

DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE UN MOTOR COHETE HÍBRIDO

Sebastián López Sánchez y
José María Fernández Rodríguez

2019

Abstract

El propósito de este trabajo es desarrollar un modelo teórico completo para el rendimiento de un cohete sonda de motor híbrido, hacer una implementación de MATLAB y validar los resultados de rendimiento con los reportados en la literatura; este trabajo es el primer paso en el desarrollo de una aplicación de diseño basada en requerimientos para el diseño y optimización de cohetes sonda híbridos. El modelo consiste en un acoplamiento de las distintas dimensiones que afectan el rendimiento del cohete: el proceso de purga del oxidante, capaz de simular la autopresurización; la termodinámica de la cámara de combustión, la regresión del grano de combustible y los modelos de presión de la cámara tomados de la literatura; y el flujo unidimensional transitorio en la tobera. Al final del trabajo se presenta una prueba de concepto con memoria de cálculo, planos y resultados.

Acknowledgements

Statutory declaration

I declare that I have authored this work independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Date: _____ Signature _____

Date: _____ Signature _____

Índice de figuras

1.1.	Configuración clásica de un cohete de motor híbrido	3
1.2.	Proceso de combustión en la superficie del grano de combustible en un motor cohete híbrido [1]	4
1.3.	RASAero II interfaz gráfica [2]	6
1.4.	Captura de pantalla de la simulación en la interfaz gráfica de HYROPS por el ASReG [3]	7
1.5.	Proceso del diseño conceptual [4]	9
1.6.	Esquema del volumen de control del tanque de oxidante [5]	10
1.7.	Volumen de control de la cámara de combustión [6]	13
1.8.	Esquemático de un Cilindro de Pared Gruesa	20
2.1.	Modelado de volúmenes para propulsión híbrida [7]	22
2.2.	Resultados del código	32
2.3.	Modelado del sistema a comparar [5]	33
2.4.	Modelado del sistema a comparar [5]	33
2.5.	Modelado del sistema a comparar [5]	34
2.6.	Modelado del sistema a comparar [5]	34
2.7.	Resultados del código	35
2.8.	Modelado del sistema a comparar [5]	35
2.9.	Modelado del sistema a comparar [5]	36
2.10.	Modelado del sistema a comparar [5]	36
2.11.	Modelado del sistema a comparar [5]	37
2.12.	Resultados del código	38

2.13. Modelado del sistema a comparar [7]	38
3.1. Desempeño del motor diseñado	42
4.1. Fases del proyecto piloto	45
4.2. Arquitectura del sistema	46
4.3. Render del Motor	47
4.4. Arquitectura del subsistema del motor	48
4.5. Motor AARC	49
4.6. Rango de temperaturas de O-rings	49
4.7. Posición de O-rings	50
4.8. Simulación de Tobera en CFD	51
4.9. Simulación de Tobera en CFD	52
4.10. Perfil de aluminio para riel de sujeción	52
4.11. Arquitectura del Sistema de Oxidante	53
4.12. Diagrama de bloques del Sistema de Oxidante	54
4.13. Arquitectura del Sistema Eléctrico	55
4.14. Diagrama de bloques del Sistema Eléctrico	56
4.15. Diagrama de bloques del Sistema de Control de Oxidante	57
4.16. Diagrama de bloques del Sistema de Control de Oxidante	57
4.17. Motor de Prueba de Concepto	58
4.18. Secuencia de Ignición: 1	58
4.19. Secuencia de Ignición: 2	59
4.20. Secuencia de Ignición: 3	59
4.21. Secuencia de Ignición: 4	59

Índice de cuadros

2.1. Variables de entrada	24
3.1. Parametros de Diseño	42

Índice general

Abstract	I
Acknowledgements	II
Statutory declaration	III
Índice de figuras	IV
Índice de cuadros	VI
1. Marco Teórico	1
1.1. La Cohetería en México	1
1.2. Desarrollo de Cohetes Híbridos	1
1.3. Teoría de Cohetes de Propulsión Híbrida	2
1.3.1. Configuración Clásica de un Cohete Híbrido	2
1.3.2. Proceso de combustión	4
1.4. Revisión de Programas de Simulación de Cohetes	5
1.5. Ingeniería de sistemas y diseño conceptual	8
1.5.1. Diseño Conceptual y Diseño Preliminar	8
1.6. Modelado termodinámico del motor híbrido	9
1.6.1. Modelo Teórico del Tanque de oxidante	9
1.6.2. Modelo Teórico de la Cámara de Combustión	13
1.6.3. Modelado de la Tobera	16
1.7. Cálculo de Estructuras de Pared Delgada	20

2. Código de Desempeño del Motor Cohete Híbrido	22
2.1. Preprocesamiento	23
2.2. Condiciones Iniciales	26
2.3. Configuración de la Función de Estado	26
2.4. Tanque de Oxidante	27
2.5. Cámara de Combustión	29
2.6. Validación del Código	32
2.6.1. Validación del Modelo Termodinámico del Tanque de Oxidante . . .	32
2.6.2. Validación del Modelo de la Cámara de Combustión y Tobera . . .	37
2.7. Implementación de la predicción de peso de la estructura	38
3. Diseño del Motor Híbrido	41
3.1. Estudio Estadístico	41
3.2. Desarrollo	41
3.3. Resultados	42
4. Prueba de Concepto	43
4.0.1. Descripción de la misión	43
4.0.2. Descripción del sistema	44
4.0.3. Grano de Combustible	46
4.0.4. Cámara de Combustión	47
4.0.5. Sellado	49
4.1. Inyector de Oxidante	50
4.1.1. Selección del Material	50
4.1.2. Diseño del Inyector de Oxidante	50
4.2. Tobera	50
4.2.1. Selección del Material	50
4.2.2. Diseño de la Tobera	50
4.3. Banco de Pruebas	51
4.3.1. Sistema de Oxidante	53
4.3.2. Sistema Eléctrico/Electrónico	54
4.3.3. Sistema de Control de Oxidante	55

