PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES 13318

Unidades I y II - Análisis de señales en tiempo discreto.

Sistemas LIT y convolución - Parte 2

Profesor: Luis Corral

29 de noviembre de 2024

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

¿Qué veremos hoy?

- Suma de convolución
- Suma de convolución circular
- Convolución circular mediante multiplicación de matrices

- Deseamos obtener la salida $y[n]$ de un sistema LIT.
- La obtenemos a partir de una señal que se denomina la respuesta al impulso $h[n]$.
- $h[n]$ corresponde a la salida del sistema cuando la entrada es $\delta[n]$.
- Una opción para obtener la respuesta al impulso al sistema es a partir de mediciones.

Figura 1: Respuesta al impulso de un sistema LIT.

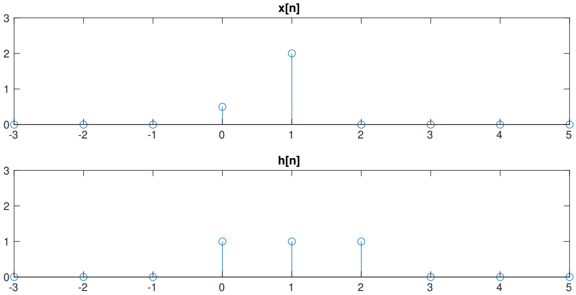
- ¿Cómo obtener la salida $y[n]$ de un sistema LIT mediante su respuesta al impulso $h[n]$?

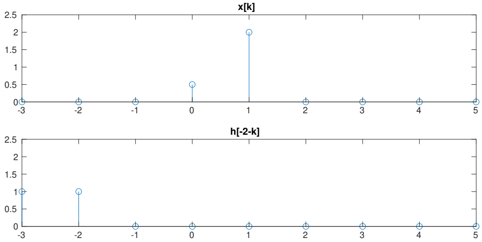
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA
USACH

- Se obtiene la salida $y[n]$ de un sistema LTI a partir de su respuesta al impulso $h[n]$ con la suma de convolución $y[n] = x[n] * h[n]$:

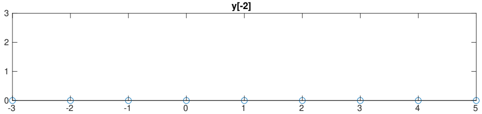
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]\,, \tag{1}$$

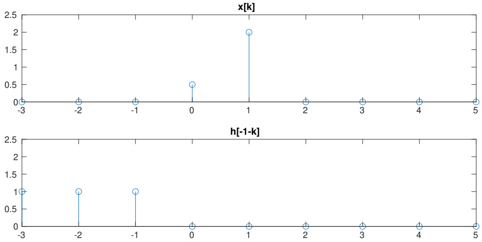
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]\,,$$



