Reporte de Simulación: Modelo de Intercambio de Riqueza y Reducción de Desigualdad

Sebastián Rodríguez Labastida

1 de febrero de 2026

1. Introducción y Objetivos

El objetivo es modelar la dinámica económica de una población mediante intercambios estocásticos. Se analiza el paso de una igualdad absoluta a un estado de equilibrio con alta desigualdad, y se evalúa una política de redistribución basada en impuestos al *top* 10 % y subsidios al *bottom* 30 %.

2. Metodología

2.1. Modelo Base

Se implementó un sistema de N agentes con riqueza inicial $w = 1$. El intercambio se rige por: $w'_i = aD$ y $w'_j = (1 - a)D$, donde $D = w_i + w_j$.

2.2. Modelo Corregido (Ahorro y Redistribución)

El modelo propuesto considera una política de impuestos del 20 % para el 10 % más rico de la población que posteriormente se distribuye de manera uniforme hacia el 30 % más pobre; dicha repartición se hace cada 30 intercambios de dinero (aunque podrían considerarse distintos valores para representar distintas modalidades). Además de esto, consideramos que cada agente ahorra el 50 % de su dinero antes de proceder a un intercambio[1] Consideraciones:

- **Factor de Ahorro ($s = 0{,}5$):** Los agentes solo arriesgan el $(1 - s)$ de su riqueza.
- **Política Fiscal:** Cada T iteraciones, se aplica un impuesto del 20 % al decintil superior y se reparte equitativamente entre el 30 % más pobre.

3. Resultados y Análisis del modelo

Para esta sección se simuló una población de tamaño $N = 100$ con $10,000$ interacciones. Los datos correspondientes se encuentran adjuntos en el archivo `sim_N100_Y10000_t1_MM.csv`.

3.1. Visualización de la Riqueza

Se presentan las gráficas de ranking de riqueza y la CCDF en escala log-log para el modelo base, contrastando la hipótesis de una distribución exponencial.

[1] Un camino interesante a explorar sería poner el ahorro de cada agente en función de su estrato económico.

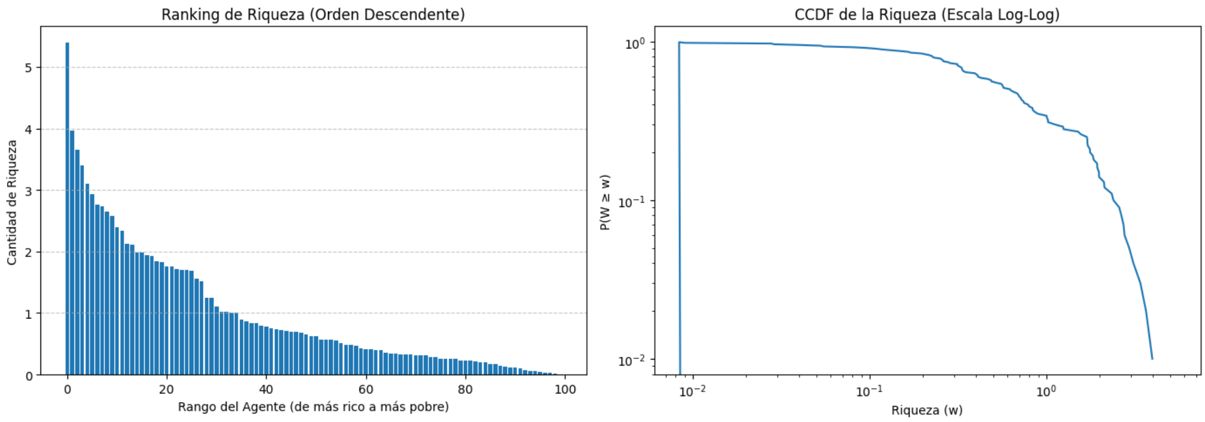


Figura 1: s

De observar la primer gráfica de la figura 1 es fácil conjeturar que, al finalizar la simulación, la riqueza del los agentes tiene una distribución exponencial; bajo esta suposición podemos usar el estimador de máxima verosimilitud para la distribución exponencial descrito en [1, p. 92], $\bar{X}$, y una inspección rápida (figura 2 parece confirmar la hipótesis de que, bajo este modelo, la riqueza se distribuye de manera exponencial.