4.3.4. Sistema de Captura de Datos	56
4.3.5. Prueba de Concepto en Operación	56
5. Conclusiones	60
5.1. Resultados	60
5.2. Desarrollo a futuro	61
Bibliografía	63

Capítulo 1

Marco Teórico

1.1. La Cohetería en México

Dos meses después de que la URSS lanzara el satélite artificial Sputnik 1, en 1957, profesores de la escuela de física de la Universidad de San Luis Potosí lanzaron la primera sonda cohete, para aprender a cerca de las propiedades de la atmósfera, y así México se unió a la Era Espacial.

Años más tarde, el secretario de comunicaciones y transporte apoyó proyectos para lanzar más cohetes con propósitos específicos.

En 1962, la Comisión Nacional del Espacio Exterior (CNEE) fue creada, y la UNAM fundó su departamento del espacio exterior. La CNEE continuó realizando su labor de investigación hasta que fue clausurada en 1977.

1.2. Desarrollo de Cohetes Híbridos

Los primeros cohetes fueron propulsados por pólvora, y lanzados en China en el siglo XIII [8] donde eran usados como fuegos artificiales y armas en la guerra. No fue hasta el siglo XIX que fueron usados para la investigación científica. El remplazo de las cabezas de guerra en cohetes militares tales como el alemán, de propulsión líquida, V2, dieron pie al desarrollo de los cohetes sonda. El matemático ruso Konstantin Tsiolkowski y el físico alemán probaron que escapara al pozo gravitacional de la tierra era posible y promovieron la idea de los cohetes sonda [9].

Robert Goddard, un físico Americano, llevó a cabo el primer experimento exitoso con un cohete líquido en 1962. Los cohetes de propelentes líquidos ganaron popularidad gracias a la posibilidad de arranque y apagado que estos presentan, en contraste con los cohetes de combustible sólido. Institutos nacionales para el espacio fueron formados en Francia, Alemania, Estados Unidos, el Reino Unido y la Unión Soviética, donde se desarrollaron distintas pruebas experimentales [9]. El "WAC Corporal" fue diseñado como el primer cohete construido principalmente para la investigación científica de la atmósfera y fue lanzado con éxito en 1945 con una carga útil de 11kg a una altitud apogeo de 64km [10].

1.3. Teoría de Cohetes de Propulsión Híbrida

La funcionalidad de un cohete híbrido estándar y sus procesos de combustión asociados son aspectos claves para entender la teoría de propulsión híbrida. La teoría de regresión del grano puede ser clasificada como clásica o no clásica. Los cohetes de propulsión híbrida son también susceptibles a inestabilidades en la combustión, lo que puede afectar el desempeño del motor. Estas posibles inestabilidades deben ser identificadas para que los métodos de prevención necesarios puedan ser incorporados en el proceso de diseño; en este trabajo las mencionamos e incorporamos ciertos estándares de diseño para prevenirlas, pero no las modelamos ni caracterizamos.

1.3.1. Configuración Clásica de un Cohete Híbrido

Un cohete híbrido consiste generalmente en un cono de nariz, una carga útil, un sistema de recuperación, un sistema de presurización, un tanque de oxidante, una cámara de combustión, un fuselaje, un sistema de alimentación del oxidante, un inyector, una tobera, y aletas. El diseño es seguro de forma natural puesto que el oxidante y el combustible están separados y en fases distintas, lo que deriva en un muy bajo riesgo de encendido no intencional. EL sistema opera a través de la inyección de oxidante desde un tanque una cámara de combustión en donde se encuentra el combustible, a través de un sistema de alimentación de oxidante y un inyector. El oxidante puede ser alimentado a través de una tubería por medio de sus propiedades autopresurizantes, una bomba, o con un tanque

presurizante como lo indica la figura 1.1.

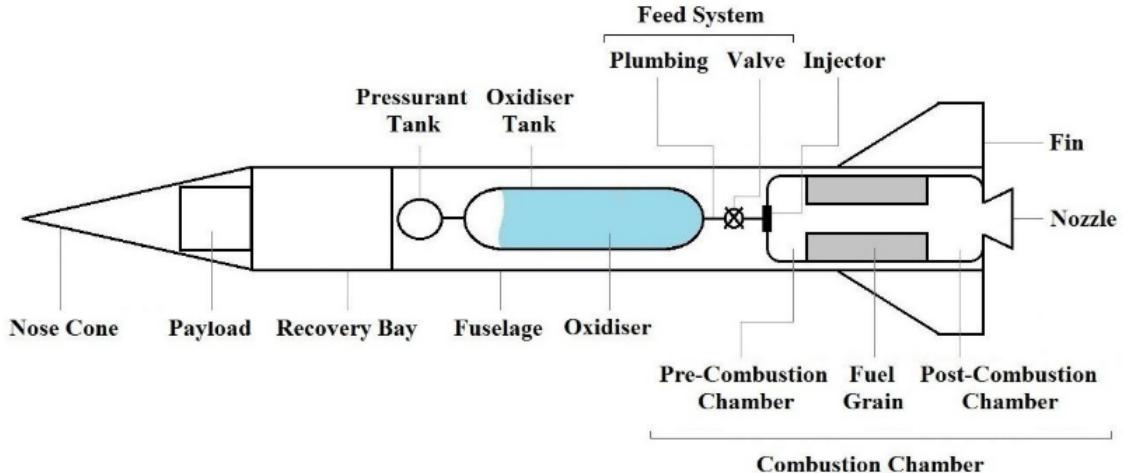


Figure 2.1: A classical hybrid rocket configuration.

