UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL CÓRDOBA

INGENIERÍA ELECTRÓNICA

MEDIDAS ELECTRÓNICAS I

Trabajo Práctico de Laboratorio N°6

MEDICIÓN DE POTENCIA ACTIVA Y DE FACTOR DE POTENCIA CON OSCILOSCOPIO

ALUMNOS	**:**	Carreño Marin, Sebastian	83497
		Juarez, Daniel	79111
		Torres, Heber	84640
CURSO	**:**	4R1	
DOCENTES	**:**	Ing. Centeno, Carlos	
		Ing. Salamero, Martin	
		Ing. Guanuco, Luis	

CÓRDOBA, ARGENTINA
4 de agosto de 2022

CONTENIDO

1. Introducción

A nivel industrial, la determinación de parámetros industriales, como la potencia y el factor de potencia, se hace mediante el uso de aparatos de medición destinados a medir dichas magnitudes en laboratorios eléctricos. En el presente trabajo práctico se emplean métodos de medición indirectos, e instrumentos utilizados en electronica, como un osciloscopio de uso general, para las mediciones de dichas magnitudes industriales.

2. Marco Teórico

2.1. Potencias en un sistema alimentado con corriente alterna

Se puede definir el concepto de **potencia**, como cantidad de energía eléctrica entregada o absorbida por un elemento en un momento determinado, cuya unidad en el Sistema Internacional de Unidades es el **watt** (**W**).

En circuitos de corriente alterna (CA), se puede determinar 3 tipos de potencias: **activa**, **reactiva** y **aparente**.

La potencia activa (**P**) también conocida como la *potencia real*, es la que es consumida por cargas resistivas propias de un circuito, y es medida en **watt** (**W**). La potencia reactiva (**Q**), es la potencia intercambiada por cargas inductivas y/o capacitivas; su unidad de medida es **volt-ampere reactivo** (**VAR**). Por último, la potencia aparente (**S**), es una combinación entre la potencia activa y la reactiva; su unidad de medida es **volt-ampere** (**VA**).

Estas potencias se relacionan entre sí de la siguiente manera. Partiendo de una señal

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)\ [V]\ ,$$

que excita un circuito genérico que contiene una impedancia $Z = R + jX = |Z|\angle\varphi$, se produce una corriente eléctrica cuya forma es

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi)\ [A]\ ,$$

entonces, la potencia instantánea, asociada a la señal de excitación, se obtiene mediante el producto de la tensión por la corriente, dando como resultado

$$p(t) = [V_m \sin(\omega t)] \cdot [I_m \sin(\omega t - \varphi)]\ [W]\ . \tag{1}$$

Ahora, partiendo de la ecuación (1), la misma se la puede reescribir de la siguiente forma (mediante la identidad trigonométrica del *seno de la resta*)

$$p(t) = V_m \sin(\omega t) \cdot [I_m \sin(\omega t)\cos(\varphi) - I_m \cos(\omega t)\,\mathrm{sen}(\varphi)]$$
$$p(t) = [2\sin^2(\omega t)] \cdot VI\cos(\varphi) - [2\sin(\omega t)\cos(\omega t)] \cdot VI\,\mathrm{sen}(\varphi)\ .$$

Luego, aplicando las identidades

$$2\sin^2(\alpha) = 1 - \cos(2\alpha) \quad ; \quad \sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)\ ,$$

finalmente queda la siguiente expresión

$$p(t) = [1 - \cos(2\omega t)] \cdot VI\cos(\varphi) - [\sin(2\omega t)] \cdot VI\sin(\varphi)\ . \tag{2}$$

De esta última expresión obtenida se observa que el primer término del segundo miembro de la ecuación, corresponde a la **potencia activa P** asociada a lo componentes resistivos de un sistema, mientras que el segundo término del mismo, corresponde a la **potencia reactiva Q**, asociada a los componentes reactivos del mismo.

Operando algebráicamente la última expresión obtenida, se obtiene la versión reducida de dichas potencias

$$\boxed{P = VI\cos(\alpha)\ [W]}\ . \tag{3}$$

$$\boxed{Q = VI\cos(\alpha)\ [VAR]}\ . \tag{4}$$

Por ultimo, la **potencia aparente total S**, se obtiene sumando los aportes de las potencias activas y reactivas, y como estas mismas se realizan en cuadratura, entonces

$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad \therefore \qquad \boxed{S = \sqrt{P^2 + Q^2}\ [VA]}. \tag{5}$$

2.1.1. Obtención del triángulo de potencia mediante fasores

El cálculo de las potencias resistivas y reactivas, se pueden obtener de manera directa mediante el uso de fasores. A continuación, se deducen los cálculos necesarios para la obtención. Partiendo de una tensión descrita en fasores $\vec{V} = |\vec{V}|\angle 0°$, excitando un circuito con una impedancia $Z = |Z|\angle \pm \varphi$, se genera una corriente $\vec{I} = |\vec{I}|\angle \mp \varphi$.

