

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL  
FACULTAD REGIONAL CÓRDOBA  
INGENIERÍA ELECTRÓNICA



MEDIDAS ELECTRÓNICAS I

**Trabajo Práctico de Laboratorio N°6**

MEDICIÓN DE POTENCIA ACTIVA Y DE FACTOR  
DE POTENCIA CON OSCILOSCOPIO

<b>ALUMNOS</b>	:	Carreño Marin, Sebastian	83497
		Juarez, Daniel	79111
		Torres, Heber	84640
<b>CURSO</b>	:	4R1	
<b>DOCENTES</b>	:	Ing. Centeno, Carlos	
		Ing. Salamero, Martin	
		Ing. Guanuco, Luis	

CÓRDOBA, ARGENTINA  
4 de agosto de 2022



## CONTENIDO

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>2</b>
2.1. Potencias en un sistema alimentado con corriente alterna . . . . .	2
2.1.1. Obtención del triángulo de potencia mediante fasores . . . . .	3
2.1.2. Factor de potencia . . . . .	4
2.1.3. Corrección del factor de potencia . . . . .	5
2.2. Figura de Lissajous . . . . .	6
<b>3. Actividad Práctica</b>	<b>8</b>
3.1. Medición de potencia activa y factor de potencia . . . . .	9
3.1.1. Medición de los módulos de tensión y corriente de entrada . . . . .	9
3.1.2. Medición de la diferencia de fase de la tensión y corriente de entrada . . . . .	10
3.2. Corrección del factor de potencia . . . . .	11
3.2.1. Cálculo del capacitor de compensación . . . . .	11
3.2.2. Medición del factor de potencia corregido . . . . .	12
<b>4. Conclusiones</b>	<b>13</b>

## 1. Introducción

A nivel industrial, la determinación de parámetros industriales, como la potencia y el factor de potencia, se hace mediante el uso de aparatos de medición destinados a medir dichas magnitudes en laboratorios eléctricos. En el presente trabajo práctico se emplean métodos de medición indirectos, e instrumentos utilizados en electrónica, como un osciloscopio de uso general, para las mediciones de dichas magnitudes industriales.

## 2. Marco Teórico

### 2.1. Potencias en un sistema alimentado con corriente alterna

Se puede definir el concepto de **potencia**, como cantidad de energía eléctrica entregada o absorbida por un elemento en un momento determinado, cuya unidad en el Sistema Internacional de Unidades es el **watt (W)**.

En circuitos de corriente alterna (CA), se puede determinar 3 tipos de potencias: **activa, reactiva y aparente**.

La potencia activa (**P**) también conocida como la *potencia real*, es la que es consumida por cargas resistivas propias de un circuito, y es medida en **watt (W)**. La potencia reactiva (**Q**), es la potencia intercambiada por cargas inductivas y/o capacitivas; su unidad de medida es **volt-ampere reactivo (VAR)**. Por último, la potencia aparente (**S**), es una combinación entre la potencia activa y la reactiva; su unidad de medida es **volt-ampere (VA)**.

Estas potencias se relacionan entre sí de la siguiente manera. Partiendo de una señal

$$v(t) = V_m \sin(\omega t) [V],$$

que excita un circuito genérico que contiene una impedancia  $Z = R + jX = |Z| \angle \varphi$ , se produce una corriente eléctrica cuya forma es

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) [A],$$

entonces, la potencia instantánea, asociada a la señal de excitación, se obtiene mediante el producto de la tensión por la corriente, dando como resultado

$$p(t) = [V_m \sin(\omega t)] \cdot [I_m \sin(\omega t - \varphi)] [W]. \quad (1)$$

Ahora, partiendo de la ecuación (1), la misma se la puede reescribir de la siguiente forma (mediante la identidad trigonométrica del *seno de la resta*)

$$\begin{aligned} p(t) &= V_m \sin(\omega t) \cdot [I_m \sin(\omega t) \cos(\varphi) - I_m \cos(\omega t) \sin(\varphi)] \\ p(t) &= [2 \sin^2(\omega t)] \cdot VI \cos(\varphi) - [2 \sin(\omega t) \cos(\omega t)] \cdot VI \sin(\varphi). \end{aligned}$$

Luego, aplicando las identidades

$$2 \sin^2(\alpha) = 1 - \cos(2\alpha) \quad ; \quad \sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha),$$

finalmente queda la siguiente expresión

$$p(t) = [1 - \cos(2\omega t)] \cdot VI \cos(\varphi) - [\sin(2\omega t)] \cdot VI \sin(\varphi) . \quad (2)$$

De esta última expresión obtenida se observa que el primer término del segundo miembro de la ecuación, corresponde a la **potencia activa P** asociada a los componentes resistivos de un sistema, mientras que el segundo término del mismo, corresponde a la **potencia reactiva Q**, asociada a los componentes reactivos del mismo.