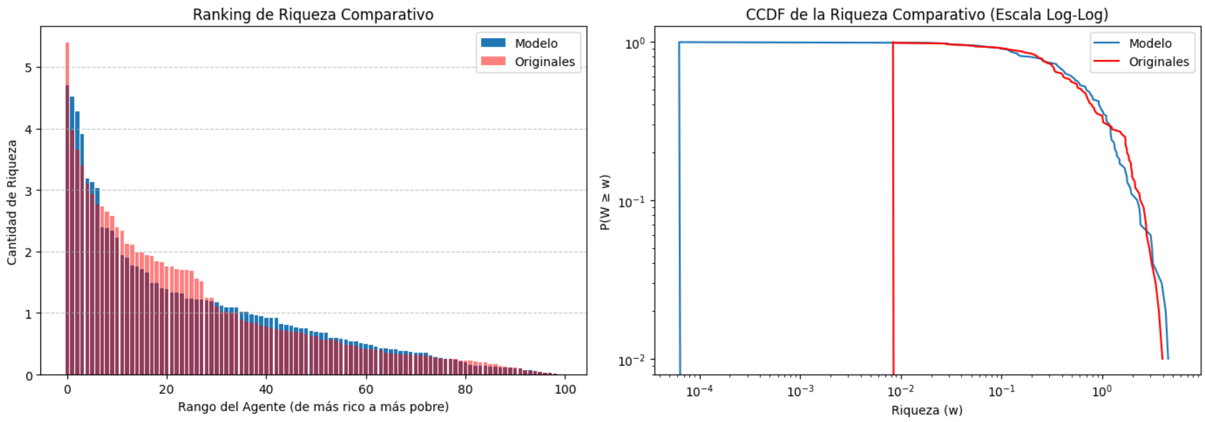


Figura 2

3.2. Análisis de datos

Para comenzar a entender a nuestra población podemos empezar por graficar un histograma o densidad muestral para entender cómo se distribuye la riqueza, esto se muestra en la figura 3

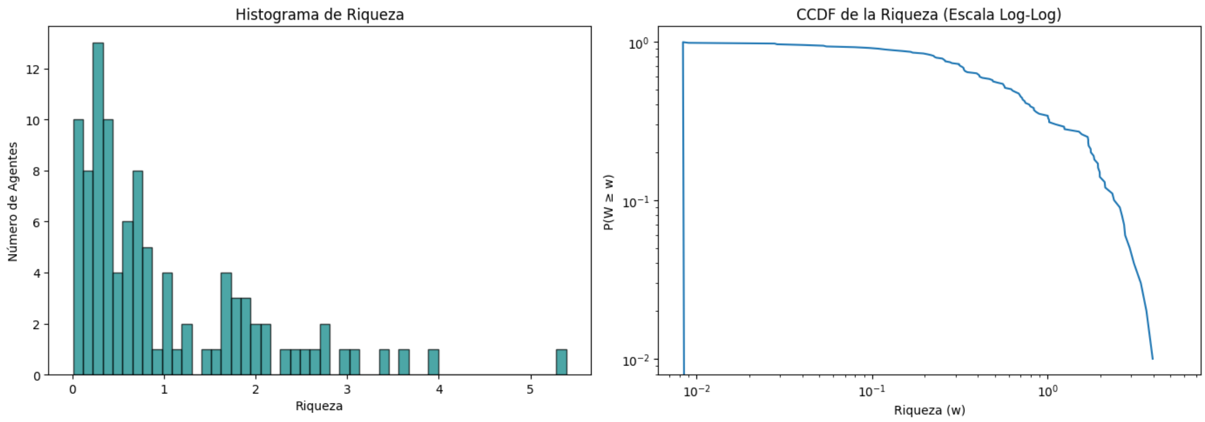
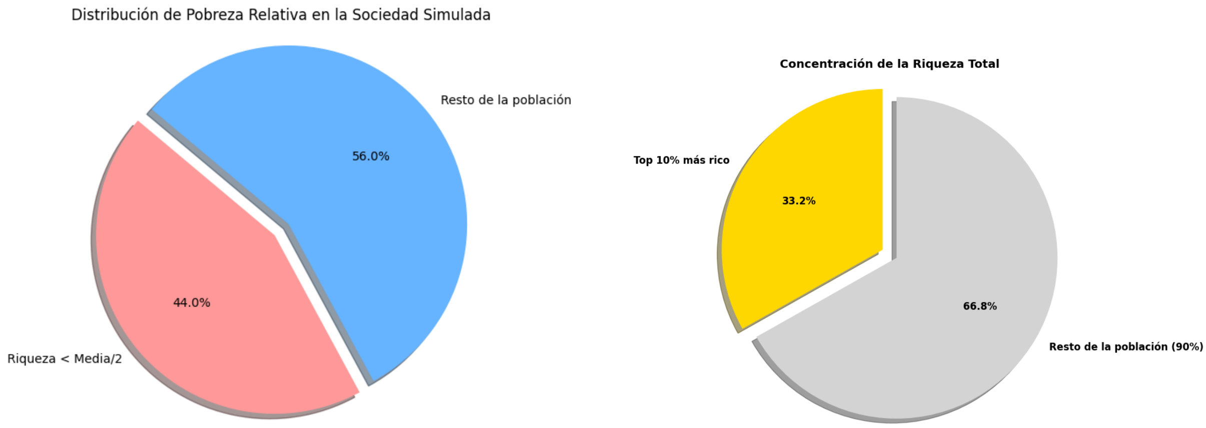