La potencia activa total, como se vio en la sección anterior, se puede obtener mediante ecuación 3. La misma puede describir en termino de fasores como el **producto de sus módulos por el coseno del ángulo entre ellos**

$$P = |\vec{V}| \cdot |\vec{I}| \cdot \cos(\varphi) = V \cdot I \cdot \cos(\varphi)\ .$$

La potencia reactiva total, como se vio en la sección anterior, se puede obtener mediante ecuación 4. La misma puede describir en termino de fasores como el **producto de sus módulos por el seno del ángulo entre ellos**

$$Q = |\vec{V}| \cdot |\vec{I}| \cdot \sin(\varphi) = V \cdot I \cdot \sin(\varphi)\ .$$

Por último, la **potencia aparente total (S)** se obtiene mediante el **producto de los módulos de los fasores tensión y corriente total**

$$S = |\vec{V}| \cdot |\vec{I}| \cdot = V \cdot I \cdot\ .$$

Una vez obtenido las 3 potencias mediante el método fasorial, partiendo de los fasores de corriente y de tensión, estos mismos pueden ser vistos como, **el producto del módulo del fasor tensión y la proyección de la corriente en el eje real e imaginario respectivamente**

$$P = V \cdot (I \cdot \cos(\varphi))\ ,$$
$$Q = V \cdot (I \cdot \sin(\varphi))\ .$$

A la proyección de la corriente sobre el eje real, se la conoce como **corriente activa**. A su vez la proyección de la corriente en el eje imaginario se lo conoce como **corriente reactiva** como vemos en la figura 1a.

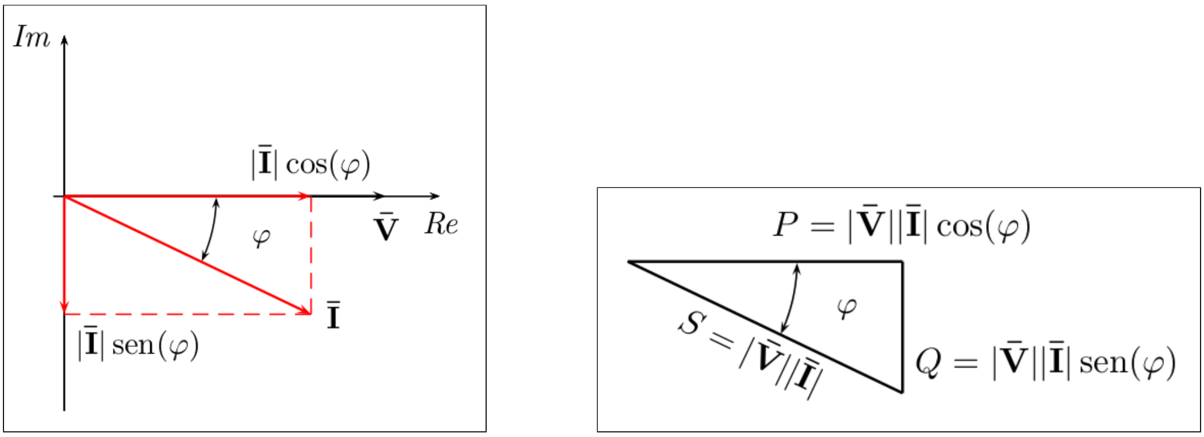
A su vez las potencias resistivas y reactivas, están relacionadas entre si de tal forma de que, si se suma los cuadrados de las mismas se obtiene

$$P^2 + Q^2 = (V \cdot I \cdot \cos(\varphi))^2 + (V \cdot I \cdot \sin(\varphi))^2 = (V \cdot I)^2 \,,$$

se deduce la potencia aparente

$$S^2 \;=\; P^2 \;+ Q^2 \quad \rightarrow \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} \,.$$

Debido a esta relación entre las 3 potencias, se conforma lo que se conoce como **triangulo de potencia** como vemos en la figura 1b



(a) Diagrama Fasorial

(b) Triángulo de potencias

Figura 1: Obtención del triangulo de potencias

2.1.2. Factor de potencia

El **factor de potencia (fp)**, se lo puede definir como la relación que existe entre la energía que es aprovechada ,capaz de realizar un trabajo, y la energía total del sistema disponible. Dichas energías ser relacionan, directamente con la potencia activa (P) y la potencia aparente (S) de la siguiente manera

$$fp = \frac{W_p}{W_s} \qquad \therefore \qquad \boxed{fp = \frac{P}{S}} \,,$$

sabiendo que

$$P = V \cdot I \cdot \cos(\varphi) \;;\; S = V \cdot I \;\rightarrow\; fp = \left(\frac{V \cdot I \cdot \cos(\varphi)}{V \cdot I}\right) \therefore \quad \boxed{fp = \cos(\varphi)} \,. \qquad (6)$$

El factor de potencia, es un valor adimensional que indica **el rendimiento de un sistema**, osea que parte de la energía disponible será transforma en trabajo. Dicho valor es un número comprendido entre 0 y 1, donde 0 indicaría que un sistema es **puramente reactivo**, esto quiere decir que toda la energía disponible en él, retornara a la fuente en cada ciclo. En el caso de un fp = 1 esto indica que un sistema es **puramente**

resistivo, osea que toda la energía disponible en él, sera consumida por una carga transformándose en trabajo. En la practica, se busca un (fp) lo mas cercano a 1 por razones mencionadas anteriormente, en caso de no tener un valor cercano a la unidad, se realiza lo que se conoce como *corrección de factor de potencia*, el cual explicara mas adelante. El factor de potencia al igual que las potencias reactivas, es expresado en términos de *adelanto*, para sistemas de carácter inductivo, o *atraso de fase*, para sistemas de carácter capacitivo.