Figura 1.1: Configuración clásica de un cohete de motor híbrido

Las propiedades de autopresurización de los oxidantes como el óxido nitroso son usadas comúnmente en sistemas híbridos ya que mantienen la presión del tanque de oxidante por encima de la de la cámara de combustión. Un gas inerte para la presurización como el helio o el nitrógeno puede ser añadido para incrementar la presión de trabajo del tanque en un proceso de supercargado. El hecho de utilizar un oxidante autopresurizante es una opción que representa un muy buen costo beneficio, al sistema se le conoce como proceso de purga (blowdown, en inglés). Un sistema actuado por una turbina también puede ser usado en el sistema de alimentación de oxidante entre el tanque y la cámara de combustión; sistemas complejos como este son usados principalmente en cohetes a gran escala para minimizar la masa de los tanques de oxidante ya que soportarán una presión interna menor. Una tercera posibilidad es la de usar un tercer tanque para el gas presurizante que se conecte al tanque de oxidante.

Con todos los sistemas de propulsión híbrida, el flujo másico de oxidante puede ser controlado en el sistema de alimentación a través del uso de válvulas que permitan su regulación, arranque y paro. El motor puede incluir una cámara de pre y post combustión en la parte inicial y final del motor para mejorar la mezcla de los combustibles y la estabilidad durante la combustión.

1.3.2. Proceso de combustión

El proceso de combustión de un cohete híbrido comienza con el disparo del sistema de ignición. El calor generado por el mismo comienza a derretir la capa de combustible sólido que se encuentra expuesta, en seguida, la válvula se abre para que inicie el flujo de oxidante a través del inyector y hacia la cámara de combustión. El calor de la ignición, a su vez, descompone el oxidante inyectado y los propelentes se queman creando una capa límite turbulenta en combustión en la superficie del grano de combustible, como se muestra en la figura 1.2.

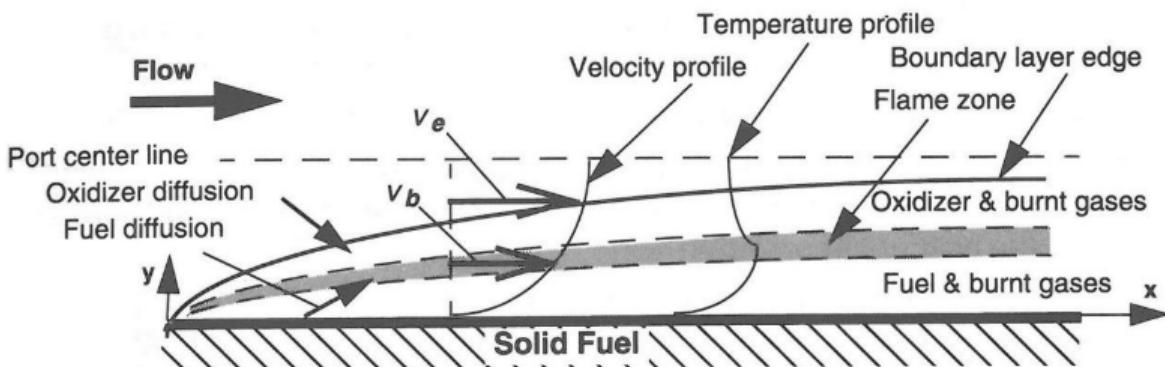


Figure 2.2: Combustion process above the fuel grain surface of a hybrid rocket (Humble et al., 1995).

Figura 1.2: Proceso de combustión en la superficie del grano de combustible en un motor cohete híbrido [1]

La zona de flama dentro de la capa límite contiene tanto combustible como oxidante vaporizados, su espesor depende de la razón a a la cual ocurre la oxidación. Zonas ricas en combustible y zonas ricas en oxidante ocurren respectivamente por debajo y por encima de esta zona. El combustible vaporizado viaja hacia la zona de flama por convección y el oxidante es administrado a la zona de flama por turbulencia y difusión. Después de la ignición el proceso de combustión es autosostenido hasta que el combustible o el oxidante se agotan. Esto debido a la continua reacción oxidante combustible en la zona de difusión de la flama dentro de la capa límite; esto es conocido como la teoría clásica de difusión de la flama [1].

1.4. Revisión de Programas de Simulación de Cohetes

El creciente interés en cohetería amateur ha llevado a una mayor disponibilidad de códigos y programas de simulación como RocketSim, RASAero, y OpenRocket. Programas más avanzados para el modelado de cohetes tales como el Missile DATCOM son utilizados por los militares y por compañías privadas, pero el acceso al público es restringido.

