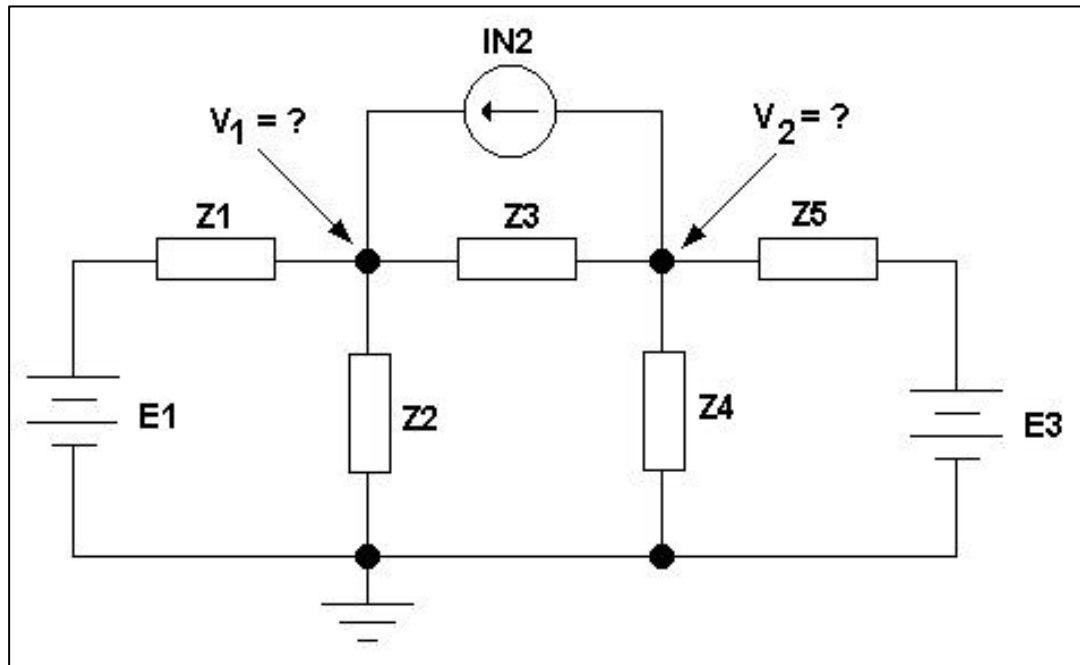


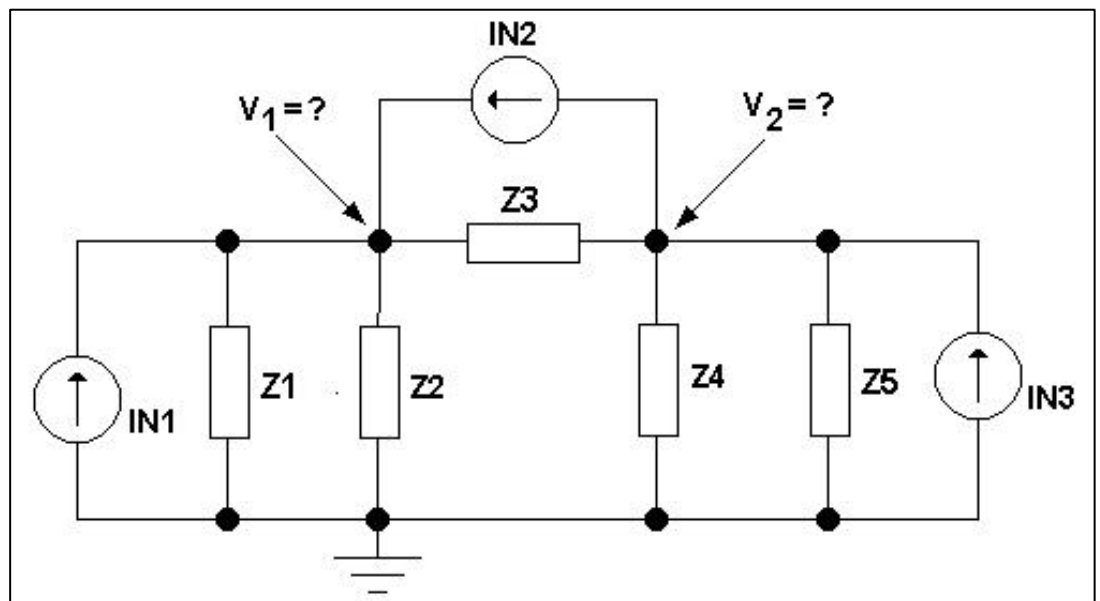


## GUIA PARA RESOLVER CIRCUITOS CON IMPEDANCIAS Y FUENTES INDEPENDIENTES EMPLEANDO MÉTODO NODAL

Dado el circuito de la figura calcule el valor de las tensiones en los nudos  $V_1$  y  $V_2$  en función del tiempo.