2.1.3. Correccion del factor de potencia

Como se menciono anteriormente, en los sistemas se busca un factor de potencia lo mas cercano a uno debido a que la **la energía que es transportada y no se consume produce pérdidas**, por ende, entre mas cercano sea el valor a la unidad las perdidas serán mínimas en el sistema, pero en caso de ser mas alejado al valor unitario, se producirá mayores perdidas en el mismo, debiendo realizar una **corrección del factor de potencia**.

Dicha corrección se logra, **conectando cargas reactivas en paralelo, de carácter contrario al que posee el sistema**, de esta manera no se modifica la tensión aplicada en el mismo. El calculo de corrección es realizado en base al *factor de potencia deseado*.

Para la ejecución del trabajo practico, se tiene en cuenta la corrección del fp para una carga inductiva mediante el siguiente planteamiento

Partiendo de un factor de potencia incial (fp_0) a un factor de potencia final (fp_f)

$$fp_0 = \cos(\varphi_0) \quad y \quad fp_f = \cos(\varphi_f) \ ,$$

conciderando ambos en atraso para compensar el sistema se conecta una carga capacitiva de valor (Q_C)

$$Q_f = Q_0 - Q_C \rightarrow Q_C = Q_0 - Q_f \ ,$$

reemplazando las potencias reactivas como indica la ecuacion 4

$$Q_C = V \cdot I_0 \cdot \sin(\varphi_0) - V \cdot I_f \cdot \sin(\varphi_f) \ ,$$
$$Q_C = V \cdot I_0 \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \tan(\varphi_0) - V \cdot I_f \cdot \cos(\varphi_f) \cdot \tan(\varphi_f) \ ,$$

como la potencia activa (P) no varia entonces

$$Q_C = P \cdot (\tan(\varphi_0) - \tan(\varphi_f)) \ ,$$

finalmente se puede encontrar la capacidad necesaria para la correccion desde el siguiente despeje

$$\frac{V^2}{X_C} = V^2 \cdot \omega C = P \cdot (\tan(\varphi_0) - \tan(\varphi_f)) \ ,$$

$$\boxed{C = \frac{P \cdot (\tan(\varphi_0) - \tan(\varphi_f))}{V^2 \cdot \omega}} \ . \tag{7}$$

2.2. Figura de Lissajous

La figura de Lissajous, son comúnmente usadas para la determinación de la diferencia de fase entre dos señales de la misma frecuencia. Los osciloscopios cuentan con un modo conocido como **modo X-Y**, el cual toma una de las señales y la inyecta en el canal Y, y la otra en el canal X de esa manera, internamente el osciloscopio se encarga de sumar punto a punto las señales y muestra en pantalla la figura de Lissajous formada por dichas señales.

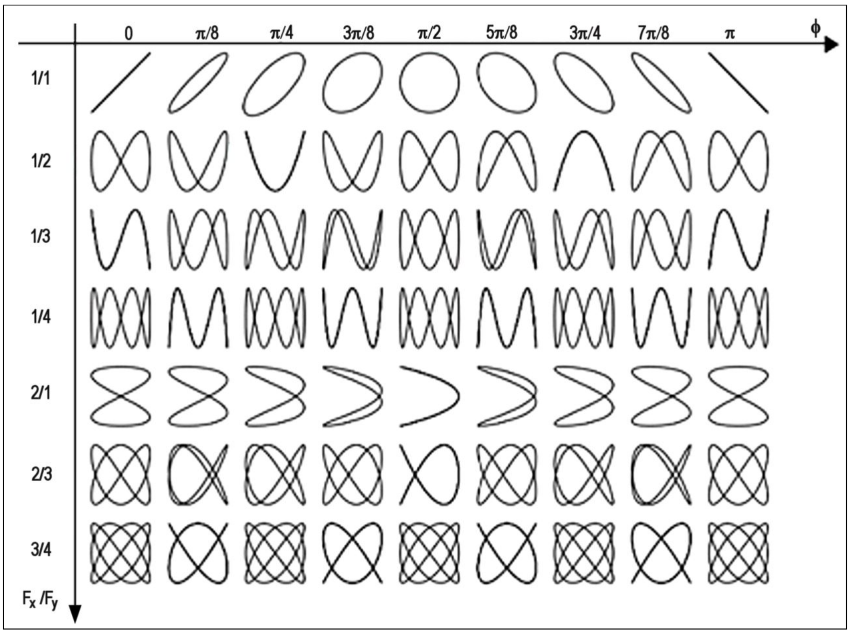


Figura 2: Figuras de Lissajous

De los tipos de figuras de Lissajous vistas en la Figura 2, en el presente trabajo practico, se destacara las figuras de **tipo elípticas**, las cuales son formadas por señales con valores de fase relativamente distinto a $\pi/2$ y con diferentes amplitudes