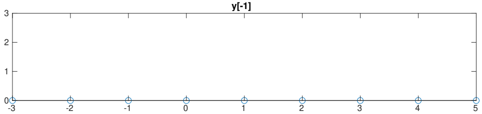


$$y[-2] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[-2-k]\,,$$

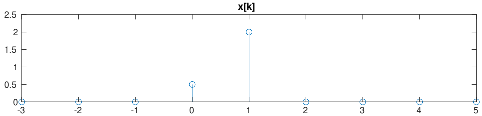


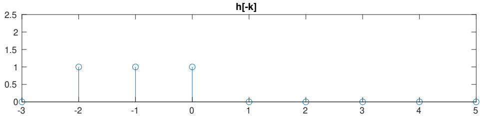


$$y[-1] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[-1-k]\,,$$

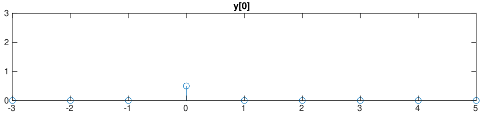


Ejemplo



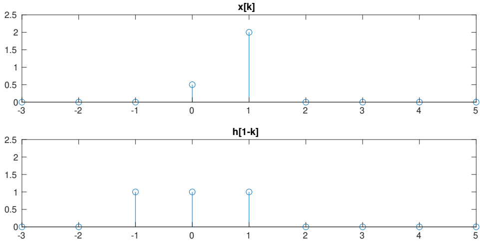


$$y[0] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[-k]\,,$$

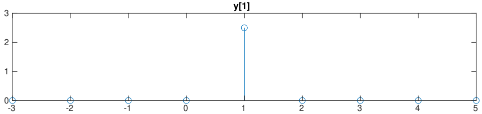


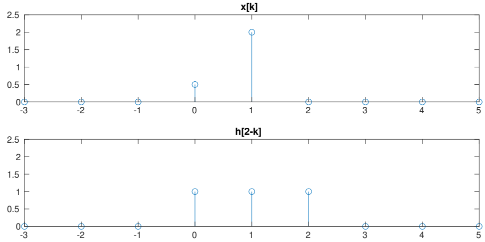
Ejemplo

1 Suma de convolución

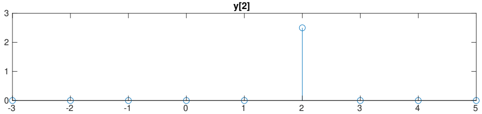


$$y[1] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[1-k]\,,$$





$$y[2] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[2-k]\,,$$

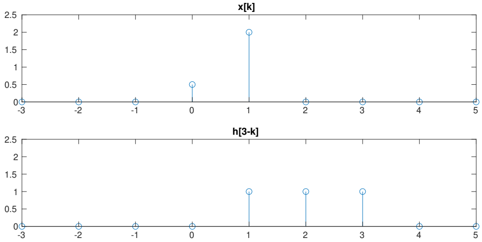


Ejemplo

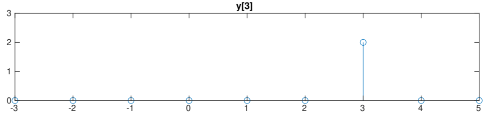
1 Suma de convolución

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

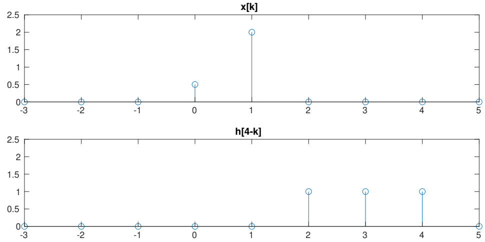
USACH



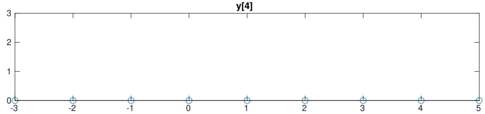
$$y[3] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[3-k]\,,$$



