ECO5008 Modelos predictivos

Clase 03 - Modelos Predictivos en la Gestión de Inventario Médico

Sebastián Egaña Santibáñez

Enlaces del profesor

https://segana.netlify.app

https://github.com/sebaegana

https://www.linkedin.com/in/sebastian-egana-santibanez/

Clase 03

Conceptos iniciales

¿Qué es la gestión de inventarios?

Proceso de **planificar, controlar y optimizar** la disponibilidad de insumos médicos para:

- Evitar quiebres de stock (falta de insumos críticos).
- Reducir sobreinventario y costos asociados.
- Asegurar la continuidad de las operaciones clínicas y hospitalarias.

Importancia en salud

- Medicamentos, reactivos, guantes, vacunas, etc.
- Vencimientos y control de temperatura.
- Costo de oportunidad de un quiebre: puede afectar una cirugía o atención crítica.
- Balance entre **seguridad del paciente** y **eficiencia operativa**.

Componentes de un sistema de inventario

Concepto	Definición	Ejemplo
Demanda (D)	Cantidad requerida en un período.	Guantes por día
Lead time (L)	Tiempo entre emitir y recibir un pedido.	4 días
Costo de ordenar (K)	Costo fijo por orden	Trámite y transporte
Costo de mantener (h)	Costo anual por unidad almacenada.	Refrigeración, espacio
Costo de quiebre (p)	Costo de no disponer de stock.	Suspensión de atención

Tipos de políticas

Tipo	Descripción	Notación
Revisión continua	Se repone cuando el inventario baja a un umbral R	Política (Q, R)
Revisión periódica	Se revisa en intervalos fijos de tiempo.	Política (s, S)

Usaremos **revisión continua (Q,R)**:
- Q: cantidad que se pide cada vez.
- R: punto que activa el pedido.

Tipos de demanda

Tipo	Característica	Aplicación
Determinística	Conocida con certeza.	Insumos rutinarios.
Probabilística	Aleatoria, con distribución.	Medicamentos urgentes.

En contextos médicos, la demanda suele modelarse como **Poisson**:

$$X_t \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

donde λ = tasa promedio diaria de consumo.

Variables principales

Símbolo	Nombre	Interpretación
D	Demanda anual	$\lambda \times$ días por año
K	Costo de ordenar	Costo fijo por pedido
h	Costo de mantener	Por unidad-año
Q	Cantidad pedida	Tamaño del pedido
R	Punto de pedido	Nivel que activa la orden
L	Lead time	Tiempo de entrega
CSL	Cycle Service Level	Probabilidad de no quiebre

¿Qué es el costo del pedido?

Corresponde a **todos los costos fijos asociados a emitir y recibir una orden de compra**, independientes de cuántas unidades se pidan.

$$K = \text{Costo fijo por pedido (no depende de la cantidad pedida)}$$

Ejemplos hospitalarios

Tipo de costo	Descripción	Ejemplo
Administrativo	Tiempo y personal para emitir la orden de compra.	Funcionario que gestiona el pedido.
Transporte y recepción	Gastos fijos de entrega.	Camión o courier.
Inspección y registro	Control y registro del lote recibido.	Verificación de guantes o vacunas.
Procesamiento interno	Costos de sistema o contabilidad.	Registro en ERP o SIGA.
Oportunidad operativa	Tiempo que se detiene por el proceso de compra.	Coordinación con bodega y proveedor.

Estos costos ocurren **cada vez que se hace un pedido**, sin importar el tamaño.