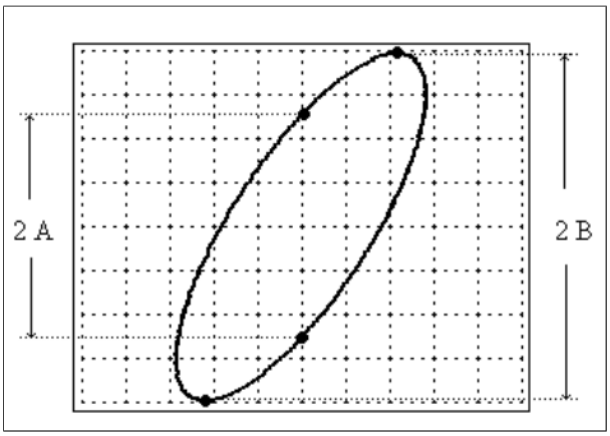


Figura 3: Figura de Lissajous de tipo elíptico

La obtención de la diferencia de fase entre las señales se pueden determinar de la siguiente manera

Conciderando que

$$x = A \cdot \sin(\omega t) \quad ; \quad y = B \cdot \sin(\omega t + \phi) \ ,$$

de la Figura 3 se deduce que cuando

$$x = 0 \quad , entonces \quad y = A \ ,$$

lo cual se repetira cuando

$$\omega t = 0, 2\pi, ...n\pi,$$

finalmente para ω t = 0 se obtiene

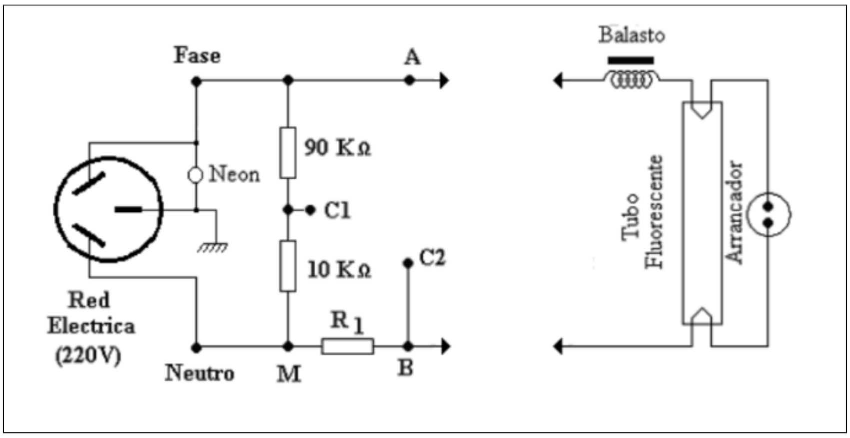
$$y = B \cdot \sin(\phi) = A \qquad\qquad \therefore \qquad\qquad \boxed{\frac{A}{B} = \sin(\phi)} \ .$$

De la última ecuación despejamos el ángulo de desfase

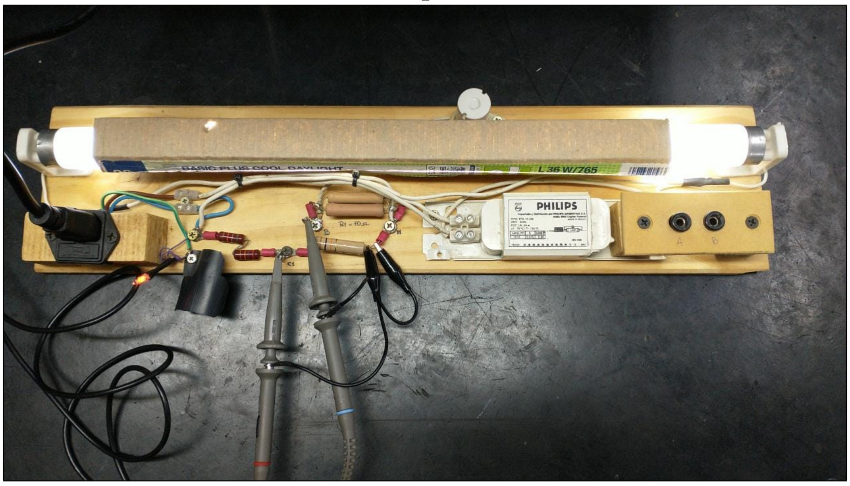
$$\boxed{\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{A}{B}\right)} \ . \tag{8}$$

3. Actividad Práctica

Se propone realizar las mediciones de **potencias** y **factor de potencia**, y posteriormente, la **corrección** de dicho factor, en una carga reactiva, la cual se trata de un tubo fluorescente común. Este mismo se encuentra preparado junto a un circuito de medición que provee la cátedra. En la Figura 4 se puede apreciar un esquema del mismo y una foto real.



(a) Esquema.



(b) Foto real.

Figura 4: Circuito de medición propuesto por la cátedra.

En el circuito de medición se puede apreciar el punto **M**, en el cual se conecta la tierra del osciloscopio por medio de sus puntas. Por esta razón, es importante y obligatorio el uso de un **transformador de aislación**, el cual tiene una de relación 1:1, y tiene como función crear una barrera física de aislación entre los equipos/circuitos con los cuales se trabaja y la red. Esto se justifica con que, la diferencia de potencial entre *neutro* y *tierra* de la red no es cero (idealmente debería serlo), para este caso, dicho valor es de aproximadamente $\mathbf{1,27\ V}$. Este valor generaría un flujo de corriente a través del osciloscopio directo a la *tierra*, lo cual podría dañar el instrumento, y además, provocaría que el diferencial se active.