Figura 3

Algunas estadísticas importantes de nuestra población son la media, el porcentaje de agentes que ganan menos que la mitad de la media, y porcentaje de participación del top 10 % con más dinero de nuestra población.La media de nuestra población es 1.0000 y la varianza es 1.0394, el porcentaje de agentes con riqueza menor o igual a la mitad de la media es 44.0 %, el top 10 % de la población tiene 33.18 % de la riqueza total. Esto se visualiza de manera en la figura 4b



(a) Población con riqueza $< \mu/2$.

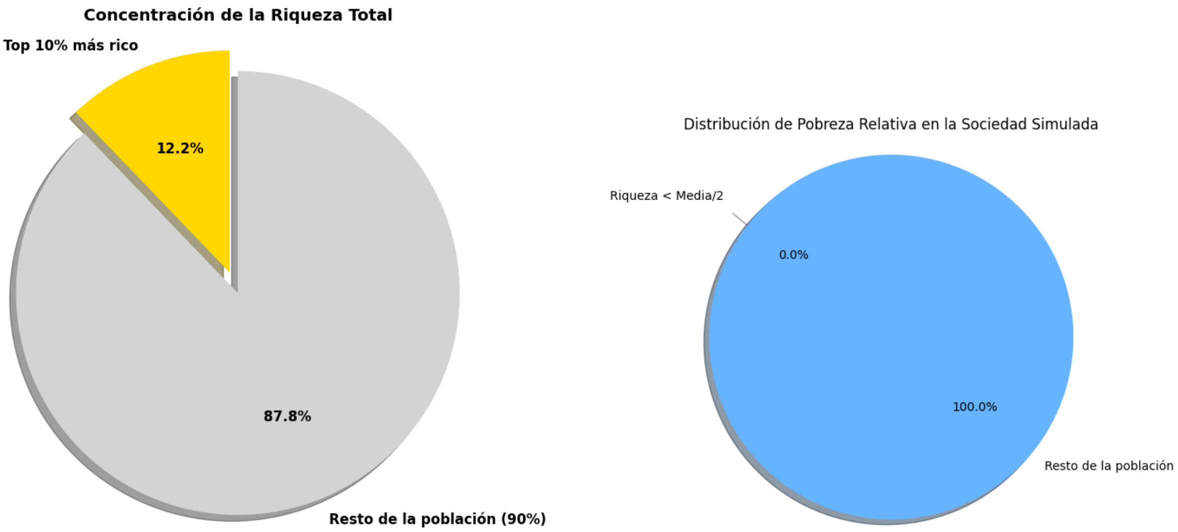
(b) Participación del top 10 % en la riqueza total.

Figura 4: Análisis de distribución y concentración de riqueza al finalizar la simulación.

Tras este análisis, es claro que nuestra población presenta una desigualdad bastante clara y fuerte; aun intentando modificar los parámetros para evitar esto la desigualdad parece surgir de manera natural y casi inevitable. Mi conjetura es que el sistema, a pesar de parecer ”justo”, tiende a converger hacia la desigualdad porque el estado de igualdad es muy inestable; es decir, de cierta manera, cuando hay agentes con mayor concentración de dinero que otros, el sistema parece tener una tendencia a permanecer así, además de que permanecer en el otro estado parece se muy difícil y por tanto eventualmente terminará siendo atraído hacia el otro estado.