RocketSim es un software gratuito para sistemas Windows y Macintosh. Permite al usuario modelar una trayectoria de cohete con un modelo de tierra plana de 3 grados de libertad (GDL), a altitudes de hasta 86 km con un número máximo de Mach de 2. Se puede implementar un modelo de viento simple, así como un sistema de recuperación de paracaídas doble. RocketSim utiliza una interfaz gráfica de usuario (GUI) simple y puede modelar varias geometrías, incluidas las deltas recortadas y las aletas con forma libre. La actualización de RocketSim es RocketSim Pro o RS-Pro. La versión pro es un producto comercial disponible para la venta solo a ciudadanos estadounidenses. Es un simulador de dinámica de vuelo sub-orbital de 6 GDL, multiplataforma con un modelo giratorio de tierra elíptica. Puede modelar el patrón de impacto de un cohete para varias incertidumbres. Otras funciones incluyen el modelado de un sistema dual de recuperación de paracaídas y varios parámetros de lanzamiento y viento. El usuario puede exportar los datos de la trayectoria a Google Earth. RocketSim Pro puede analizar trayectorias de cohetes hasta 632 km sobre el nivel del mar con un número máximo de Mach de 10. Las aletas pueden tener varios ángulos de inclinación para inducir el giro del cohete. [11]

El software gratuito RASAero (Rocket Aerodynamic Analysis and Flight Simulation Software) analiza la trayectoria de vuelo y las características aerodinámicas de un cohete. La simulación de vuelo puede ser una trayectoria de 1, 2 o 3 GDL con recuperación de paracaídas y modelado de viento. El análisis aerodinámico proporciona coeficientes aerodinámicos para varios números de Mach y ángulos de ataque, su interfaz gráfica se muestra en la figura 1.3. [2]

OpenRocket es un simulador 6 GDL multiplataforma de código abierto que tiene una función de diseño optimizada y de múltiples etapas. Tiene una interfaz gráfica que muestra la trayectoria con respecto al tiempo durante todo el vuelo y tiene la capacidad de modelar

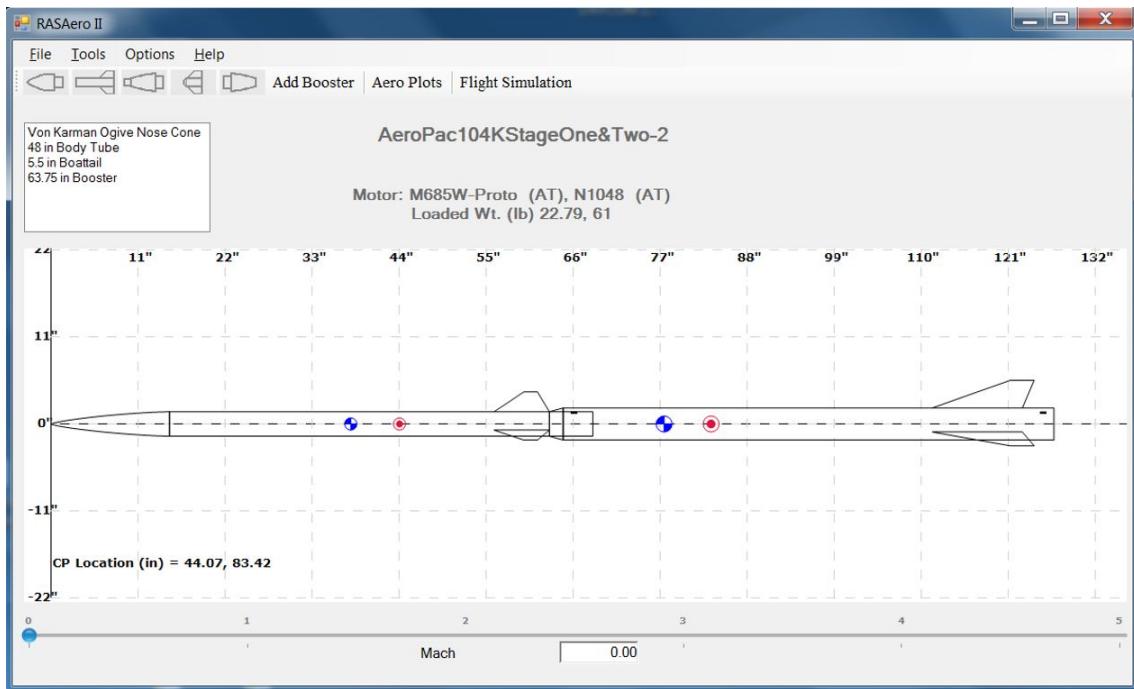


Figura 1.3: RASAero II interfaz gráfica [2]

sistemas de recuperación, viento y aletas inclinadas. [12]

La compañía sudafricana MARCOM Aeronautics and Space (Pty) Ltd. ha desarrollado un programa interno llamado LaunchSIM. Este software de dinámica de vuelo 6 GDL puede simular un vehículo de varias etapas y modela viento, turbulencia y gravedad. [13] Otros programas disponibles incluyen el "1 DOF Rocket Altitude Simulation Program para Windows (wRASP)", SpaceCAD, JSBSim y WinRoc.

Missile DATCOM is an ITAR restricted software and therefore user-limited. It can be used to predict the aerodynamic characteristics of the preliminary design of a missile with Mach numbers below 20, and up to 9 fin sets. [14]

La División de Investigación y Tecnología del Laboratorio de Dinámica de Vuelo de la Fuerza Aérea de los Estados Unidos ha desarrollado un código generalizado de trayectoria de vuelo de seis grados de libertad. Utiliza un modelo de tierra y atmosférico giratorio no esférico y permite al usuario seleccionar entre 2 GDL y 6 GDL. Puede modelar los efectos del viento y el giro del vehículo, así como un vehículo con control de vector de empuje y piloto automático. Tiene la capacidad de analizar incertidumbres como la desalineación de empuje, y una trayectoria obtenida de las pruebas de vuelo se puede utilizar para deter-

minar las características aerodinámicas correspondientes. El software utiliza ecuaciones de movimiento generalizadas para permitir el modelado de una amplia variedad de vehículos.

