0.0.1. Desigualdades de Sobolev Generales

Poner cosas

0.1. Compacidad

Definición 1: Compactamente Contenido

Sean X, Y espacios de Banach tal que $X \subset Y$. Diremos que X está compactamente contenido en Y y lo denotamos por $X \subset\subset Y$ si

1. $\|u\|_Y \leq C\|u\|_X$.
2. Toda sucesión acotada en X es precompacta en Y. Vale decir, si $(u_k)_{k\in\mathbb{N}} \subset X$ es tal que $\sup_K \|u_k\|_X < \infty$, entonces existe una subsucesión $(u_{k_j})_{j\in\mathbb{N}}$ convergente a $u \in Y$.

Teorema 1: Reilich-Kondrachov

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ abierto y acotado con frontera de clase $\mathscr{C}^1$. Sea $1 \leq 1 < n$, entonces

$$W^{1,p}(\Omega) \subset\subset L^q(\Omega) \qquad \text{para } 1 \leq q < p^*.$$

DEMOSTRACIÓN

■

Teorema 2: Desigualdad de Poincaré

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ abierto, acotado y conexo con frontera $\mathscr{C}^1$ y $1 \leq p \leq \infty$. Entonces existe $C = C(n, p, \Omega)$ tal que

$$\|u - (u)_\Omega\|_{L^p(\Omega)} \leq C\|Du\|_{L^p(\Omega)} \qquad \forall u \in W^{1,p}(\Omega),$$

donde $(u)_\Omega = ⨍_\Omega u$.