Procesamiento Digital de Imágenes

Claudio Delrieux
Laboratorio de Ciencias de las Imágenes – UNS - CONICET
cad@uns.edu.ar

Restauración por procesamiento espectral

Degradaciones aditivas

Las degradaciones aditivas son aquellas que pueden modelarse por medio de sumas o convoluciones en el dominio de la imagen:

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y)$$

donde **g** representa la imagen obtenida, **f** la imagen ideal no degradada, **h** representa la PSF de la degradación, y **n** representa una función de ruido.

Degradaciones aditivas

Algunas de las degradaciones típicas son el desenfoque (blur), el desenfoque por movimiento (motion blur), el submuestreo, el ruido aditivo no correlacionado. En una operación tan simple como una rotación, estas degradaciones pueden fácilmente ocurrir.

Restauración espectral: filtro inverso

La restauración espectral propone un modelo en el dominio frecuencia:

g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y) –> **G(u,v) = H(u,v) F(u,v) + N(u,v)**

De esa manera se puede encontrar una imagen estimada **f´(x,y)** como resultado de la transformada inversa de **F´(u,v)**, la cual es resultante de algún procesamiento sobre la transformada directa de **g(x,y)**.

Lo básico, suponiendo que no hay ruido (n(x,y)=0), es **F´(u,v) = G(u,v) / H(u,v)**.

Restauración espectral: filtro inverso

En muchos casos, **h(x,y)** puede ser asumida como la PSF de una Gaussiana. En este ejemplo

h(x,y) = $\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-r^2/2\sigma^2}$

con σ = 1 y r la distancia Euclídea a (x,y), y

n(x,y) una distribución normal con media cero y σ = 0.3.

Restauración espectral: filtro inverso

Para valores bajos del σ, tanto en **h(x,y)** como en **n(x,y)**, el modelo funciona bien, pero pasado cierto punto se produce una amplificación del ruido debido al término **N(u,v) / H(u,v)** implícito en la deconvolución.

Esto puede también pensarse en términos frecuenciales: dividir por **H(u,v)** equivale a un filtro pasaaltos, el cual aumenta la alta frecuencia de **n(x,y)**.

Restauración espectral: filtro de Wiener

La idea es restaurar con una función adaptativa que estime la densidad espectral tanto de la imagen original como la del ruido, y en base a esas estimaciones determinar si el filtro amplifica o atenúa. La forma general es similar: **F´(u,v) = G(u,v) / W(u,v)**,

donde $$W(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + K(u,v)}$$

y $K(u,v) = S_\eta(u,v)/S_f(u,v)$ es el cociente entre la estimación de la densidad espectral del ruido respecto de la de la señal.

Restauración espectral: filtro de Wiener

La determinación de las densidades espectrales se basa en evaluar la potencia estimada:

$$S_f(u,v) = |F(u,v)|^2$$

$$S_\eta(u,v) = |N(u,v)|^2$$

y el criterio de convergencia consiste en minimizar el error cuadrático:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(f(x,y)-\hat{f}(x,y)\right)^2 dxdy$$

Restauración espectral: filtro de Wiener

De acuerdo al teorema de Parseval:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|f(x,y)-\hat{f}(x,y)\right|^2 dxdy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F(u,v)-\hat{F}(u,v)\right|^2 dudv\end{aligned}$$

y teniendo en cuenta nuestro modelo de degradación y restauración:

$$\hat{F} = WG = WHF + WN$$

$$F - \hat{F} = (1 - WH)F - WN$$

Restauración espectral: filtro de Wiener

Finalmente (asumiendo F y N no correlacionados):

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} |(1-WH)F - WN|^2 \, dudv$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left\{|(1-WH)F|^2 + |WN|^2\right\} dudv$$

La integral se minimiza si ambos términos se minimizan:

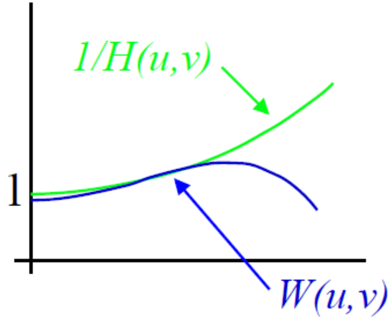
$$W^* = \frac{H|F|^2}{|H|^2|F|^2 + |N|^2}$$
$$W = \frac{H^*}{|H|^2 + |N|^2/|F|^2}$$