Luego, realizando la integración en el período T de la ecuación (2), se obtiene

$$P = VI \cos(\alpha) [W] . \quad (3)$$

$$Q = VI \sin(\alpha) [VAR] . \quad (4)$$

Por último, la **potencia aparente total (S)**, se obtiene sumando los aportes de las potencias activas y reactivas, y como estas mismas se realizan en cuadratura, entonces

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad \therefore \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} [VA] . \quad (5)$$

### 2.1.1. Obtención del triángulo de potencia mediante fasores

El cálculo de las potencias resistivas y reactivas se puede obtener de manera directa mediante el uso de fasores. A continuación, se deducen los cálculos necesarios para la obtención. Partiendo de una tensión descrita en fasores  $\vec{V} = |\vec{V}| \angle 0^\circ$ , excitando un circuito con una impedancia  $Z = |Z| \angle \pm \varphi$ , se genera una corriente  $\vec{I} = |\vec{I}| \angle \mp \varphi$ .

La potencia activa total, como se vio en la sección anterior, se puede obtener mediante la ecuación (3). La misma se puede reescribir en término de fasores como el *producto de sus módulos por el coseno del ángulo entre ellos*

$$P = |\vec{V}| |\vec{I}| \cos(\varphi) = VI \cos(\varphi) .$$

La potencia reactiva total, como se vio en la sección anterior, se puede obtener mediante ecuación (4). La misma se puede reescribir en término de fasores como el *producto de sus módulos por el seno del ángulo entre ellos*

$$Q = |\vec{V}| |\vec{I}| \sin(\varphi) = VI \sin(\varphi) .$$

Por último, la potencia aparente total (S) se obtiene mediante el *producto de los módulos de los fasores tensión y corriente total*

$$S = |\vec{V}| |\vec{I}| = VI .$$

Las potencias activa y reactiva pueden ser vistas como, *el producto del módulo del fasor tensión y la proyección de la corriente en el eje real e imaginario respectivamente*

$$P = V \cdot (I \cos(\varphi)) \quad ; \quad Q = V \cdot (I \sin(\varphi)) .$$

A la proyección de la corriente sobre el eje real, se la conoce como **corriente activa**, y, a su vez, la proyección de la corriente en el eje imaginario se lo conoce como **corriente reactiva**, tal y como se ve en la Figura 1a.

Además, las potencias resistivas y reactivas, están relacionadas entre sí de tal forma de que, si se suman los cuadrados de las mismas se obtiene

$$P^2 + Q^2 = (VI \cos(\varphi))^2 + (VI \sin(\varphi))^2 = (VI)^2,$$

de donde se deduce la potencia aparente

$$S^2 = P^2 + Q^2 \rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Debido a esta relación entre las 3 potencias, se conforma lo que se conoce como **triángulo de potencias** como se ve en la Figura 1b.

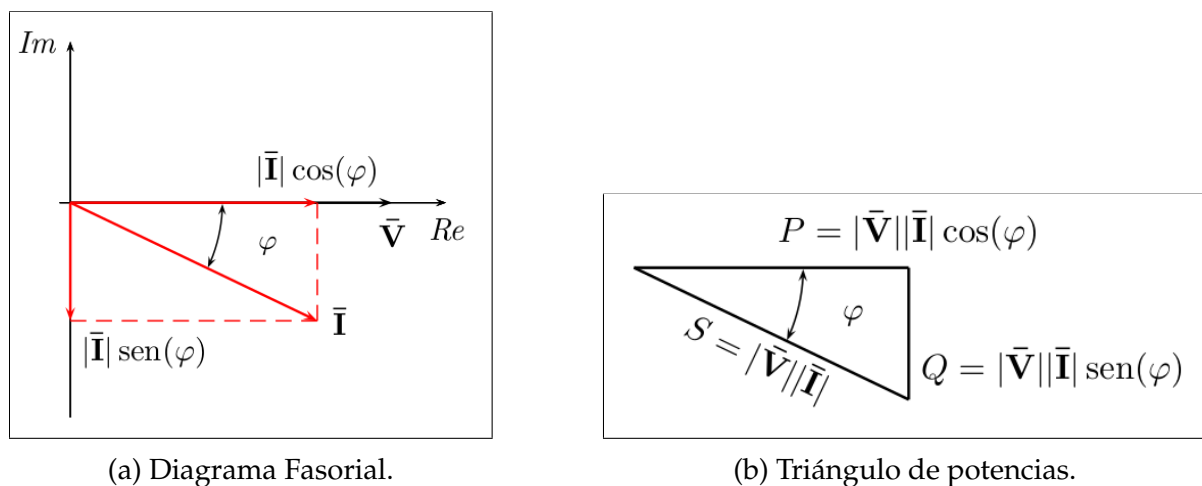


Figura 1: Obtención del triángulo de potencias.