3.3. Modelo propuesto

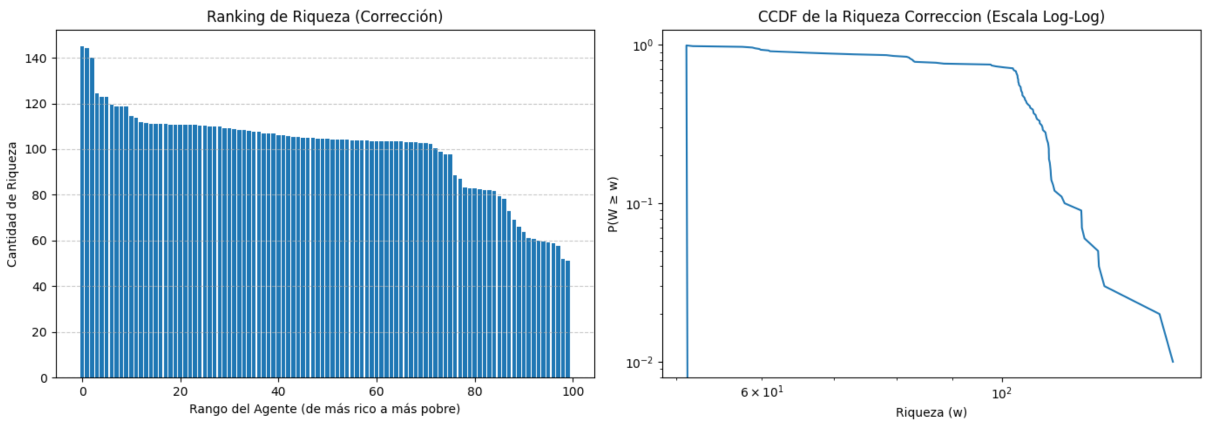
Usando los mismos parámetros (100 agentes y 10000 interacciones) los resultados del modelo propuesto son contundentes, hemos logrado disminuir drásticamente la desigualdad. El top 10 % de la población tiene unicamente el 12,18 % de la riqueza total y no hay nadie por debajo de la mitad de la media. Esto se ilustra en la figura 5.



(a) Población con riqueza $< \mu/2$. (b) Participación del top $10\,\%$ en la riqueza total.

Figura 5: Análisis de distribución y concentración de riqueza al finalizar la simulación bajo el modelo propuesto.

De igual manera, como podemos ver en la figura **??**, nuestra población se ve mucho más uniforme que antes, además de mostrar una cola que se asemeja mucho a una recta en la CCDF;



4. Índice de Gini

Interpretación del Índice de Gini

El Índice de Gini es la medida estándar en economía para cuantificar la desigualdad de ingresos o riqueza en una población. El índice varía estrictamente entre 0 y 1 (o entre $0\,\%$ y $100\,\%$) y se interpreta como sigue:

- $G = 0$ **(Igualdad perfecta):** Todos los agentes tienen exactamente la misma cantidad de riqueza. En la simulación, este representa el punto de partida (Iteración 0).
- $G = 1$ **(Desigualdad máxima):** Un solo agente posee toda la riqueza del sistema y los $n-1$ restantes no poseen nada.

2. Interpretación geométrica: La Curva de Lorenz

Para entender el Gini, primero debemos analizar la *Curva de Lorenz*, que grafica el porcentaje acumulado de la población frente al porcentaje acumulado de la riqueza.

- **Línea de Equidad:** Esta linea representa una sociedad totalmente igualitaria (con la misma cantidfad de riqueza); se representa con la identidad. Indica que, por ejemplo, el 20 % de la población posee el 20 % de la riqueza.
- **Curva de Lorenz:** Es la curva generada por la simulación. A medida que el azar favorece a unos pocos, la curva se "hunde" o se aleja de la diagonal.
- El Coeficiente de Gini se define como el área entre la diagonal y la curva de Lorenz (A), dividida por el área total del triángulo bajo la diagonal ($A + B$). En pocas palabras, es una "medida"de que tan lejos se encuentra una la curva de Lorenz muestral, de la curva ideal (Linea de equidad). Se define entonces como:

$$G = \frac{A}{A+B}$$

Existen varias formas en la literatura para calcular el Indice de Gini, nosotros nos ceñiremos a la utilizada en [2]. Dada una muestra poblacional $X_1, \ldots, X_n$, de manera que $X_m \leq X_{m+1}$ para toda $m < n$, el indice de Gini se puede calcular

$$G = \frac{1}{\bar{X}n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (2i - n - 1) X_i$$

