzo de fluencia y el esfuerzo último

Para determinar la carga necesaria para lograr la fluencia y el esfuerzo último de la probeta, se aumenta de manera constante y progresiva  $F_{max}$ . La fig. 1.14 muestra la distribución de la fuerza a la que se sometió la probeta hasta alcanzar el esfuerzo último ( $\sigma_u$ ), que también se encuentran en el anexo ??.

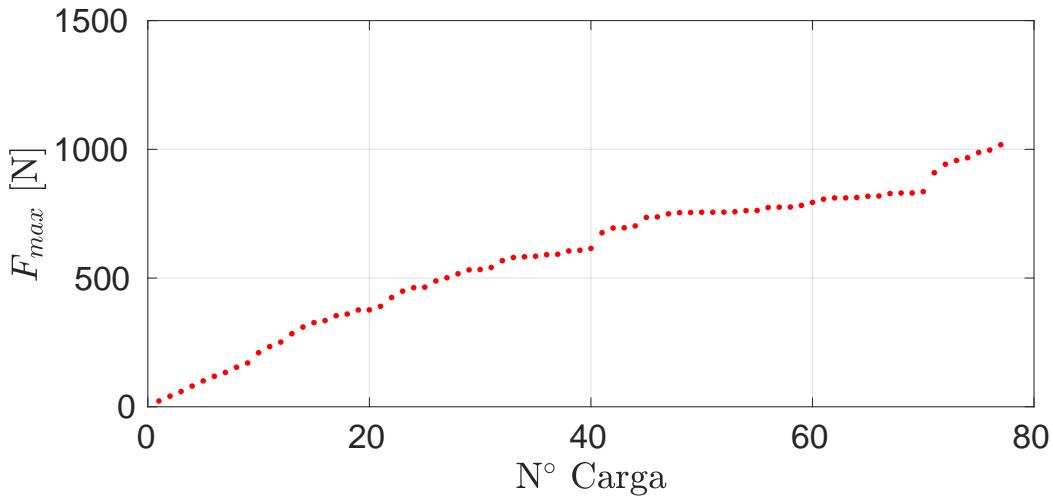
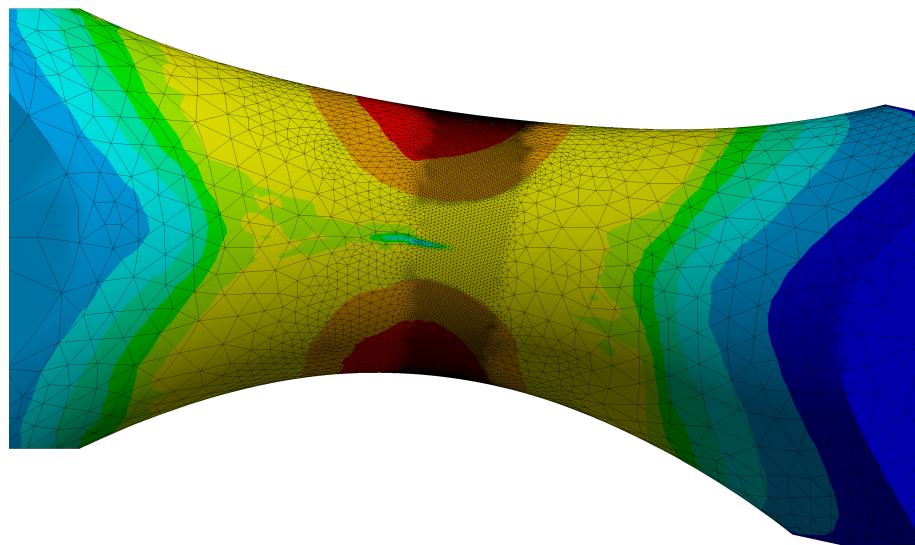
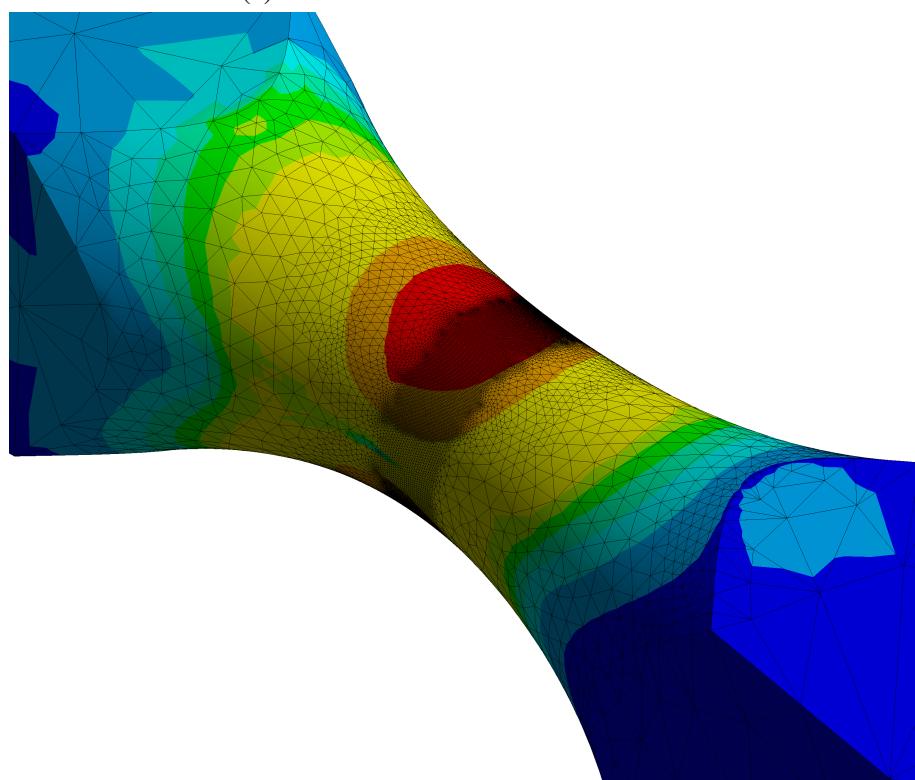


Figura 1.14: Curva de las 77 cargas aplicadas sobre la probeta. Tabla en anexo ??

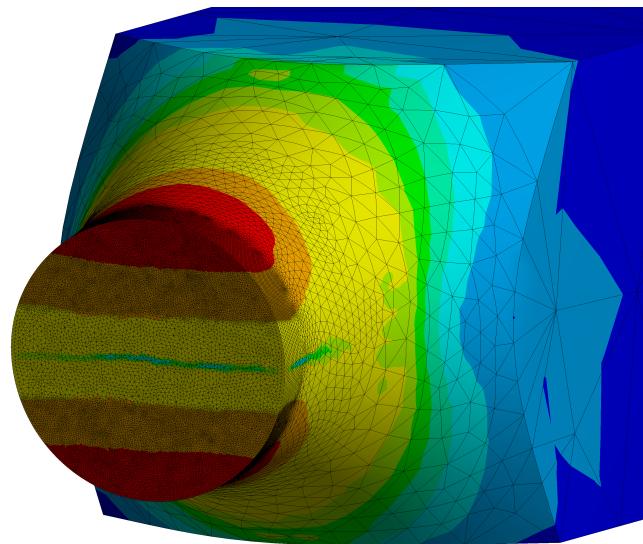
La distribución de esfuerzos es similar a lo que ocurre en el caso anterior al encontrarse los esfuerzos máximos en la zona superior e inferior de la sección transversal de la probeta (puntos  $P$  y  $R$ , según la fig. 1.11), como es posible ver en la fig. 1.15. Sin embargo, a diferencia de lo mostrado anteriormente, en este caso existe deformación plástica al alcanzar la fluencia del material, continuando hasta el punto del esfuerzo último.