### 2.1.2. Factor de potencia

El **factor de potencia (fp)**, se lo puede definir como la relación que existe entre la energía que es aprovechada, capaz de realizar un trabajo, y la energía total del sistema disponible. Dichas energías se relacionan, directamente con la potencia activa (P) y la potencia aparente (S)

$$fp = \frac{W_p}{W_s} = \frac{P}{S} = \frac{VI \cos(\varphi)}{VI} \quad \therefore \quad \boxed{fp = \cos(\varphi)}.$$

El factor de potencia, es un valor adimensional que indica el **rendimiento de un sistema**, es decir, qué parte de la energía disponible se transforma en trabajo. Dicho valor es un número comprendido entre 0 y 1, donde 0 indica que un sistema es **puramente reactivo**, lo cual quiere decir que toda la energía disponible en él retorna a la fuente en cada ciclo. En el caso de un  $fp = 1$  el sistema es **puramente resistivo**, es decir, toda la energía disponible en él es consumida por una carga transformándose en trabajo.

En la práctica, se busca un fp lo más cercano a 1 para aprovechar al máximo la energía. En caso de no tener un valor cercano a la unidad, se realiza lo que se conoce como *corrección de factor de potencia*, el cual se explica en la siguiente sección. El factor de potencia, al igual que las potencias reactivas, es expresado en términos de *adelanto*, para sistemas de carácter inductivo, o *atraso de fase*, para sistemas de carácter capacitivo.

### 2.1.3. Corrección del factor de potencia

Como se mencionó anteriormente, en los sistemas se busca un factor de potencia lo más cercano a 1, debido a que **la energía que es transportada y no se consume produce pérdidas**. Por ende, entre más cercano sea el valor a la unidad, las pérdidas serán mínimas en el sistema, pero en caso de ser más alejado al valor unitario, se producirán mayores pérdidas en el mismo, debiendo realizar una **corrección del factor de potencia**.

Dicha corrección se logra, **conectando cargas reactivas en paralelo, de carácter contrario al que posee el sistema**, de ésta manera no se modifica la tensión aplicada en el mismo. El cálculo de corrección es realizado en base al factor de potencia deseado. Para la ejecución del trabajo práctico, se tiene en cuenta la corrección del fp para una carga inductiva mediante el siguiente planteamiento

Se parte de un factor de potencia inicial  $fp_0$  a un factor de potencia final  $fp_f$

$$fp_0 = \cos(\varphi_0) \quad y \quad fp_f = \cos(\varphi_f),$$

y considerando ambos en atraso, para compensar el sistema se conecta una carga capacitiva de potencia reactiva  $Q_C$

$$Q_f = Q_0 - Q_C \implies Q_C = Q_0 - Q_f.$$

Reemplazando en la expresión anterior la ecuación (4) para cada potencia reactiva

$$\begin{aligned} Q_C &= VI_0 \sin(\varphi_0) - VI_f \sin(\varphi_f) \\ Q_C &= VI_0 \sin(\varphi_0) \cdot \frac{\cos(\varphi_0)}{\cos(\varphi_0)} - VI_f \sin(\varphi_f) \cdot \frac{\cos(\varphi_f)}{\cos(\varphi_f)} \\ Q_C &= VI_0 \cos(\varphi_0) \cdot \tan(\varphi_0) - VI_f \cos(\varphi_f) \cdot \tan(\varphi_f), \end{aligned}$$

como la potencia activa  $P$  no varía entonces

$$Q_C = P \cdot (\tan(\varphi_0) - \tan(\varphi_f)).$$

Finalmente, teniendo en cuenta que  $Q_C = \frac{V^2}{X_C}$ , y la expresión anterior, se igualan y se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{V^2}{X_C} &= P \cdot (\tan(\varphi_0) - \tan(\varphi_f)) \\ V^2 \cdot \omega C &= P \cdot (\tan(\varphi_0) - \tan(\varphi_f)) \\ \implies C &= \frac{P \cdot (\tan(\varphi_0) - \tan(\varphi_f))}{V^2 \cdot \omega}. \end{aligned}$$

La ecuación antes mencionada, hace referencia a la obtención de una capacitancia para un valor de  $fp_f$  como referencia. Para el desarrollo del presente trabajo práctico, se tendrá en consideración un  $fp_f = 1$ , para obtener la capacitancia buscada. De esta manera la ecuación final queda reducida a la siguiente expresión

$$\boxed{C = \frac{P \cdot \tan(\varphi_0)}{V^2 \cdot \omega} [F]}. \quad (6)$$

## 2.2. Figura de Lissajous

Las figuras de Lissajous son comúnmente usadas para la determinación de la diferencia de fase entre dos señales de la misma frecuencia. Los osciloscopios cuentan con un modo conocido como **modo X-Y**, el cual toma una de las señales y la inyecta en el canal 1, y la otra en el canal 2, de esa manera, internamente el osciloscopio se encarga de usar estas señales para los trazos horizontal y vertical, y así se forma la figura de Lissajous.