Modelo EOQ (Economic Order Quantity)

Minimiza el **costo total anual**:

$$C(Q) = \frac{KD}{Q} + \frac{hQ}{2}$$

- Primer término $\to$ costo de ordenar
- Segundo término $\to$ costo de mantener

El punto óptimo ocurre cuando ambos costos son iguales:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$$

Punto de pedido R

Durante el lead time puede haber demanda aleatoria. Por eso se define el **punto de pedido**:

$$R = \text{Demanda esperada en el lead time} + \text{Stock de seguridad}$$

El **stock de seguridad (SS)** se ajusta al nivel de servicio deseado:

$$SS = z \cdot \sigma_L \quad \text{o, para demanda Poisson,} \quad R = qpois(CSL, \lambda L)$$

Rol de los modelos predictivos

Los modelos predictivos permiten estimar: - La demanda futura $\hat{D}$ o $\hat{\lambda}$ - El riesgo de quiebre y niveles óptimos de servicio - Los costos esperados bajo distintas políticas (Q, R)

Así respondemos a tres preguntas clave:

1. **¿Cuánto pedir?** (Q)
2. **¿Cuándo pedir?** (R)
3. **¿Qué nivel de servicio ofrecer?** (CSL)

En resumen

- La gestión de inventario médico combina **logística y analítica**
- Los modelos predictivos ayudan a anticipar la demanda
- EOQ y Poisson permiten decidir racionalmente **cantidad y momento óptimo** de pedido
- En la siguiente parte: aplicaremos estas ideas en un **caso práctico**

Ejercicio: EOQ y punto de pedido con demanda Poisson

Objetivo de la clase

Aplicar modelos predictivos para **optimizar el inventario médico** mediante:

- Cálculo de la **Cantidad Económica de Pedido (EOQ)**
- Determinación del **Punto de Pedido (R)** con demanda Poisson
- Interpretación del **nivel de servicio (CSL)**

Contexto del caso

Un hospital gestiona guantes estériles.

Parámetro	Valor	Descripción
	15 unid/día	Demanda promedio (Poisson)
Días/año	300	Operaciones anuales
L	4 días	Lead time de reposición
K	$120	Costo de ordenar
h	$8	Costo anual por unidad almacenada
CSL	95%	Nivel de servicio deseado

1 Demanda anual

$$D = \lambda \times 300 = 15 \times 300 = 4{,}500 \text{ unidades/año}$$

2 EOQ – Cantidad económica de pedido

Fórmula general:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$$

Cálculo:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(120)(4500)}{8}} = \sqrt{135{,}000} \approx 367$$

Se recomienda pedir **367 unidades por orden**.

3 Demanda durante el lead time

Demanda aleatoria:

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda L)$$

$$\mathbb{E}[X] = 15 \times 4 = 60$$

Buscamos el **punto de pedido R** tal que:

$$\Pr(X \leq R) \geq 0.95$$

4 Cálculo del punto de pedido

Aproximación Normal

$$R \approx 60 + 1.64\sqrt{60} = 72.7 \approx 73$$

Cálculo exacto (cuantil Poisson):

$$R = qpois(0.95, 60) = 73$$

Stock de seguridad:

$$SS = R - \lambda L = 73 - 60 = 13$$

5 Costo total anual

$$C(Q^*) = \frac{KD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2}$$

$$C(Q^*) = \frac{120(4500)}{367} + \frac{8(367)}{2} \approx 1{,}470 + 1{,}470 = 2{,}940$$

Costo total anual: $2.940

Resultados clave

Concepto	Valor	Interpretación
(Q^*)	367 unid	Tamaño óptimo del pedido
(R)	73 unid	Punto de reposición
(SS)	13 unid	Colchón de seguridad
(C(Q^*))	$2.940	Costo anual mínimo