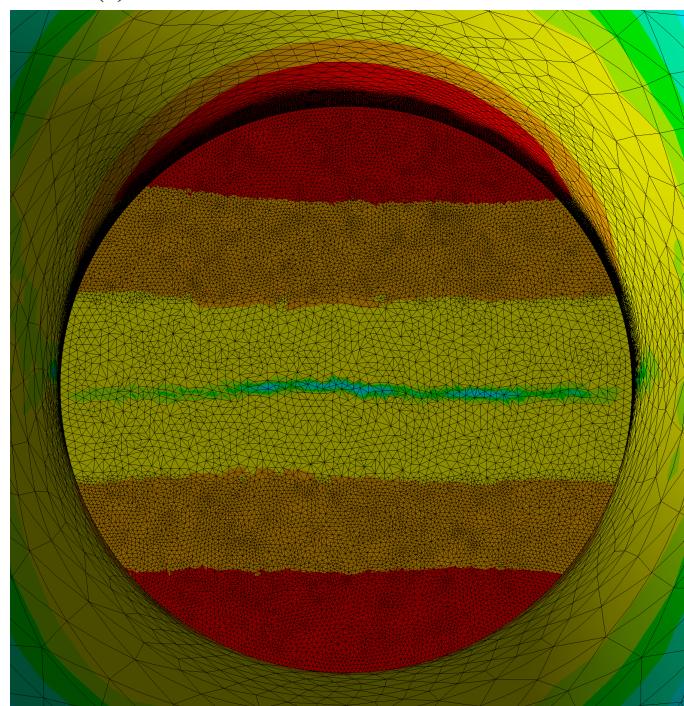
(a) Vista lateral de la zona intermedia.



(b) Vista en isométrico de la zona intermedia.



(c) Vista en isométrico del corte transversal.



(d) Vista en detalle del corte transversal.

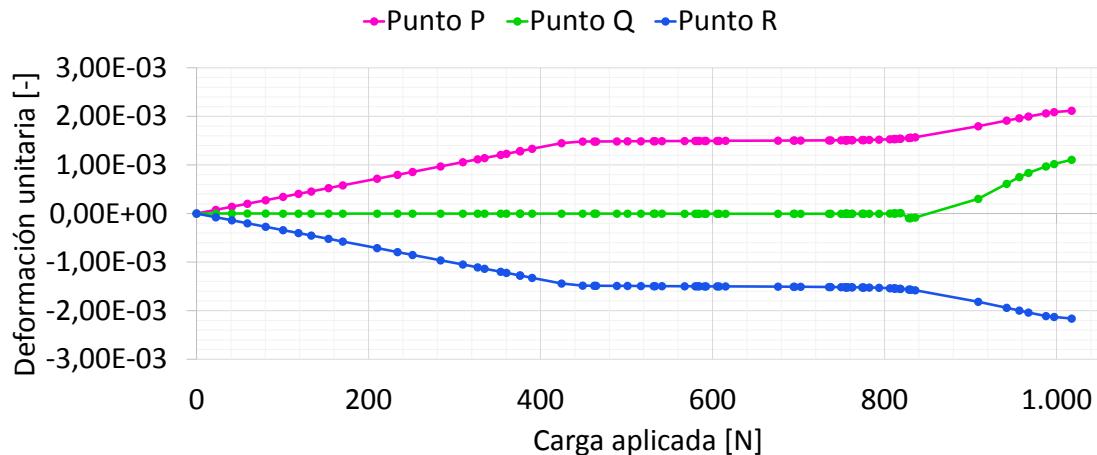
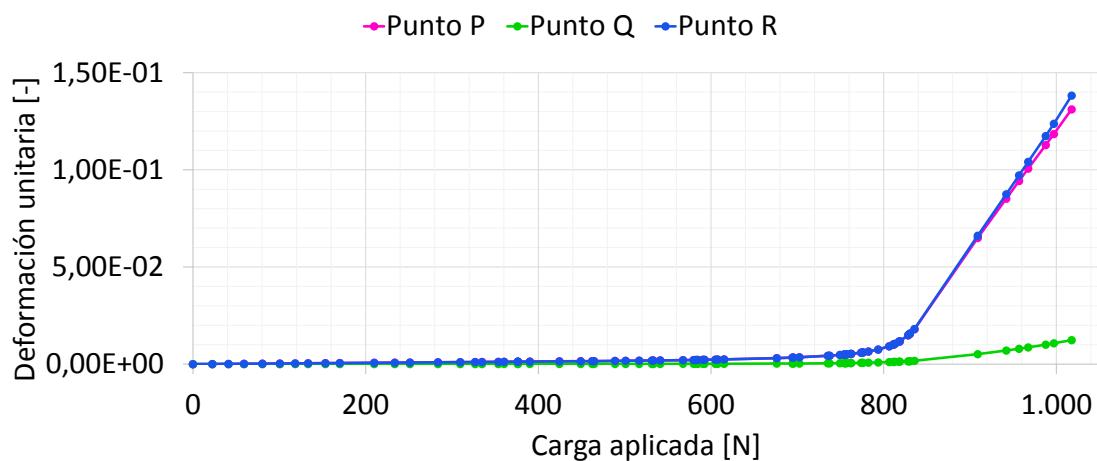
Figura 1.15: Detalle de la distribución de esfuerzos de von Mises en la zona intermedia de la probeta.