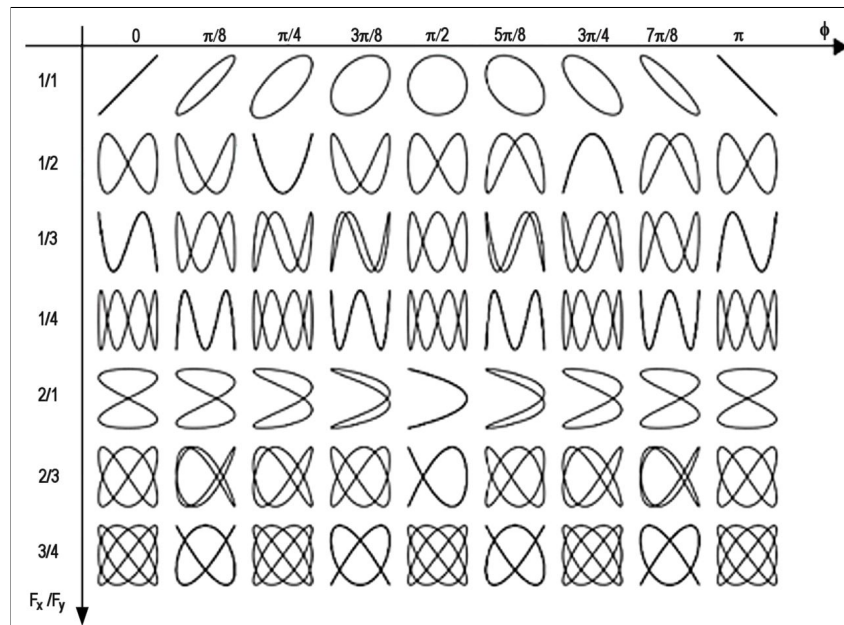


Figura 2: Figuras de Lissajous.

De los tipos de curvas de Lissajous vistas en la Figura 2, en el presente trabajo práctico, se destacará la figura de tipo **elíptica**, las cuales son formadas por señales con valores de fase distintos a  $\frac{\pi}{2}$  y/o con diferentes amplitudes.

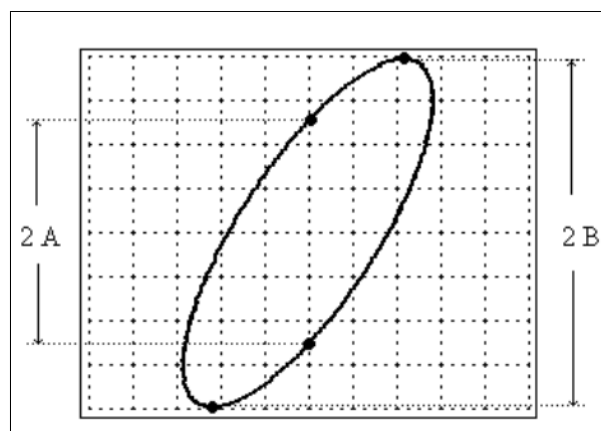


Figura 3: Figura de Lissajous de tipo elíptico.



La obtención de la diferencia de fase entre las señales se pueden determinar de la siguiente manera. Considerando las siguientes expresiones

$$x = X \cdot \sin(\omega t) \quad ; \quad y = B \cdot \sin(\omega t + \varphi) ,$$