Ejemplo

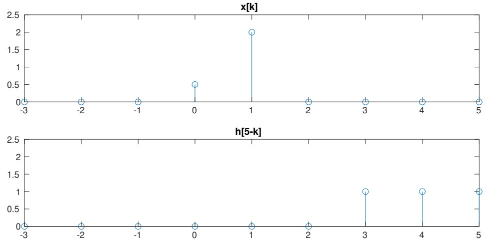


$$y[4] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[4-k]\,,$$

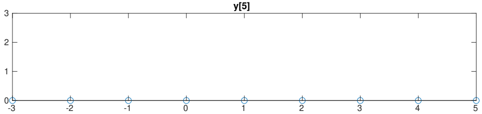


Ejemplo

1 Suma de convolución

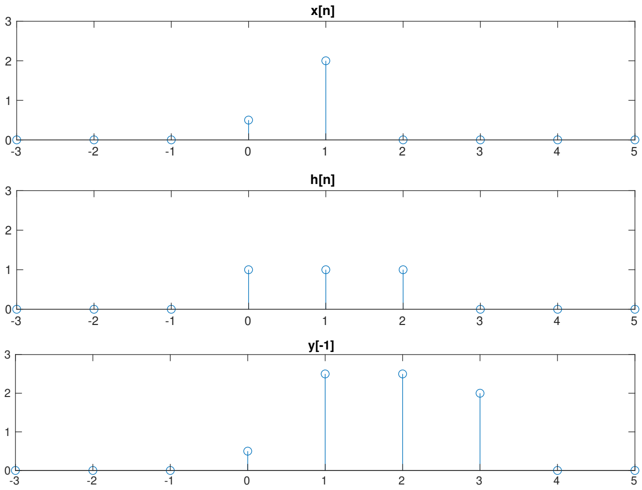


$$y[5] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[5-k]\,,$$

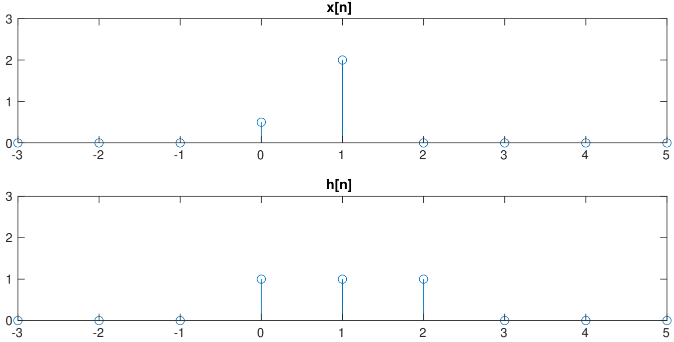


Ejemplo

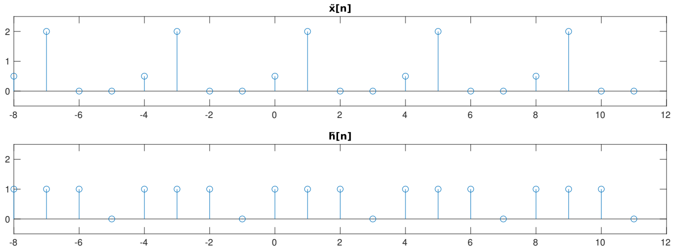
1 Suma de convolución



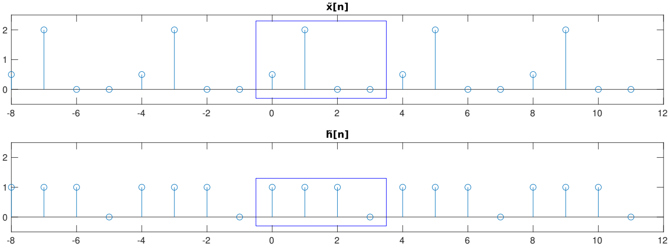
- ¿Qué sucede con las señales de largo finito?



- Periodo: $N = N_1 + N_2 - 1$, donde N_1 y N_2 son el largo de las señales de largo finito. Se aplica zero-padding.



- Periodo: $N = 4$ con zero-padding.



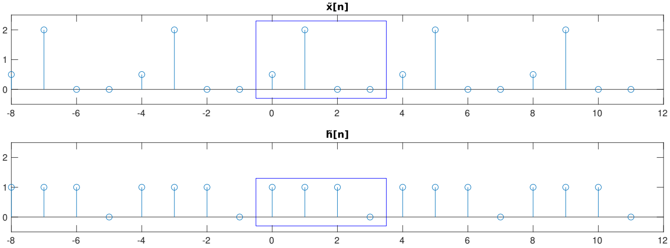
- La suma de convolución circular de N puntos, usualmente denominada $y[n] = x[n] \circledN h[n]$, se realiza dentro del periodo determinado anteriormente:

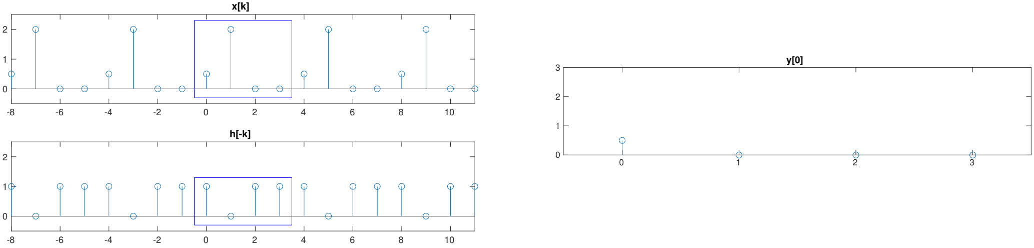
$$y[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} x[k]h[n-k]\,, \tag{2}$$

- $\langle N \rangle$ indica que los valores de k corresponden a un periodo.

Ejemplo

- Periodo: $N = 4$ con zero-padding.

