



TAREA 4  
17 mayo 2022

**Indicaciones generales**

1. Único medio de entrega: <https://e-aulas.urosario.edu.co>.
2. Fecha de entrega: **miércoles 25 mayo mediodía**.
3. La actividad **debe** realizarse **individualmente**: se puede discutir en grupos pequeños la estrategia general, pero cada uno tiene que elaborar los detalles y escribir su propia solución.
4. Si discutió con otras personas, escriba los nombres de todos los involucrados.
5. Si utiliza el computador para unos cálculos escriba en qué punto lo utilizó.

Considere la superficie parametrizada

$$\mathbf{x}(u, v) = \left( u - \frac{u^3}{3} + uv^2, v - \frac{v^3}{3} + u^2v, u^2 - v^2 \right),$$

con  $u, v \in \mathbb{R}$ .

Demuestre que

1. Los coeficientes de la primera forma fundamental son

$$E = G = (1 + u^2 + v^2)^2, \quad F = 0.$$

2. Los coeficientes de la segunda forma fundamental son

$$e = 2, \quad g = -2, \quad f = 0.$$

3. Las curvaturas principales son

$$k_1 = \frac{2}{(1 + u^2 + v^2)^2}, \quad k_2 = -\frac{2}{(1 + u^2 + v^2)^2}$$

Deduzca la curvatura gaussiana  $K$  y la curvatura promedio  $H$ . Diga si es una superficie mínima o no.

4. Que las líneas de curvatura son las curvas coordenadas.
5. Que las curvas asintóticas son  $u + v = \text{const}$  y  $u - v = \text{const}$ .

Cada numeral vale **1 punto**. En los últimos dos puntos, utilice las fórmulas para líneas asintóticas y de curvatura que encuentra en el libro de referencia.