de la Figura 3, para  $x = 0$  se deduce que

$$x = X \cdot \sin(\omega t) = 0 \quad \implies \quad t = 0 ,$$

por lo tanto

$$y = B \cdot \sin(\omega 0 + \varphi) = B \cdot \sin(\varphi) = A .$$

Finalmente

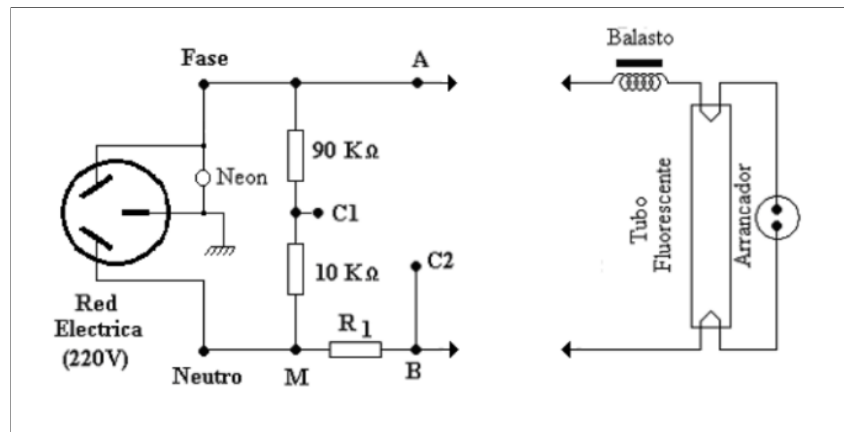
$$\sin(\varphi) = \frac{A}{B} .$$

De la última ecuación se despeja el ángulo de desfase

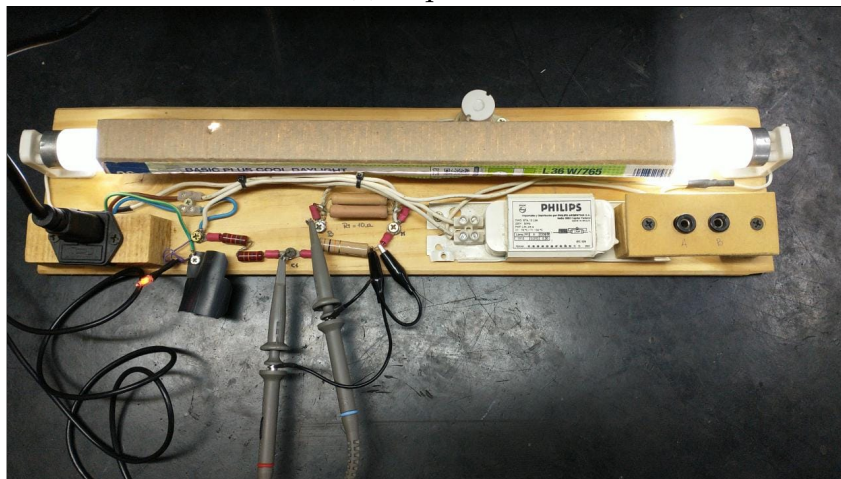
$$\boxed{\varphi = \sin^{-1} \left( \frac{A}{B} \right)} . \quad (7)$$

### 3. Actividad Práctica

Se propone realizar las mediciones de **potencias** y **factor de potencia**, y posteriormente, la **corrección** de dicho factor, en una carga reactiva, la cual se trata de un tubo fluorescente común. Este mismo se encuentra preparado junto a un circuito de medición que provee la cátedra. En la Figura 4 se puede apreciar un esquema del mismo y una foto real.



(a) Esquema.



(b) Foto real.

Figura 4: Circuito de medición propuesto por la cátedra.

En el circuito de medición se puede apreciar el punto **M**, en el cual se conecta la tierra del osciloscopio por medio de sus puntas. Por esta razón, es importante y obligatorio el uso de un **transformador de aislamiento**, el cual tiene una relación 1:1, y tiene como función crear una barrera física de aislamiento entre los equipos/circuitos con los cuales se trabaja y la red. Esto se justifica con que, la diferencia de potencial entre *neutro* y *tierra* de la red no es cero (idealmente debería serlo), para este caso, dicho valor es de aproximadamente **1,27 V**. Este valor generaría un flujo de corriente a través del osciloscopio directo a la *tierra*, lo cual podría dañar el instrumento, y además, provocaría que el diferencial se active.

Siguiendo con el análisis del circuito de medición, se puede apreciar un divisor resistivo. Esto permite que, en el punto **C1** se pueda medir la **décima parte** de la tensión

de entrada. Luego, en el punto **C2** se mide la corriente de entrada por Ley de Ohm, ya que el valor de la resistencia es  $R_1 = 10 \Omega$ .

Se aclara que el kit utilizado no respeta el código de colores de los cables, siendo la fase y el neutro de color azul y marrón respectivamente.

### 3.1. Medición de potencia activa y factor de potencia

Las conexiones explicadas se representan en el esquema de la Figura 5. Se hace uso de las atenuaciones que ofrece el osciloscopio digital, de forma tal que los valores que se miden sean exactamente los valores reales. Es decir, para el **canal 1**, en el cual se mide la *tensión de entrada*  $V_i$ , se coloca una **atenuación x100** (x10 de la punta y x10 del divisor resistivo), y para el **canal 2**, en el cual se mide la *corriente de entrada*  $I_i$  de forma indirecta por Ley de Ohm, se coloca una atenuación **atenuación x1** (debido a que  $R_1 = 10 \Omega$ ).

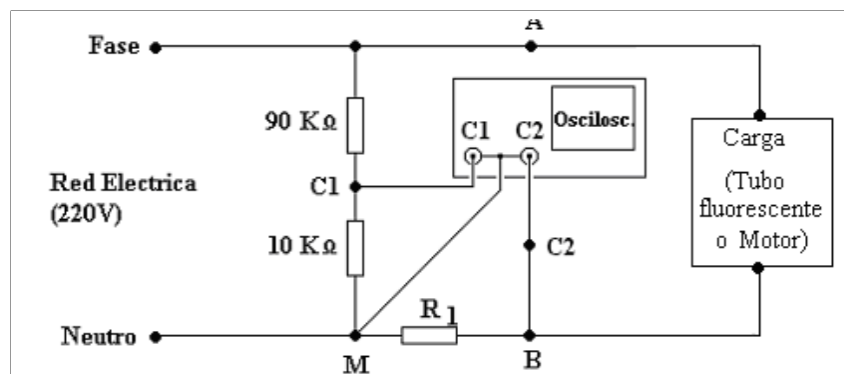


Figura 5: Esquema de conexiones para las mediciones.

