Docente: Nikola Kamburov
Ayudante: Jorge Acuña

Problema 1

Sea $f \in \mathcal{C}_p^1[a,b]$ la colección de funciones continuamente diferenciables a trozos. Mostrar que para cada $\varepsilon > 0$

$$|f(x)|^2 \leq \varepsilon \int_a^b |f'(x)| dx + \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{b-a}\right) \int_a^b |f(x)|^2 dx.$$

Problema 2

Considere el operador de Sturm-Liouville

$$Ly = -\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{d}{dx}y\right) + q(x)y,$$

donde $y \in \left\{u \in \mathcal{C}^2[a,b] : B_a(u) = B_b(u) = 0\right\}$. Muestre que si $q(x) \geq 0$ y $p(x)y^*(x)y'(x)\Big|_a^b \leq 0$ para todo y en el dominio del operador, entonces los valores propios son no negativos.

Problema 3