Siguiendo con el análisis del circuito de medición, se puede apreciar un divisor resistivo. Esto permite que, en el punto **C1** se pueda medir la **décima parte** de la tensión de entrada. Luego, en el punto **C2** se mide la corriente de entrada por Ley de Ohm, ya que el valor de la resistencia es $\mathbf{R_1 = 10\ \Omega}$.

Se aclara que el kit utilizado no respeta el código de colores de los cables, siendo la fase y el neutro de color azul y marrón respectivamente.

3.1. Medición de potencia activa y factor de potencia

Las conexiones explicadas se representan en el esquema de la Figura 5. Se hace uso de las atenuaciones que ofrece el osciloscopio digital, de forma tal que los valores que se miden sean exactamente los valores reales. Es decir, para el **canal 1**, en cual se mide la *tensión de entrada* $\mathbf{V_i}$, se coloca una **atenuación x100** (x10 de la punta y x10 del divisor resistivo), y para el **canal 2**, en el cual se mide la *corriente de entrada* $\mathbf{I_i}$ de forma indirecta por Ley de Ohm, se coloca una atenuación **atenuación x1** (debido a que $R_1 = 10\ \Omega$).

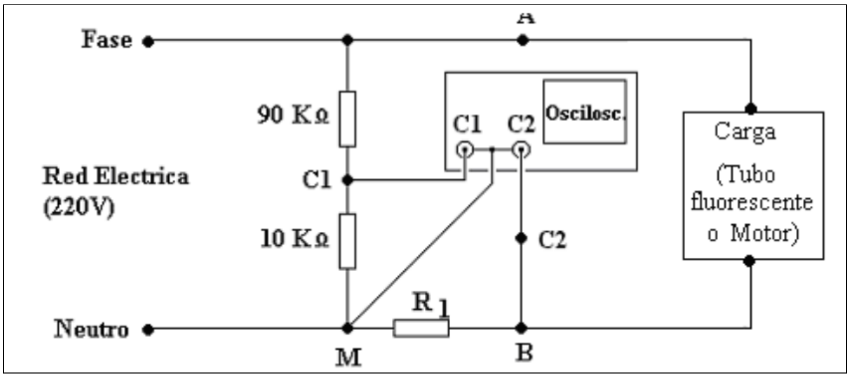


Figura 5: Esquema de conexiones para las mediciones.

3.1.1. Medición de los módulos de tensión y corriente de entrada

En la Figura 6 se puede ver los valores obtenidos al realizar la medición, los cuales se obtienen como valores *root main square* (RMS), ya que se utilizan para el cálculo de potencias. Las mediciones son:

$$\boxed{V_{i_{RMS}} = 213\ [V]} \quad ; \quad \boxed{I_{i_{RMS}} = 333\ [mA]}\ .$$

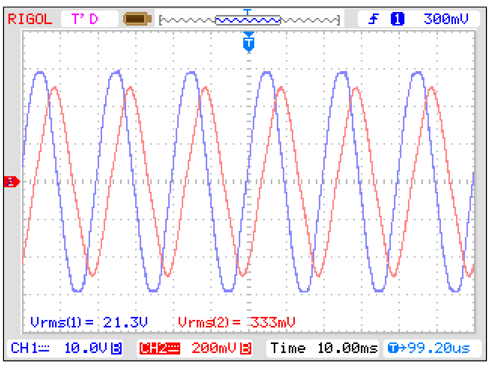
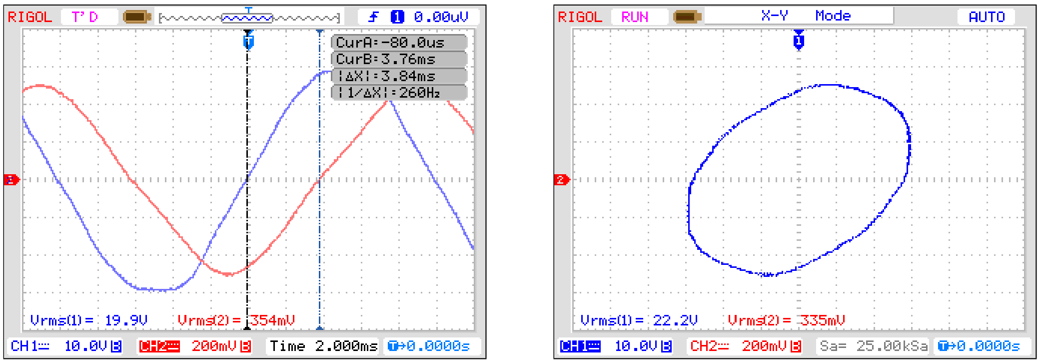


Figura 6: Medición de tensión y corriente de entrada con el osciloscopio.

3.1.2. Medición de la diferencia de fase de la tensión y corriente de entrada

A continuación, se procede a calcular la **diferencia de fase** de la tensión y corriente de entrada. En la Figura 7 se aprecia la medición con el osciloscopio en modo dual y en modo X-Y.