#### 3.1.1. Medición de los módulos de tensión y corriente de entrada

En la Figura 6 se puede ver los valores obtenidos al realizar la medición, los cuales se obtienen como valores *root main square* (RMS), ya que se utilizan para el cálculo de potencias. Las mediciones son:

$$V_{i_{RMS}} = 213 [V] \quad ; \quad I_{i_{RMS}} = 333 [mA]$$

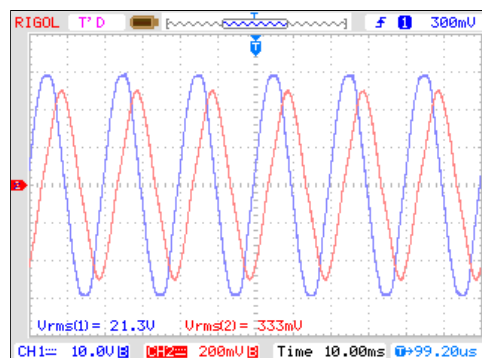


Figura 6: Medición de tensión y corriente de entrada con el osciloscopio.

### 3.1.2. Medición de la diferencia de fase de la tensión y corriente de entrada

A continuación, se procede a calcular la **diferencia de fase** de la tensión y corriente de entrada. En la Figura 7 se aprecia la medición con el osciloscopio en modo dual y en modo X-Y.

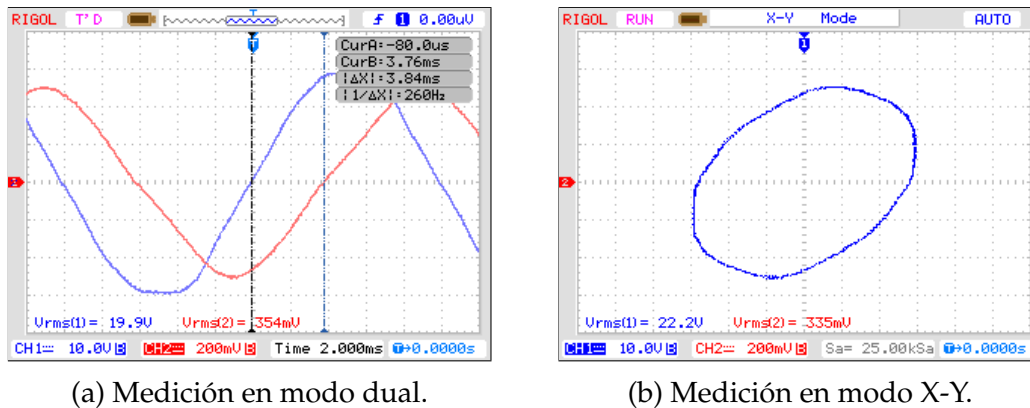


Figura 7: Medición de diferencia de fase.

#### Método 1: medición en modo dual

Simplemente, se procede a realizar una regla de tres simple, basándose en la Figura 8, mediante el semiperíodo de la tensión de entrada y la diferencia en segundos entre las señales. Por lo tanto, la diferencia de fase es

$$\begin{aligned}
 9,92 \text{ ms} &\rightarrow 180^\circ (\text{semiperíodo}) \\
 3,82 \text{ ms} &\rightarrow \varphi = \frac{3,84 \text{ ms} \cdot 180^\circ}{9,92 \text{ ms}} \Rightarrow \boxed{\varphi = 69,67^\circ}
 \end{aligned}$$

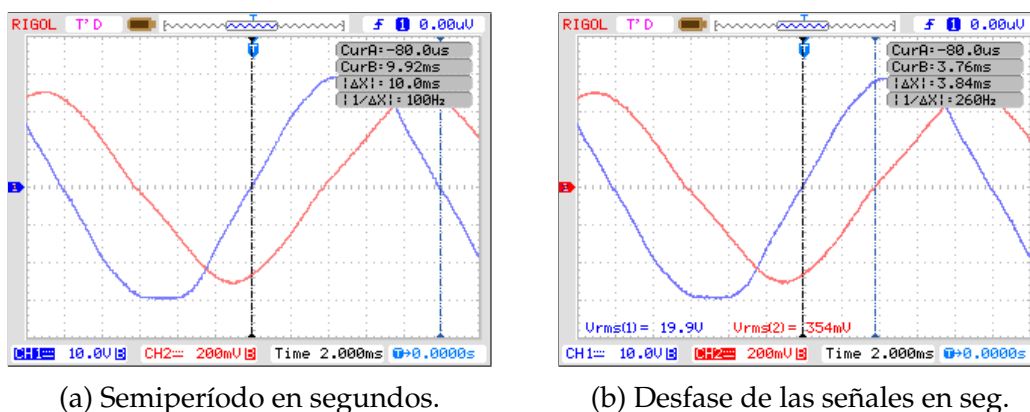
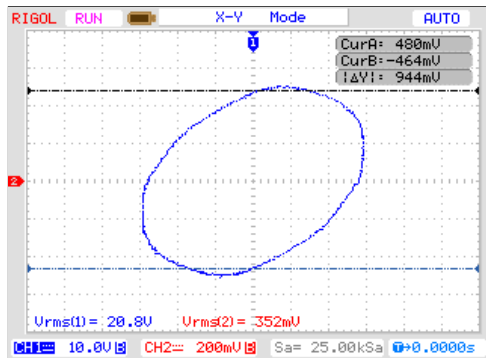


Figura 8: Medición de diferencia de fase en modo dual.