[15]

Esta breve investigación del software de simulación de cohetes muestra que hay opciones disponibles y rentables, pero que están limitadas en apogeo, número de Mach, GDL y parámetros de simulación.

ASReG de la UKZN de Sudáfrica ha desarrollado un programa llamado HYROPS [6] [7] [3] que consiste en un código de rendimiento de cohete híbrido (HRPC) y un simulador de dinámica de vuelo 6 DOF; en la figura 1.4 se muestra una captura de pantalla del programa.

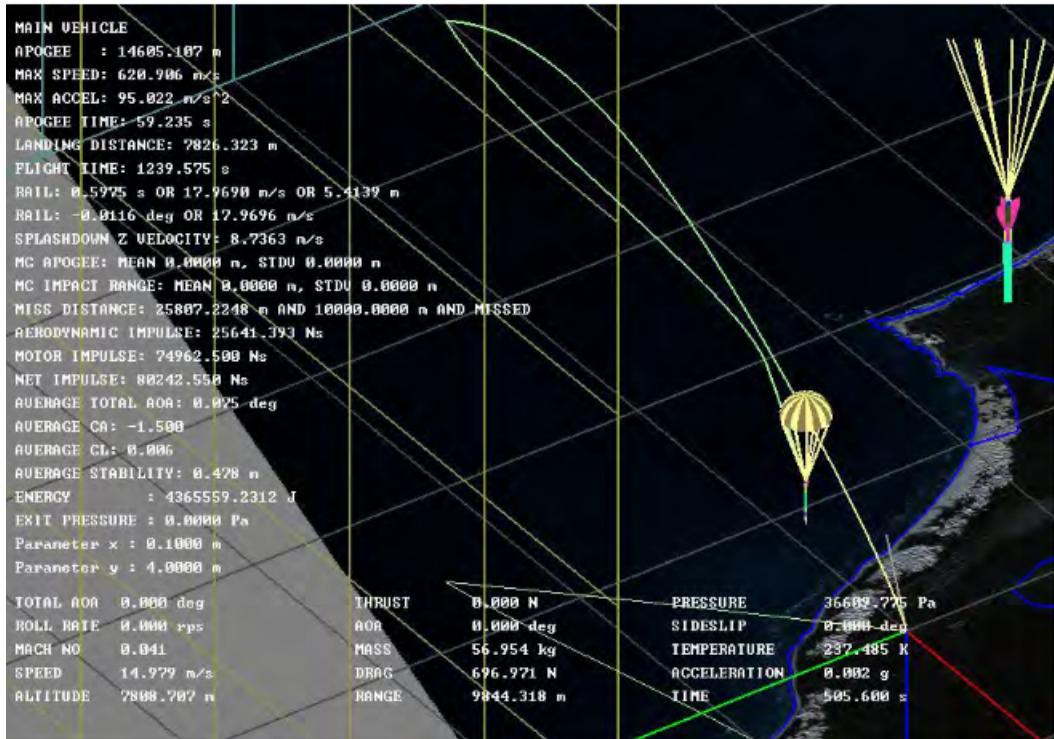


Figura 1.4: Captura de pantalla de la simulación en la interfaz gráfica de HYROPS por el ASReG [3]

El HRPC hecho en MATLAB está integrado con NASA CEA y se utiliza para diseñar un motor de cohete híbrido y determinar su rendimiento; su salida son las variables del motor dependientes del tiempo, como la tasa de regresión, la presión de la cámara y el empuje.

Incluir porpep y software de tclogger.com para cálculo de motores de combustible sólido.

1.5. Ingeniería de sistemas y diseño conceptual

Según el Consejo Internacional de Ingeniería de Sistemas (INCOSE, por sus siglas en inglés) un sistema es un arreglo de partes o elementos que en conjunto exhiben un comportamiento o propósito distinto al de cada una de sus partes sea físico o conceptual. El INCOSE es una organización sin fines de lucro fundada para desarrollar y difundir los principios y prácticas interdisciplinarias que permiten la realización de sistemas exitosos, es decir, sistemas que cumplan con el propósito específico para el que fueron creados. [16]

1.5.1. Diseño Conceptual y Diseño Preliminar

Raymer [4] divide el diseño de aeronaves en tres etapas el diseño conceptual, diseño preliminar y diseño a detalle. El diseño conceptual se encarga principalmente de determinar si es posible realizar un diseño costeable que cumpla con los requerimientos y establecer un punto de partida que represente un equilibrio entre las distintas áreas involucradas en el diseño. El diseño preliminar comienza cuando se decide que el diseño conceptual ha alcanzado cierta madurez, y sólo tendrá cambios menores; durante el diseño preliminar se realizan estudios más específicos, planes de manufactura y se comienzan con distintas pruebas a nivel de subsistemas.

El proceso del diseño conceptual descrito en la figura 1.5 comienza con las primeras ideas de diseño y los requerimientos, los cuales deben de estar bien establecidos, siendo específicos, medibles, realizables y verificables (SMART por sus siglas en inglés). A partir de ello, se hace una primera propuesta del concepto, la cuál se evalúa y optimiza para cumpla con los requerimientos de desempeño de alto nivel, y en seguida se realiza un estudio que tome en cuenta requerimientos de más alto nivel.