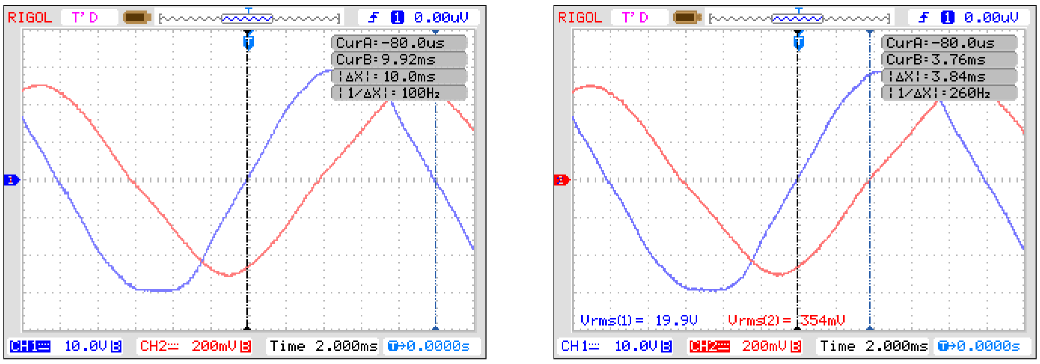
(a) Medición en modo dual. (b) Medición en modo X-Y.

Figura 7: Medición de diferencia de fase.

Método 1: medición en modo dual

Simplemente, se procede a realizar una regla de tres simple, basándose en la Figura 8, mediante el semiperíodo de la tensión de entrada y la diferencia en segundos entre las señales. Por lo tanto, la diferencia de fase es

$$
\begin{aligned}
&9,92\ ms \longrightarrow 180\ ^\circ (semiperiodo) \\
&3,82\ ms \longrightarrow \varphi = \frac{3,84\ ms \cdot 180\ ^\circ}{9,92\ ms} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\varphi = 69,67\ ^\circ}.
\end{aligned}
$$



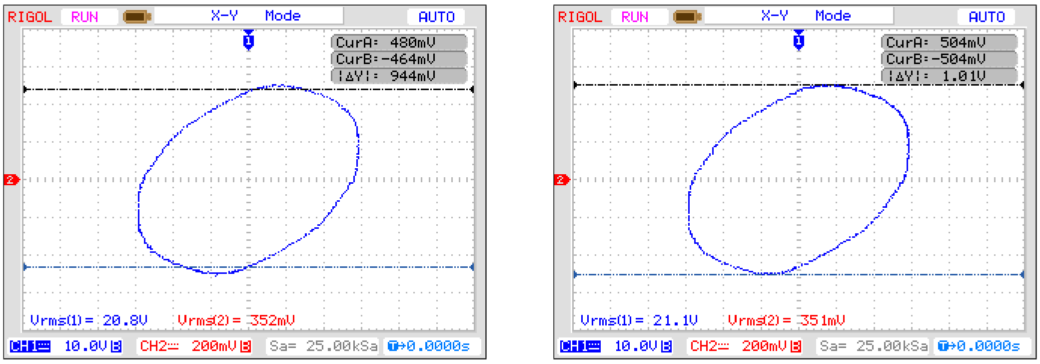
(a) Semiperíodo en segundos. (b) Desfase de las señales en seg.

Figura 8: Medición de diferencia de fase en modo dual.

Método 2: medición en modo X-Y

Este método se basa en el uso de la figura de Lissajous mostrada en el osciloscopio. Las mediciones se pueden ver en la Figura 9. En base a la ecuación (8) se calcula el valor de la **diferencia de fase**

$$\varphi = sen^{-1}\left(\frac{A}{B}\right) = sen^{-1}\left(\frac{0,944\ V}{1,01\ V}\right) \implies \boxed{\varphi = 69,17\ ^{\circ}}.$$



(a) Valores de corte de la figura en el eje vertical (A).

(b) Valores máximos de la figura en el eje vertical (B).

Figura 9: Medición de diferencia de fase en modo X-Y.

Con las mediciones anteriores ya realizadas, se calculan las potencias **activa** (P), **reactiva** (Q) y **aparente** (S), con el uso de las ecuaciones (3), (4) y (5) respectivamente

$$P = V_i \cdot I_i \cdot \cos(\varphi) = 213\ V \cdot 0,333\ A \cdot \cos(69,17\ ^{\circ}) \quad \therefore \quad \boxed{P = 25,22\ [W]}$$

$$Q = V_i \cdot I_i \cdot \text{sen}(\varphi) = 213\ V \cdot 0,333\ A \cdot \sin(69,17\ ^{\circ}) \quad \therefore \quad \boxed{Q = 66,29\ [VAR]}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(25,22\ W)^2 + (66,29\ VAR)^2} \quad \therefore \quad \boxed{S = 70,92\ [VA]}.$$

De la misma forma, con la ecuación (6) se calcula el factor de potencia **f.d.p.**

$$f.d.p. = cos(\varphi) = cos(69,17^{\circ}) \quad \therefore \quad \boxed{f.d.p = 0,36}.$$

3.2. Correción del factor de potencia

3.2.1. Cálculo del capacitor de compensación

Usando la ecuación (7) se determina el valor del capacitor de compensación

$$C = \frac{25,22\ W \cdot \tan(69,17\ ^{\circ})}{(213\ V)^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50\ Hz} \quad \therefore \quad \boxed{C = 4,65\ [\mu F]}.$$

También es posible encontrar el valor del capacitor conociendo el factor de potencia, de acuerdo con el gráfico de la Figura 10, que corresponde con un valor de capacitancia de $3,63\ \mu F$.