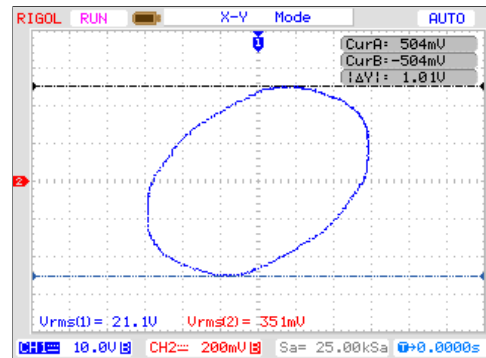
#### Método 2: medición en modo X-Y

Este método se basa en el uso de la figura de Lissajous mostrada en el osciloscopio. Las mediciones se pueden ver en la Figura 9. En base a la ecuación (7) se calcula el valor de la **diferencia de fase**

$$\varphi = \text{sen}^{-1} \left( \frac{A}{B} \right) = \text{sen}^{-1} \left( \frac{0,944 \text{ V}}{1,01 \text{ V}} \right) \Rightarrow \boxed{\varphi = 69,17^\circ}.$$



(a) Valores de corte de la figura en el eje vertical (A).



(b) Valores máximos de la figura en el eje vertical (B).

Figura 9: Medición de diferencia de fase en modo X-Y.

Con las mediciones anteriores ya realizadas, se calculan las potencias **activa** (P), **reactiva** (Q) y **aparente** (S), con el uso de las ecuaciones (3), (4) y (5) respectivamente

$$P = V_i I_i \cos(\varphi) = 213 \text{ V} \cdot 0,333 \text{ A} \cdot \cos(69,17^\circ) \quad \therefore \quad \boxed{P = 25,22 \text{ [W]}}$$

$$Q = V_i I_i \sin(\varphi) = 213 \text{ V} \cdot 0,333 \text{ A} \cdot \sin(69,17^\circ) \quad \therefore \quad \boxed{Q = 66,29 \text{ [VAR]}}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(25,22 \text{ W})^2 + (66,29 \text{ VAR})^2} \quad \therefore \quad \boxed{S = 70,92 \text{ [VA]}}.$$

De la misma forma, con la ecuación (6) se calcula el factor de potencia **fp**

$$fp = \cos(\varphi) = \cos(69,17^\circ) \quad \therefore \quad \boxed{fp = 0,36}.$$

## 3.2. Corrección del factor de potencia

### 3.2.1. Cálculo del capacitor de compensación

Usando la ecuación (6) se determina el valor del capacitor de compensación

$$C = \frac{25,22 \text{ W} \cdot \tan(69,17^\circ)}{(213 \text{ V})^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} \quad \therefore \quad \boxed{C = 4,65 \text{ [\mu F]}}.$$

También es posible encontrar el valor del capacitor conociendo el factor de potencia, de acuerdo con el gráfico de la Figura 10.

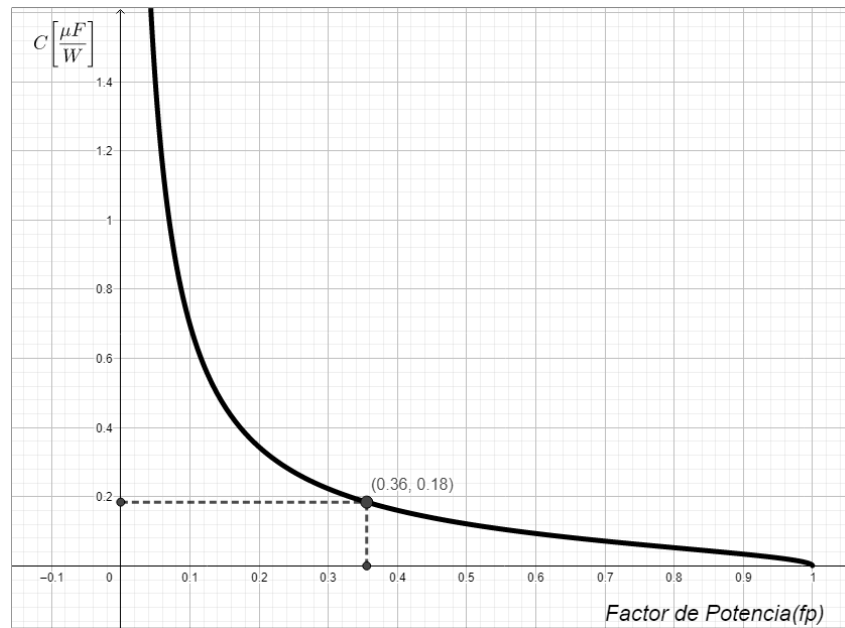


Figura 10: Curva Capacitancia-Factor de Potencia.