Para nuestro caso, graficamos y comparamos como evoluciona el indice de Gini mientras avanza el tiempo tanto para el modelo base, como para el propuesto. Esto se muestra en la figura 6, donde no sólo vemos que el modelo propuesto genera una población mucho más igual, sino que además, parece converger a esto de manera más rapida que el otro modelo.

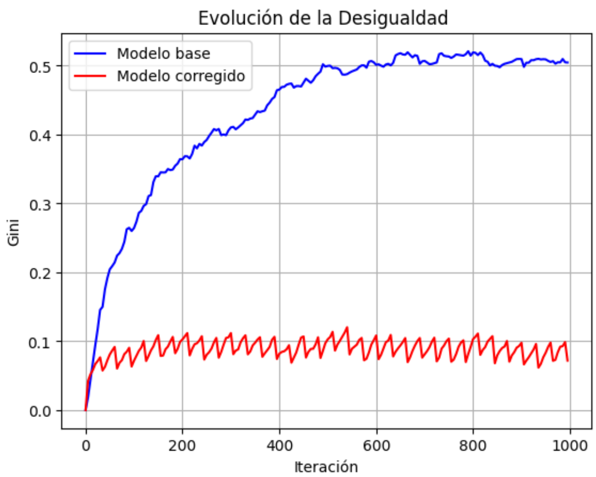


Figura 6

Adicionalmente, comparamos la velocidad de convergencia a una distribución ."estable"de riqueza en función del número de agentes en la simulación. En las figuras 7 y 8 podemos ver claramente que, para ambos modelos, mientras más población hay, más rapido se estabiliza la distribución.

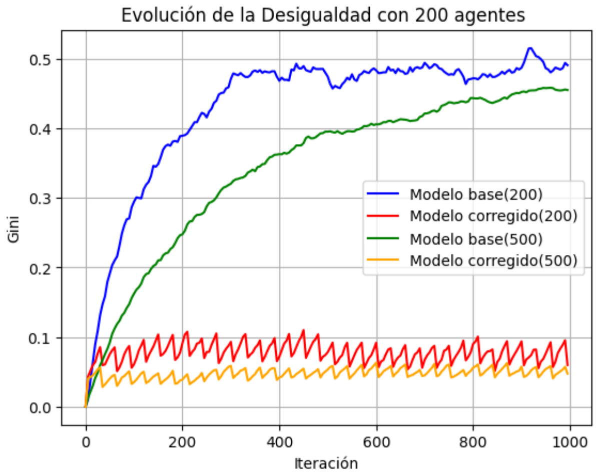


Figura 7

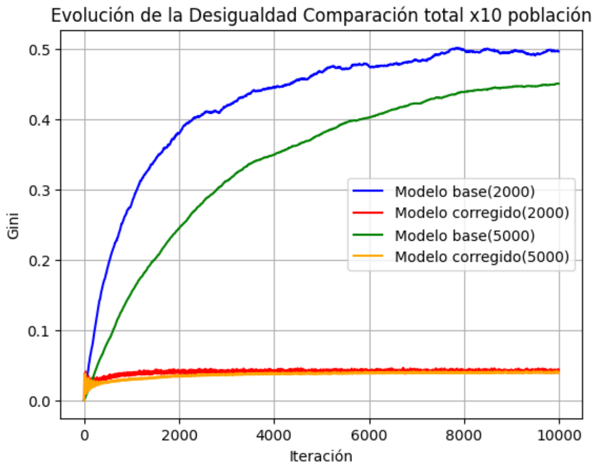


Figura 8

Bibliografía

Referencias

[1] Forbes, C., Evans, M., Hastings, N., y Peacock, B. (2010). *Statistical Distributions* (4ta ed.). Nueva Jersey, EE. UU.: John Wiley & Sons.

[2] Dixon, P. M., Weiner, J., Mitchell-Olds, T., y Woodley, R. A. (1987). Bootstrapping the Gini coefficient of inequality. *Ecology*, 68(6), 1548-1551. https://doi.org/10.2307/1939883