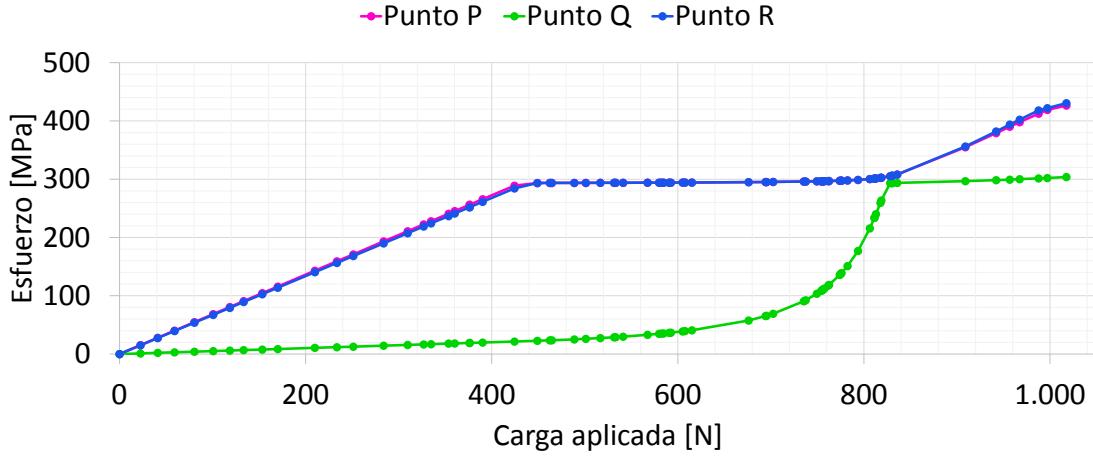
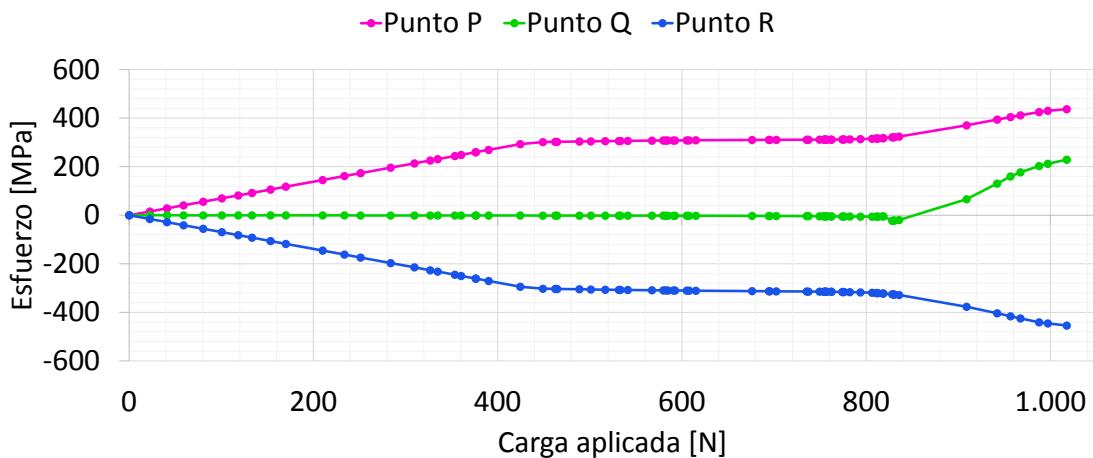
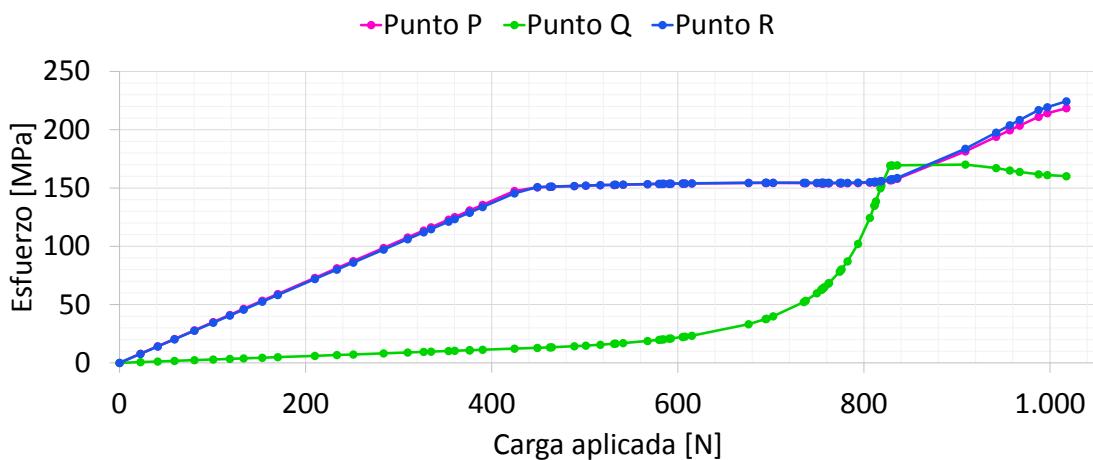
### 1.4.2. Identificación de las cargas $F_{max,y}$ y $F_{max,u}$

Para lograr identificar la carga máxima ( $F_{max}$ ) que corresponde al esfuerzo de fluencia y el esfuerzo último, se grafican los resultados de la deformación unitaria normal ( $\varepsilon_x$ ) y de von Mises total ( $\varepsilon_{vm,t}$ ), además de los esfuerzos de von Mises ( $\sigma_{vm}$ ), normal ( $\sigma_x$ ) y cortante máximo ( $\tau_{max}$ ). A partir de las figuras 1.16 y 1.17, se puede apreciar que cuando la fuerza máxima es 450 N (carga n° 23) se llega a un esfuerzo de 293,5 MPa, tanto en el punto  $P$  como en el punto  $R$ , alcanzando el esfuerzo de fluencia del material. Además, se puede identificar que el esfuerzo último se alcanza con la carga n° 76 de 1000 N.

En contraste, el punto  $Q$  alcanza el punto de fluencia de forma tardía, específicamente en la carga n° 68 de 830,2 N, sin llegar hasta el esfuerzo último. Respecto a este mismo punto, se aprecia como los esfuerzos normales  $\sigma_x$  son cercanos a cero, como es esperable al encontrarse en el eje neutro, sin embargo, cuando la deformación plástica aumenta de manera significativa, se ve que el punto  $Q$  comienza a sufrir esfuerzos de tracción como consecuencia de salirse del eje neutro de la probeta. Por otra parte, cuando la carga aplicada alcanza los 836 N (carga n° 69) se puede apreciar una inestabilidad geométrica en el punto  $Q$ , que destaca principalmente en la fig. 1.17c del esfuerzo cortante máximo.

Para poner en perspectiva la carga, el desplazamiento de la probeta con dirección al eje  $y$  al alcanzar la fluencia y el esfuerzo último corresponde a 0,255 mm y 8,311 mm, respectivamente. A partir del análisis realizado, se puede concluir que la carga máxima para la fluencia de la probeta corresponde a  $F_{max,y} = 450$  N y para el esfuerzo último es  $F_{max,u} = 1000$  N.

(a) Deformación normal, en dirección  $x$ , de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .(b) Deformación equivalente total de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .Figura 1.16: Deformación unitaria de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$

(a) Esfuerzo de von Mises de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .(b) Esfuerzo normal, en dirección  $x$ , de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .(c) Esfuerzo cortante máximo de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .Figura 1.17: Esfuerzos de von Mises, normal y máximo cortante de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .

### 1.4.3. Determinación $\Delta m$ para la carga máxima $F_{max,y}$ y $F_{max,u}$

Para encontrar la masa  $\Delta m$  necesaria para realizar las cargas  $F_{max,y}$  y  $F_{max,u}$  se hará un ajuste lineal sobre los datos que se obtuvieron a partir del modelo, para una velocidad  $\omega_{max} = 25$  [rad/s], como se puede ver en la fig. 1.18.