Restauración espectral: filtro de Wiener

$$W(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + K(u,v)}$$

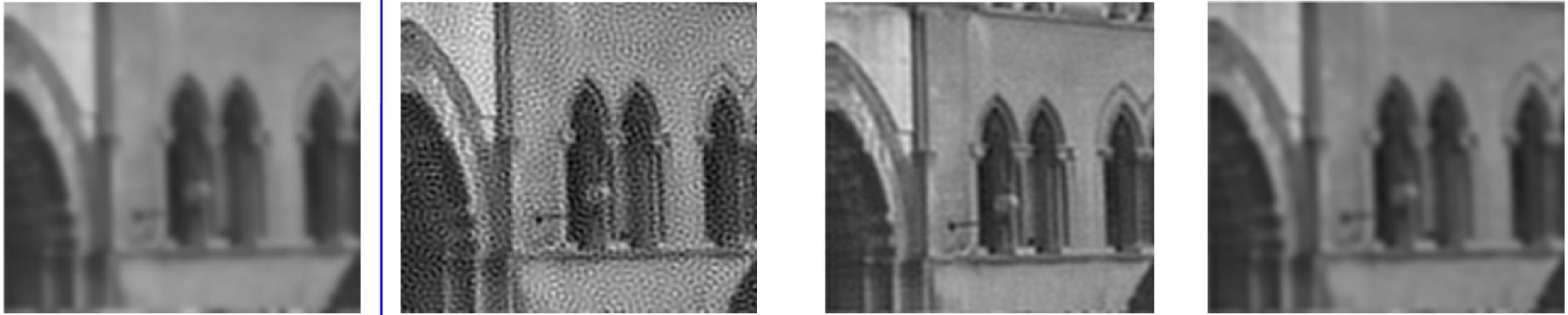
$$K(u,v) = S_\eta(u,v)/S_f(u,v)$$

K en general se estima en forma empírica de acuerdo al resultado obtenido.