Código en R

```r
lambda <- 15
days <- 300
D <- lambda * days
L <- 4
K <- 120
h <- 8
CSL <- 0.95

Q_star <- sqrt(2*K*D/h)
R <- qpois(CSL, lambda*L)
C_annual <- K*D/Q_star + h*Q_star/2

list(Q_star=Q_star, R=R, C_annual=C_annual)
```

```
$Q_star
[1] 367.4235

$R
[1] 73
```

```
$C_annual
[1] 2939.388
```

```r
# Parámetros
lambda <- 15      # demanda diaria
days   <- 300
D      <- lambda * days
L      <- 4
K      <- 120
h      <- 8
CSL    <- 0.95

# 1) EOQ
Q_star <- sqrt(2*K*D/h)

# 2) Punto de pedido con Poisson
R <- qpois(CSL, lambda = lambda*L)

# 3) Costo anual con Q*
C_annual <- K*D/Q_star + h*Q_star/2

list(Q_star = Q_star, R = R, C_annual = C_annual)
```

```
$Q_star
[1] 367.4235

$R
[1] 73

$C_annual
[1] 2939.388
```

```r
# ---- Simulación simple de 1 año (demanda diaria Poisson, política (Q*,R)) ----
set.seed(123)
Q <- round(Q_star)
inv <-  Q          # inventario inicial
on_order <- 0      # unidades en tránsito
lt_queue <- integer(0) # cola de llegadas: días restantes hasta arribo

stockouts <- 0
```

```r
orders <- 0

for (t in 1:days) {
  # Arribos
  if (length(lt_queue) > 0 && lt_queue[1] == 0) {
    inv <- inv + on_order
    on_order <- 0
    lt_queue <- lt_queue[-1]
  }
  lt_queue <- lt_queue - 1

  # Demanda del día
  d <- rpois(1, lambda)
  if (d <= inv) {
    inv <- inv - d
  } else {
    # quiebre (sin backorder en esta versión)
    stockouts <- stockouts + (d - inv)
    inv <- 0
  }

  # Revisión continua: si inventario <= R y no hay pedido en tránsito, ordenar Q
  if (inv <= R && on_order == 0) {
    on_order <- Q
    lt_queue <- c(lt_queue, L) # llega en L días
    orders <- orders + 1
  }
}

list(orders = orders, stockouts = stockouts, end_inventory = inv)
```

```
$orders
[1] 12

$stockouts
[1] 16

$end_inventory
[1] 312
```