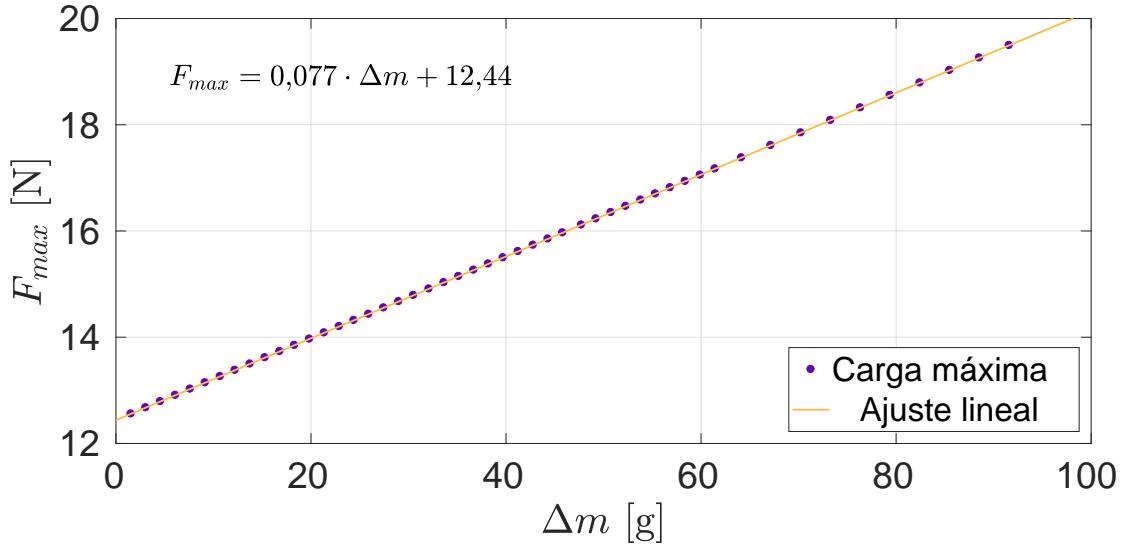


Figura 1.18: Ajuste lineal de la carga máxima para las 201 combinaciones de contrapesos con  $\omega_{max} = 25$  rad/s.

Al despejar la ecuación para  $\Delta m$  se obtiene:

$$\Delta m = 12,987 \cdot F_{max} - 161,56 \quad [g] \quad (1.4.1)$$

Por lo tanto, los contrapesos necesarios para llegar al esfuerzo de fluencia y al esfuerzo último corresponden a:

$$\Delta m_y = 5682,44 \text{ g}$$

$$\Delta m_u = 12825,44 \text{ g}$$

Así mismo, en el anexo ?? se encuentra la tabla con el valor  $\Delta m$  para cada una de las 77 cargas aplicadas y su respectivo esfuerzo de von mises y cortante máximo.

---

# **Capítulo 2**

## **Conclusiones y trabajo futuro**

Este capítulo se dividirá en las cuatro áreas en las que se realizó este trabajo, para posteriormente hablar del trabajo futuro.

### **2.1. Conclusiones**

#### **2.1.1. Respeto a la máquina de fatiga**

A partir de la información recopilada se puede concluir que:

- se requiere actualizar los componentes del sistema de transmisión, eléctrico y el motor de la máquina de fatiga para que esta pueda tener un funcionamiento correcto, continuo y con mayor flexibilidad. Es decir, un mantenimiento fácil de realizar y que las reparaciones o el reemplazo de sus componentes sean simples de encontrar en el mercado. Esto posibilitaría que su operación no sea vea detenida por largos períodos de tiempo ante la falta de insumos, como ocurre actualmente.
- Como consecuencia del punto anterior, se debe tener acceso completo a la máquina, es decir, poder desarmar sus piezas para medir, calcular y reemplazar estos componentes. Además, el acceder a cada componente por separado ayudará a la medición de su geometría y masa, obteniéndose resultados más precisos en el modelo propuesto.

### 2.1.2. Sobre la estructura

Con respecto al diseño de la nueva estructura soportante de la máquina y los cálculos realizados:

- La utilización de la madera como principal material de la estructura es una opción viable debido a su capacidad de amortiguar las vibraciones y su buena relación entre el peso y la resistencia del material a las cargas estáticas y dinámicas. En ese sentido, la norma NCh 1198 entrega todas las herramientas para una correcta metodología de cálculo.
- El diseño final, tomando en consideración la especie maderera, las dimensiones del acero y la madera y las uniones utilizadas, tienen un amplio rango de flexibilidad producto del sobredimensionamiento de algunas piezas, lo que vuelve al diseño independiente de la existencia en el mercado de los productos seleccionados, dicho de otra manera, cabe la posibilidad de utilizar elementos distintos al del diseño propuesto sin afectar su integridad.
- En ese sentido, se cumplió la filosofía y los objetivos con los que se diseñó la estructura: (a) soportar la máquina de fatiga en reposo y operación, (b) durabilidad, (c) piezas modulares y (d) la posibilidad de modificar la estructura en el futuro.
- Las simulaciones estáticas y modal dan un respaldo al trabajo realizado. El análisis modal nos indica que no existirán problemas entre el funcionamiento de la máquina y las frecuencias naturales de la estructura.
- Para poder validar los cálculos realizados se requiere de tener la máquina operativa y medir las vibraciones que produce al estar en funcionamiento. Asimismo, esto dará información sobre la necesidad de tener amortiguadores en la base de la estructura.

### 2.1.3. Comportamiento del modelo de vibración

En relación a los resultados que se obtuvieron del modelo de vibración de la máquina de fatiga:

- El modelo nos indica que la fuerza sobre la probeta será función de la fuerza producida por el desbalanceo del disco. Dado que la máquina gira a una velocidad constante, entonces se establece que:

$$F(t) = f(\Delta m)$$

- De manera análoga, entre mayor sea  $\Delta m$ , mayores serán las cargas que se producen sobre la probeta. De igual forma, a mayor velocidad de rotación del motor ( $\omega_{max}$ ), aumenta la carga sobre la probeta. De esta manera la fuerza sobre la probeta  $F(t)$  se define de la siguiente forma:

$$F(t) = f(\Delta m, \omega_{max}) \quad \text{o} \quad F(t) = f(F_d(t))$$

- De esta forma, al lograr relacionar por medio de curva  $F_{max}$ ,  $\omega_{max}$  y  $\Delta m$ , se pueden controlar las variables del sistema de forma más simple, sin necesidad de resolver las ecuaciones del modelo dinámico del sistema. Además, permite interpolar y extrapolar el comportamiento del sistema para aplicar y encontrar cargas específicas, como los son  $F_{max,y}$  y  $F_{max,x,y}$ .
- Considerando los contrapesos existentes, es posible aplicar una carga de máxima de 19,5524 N sobre una probeta de acero AISI 1020, basado en el análisis del modelo dinámico del sistema. Este valor puede variar dependiendo de la geometría y el módulo de elasticidad del material con el que se fabricó la probeta.
- La validez del modelo dinámico y los supuestos utilizados, se deben comprobar realizando mediciones del comportamiento de la máquina para distintas configuraciones que determinarán la precisión de los resultados. Es decir, se requiere de una validación experimental del modelo para corroborar la congruencia física del problema y la exactitud de los resultados obtenidos.