Para determinar el valor del capacitor de corrección mediante el gráfico, se debe multiplicar el valor de la ordenada por la potencia activa medida, para éste caso se tiene

$$C = 0,18 \frac{\mu F}{W} \cdot 25,22 W \quad \therefore \quad C = 4,54 [\mu F]$$

### 3.2.2. Medición del factor de potencia corregido

Se dispone de un capacitor de valor  $4,7 \mu F$ , con lo cual se cumple el requisito presentado anteriormente, entonces se procede a la conexión del mismo, y a continuación se determina la nueva potencia aparente. En la Figura 11, se visualiza el resultado de la modificación en el osciloscopio.

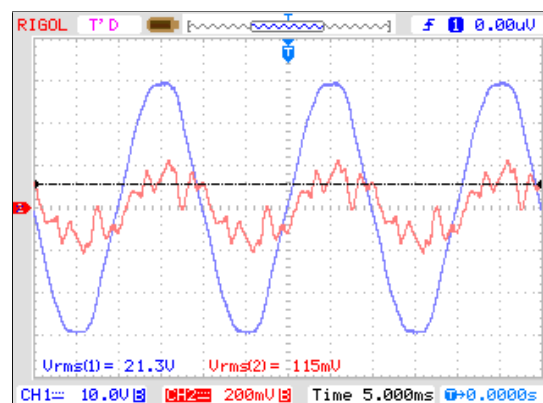


Figura 11: Señal resultante al agregar un capacitor.

La señal resultante tiene una importante cantidad de armónicos sumados a la señal de corriente, esto debido a la deformación provocada por la carga conectada a la red.

Con los nuevos valores de tensión y corriente, se determina el valor de la nueva potencia aparente

$$S = V I = 213 \text{ V} \cdot 0,115 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad S = 24,50 \text{ [VA]}.$$

Comparando éste último valor con el obtenido antes de corregir, cuyo valor fué de 70,92 VA, es notable la disminución de magnitud de la potencia aparente al colocar en paralelo el capacitor. En éste caso, debido a la distorsión armónica, se complica bastante el cálculo del factor de potencia, y en consecuencia de la potencia activa y reactiva, por tal razón, éstas últimas no se calculan. No obstante, puede hacerse una mejor visualización empleando los filtros del osciloscopio, lo cual no forma parte del experimento, y se analizará más adelante.

## 4. Conclusiones

Los métodos utilizados para medir el desfase de tensión y corriente, se corresponden entre sí en los resultados, lo que da una idea de la fidelidad de los mismos para la determinación de éste parámetro.

Por otro lado, se ha visto en el desarrollo del presente informe que, debido que la red posee una composición armónica, es decir no es senoidal pura. Debido a lo anterior, al conectar el capacitor se produce un realce de las altas frecuencias, y el aporte en amplitud de los armónicos en la señal es notorio. Como consecuencia de lo anterior expuesto, se observa una deformación en la señal de salida debido a la influencia de dicho capacitor de compensación.

Como complemento al experimento 3.2.2, donde se obtuvo la potencia aparente debido a la corrección del factor de potencia, se realiza un análisis en el dominio del tiempo, empleando los filtros digitales del osciloscopio. El mismo permite dar un acercamiento al nuevo desfase ya que, como se ha mencionado en dicha sección, mediante el modo X-Y se complica determinarlo. La Figura 12 muestra la nueva señal filtrada, con ésta puede procederse a realizar un cálculo en relación a la proporcionalidad entre pulsación angular y tiempo, y de ésta manera obtener el nuevo desfase.

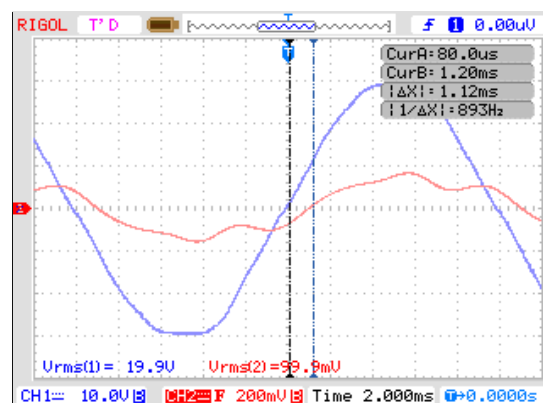


Figura 12: Medición del desfase de tensión y corriente usando filtros.