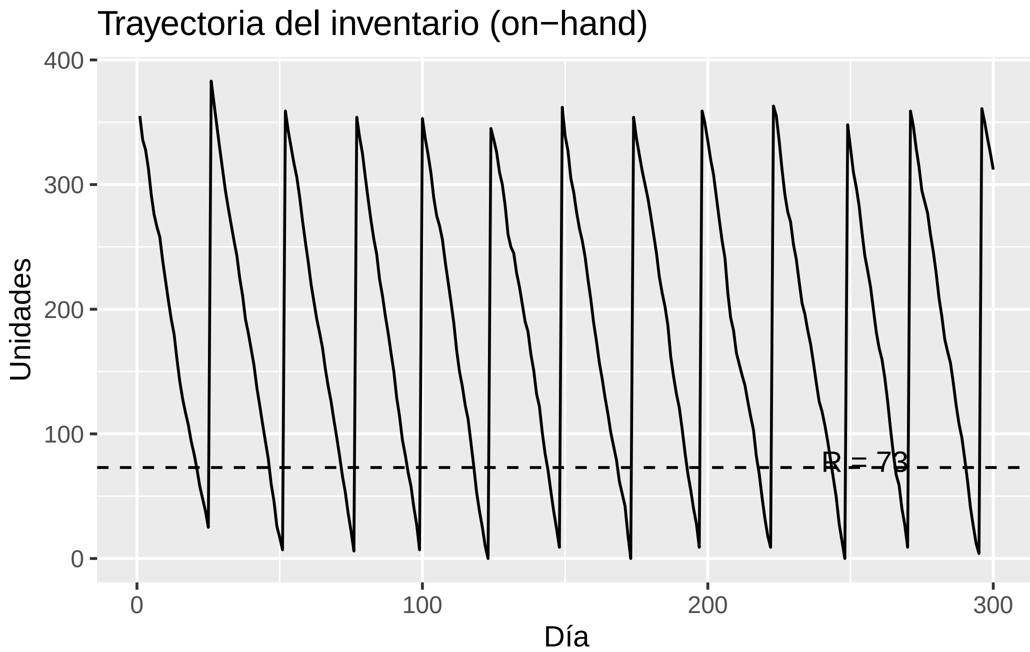
```r
library(dplyr)
library(ggplot2)
library(tidyr)

# Parámetros
lambda <- 15      # demanda diaria
days   <- 300
D      <- lambda * days
L      <- 4
K      <- 120
h      <- 8
CSL    <- 0.95

# 1) EOQ y R
Q_star <- sqrt(2*K*D/h)
Q <- round(Q_star)
R <- qpois(CSL, lambda = lambda*L)

# 2) Simulación diaria (revisión continua (Q,R))
set.seed(123)
inv <- Q                   # inventario on-hand (inicial: un pedido completo)
on_order <- 0              # unidades en tránsito (0 al inicio)
lt_queue <- integer(0)   # cola de días hasta arribo de cada pedido

df <- tibble(
  day        = integer(),
  demand     = integer(),
  inv_onhand = integer(),
  inv_pos    = integer(), # posición: on-hand + on-order
  order_placed = integer(),
  arrival      = integer(),
  stockout_units = integer()
)

orders <- 0
cum_stockouts <- 0

for (t in 1:days) {

  arrival_flag <- 0
  # Arribo si corresponde (primero comprobamos arribo de pedidos previos)
```

```r
  if (length(lt_queue) > 0 && lt_queue[1] == 0) {
    inv <- inv + on_order
    on_order <- 0
    lt_queue <- lt_queue[-1]
    arrival_flag <- 1
  }
  # Luego, corremos el reloj de los pedidos en tránsito
  if (length(lt_queue) > 0) lt_queue <- lt_queue - 1

  # Demanda Poisson del día
  d <- rpois(1, lambda)
  stockout_today <- 0
  if (d <= inv) {
    inv <- inv - d
  } else {
    stockout_today <- d - inv
    inv <- 0
  }
  cum_stockouts <- cum_stockouts + stockout_today

  # Política (Q,R): si inv <= R y NO hay pedido en tránsito, emitir pedido Q
  order_flag <- 0
  if (inv <= R && on_order == 0) {
    on_order <- Q
    lt_queue <- c(lt_queue, L)  # llegará en L días
    orders <- orders + 1
    order_flag <- 1
  }

  inv_pos <- inv + on_order

  df <- bind_rows(df, tibble(
    day = t,
    demand = d,
    inv_onhand = inv,
    inv_pos = inv_pos,
    order_placed = order_flag,
    arrival = arrival_flag,
    stockout_units = stockout_today
  ))
}
```