#### 2.1.4. En relación a las simulaciones

Al utilizar las cargas obtenidas en el modelo dinámico en un acero AISI 1020, se puede concluir:

- Todas las combinaciones de contrapesos se encuentran en la zona elástica del acero, teniendo un rango acotado de esfuerzos que es posible aplicar sobre la probeta. El esfuerzo de von Mises más bajo corresponde a 8,81 MPa y el más alto a 13,81 MPa, por lo tanto, el rango de esfuerzos es de 5 MPa.
- De acuerdo a estos resultados, existe una discrepancia importante con los valores de los esfuerzos reportados por la tabla de cargas y los obtenidos en este trabajo. Si bien la tabla de carga genera dudas al señalar esfuerzos muy superiores, incluso al esfuerzo de ruptura del material, sólo es posible resolver esta diferencia realizando

una validación experimental que entregue información respecto a la deformación y, por lo tanto, el estado de esfuerzos que experimenta la probeta durante un ensayo de fatiga.

- El contrapeso  $\Delta m$  necesario para alcanzar la fluencia y el esfuerzo último de la probeta corresponden a 5,68 kg y 12,82 kg, respectivamente, basado en el análisis de esfuerzos en el modelo de elementos finitos. Estos valores son altos respecto a los contrapesos que actualmente se utilizan en la máquina, siendo hasta 140 veces mayor, lo que podría causar daños en la máquina, alguno de sus componentes o incluso en la estructura soportante.
- En relación a las propiedades del acero, realizar ensayos de esfuerzo-deformación a partir del mismo material utilizado para las probetas, dará información más precisa en la simulación de las cargas.

## 2.2. Trabajo futuro

El trabajo actual abre espacio a distintos análisis posibles en torno a la misma máquina de fatiga, tanto en diseño, construcción, corroboración empírica, análisis y simulación. Por consiguiente, se detallarán a continuación:

- Construcción y diseño del amortiguamiento de la estructura, como también anclar y poner en marcha la máquina de fatiga. Actualización de sus componentes y desarrollar posibles mejoras de la misma.
- Medición del comportamiento de la máquina de fatiga, sus componentes y la probeta para corroborar los resultados del modelo de vibraciones propuesto y contrastarlo con la tabla de cargas original y la propuesta.
- Además, es posible realizar un modelo de vibraciones para la máquina en su configuración de fatiga por torsión para obtener su respectivo comportamiento y la tabla de cargas para cada combinación.
- Una vez que la máquina se encuentre operativa, es posible realizar ensayos de fatiga tanto para el acero, como otros materiales o de probetas de distinta geometría, permitiendo comparar las curvas  $S-N$  que se obtienen en flexión y torsión con los resultados de otras formas de medición.

- En ese mismo sentido, realizar ensayos de plásticos impresos en 3D y caracterizar su comportamiento bajo fatiga en una curva  $S-N$ , como datos de entrada para el diseño de prótesis obtenidas con impresión 3D.

---

## **Anexo A**

### **Tablas de carga de la máquina de fatiga**

#### **A.1. Tabla de cargas original**

La siguiente tabla es la que se utiliza actualmente para realizar los ensayos de fatiga en flexión.

Tabla de cargas - Ensayo de fatiga (Esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup> )								
$\tau$	$\sigma$	Combinación de pesas	$\tau$	$\sigma$	Combinación de pesas	$\tau$	$\sigma$	Combinación de pesas
20	40	(5) - (1+2+3+4)	940	1880	(5+1+3) - (4)	1860	3720	(5+3) - (2)
40	80	(1)	960	1920	(4) - (2)	1880	3760	(5+5+2) - (1+3+4)
60	120	(5) - (4+2+3)	980	1960	(5+2+3) - (4+1)	1900	3800	(5+1+3) - (2)
80	160	(2) - (1)	1000	2000	(1+4) - (2)	1920	3840	(5+5+2) - (3+4)
100	200	(5+1) - (2+3+4)	1020	2040	(5+2+3) - (4)	1940	3880	(5+3) - (1)
120	240	(2)	1040	2080	(4) - (1)	1960	3920	(5+5+1+2) - (3+4)
140	280	(5) - (1+3+4)	1060	2120	(5+1+2+3) - (4)	1980	3960	(5+3)
160	320	(1+2)	1080	2160	(4)	2000	4000	(5+5) - (2+1+4)
180	360	(5) - (3+4)	1100	2200	(5) - (1+2+3)	2020	4040	(5+1+3)
200	400	(3) - (1+2)	1120	2240	(1+4)	2040	4080	(5+5) - (2+4)
220	440	(5+1) - (3+4)	1140	2280	(5) - (2+3)	2060	4120	(5+2+3) - (1)
240	480	(3) - (2)	1160	2320	(2+4) - (1)	2080	4160	(5+5+1) - (2+4)
260	520	(5+2) - (3+4+1)	1180	2360	(5+1) - (2+3)	2100	4200	(5+2+3)
280	560	(3+1) - (2)	1200	2400	(2+4)	2120	4240	(5+5) - (1+4)
300	600	(5+2) - (3+4)	1220	2440	(5) - (1+3)	2140	4280	(5+1+2+3)
320	640	(3) - (1)	1240	2480	(1+2+4)	2160	4320	(5+5) - (4)
340	680	(5+1+2) - (3+4)	1260	2520	(5) - (3)	2180	4360	(5+4) - (1+2+3)
360	720	(3)	1280	2560	(3+4) - (1+2)	2200	4400	(5+5+1) - (4)
380	760	(5) - (1+2+4)	1300	2600	(5+1) - (3)	2220	4440	(5+4) - (2+3)
400	800	(1+3)	1320	2640	(3+4) - (2)	2240	4480	(5+5+2) - (1+4)
420	840	(5) - (2+4)	1340	2680	(5+2) - (3+1)	2260	4520	(5+1+4) - (2+3)
440	880	(2+3) - (1)	1360	2720	(1+3+4) - (2)	2280	4560	(5+5+2) - (4)
460	920	(5+1) - (2+4)	1380	2760	(5+2) - (3)	2300	4600	(5+4) - (3+1)
480	960	(2+3)	1400	2800	(3+4) - (1)	2320	4640	(5+5+1+2) - (4)
500	1000	(5) - (1+4)	1420	2840	(5+1+2) - (3)	2340	4680	(5+4) - (3)
520	1040	(1+2+3)	1440	2880	(3+4)	2360	4720	(5+5+3) - (1+2+4)
540	1080	(5) - (4)	1460	2920	(5) - (1+2)	2380	4760	(5+1+4) - (3)
560	1120	(4) - (1+2+3)	1480	2960	(1+3+4)	2400	4800	(5+5+3) - (2+4)
580	1160	(5+1) - (4)	1500	3000	(5) - (2)	2440	4880	(5+5+3+1) - (2+4)
600	1200	(4) - (2+3)	1520	3040	(2+3+4) - (1)	2460	4920	(5+2+4) - (3)
620	1240	(5+2) - (1+4)	1540	3080	(5+1) - (2)	2480	4960	(5+5+3) - (1+4)
640	1280	(4+1) - (2+3)	1560	3120	(2+3+4)	2500	5000	(5+1+2+4) - (3)
660	1320	(5+2) - (4)	1580	3160	(5) - (1)	2520	5040	(5+5+3) - (4)
680	1360	(4) - (3+1)	1600	3200	(1+2+3+4)	2540	5080	(5+4) - (1+2)
700	1400	(5+1+2) - (4)	1620	3240	(5)	2560	5120	(5+5+1+3) - (4)
720	1440	(4) - (3)	1640	3280	(5+5) - (1+2+3+4)	2580	5160	(5+4) - (2)
740	1480	(5+3) - (1+2+4)	1660	3320	(1+5)	2600	5200	(5+5+2+3) - (1+4)
760	1520	(1+4) - (3)	1680	3360	(5+5) - (2+3+4)	2620	5240	(5+1+4) - (2)
780	1560	(5+3) - (4+2)	1700	3400	(5+2) - (1)	2640	5280	(5+5+2+3) - (4)
800	1600	(4+2) - (3+1)	1720	3440	(5+5+1) - (2+3+4)	2660	5320	(5+4) - (1)
820	1640	(5+1+3) - (2+4)	1740	3480	(2+5)	2680	5360	(5+5+1+2+3) - (4)
840	1680	(2+4) - (3)	1760	3520	(5+5) - (1+3+4)	2700	5400	(4+5)
860	1720	(5+3) - (1+4)	1780	3560	(5+1+2)	2720	5440	(5+5) - (1+2+3)
880	1760	(1+2+4) - (3)	1800	3600	(5+5) - (3+4)	2740	5480	(5+4+1)
900	1800	(5+3) - (4)	1820	3640	(5+3) - (1+2)	2760	5520	(5+5) - (2+3)
920	1840	(4) - (1+2)	1840	3680	(5+5+1) - (3+4)	2780	5560	(5+2+4) - (1)