Restauración espectral: filtro de Wiener

Blur 1,5 pixels, ruido 0,3 | K = 0,0001 | K = 0,01 | K = 0,1

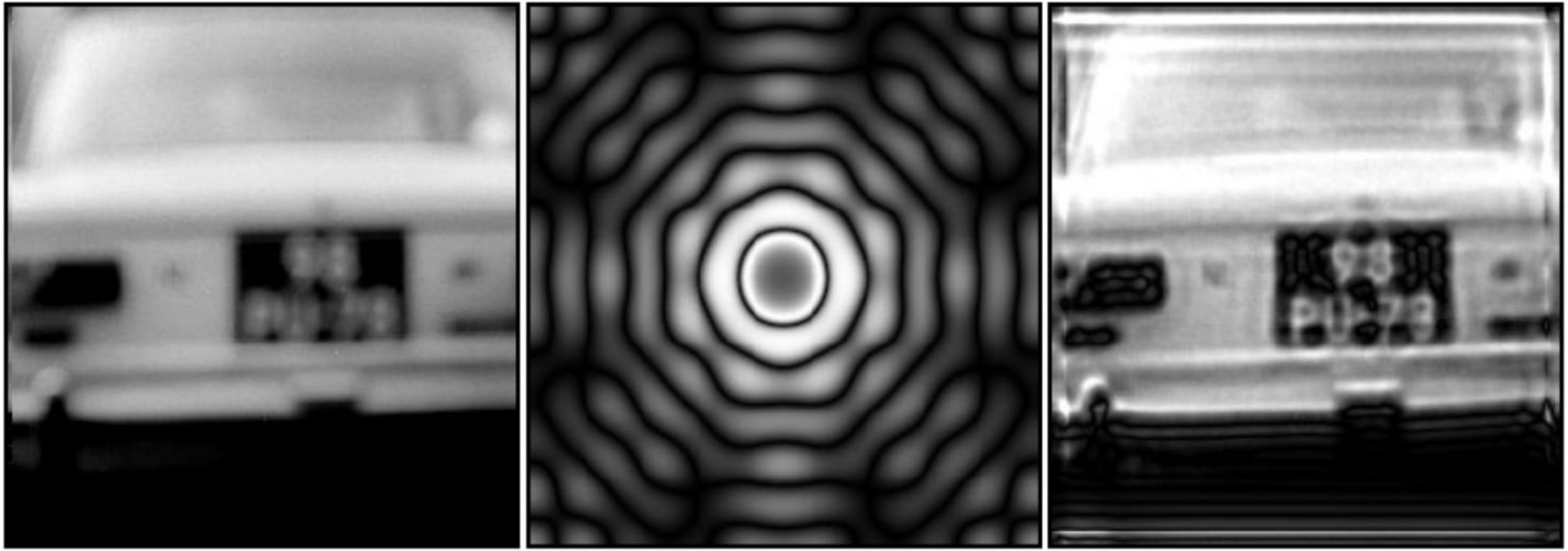


Restauración espectral: filtro de Wiener

Blur 3 pixels
Ruido 0,3

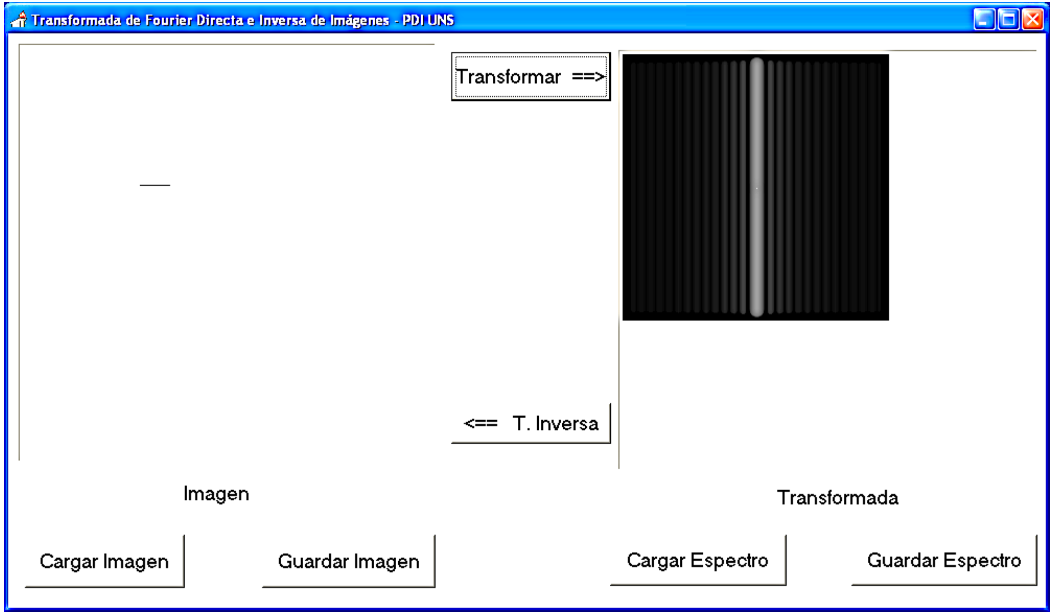
K = 0,005

Restauración espectral: filtro de Wiener



Restauración espectral: motion blur

Inicialmente modelamos el movimiento como lineal, acotado, y orientado:



Restauración espectral: motion blur

Nuestra *h(x,y)* es asimilable al producto de un pulso (vertical) por un impulso (horizontal), por lo que *H(u,v)* es la función sync horizontal, verticalmente “extruida”.

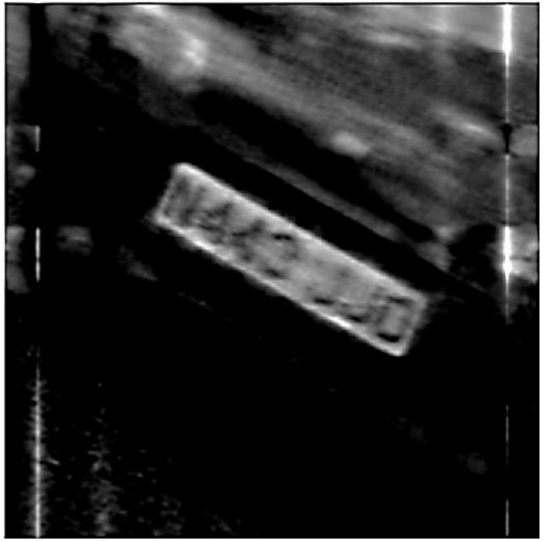
Los ceros de H(u,v) determinan problemas de estabilidad numérica. En este caso se evidencian más en el “eco” que se genera en los bordes:

Restauración espectral: motion blur

En general ese efecto se va a hacer notable siempre que hayan “features” con alta frecuencia cerca de otros sin alta frecuencia (“ringing” effect).

Restauración espectral: motion blur

En una situación “in the open” conviene primero rotar la imagen para hacer que el movimiento sea horizontal, y luego estimar la longitud del movimiento:



Restauración espectral: Estimación de la PSF

En algunos casos, las imágenes contienen originalmente “features” puntuales que pueden ser utilizados como pauta para estimar la PSF *h(x,y)*.