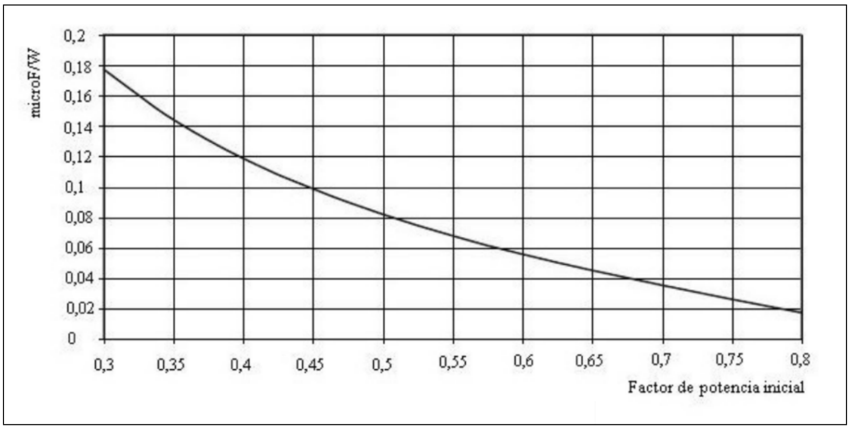


Figura 10: Curva Capacitancia-Factor de Potencia.

3.2.2. Medicion del factor de potencia corregido

Como se dificulta medir la diferencia de fase entre una señal y otra con el método del modo X-Y, se procede a determinar dicho desfasaje a partir de las señales en el dominio del tiempo. Se dispone de un capacitor de valor 4,7[μF], con lo cual se cumple el requisito presentado anteriormente. Se procede a la conexión del mismo, y se observa en el osciloscopio el resultado.

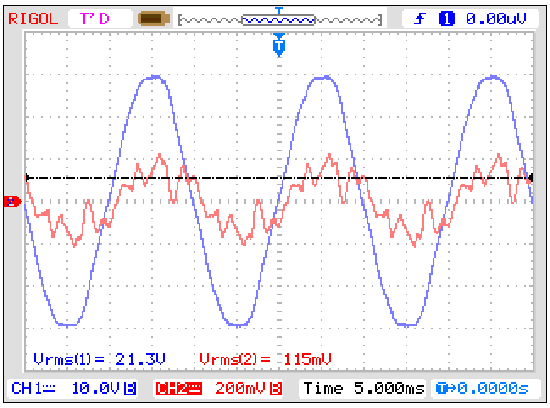


Figura 11: Señal resultante al agregar un capacitor.

Se observa una importante cantidad de armónicos sumados a la señal de corriente, ésto debido a la deformación provocada por la carga conectada a la red.

Con los nuevos valores de tension y corriente, se determina el valor de la nueva potencia aparente

$$S = V_{rms} I_{rms} \qquad S = 213\ [V] * 0,115\ [A] \Longrightarrow \qquad \boxed{S = 4,776[VA]}.$$

Adicionalmente, puede determinarse el factor de potencia corregido, a partir de las señales obtenidas en el tiempo. El principal problema es la cantidad de armónicos montados sobre la señal de corriente, para resolverlo se debe aplicar un filtro pasa bajos a la misma, de ésta manera, es más sencillo realizar los cálculos.

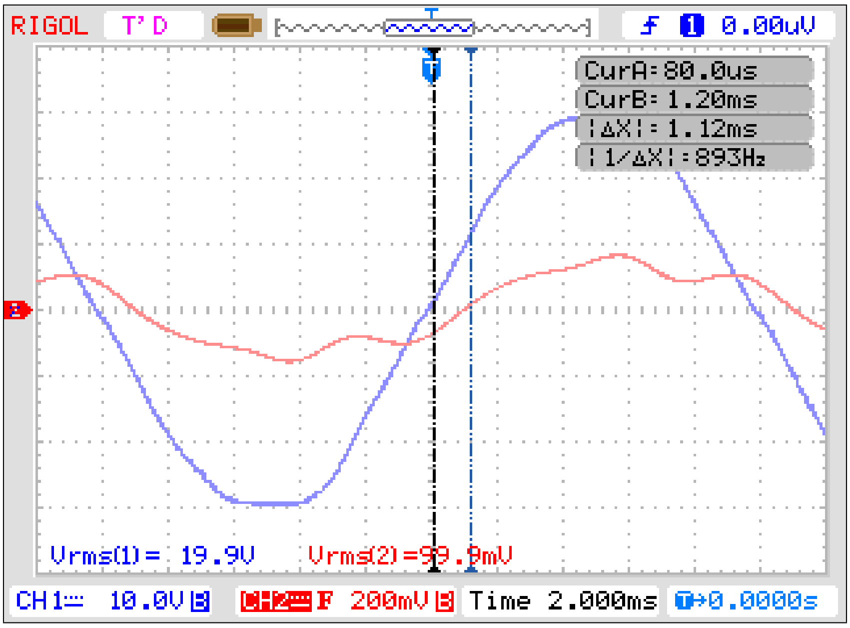


Figura 12: Medición del desfasaje de tensión y corriente.