La NASA, en su metodología de ingeniería de sistemas [17], desarrolla el diseño conceptual en la prefase-A y en la fase A. La prefase A tiene como propósito producir una amplia variedad de ideas y alternativas para posibles misiones, mientras que la fase A bus-

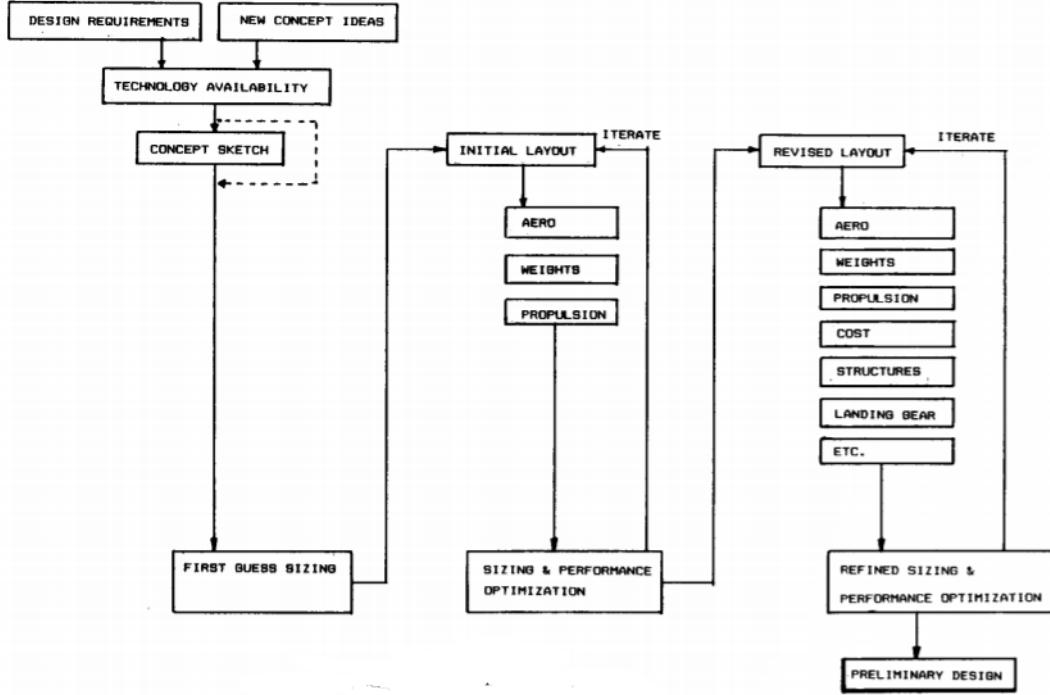


Figura 1.5: Proceso del diseño conceptual [4]

ca determinar la factibilidad y los posibles beneficios de la implementación de un nuevo sistema.

La prefase A termina con una revisión del concepto de misión.

1.6. Modelado termodinámico del motor híbrido

1.6.1. Modelo Teórico del Tanque de oxidante

El modelo termodinámico de un motor de cohete híbrido comienza por el tanque de oxidante 1.6. El tanque consiste de un volumen determinado V_T a una temperatura T_T , el cual se encuentra sujeto a una presión interna P_T , generada por la cantidad de oxidante auto-presurizante (Óxido Nitroso N_2O) en estado líquido $n_{ox,l}$ y gaseoso $n_{ox,v}$, así como por la cantidad de gas presurizante $n_{sp,v}$.

A partir de la investigación, el modelo termodinámico elegido para el tanque fue el modelo ideal planteado por Fernandez [5], a continuación se explican las *restricciones* del modelo y su derivación:

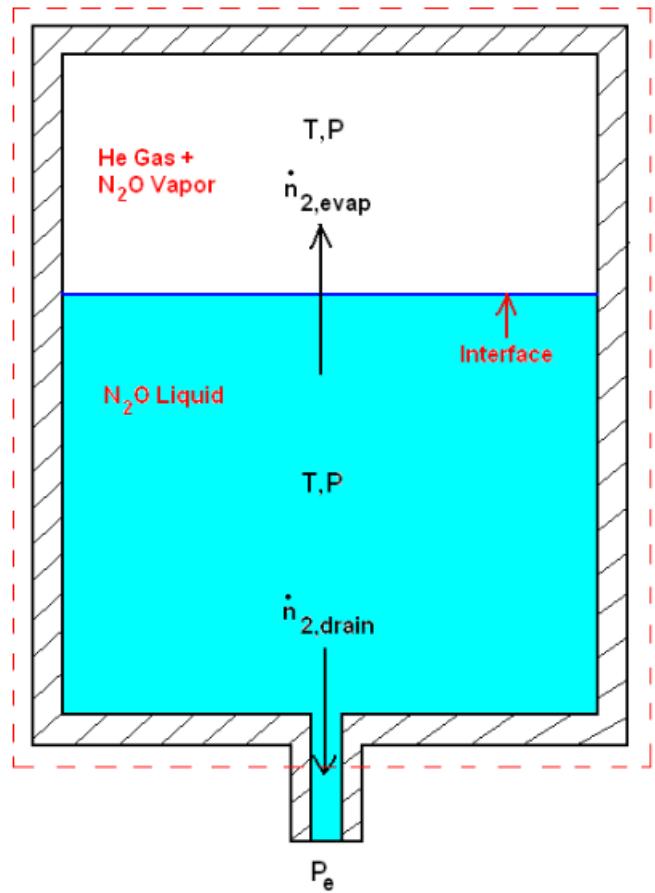


Figura 1.6: Esquema del volumen de control del tanque de oxidante [5]

1. Se asume que los contenidos del tanque se encuentran en equilibrio de fase en todo momento. El tanque se vacía de tal manera que la temperatura, T_T , y la presión, P_P , de las fases líquida y gaseosa son uniformes durante el proceso de drenado.
2. Se desprecia el efecto de la gravedad y la aceleración en el tanque.
3. Las paredes del tanque son adiabáticas y se encuentran en equilibrio térmico con el tanque.
4. Se desprecia la energía potencial y cinética de los contenidos del tanque.
5. Se asume que el comportamiento de los gases se apega a la ley de gases ideales.
6. El gas presurizante (He) no se condensa y permanece en estado gaseoso.