**PASO 1:** Cambie todas las fuentes de tensión del circuito por fuentes de corriente aplicando Norton es decir cada fuente de Tensión con su impedancia asociada en serie se debe cambiar por una fuente de corriente con la misma impedancia en paralelo.



Recuerde que el valor de cada fuente de corriente estará dado por:

$$I_{N\#(P)} = \frac{E_{N\#}}{P * Z_{N\#}}$$



Para nuestro caso tendremos 
$$I_{N1(P)} = \frac{E_1}{P * Z_1} \quad y \quad I_{N3(P)} = \frac{E_3}{P * Z_5}$$

Recuerde que cada impedancia  $Z_{\#}$  estará dada por :  $Z_{\#} = S R + S L P + S 1/CP$

**PASO 2 :** Determine la cantidad de nudos independientes (  $n_i$  ) que tiene el circuito recordando que:

$$n_i = \text{número total de nudos} - 1$$

Para nuestro caso :

$$n_i = 3 - 1 = 2$$

**NOTA :** Recuerde que se resta un nudo, pues este es el que corresponde a la referencia de tensiones ó 0 Volts en el circuito que se está analizando.

**PASO 3 :** Escriba tantas ecuaciones de nudo, como nudos independientes  $n_i$  tiene el circuito que se está analizando, siguiendo este esquema :

CASO DE 1 NUDO



$$1) \quad \sum I_{1(P)} = V_{1(P)} * Y_{11}$$

CASO DE 2 NUDOS



$$1) \quad \sum I_{N1(P)} = V_{1(P)} * Y_{11} - V_{2(P)} * Y_{12}$$

$$2) \quad \sum I_{N2(P)} = -V_{1(P)} * Y_{21} + V_{2(P)} * Y_{22}$$

CASO DE 3 NUDOS



$$1) \quad \sum I_{N1(P)} = V_{1(P)} * Y_{11} - V_{2(P)} * Y_{12} - V_{3(P)} * Y_{13}$$

$$2) \quad \sum I_{N2(P)} = -V_{1(P)} * Y_{21} + V_{2(P)} * Y_{22} - V_{3(P)} * Y_{23}$$

$$3) \quad \sum I_{N3(P)} = -V_{1(P)} * Y_{31} - V_{2(P)} * Y_{32} + V_{3(P)} * Y_{33}$$

CASO DE N  
NUDOS



$$1) \quad \sum I_{N1(P)} = V_{1(P)} * Y_{11} - V_{2(P)} * Y_{12} - V_{3(P)} * Y_{13} \dots \dots - V_{N(P)} * Y_{1N}$$

$$2) \quad \sum I_{N2(P)} = -V_{1(P)} * Y_{21} + V_{2(P)} * Y_{22} - V_{3(P)} * Y_{23} \dots \dots - V_{N(P)} * Y_{2N}$$

$$3) \quad \sum I_{N3(P)} = -V_{1(P)} * Y_{31} - V_{2(P)} * Y_{32} + V_{3(P)} * Y_{33} \dots \dots - V_{N(P)} * Y_{3N}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$N) \quad \sum I_{NN(P)} = -V_{1(P)} * Y_{N1} - V_{2(P)} * Y_{N2(P)} - V_3 * Y_{N3} \dots \dots + V_{N(P)} * Y_{NN}$$

En todos los casos  $\sum I_{NM(P)}$  significa la suma de todas las fuentes de corriente que concurren al nudo  $M$ , cada una de ellas, con el signo que corresponda.



Para nuestro circuito tendremos dos ecuaciones con dos incógnitas :

$$1) \quad I_{N1(P)} + I_{N2(P)} = V_{1(P)} * Y_{11} - V_{2(P)} * Y_{12}$$

$$2) \quad -I_{N2(P)} + I_{N3(P)} = -V_{1(P)} * Y_{21} + V_{2(P)} * Y_{22}$$

**NOTA :** Resolveremos nuestro sistema de ecuaciones aplicando determinantes.

**PASO 4 :** Obtenga el valor de las admitancias del circuito recordando que :

$Y_{nn}$  = Auto Admitancia del Nudo  $N$  = Suma de todas las admitancias que concurren al nudo  $n$ .