<b>Tabla de cargas - Ensayo de fatiga (Esfuerzos en kg/cm<sup>2</sup>)</b>					
<b>τ</b>	<b>σ</b>	<b>Combinación de pesas</b>	<b>τ</b>	<b>σ</b>	<b>Combinación de pesas</b>
2800	5600	(5+5+1) - (2+3)	4200	8400	(5+5+4) - (2)
2820	5640	(5+4+2)	4240	8480	(5+5+4+1) - (2)
2840	5680	(5+5) - (1+3)	4280	8560	(5+5+4) - (1)
2860	5720	(5+1+2+4)	4320	8640	(5+5+4)
2880	5760	(5+5) - (3)	4360	8720	(5+5+4+1)
2900	5800	(5+3+4) - (1+2)	4400	8800	(5+5+4+2) - (1)
2920	5840	(5+5+1) - (3)	4440	8880	(5+5+4+2)
2940	5880	(5+3+4) - (2)	4480	8960	(5+5+4+2+1)
2960	5920	(5+5+2) - (1+3)	4520	9040	(5+5+4+3) - (2+1)
2980	5960	(5+1+3+4) - (2)	4560	9120	(5+5+4+3) - (2)
3000	6000	(5+5+2) - (3)	4600	9200	(5+5+4+3+1) - (2)
3020	6040	(5+4+3) - (1)	4640	9280	(5+5+4+3) - (1)
3040	6080	(5+5+2+1) - (3)	4680	9360	(5+5+4+3)
3060	6120	(5+4+3)	4720	9440	(5+5+4+3+1)
3080	6160	(5+5) - (2+1)	4760	9520	(5+5+4+3+2) - (1)
3100	6200	(5+4+3+1)	4800	9600	(5+5+4+3+2)
3120	6240	(5+5) - (2)	4840	9680	(5+5+4+3+2+1)
3140	6280	(5+4+3+2) - (1)			
3160	6320	(5+5+1) - (2)			
3180	6360	(5+4+3+2)			
3200	6400	(5+5) - (1)			
3220	6440	(5+4+3+2+1)			
3240	6480	(5+5)			
3280	6560	(5+5+1)			
3320	6640	(5+5+2) - (1)			
3360	6720	(5+5+2)			
3400	6800	(5+5+2+1)			
3440	6880	(5+5+3) - (2+1)			
3480	6960	(5+5+3) - (2)			
3520	7040	(5+5+3+1) - (2)			
3560	7120	(5+5+3) - (1)			
3600	7200	(5+5+3)			
3640	7280	(5+5+3+1)			
3680	7360	(5+5+3+2) - (1)			
3720	7440	(5+5+3+2)			
3760	7520	(5+5+3+2+1)			
3800	7600	(5+5+4) - (3+2+1)			
3840	7680	(5+5+4) - (3+2)			
3880	7760	(5+5+4+1) - (3+2)			
3920	7840	(5+5+4) - (3+1)			
3960	7920	(5+5+4) - (3)			
4000	8000	(5+5+4+1) - (3)			
4040	8080	(5+5+4+2) - (3+1)			
4080	8160	(5+5+4+2) - (3)			
4120	8240	(5+5+4+2+1) - (3)			
4160	8320	(5+5+4) - (2+1)			

## A.2. Tabla de cargas propuesta

Esta nueva tabla es la propuesta que emana de los resultados del trabajo realizado. Los esfuerzos de cortante máximo y de von Mises se toman a partir del punto  $R$ , según la referencia ???. Además, se añaden las columnas  $m_1$  y  $m_2$  que corresponden a la masa total de cada combinación. Por último, se agrega la columna “*Fuerza*” que es la fuerza máxima  $F_{max}$  obtenida en el modelo de vibraciones para cada combinación de contrapesos.