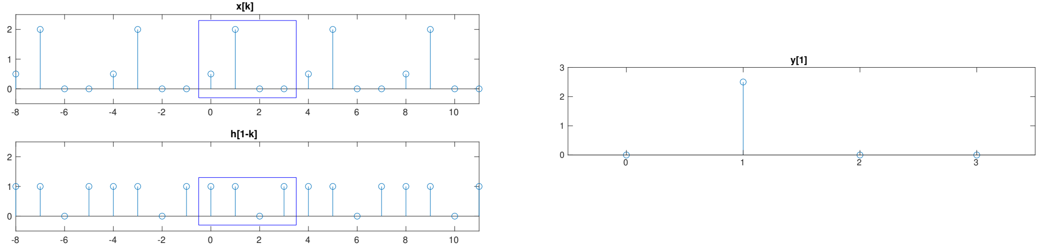




x[k]
h[-k]
y[0]

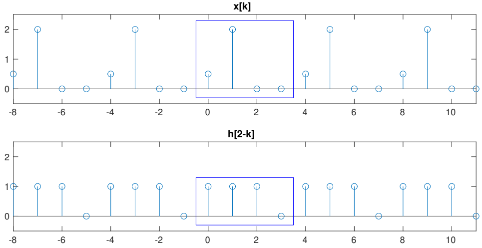
Ejemplo

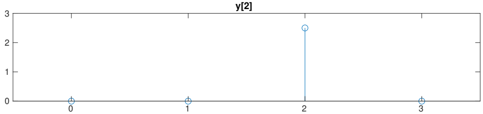
2 Suma de convolución circular



Ejemplo

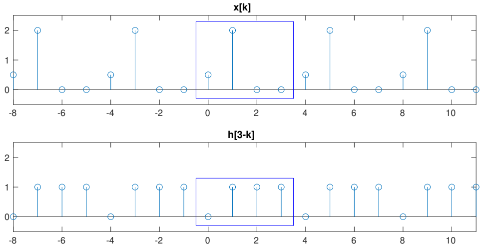
2 Suma de convolución circular

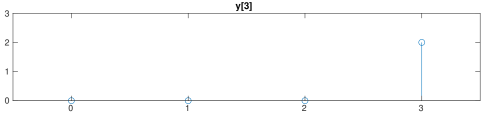




Ejemplo

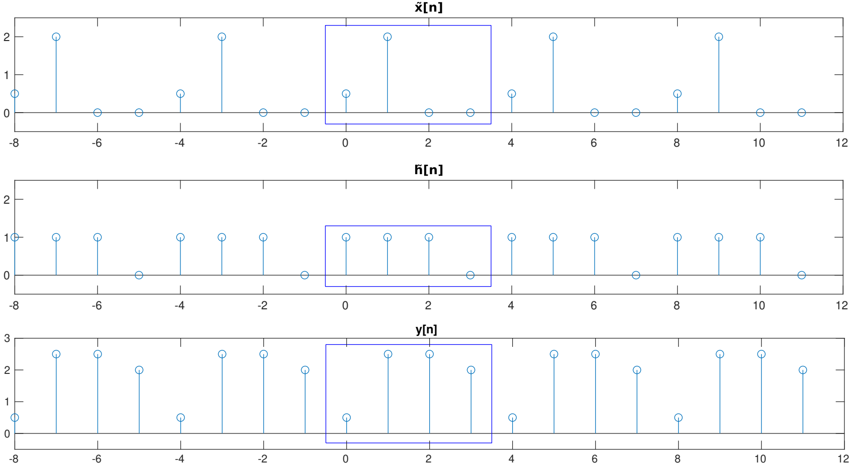
2 Suma de convolución circular





Ejemplo

2 Suma de convolución circular



- Se genera una matriz de $N_1 + N_2 - 1 \times N_1$.
- Se multiplica por un vector columna con los valores de $x[n]$ de $N_1 \times 1$.
- El resultado es un vector columna $N_1 + N_2 - 1 \times 1$ con los valores de $y[n]$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- Capítulo 1 - Señales y Sistemas (pp. 59): 1.18 a) y b).
- Capítulo 2 - Sistemas Lineales Invariantes en el Tiempo (pp. 137): ~~2.1, 2.2, 2.3, 2.4~~, 2.5, ~~2.6~~, ~~2.7 a), b y d~~) y ~~2.13~~ a).

¿Consultas?

Referencia bibliográfica

Anand Kumar, A. (2013). *Digital Signal Processing*. PHI Learning, 1st ed.

Oppenheim, A., Schafer, R., & Buck, J. (1999). *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, 2nd ed.

Oppenheim, A., Willsky, A., & Nawab, S. (1998). *Signals and Systems*. Prentice Hall, 2nd ed. [Hernández, G.M. (Tr.), originalmente publicado en inglés].