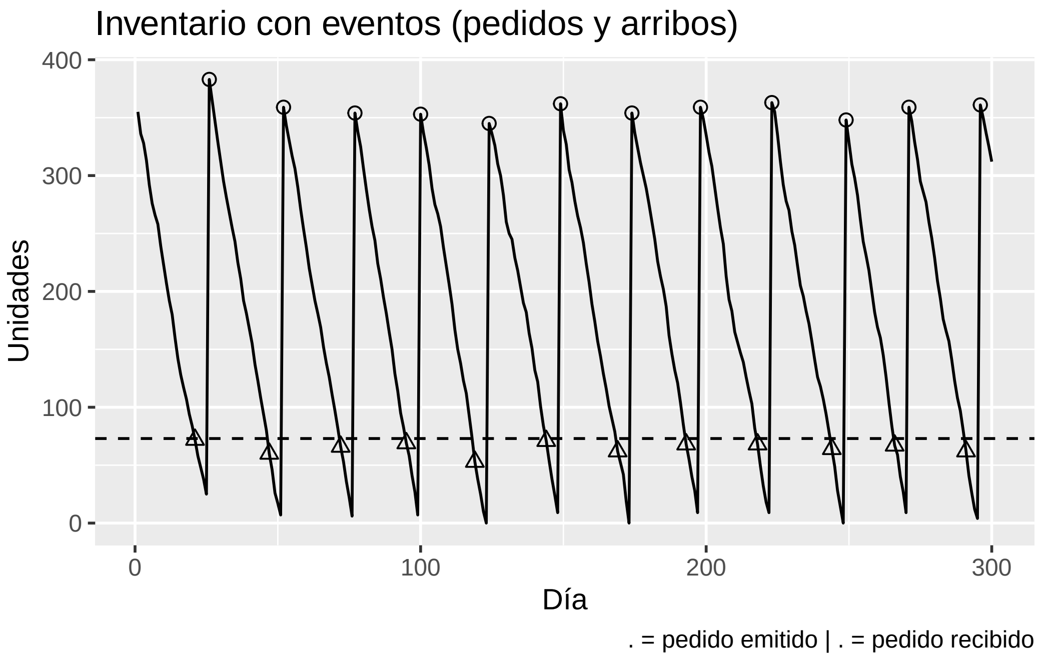
```r
df <- df %>% mutate(cum_stockouts = cumsum(stockout_units))
resumen <- list(
  Q_star = Q_star, R = R,
  orders = orders,
  end_inventory = df$inv_onhand[days],
  total_stockouts = sum(df$stockout_units)
)
resumen
```

```
$Q_star
[1] 367.4235

$R
[1] 73

$orders
[1] 12

$end_inventory
[1] 312

$total_stockouts
[1] 16
```

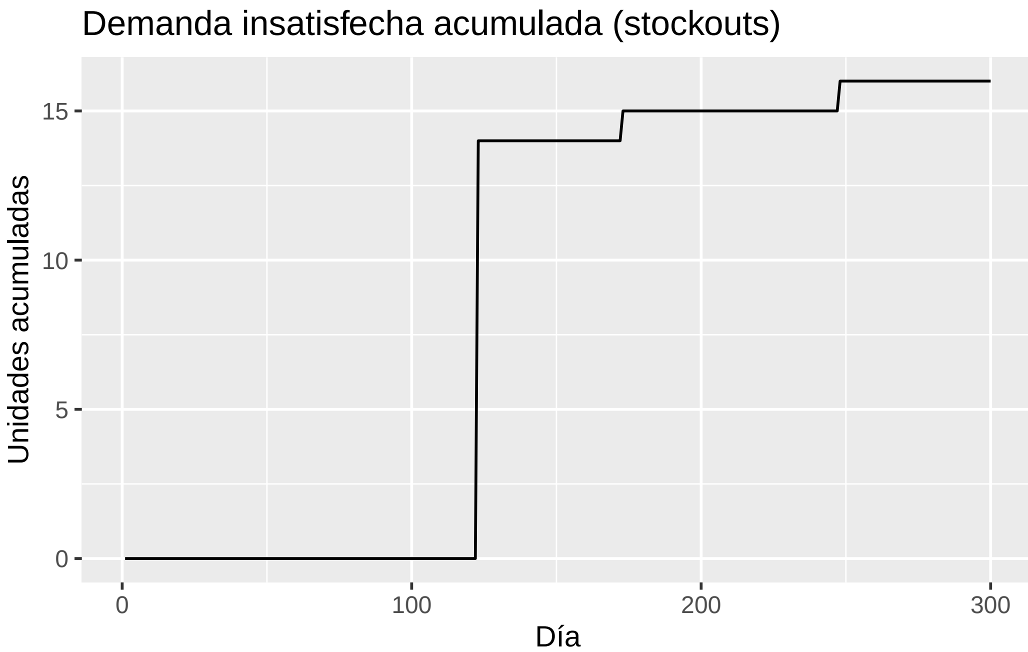
```r
ggplot(df, aes(day, inv_onhand)) +
geom_line() +
geom_hline(yintercept = R, linetype = 2) +
labs(title = "Trayectoria del inventario (on-hand)",
x = "Día", y = "Unidades") +
annotate("text", x = max(df$day)*0.85, y = R + 5, label = paste0("R = ", R))
```