**Tabla de cargas propuesta - Ensayo de fatiga a flexión**

$\tau_{MAX}$ [MPa]	$\sigma_{VM}$ [MPa]	Combinación de pesas	$m_1$ [g]	$m_2$ [g]	Fuerza [N]
7,68	15,00	(5) - (1+2+3+4)	30,9199	30,5071	22,411
14,07	27,49	(5) - (4+2+3)	30,9199	29,7489	41,081
20,22	39,52	(5+1) - (2+3+4)	31,6781	29,7489	59,045
27,55	53,84	(5) - (1+3+4)	30,9199	28,2102	80,438
34,46	67,33	(5) - (3+4)	30,9199	27,452	100,589
40,59	79,31	(5+1) - (3+4)	31,6781	27,452	118,489
45,69	89,29	(5+2) - (3+4+1)	33,2168	28,2102	133,393
52,56	102,71	(5+2) - (3+4)	33,2168	27,452	153,444
58,25	113,81	(5+1+2) - (3+4)	33,975	27,452	170,027
71,94	140,56	(5) - (1+2+4)	30,9199	23,653	209,979
80,05	156,42	(5) - (2+4)	30,9199	22,8948	233,656
86,06	168,17	(5+1) - (2+4)	31,6781	22,8948	251,201
97,24	190,00	(5) - (1+4)	30,9199	21,3561	283,807
106,09	207,29	(5) - (4)	30,9199	20,5979	309,622
111,99	218,82	(5+1) - (4)	31,6781	20,5979	326,833
114,74	224,19	(5+2) - (1+4)	33,2168	21,3561	334,857
121,16	236,74	(5+3) - (1+2+4)	37,774	23,653	353,587
123,46	241,22	(5+2) - (4)	33,2168	20,5979	360,285
128,87	251,80	(5+1+2) - (4)	33,975	20,5979	376,075
128,98	252,01	(5+3) - (4+2)	37,774	22,8948	376,385
133,72	261,28	(5+1+3) - (2+4)	38,5322	22,8948	390,225
145,45	284,19	(5+3) - (1+4)	37,774	21,3561	424,422
150,78	293,53	(5+3) - (4)	37,774	20,5979	449,033
151,13	293,57	(5+1+3) - (4)	38,5322	20,5979	462,486
151,19	293,57	(5+2+3) - (4+1)	40,0709	21,3561	464,580
151,81	293,66	(5+2+3) - (4)	40,0709	20,5979	488,748
152,12	293,71	(5+1+2+3) - (4)	40,8291	20,5979	501,194
152,48	293,78	(5+5) - (1+2+3+4)	61,8398	30,5071	516,782
152,79	293,84	(4) - (1+2+3)	20,5979	9,9092	531,565
152,83	293,85	(5+5) - (2+3+4)	61,8398	29,7489	533,216
152,98	293,89	(5+5+1) - (2+3+4)	62,598	29,7489	541,191
153,43	294,03	(5+5) - (1+3+4)	61,8398	28,2102	567,494
153,62	294,10	(3) - (1+2)	6,8541	3,0551	579,859
153,65	294,11	(4) - (2+3)	20,5979	9,151	582,518
153,68	294,13	(5+5) - (3+4)	61,8398	27,452	584,773
153,76	294,17	(5+5+2) - (1+3+4)	64,1367	28,2102	590,694
153,79	294,18	(5+5+1) - (3+4)	62,598	27,452	592,507
153,94	294,26	(4+1) - (2+3)	21,3561	9,151	605,195
153,97	294,28	(5+5+2) - (3+4)	64,1367	27,452	607,773
154,05	294,34	(5+5+1+2) - (3+4)	64,8949	27,452	615,104
154,49	294,93	(5+5) - (2+1+4)	61,8398	23,653	676,127
154,53	295,18	(4) - (3+1)	20,5979	7,6123	694,373
154,53	295,20	(5+5) - (2+4)	61,8398	22,8948	695,340
154,54	295,31	(5+5+1) - (2+4)	62,598	22,8948	702,469
154,52	295,99	(5+5) - (1+4)	61,8398	21,3561	735,377
154,51	296,04	(5+5+3) - (1+2+4)	68,6939	23,653	737,391

**Tabla de cargas propuesta - Ensayo de fatiga a flexión**

$\tau_{MAX}$ [MPa]	$\sigma_{VM}$ [MPa]	Combinación de pesas	$m_1$ [g]	$m_2$ [g]	Fuerza [N]
154,48	296,40	(3) - (2)	6,8541	2,2969	749,475
154,47	296,56	(4) - (3)	20,5979	6,8541	754,107
154,47	296,58	(4+2) - (3+1)	22,8948	7,6123	754,671
154,46	296,62	(5+5) - (4)	61,8398	20,5979	755,678
154,46	296,62	(5+5+3) - (2+4)	68,6939	22,8948	755,678
154,46	296,63	(5+5+2) - (1+4)	64,1367	21,3561	755,960
154,46	296,69	(2) - (1)	2,2969	0,7582	757,611
154,45	296,85	(5+5+3+1) - (2+4)	69,4521	22,8948	761,801
154,45	296,88	(5+5+1) - (4)	62,598	20,5979	762,485
154,45	297,43	(1+4) - (3)	21,3561	6,8541	774,005
154,45	297,51	(5) - (1+2+3)	30,9199	9,9092	775,294
154,46	297,54	(5+5+2) - (4)	64,1367	20,5979	775,898
154,49	297,94	(5+5+1+2) - (4)	64,8949	20,5979	782,343
154,64	298,85	(5+5+3) - (1+4)	68,6939	21,3561	793,702
155,07	300,33	(3+1) - (2)	7,6123	2,2969	806,349
155,35	301,13	(2+4) - (3)	22,8948	6,8541	811,304
155,35	301,13	(5+5+2+3) - (1+4)	70,9908	21,3561	811,344
155,46	301,42	(5+5+3) - (4)	68,6939	20,5979	812,955
155,86	302,41	(5) - (2+3)	30,9199	9,151	817,748
155,96	302,64	(5+5+1+3) - (4)	69,4521	20,5979	818,755
157,22	305,33	(1+2+4) - (3)	23,653	6,8541	828,301
157,55	306,01	(5+5+2+3) - (4)	70,9908	20,5979	830,235
157,57	306,05	(5+1) - (2+3)	31,6781	9,151	830,356
158,61	308,14	(5+5+1+2+3) - (4)	71,749	20,5979	835,753
183,66	356,27	(5) - (1+3)	30,9199	7,6123	909,021
197,49	381,96	(5+2) - (3+1)	33,2168	7,6123	942,090
203,84	393,72	(5) - (3)	30,9199	6,8541	956,752
208,37	402,09	(5+1) - (3)	31,6781	6,8541	967,386
216,86	418,05	(5+2) - (3)	33,2168	6,8541	987,686
219,36	422,03	(5+1+2) - (3)	33,975	6,8541	997,152
224,44	430,54	(5+4) - (1+2+3)	51,5178	9,9092	1017,654

---

## Anexo B

# Solver, función y scripts para la resolución del modelo del sistema en MATLAB

### B.1. Solución para un caso particular

#### B.1.1. Función

```
1
2 function DERVAR = machfun(t , XVAR)
3
4 % Valores de entrada
5
6 % Configuracion n 180
7 m1= 83.1959e-3;           %m_1 y m_2 corresponden a los contrapesos .
8 m2= 6.8541e-3;           %m_1 > m_2 [kg]
9
10 % Tipo de probeta
11 E_p= 2e11;                %Mod. de Young del material de la probeta [Pa]
12 I_p= 3.309e-10;           %Segundo momento de area de la probeta [m4].
13
14 % Parametros del sistema
15 R_d = 0.1120 ;            %Radio disco de aluminio [m]
16 Md = 19.2029;             %Masa disco y conjunto [kg]
17 E_ac = 2e11;              %Modulo de Young acero [Pa]
```