7. El flujo de oxidante hacia la cámara de combustión es debido a la caída de presión entre el tanque de oxidante y la cámara de combustión, y las pérdidas son tomadas en cuenta a través de un coeficiente de descarga.
8. La cantidad de Helio permanece constante durante el proceso de drenado.
9. La evaporación ocurre en la interfaz de las fases líquida y gaseosa. Debido al estado de equilibrio asumido por el modelo, no ocurre ebullición dentro del tanque.

La variación molar del contenido de oxidante líquido en el tanque, siguiendo el principio de conservación de la masa, es descrita por la siguiente ecuación:

$$\dot{n}_{ox,l} = -\dot{n}_{ox,v} - \dot{n}_d \quad (1.1)$$

Y la ecuación de estado estacionario para el flujo másico a través de un orificio es:

$$\dot{m}_d = C_d A_{inj} \sqrt{2\rho_{ox,l}(P_T - P_c)} \quad (1.2)$$

En su forma molar:

$$\dot{n}_d = C_d A_{inj} \sqrt{\frac{2\rho_{ox,l}(P_T - P_c)}{(MW)_{ox} \bar{V}_{ox,l}}} \quad (1.3)$$

Donde C_d es el coeficiente de descarga, A_{inj} es el área de los inyectores, $(MW)_{ox}$ es el peso molecular del oxidante, y $\bar{V}_{ox,l}$ es el volumen molar del óxido nitroso. Despejando la ecuación 1.1 para $\dot{n}_{ox,l}$ y $\dot{n}_{ox,v}$ obtenemos la primera ecuación necesaria para resolver el sistema:

$$\dot{n}_{ox,v} + \dot{n}_{ox,l} = -C_d N_{inj} A_{inj} \sqrt{\frac{2(P_T - P_c)}{(MW)_{ox} \bar{V}_{ox,l}}} \quad (1.4)$$

Para la siguiente ecuación, se toma ventaja de la restricción de que el volumen del tanque permanece constante, la ley de presiones parciales de Raoult, y la ecuación de gases ideales.

La restricción de volumen constante puede ser descrita por la siguiente ecuación:

$$V_T = V_g + V_l = V_{sp,v} + V_{ox,v} + n_{ox,l} \bar{V}_{ox,l} \quad (1.5)$$

La ecuación de equilibrio de la ley de presiones parciales de Raoult relaciona la presión total de los gases con la presión soportada por cada uno de los gases, y en el caso actual es la siguiente:

$$P_T \left(\frac{n_{ox,v}}{n_{sp,v} + n_{ox,v}} \right) = P_{ox,v}^* \quad (1.6)$$

Por último tenemos la ecuación de gases ideales, expresada con las variables del modelo, y tomando en cuenta la restricción de la ecuación 1.5 queda de la siguiente manera:

$$P_T(V_T - n_{ox,l}\bar{V}_{ox,l}) = (n_{sp,v} + n_{ox,v})R_u T_T \quad (1.7)$$

Al combinar las ecuaciones 1.6, y 1.7, eliminando la variable P_T

$$P_{ox,v}^*(V_T - n_{ox,l}\bar{V}_{ox,l}) = n_{ox,v}R_u T_T \quad (1.8)$$

Derivando con respecto al tiempo, y usando la regla de la cadena

$$(V_T - n_{ox,l}\bar{V}_{ox,l}) \frac{P_{ox,v}^*}{dT} \dot{T}_T - \dot{n}_{ox,l}\bar{V}_{ox,l}P_{ox,v}^* = R_u \left(T_T \dot{n}_{ox,v} + \dot{T}_T n_{ox,v} \right) \quad (1.9)$$

La ecuación 1.9, donde las incógnitas son $\dot{n}_{ox,l}$, $\dot{n}_{ox,v}$ y \dot{T}_T , es la segunda ecuación necesaria para modelar el sistema.

Ahora, haciendo un balance de energía en el volumen de control de la Figura REFERENCIA, según la primera ley de la termodinámica para sistemas abiertos $\dot{U} = \dot{Q} + \dot{W} + \dot{m}h$; y tomando en cuenta que, de acuerdo con las restricciones, el proceso es adiabático $\dot{Q} = 0$ y que no existe trabajo de frontera $\dot{W} = 0$, el balance de energía queda de la manera siguiente:

$$\frac{d}{dt} (m_T u_T + n_{ox,l}\bar{U}_{ox,l} + n_{ox,v}\bar{U}_{ox,v} + n_{sp,v}\bar{U}_{sp,v}) = -\frac{d}{dt} (n_{ox,l} + n_{ox,v})\bar{H}_{ox,l} \quad (1.10)$$