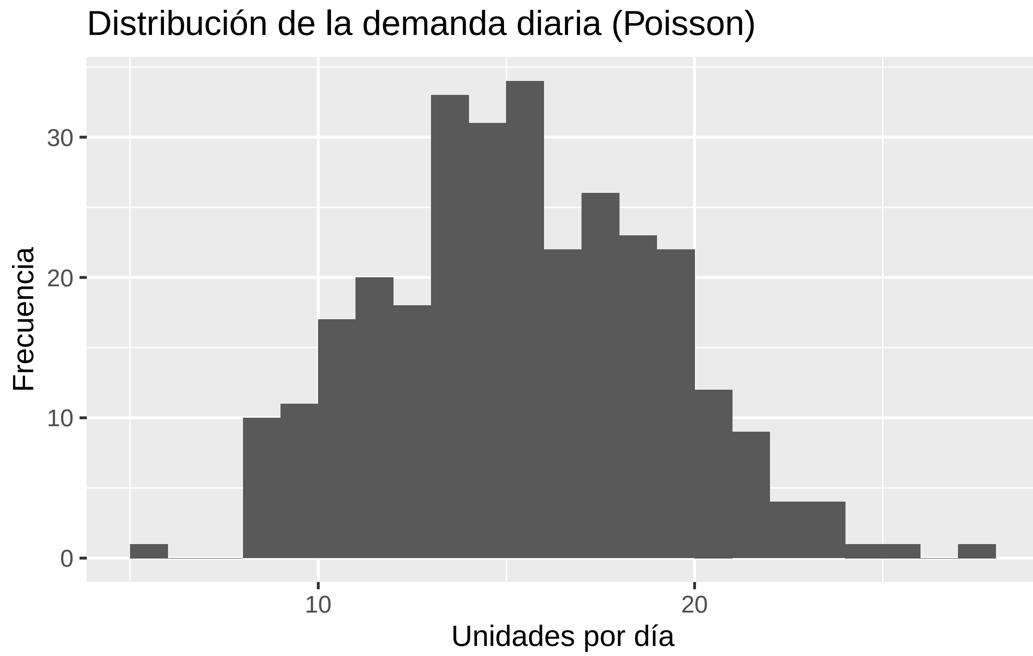

```r
ggplot(df, aes(day, inv_onhand)) +
geom_line() +
geom_point(data = df %>% filter(order_placed == 1),
aes(day, inv_onhand), shape = 24, size = 2) +  # triángulo: pedido
geom_point(data = df %>% filter(arrival == 1),
aes(day, inv_onhand), shape = 21, size = 2) +  # círculo: arribo
geom_hline(yintercept = R, linetype = 2) +
labs(title = "Inventario con eventos (pedidos y arribos)",
x = "Día", y = "Unidades",
caption = "  = pedido emitido |   = pedido recibido")
```




```r
ggplot(df, aes(day, cum_stockouts)) +
geom_line() +
labs(title = "Demanda insatisfecha acumulada (stockouts)",
x = "Día", y = "Unidades acumuladas")
```




```r
ggplot(df, aes(demand)) +
geom_histogram(binwidth = 1, boundary = 0, closed = "left") +
labs(title = "Distribución de la demanda diaria (Poisson)",
x = "Unidades por día", y = "Frecuencia")
```



Notas didácticas:

- La **línea discontinua** indica el **punto de pedido R**. Verás que los **pedidos** se emiten justo cuando el inventario baja a ese nivel.
- El **salto** en el inventario coincide con un **arribo** tras L días.
- El gráfico de **stockouts** te muestra si, pese al $CSL = 95\%$, hubo demanda no atendida (debería ser baja/ocasional).
- El **histograma** ayuda a explicar por qué necesitamos **stock de seguridad**: la demanda diaria fluctúa.