*Anexo B. Solver, función y scripts para la resolución del modelo del sistema en MATLAB*

```
18 I_b1 = 5.6718e-8; % Segundo momento de area brazo 1 [m4]
19 L_b1 = 33.3e-2; % Largo brazo 1 [m]
20 l = 0.2005; % Largo brazo 2 entre P y Q [m]
21 l1 = 0.110337; % Largo brazo 2 entre P y centro de masa Gb [m]
22 l2 = 0.090163; % Largo brazo 2 entre centro de masa Gb y Q [m]
23 Mb = 2.3050; % Masa brazo 2 [kg]
24 Ig_b = 8.32726e-4; % Momento de inercia brazo 2 [kg*m2]
25 L_p = 0.0724; % Largo de probeta [m]
26 g = 9.806; % Gravedad [m/s2]

27
28 k1 = 98890.45; % Coef. de elasticidad de las barras de acero
29 k2 = 1809049.41; % Coef. de elasticidad de la probeta de acero

30
31 % Calculos
32 Ma = m1 + m2 + Md;
33 ega = (R_d*(m1-m2))/(Ma);
34 c1 = 100;
35 c2 = 100;

36
37 % Funcion de aceleracion del disco
38 [angle ,anglep ,anglepp] = vinput(t);

39
40 % Asignacion de variables
41 Y = XVAR(1);
42 Yp = XVAR(2);
43 B = XVAR(3);
44 Bp = XVAR(4);

45
46 DERVAR(1) = Yp;

47
48 Ypp = (Ma*ega*(anglep*anglep*sin(angle) - anglepp*cos(angle))*(Igb
+ 2*Ma*l1*l1) - c1*(Yp - l1*Bp)*Igb - c2*(Yp + l2*Bp)*(Igb +
Ma*l1*l1 + Ma*l1*l2) - k1*(Y - l1*B)*Igb - k2*(Y + l2*B)*(Igb +
Ma*l1*l1 + Ma*l1*l2) - g*((Ma + Mb)*(Igb + Ma*l1*l1) -
Ma*Ma*l1*l1))/((Ma + Mb)*(Igb + Ma*l1*l1) - Ma*Ma*l1*l1);

49
50 DERVAR(2) = Ypp;
```

```

52 DERVAR(3) = Bp;
53
54 Bpp = (Ma*ega*(anglep*anglep*sin(angle)) -
      anglepp*cos(angle))*(2*Ma*11 + 11*Mb) + c1*(Yp - 11*Bp)*Mb*11 -
      c2*(Yp + 12*Bp)*(Ma*11 + 12*(Ma + Mb)) + k1*(Y - 11*B)*Mb*11 -
      k2*(Y + 12*B)*(Ma*11 + 12*(Ma + Mb)) /((Ma + Mb)*(Igb +
      Ma*11*11) - Ma*Ma*11*11);
55
56 DERVAR(4) = Bpp;
57
58 DERVAR = DERVAR';

```

### B.1.2. Solver

```

1 % Tolerancia relativa y absoluta
2 opts = odeset('RelTol',1e-8,'AbsTol',1e-8);
3
4 % Solver
5
6 [tp,x]=ode45(machfun,[0,10],[0;0;0;0],opts);
7
8
9
10 % Valores auxiliares
11 l2 = 0.090163;
12 k2 = 1809049.41;
13
14 % Fuerza sobre la probeta
15 F2 = (x(:,1)+12*x(:,3))*k2;

```

### B.2. Función de la aceleración, velocidad y posición angular del disco

```

1 function [t,tp,tpp] = vinput(time)
2
3 Ti = 2;
4 WMAX = 25;

```

```

5 T = 2.5;
6
7 for i=1:length(time)
8
9 if time(i) < Ti
10    t(i) = 0;
11    tp(i)=0;
12    tpp(i)=0;
13
14 elseif (time(i) < (Ti + T))
15    t(i) = (WMAX/(6*T^2))*((time(i)^3) - 3*Ti*(time(i)^2) +
16                           3*time(i)*(Ti^2) - Ti^3);
17    tp(i) = (WMAX/(2*T^2))*((time(i)^2) - 2*Ti*time(i) + Ti^2);
18    tpp(i) = (WMAX/(T^2))*(time(i) - Ti);
19
20 elseif (time(i) < (Ti + 2*T))
21    t(i) = (WMAX/T)*(time(i)^2 - 2*Ti*time(i) - 3*T*time(i) +
22                      (1/(2*T))*(4*time(i)*T^2 - time(i)*Ti^2 -
23                           ((time(i)^3)/3) + Ti*time(i)^2)) + ((2*WMAX*T^3 +
24                           6*WMAX*Ti*T^2 + 6*WMAX*T*Ti^2 + WMAX*Ti^3)/(6*T^2));
25    tp(i) = (WMAX/T)*(2*time(i) - 2*Ti - 3*T + (1/(2*T))*(4*T^2
26                      - Ti^2 - (time(i)^2) + 2*Ti*time(i)));
27    tpp(i) = (WMAX/T)*(2 - ((time(i) - Ti)/T));
28
29 else
30    t(i) = WMAX*time(i) - WMAX*(T + Ti);
31    tp(i) = WMAX;
32    tpp(i) = 0;
33
34 end
35 end

```

### B.3. Script para cargas máxima, media y alternante

A la matriz con cada combinación de la masa de los contrapesos, escritas en el orden de la tabla de cargas, se denomina  $M$  y está contenida en el script "MassT"

```
1 MassT;
```

```
2 F25 = zeros( length(M) ,1);
3 dm = zeros( length(M) ,1);
4 Me = zeros( length(M) ,1);
5 Fmax25 = zeros( length(M) ,1);
6 Fm25 = zeros( length(M) ,1);

7
8 for i = 1:1:length(M)
9     i      % Contador

10
11    m1 = M(i,1); % Combinaciones contenidas en la matriz M
12    m2 = M(i,2);

13
14
15    opts = odeset('RelTol',1e-8,'AbsTol',1e-8);
16
17    [ tp ,x]=ode45(( t ,XVAR) machfun_test(t ,XVAR,m1,m2) ,
18                    [ 0 ,10 ] ,[0;0;0;0] ,opts );
19
20
21    laux = length(tp);
22
23    12 = 0.090163;
24    k2 = 1809049.41;
25    11 = 0.110337;

26
27    dy = x(:,1) + 12*x(:,3);
28    Fp = dy*k2;
29    Faux = Fp( round(laux/2):laux,: );
30    Fabs = abs(max(Faux) - min(Faux));
31    Fm = ( abs(max(Faux) + min(Faux)))/2;
32    fmax = abs(max(Faux));
33    fmin = abs(min(Faux));
34
35    if fmax > fmin
36        Fmax25(i) = fmax;
37    else
38        Fmax25(i) = fmin;
39    end
40
41    F25(i) = Fabs/2;
42    Fm25(i) = Fm;
```

*Anexo B. Solver, función y scripts para la resolución del modelo del sistema en MATLAB*

---

```
39 dm( i ) = m1-m2;
40
41 Rd = 0.1120 ;
42 Md = 19.2029;
43 ega = (Rd*(m1-m2))/(m1+m2+Md);
44 Ma = Md + m1 + m2;
45 Me( i ) = ega*Ma;
46
47 save('resultados_tabla_25','F25','dm','Me','Fmax25');
48
49 end
```