$Y_{nm} = Y_{mn}$  = Admitancia Mutua o Coadmitancia  $NM$  = Admitancias conectadas entre el nudo  $n$  y el  $m$  o viceversa.

Para nuestro circuito tendremos :

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \quad Y_{12} = Y_{21} = \frac{1}{Z_3} \quad Y_{22} = \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5}$$

**PASO 5 :** Calcule el determinante principal  $\Delta_P$  el cual tendrá el siguiente formato :

CASO DE 1 NUDO



$$\Delta_P = Y_{11}$$

CASO DE 2 NUDOS



$$\Delta_P = \begin{vmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}$$

CASO DE 3 NUDOS



$$\Delta_P = \begin{vmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & Y_{33} \end{vmatrix}$$

CASO DE N NUDOS



$$\Delta_P = \begin{vmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} & \dots & -Y_{1N} \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} & \dots & -Y_{2N} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & Y_{33} & \dots & -Y_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -Y_{N1} & -Y_{N2} & -Y_{N3} & \dots & Y_{NN} \end{vmatrix}$$



Para nuestro ejemplo corresponde el caso de 2 nudos por lo tanto :

$$\Delta_P = \begin{vmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}$$

**PASO 6 :** Calcule los determinantes sustitutos  $D_{SN}$  los cuales tendrán el siguiente formato :

**CASO DE 1 NUDO**



$$\Delta_{S1} = \sum I_{N1(P)}$$

**CASO DE 2 NUDO**



$$\Delta_{S1} = \begin{vmatrix} \sum I_{N1(P)} & -Y_{12} \\ \sum I_{N2(P)} & Y_{22} \end{vmatrix} \quad \Delta_{S2} = \begin{vmatrix} Y_{11} & \sum I_{N1(P)} \\ -Y_{21} & \sum I_{N2(P)} \end{vmatrix}$$

**CASO DE 3 NUDO**



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{S1} = \begin{vmatrix} \sum I_{N1(P)} & -Y_{12} & -Y_{13} \\ \sum I_{N2(P)} & Y_{22} & -Y_{23} \\ \sum I_{N3(P)} & -Y_{32} & Y_{33} \end{vmatrix} \\ \Delta_{S2} = \begin{vmatrix} Y_{11} & \sum I_{N1(P)} & -Y_{13} \\ -Y_{21} & \sum I_{N2(P)} & -Y_{23} \\ -Y_{31} & \sum I_{N3(P)} & Y_{33} \end{vmatrix} \\ \Delta_{S3} = \begin{vmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & \sum I_{N1(P)} \\ -Y_{21} & Y_{22} & \sum I_{N2(P)} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & \sum I_{N3(P)} \end{vmatrix} \end{array} \right.$$

**NOTA :** En todos los casos  $S I_{NM}$  significa la suma de todas las fuentes de corriente que concurren al nudo  $M$  con el signo que corresponda. Note que en los determinantes sustitutos  $D_{SN}$ , se reemplaza la columna  $N$  por la columnas de valores de la sumatoria de las fuentes de corriente, correspondiente.



Para nuestro caso tendremos :

$$\Delta_{S1} = \begin{vmatrix} I_{N1(P)} + I_{N2(P)} & -Y_{12} \\ -I_{N2(P)} + I_{N3(P)} & Y_{22} \end{vmatrix} \quad \Delta_{S2} = \begin{vmatrix} Y_{11} & I_{N1(P)} + I_{N2(P)} \\ -Y_{21} & -I_{N2(P)} + I_{N3(P)} \end{vmatrix}$$

**PASO 7** : Calcule el valor de las tensiones en cada nudo sabiendo que :

$$V_{N(P)} = \frac{\Delta_{SN}}{\Delta_P} \quad \text{En nuestro caso } \mathbf{P} \quad V_{1(P)} = \frac{\Delta_{S1}}{\Delta_P} \quad V_{2(P)} = \frac{\Delta_{S2}}{\Delta_P}$$

**PASO 8** : Aplique Teorema de Valor Inicial (TVI) y Teorema de Valor Final (TVF) a cada una de las tensiones transformadas  $V_{N(P)}$  , como comprobación.

**PASO 9** : Antitransforme cada una de las tensiones transformadas  $V_{N(P)}$  , utilizando los métodos conocidos, obtenga  $v_{N(t)}$  y aplique nuevamente Teorema de Valor Inicial (TVI) y Teorema de Valor Final (TVF) a cada una de las funciones del tiempo como comprobación.