Se tiene un semiperiódo de 10[ms] (lo que se corresponde con la frecuencia de la red de 50Hz), que equivalen a una pulsación de 180° , y usando la relación de tiempo/división del osciloscopio junto con la relación entre ángulo y tiempo , se determina la correspondencia en grados del desfasaje de la señal

$$\varphi = sen^{-1}\left(\frac{t_0[ms]\cdot 180\ ^\circ}{0,5\cdot T[ms]}\right) = sen^{-1}\left(\frac{1,12[ms]\cdot 180\ ^\circ}{10[ms]}\right) \implies \boxed{\varphi = 20,16\ ^\circ}.$$

4. Conclusiones

Para determinar la ecuación de cálculo del ángulo de desfasaje, a partir de la figura de Lissajous se debe tener en cuenta que

$$f(t) = A\cdot sen(\omega\cdot t+\phi) \qquad \wedge \qquad g(t) = A\cdot sen(\omega\cdot t),$$

donde g(t) es la referencia, y se coloca en el eje x de la figura por convención y cada punto de la Figura de Lissajous se compone en coordenadas

$$Lissajous(X,Y) = (\ g(t)\ \ ;\ \ f(t)\ ).$$

Si se hace $t = 0$, entonces $g(t) = 0$, y

$$f(0) = A\cdot sen(\phi) \implies \boxed{sen(\phi) = \frac{f(0)}{A}}.$$

En la figura de Lissajous, f(0) se corresponde con el corte del trazo con el eje vertical, y A es el valor máximo absoluto que alcanza la señal.

Luego por trigonometría se puede deducir que:

$$sen^2(\phi) + cos^2(\phi) = 1 \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{cos(\phi) = \sqrt{1 + \left(\frac{f(0)}{A}\right)^2}}.$$

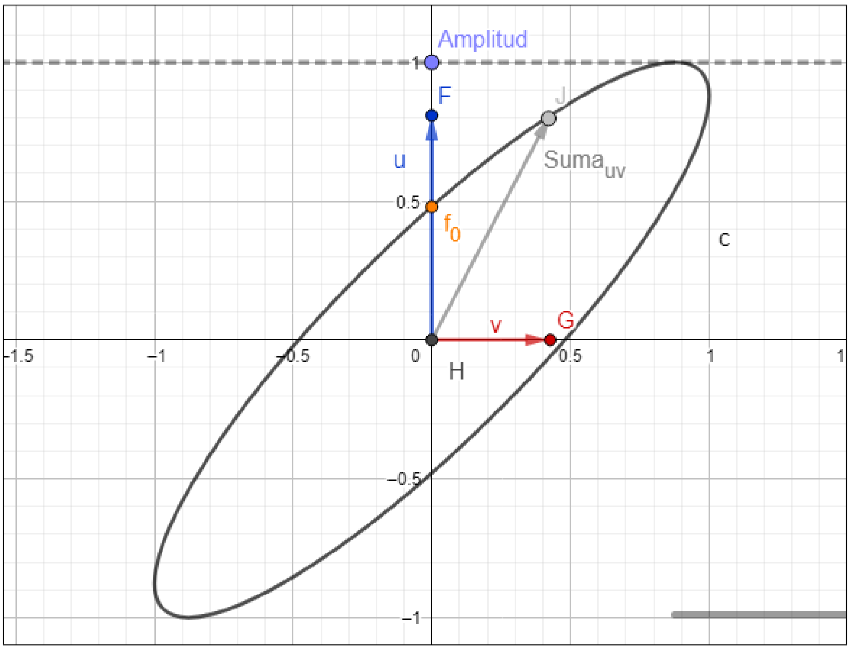


Figura 13: Curva Lissajous.

Para determinar la ecuación del cálculo del capacitor de compensación se parte de la siguiente premisa:

$$I_{Xc} = I \cdot sen(\phi) \qquad ,$$

donde I_{Xc} es la corriente reactiva debido al capacitor, I la corriente total y ϕ el ángulo de desfasaje entre la tensión y corriente, el cual se quiere corregir.

Dividiendo ambos miembros por la tensión V total, se tiene

$$\frac{I_{Xc}}{V} = \frac{I \cdot sen(\phi)}{V} \qquad ,$$

recordando además la ecuación de Reactancia de un capacitor que es

$$Xc = \frac{V}{I_{Xc}} = \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad ,$$

se tiene entonces que

$$\frac{1}{Xc} = \omega \cdot C = \frac{I \cdot sen(\phi)}{V} \qquad .$$

Usando la relación de potencia aparente se reemplaza I obteniéndose

$$\omega \cdot C = \frac{S \cdot sen(\phi)}{V^2} \quad ,$$

por último multiplicando y dividiendo el segundo término por $cos(\phi)$ y despejando C

$$\omega \cdot C = \frac{\frac{S \cdot cos(\phi) \cdot sen(\phi)}{cos(\phi)}}{V^2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{C = \frac{P \cdot tg(\phi)}{\omega \cdot V^2}}.$$

Se ha visto a lo largo del presente informe que el agregado del capacitor de corrección produce una deformación en la onda de salida del resistor R1, debido a la propiedad de los capacitores de realce de alta frecuencia, con lo que el ruido montado en la señal se ve amplificado.