Donde m_t es la masa del tanque y u_T es la energía específica del tanque. Usando la regla de la cadena con los términos de la energía interna:

$$m_T \dot{u}_T + n_{ox,l} \dot{\bar{U}}_{ox,l} + n_{ox,v} \dot{\bar{U}}_{ox,v} + n_{sp,v} \dot{\bar{U}}_{sp,v} = \\ \dot{n}_{ox,l}(\bar{H}_{ox,l} - \bar{U}_{ox,l}) + \dot{n}_{ox,v}(\bar{H}_{ox,l} - \bar{U}_{ox,v}) \quad (1.11)$$

A continuación haciendo uso de lo siguiente: la entalpía de vaporización está relacionada a la entalía líquida por $H_{ox,v} - H_{ox,l} = \delta H_{ox,v}$; la definición de la entalpía para los gases $H = U + PV$; la ecuación de gases ideales $P\bar{V} = RT$; la definición del calor específico a volumen constante $d\bar{U} = C_VdT$; y que $C_V \approx C_P$ para materiales sólidos; simplificamos la ecuación:

$$(m_T c_{P_T} + n_{ox,l} \bar{C}_{V_{ox,l}} + n_{ox,v} \bar{C}_{V_{ox,v}} + n_{sp,v} \bar{C}_{V_{sp,v}}) \frac{dT_T}{dt} = \dot{n}_{ox,l} (P\bar{V}_{ox,l}) + \dot{n}_{ox,v} (R_u T_T - \Delta H_{ox,v}) \quad (1.12)$$

La ecuación 1.12, donde las incógnitas son $\dot{n}_{ox,l}$, $\dot{n}_{ox,v}$ y \dot{T}_T , es la tercera y última ecuación necesaria para resolver el sistema de tanque de oxidante descrito.

1.6.2. Modelo Teórico de la Cámara de Combustión

La siguiente parte del modelo termodinámico de un motor de cohete híbrido consiste en la cámara de combustión 1.7. La cámara de combustión se trata de un volumen de control cilíndrico V_c a presión P_c de un radio de puerto R_p que crece con el tiempo debido a la quema del combustible de densidad ρ_f y poder calorífico Q_f . La cámara de combustión recibe el flujo de oxidante $-\frac{d}{dt}(n_{ox,l} + n_{ox,v})$ y a través de esto, la combustión, y el escape de los gases a través de la tobera varía la acumulación de gases en la cámara, medida por ρ_c y la presión P_c , así como la temperatura T_c .

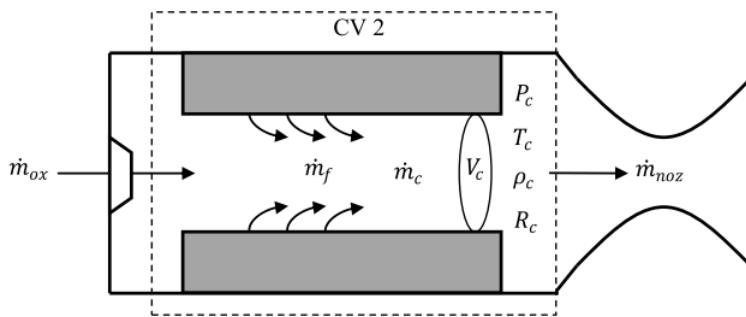


Figura 1.7: Volumen de control de la cámara de combustión [6]

A partir de la investigación, el modelo termodinámico elegido para la cámara de combustión fue el planteado por [18], a continuación se explican las *restricciones* del modelo

y su derivación.

Uno de los factores más importantes para describir el comportamiento de la cámara de combustión de un motor cohete híbrido es la tasa de regresión, del combustible. Esta tasa de regresión se obtiene a partir de modelos experimentales, puestos en función de distintas variables, para una primera implementación de nuestro trabajo, utilizamos el siguiente modelo [8][19]:

$$\dot{R}_p = aG_{ox}^n P_c^m (2R_p)^l \quad (1.13)$$

Donde G_{ox} es el flujo másico por unidad de área del puerto $\dot{m}_{ox}(\pi R_p^2)^{-1}$ y a, n, m , y l son constantes determinadas experimentalmente para distintas combinaciones de oxidantes y combustibles.

Ahora, partiendo de que un volumen diferencial anular es $dV = 2\pi r L dr$ la razón de cambio del volumen de la cámara de combustión puede ser expresada por:

$$\dot{V}_c = 2\pi R_p L_g \dot{R}_p \quad (1.14)$$

Partiendo de la ecuación de la continuidad, que relaciona el cambio de la masa en el volumen de control con la masa que entra y sale del mismo:

$$\frac{\partial(\rho_C V_c)}{\partial t} = \dot{m}_e - \dot{m}_s \quad (1.15)$$

Donde, el flujo másico entrante \dot{m}_e es el flujo másico proveniente del tanque de oxidante y del combustible que entra a la cámara de combustión

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{ox} + \dot{V}_c \rho_f \quad (1.16)$$

$$\dot{m}_{ox} = -(MW)_{ox} \frac{d}{dt} (n_{ox,l} + n_{ox,v}) \quad (1.17)$$

Y el flujo másico que sale \dot{m}_s es el flujo a través de la tobera \dot{m}_{noz} [8] es:

$$\dot{m}_{noz} = \Lambda A_t \sqrt{P_c \rho_c} \quad (1.18)$$

$$\Lambda = \sqrt{k(2/(k+1))^{(k+1)/(k-1)}} \quad (1.19)$$

Al sustituir las ecuaciones 1.16 y 1.18 en 1.15, y aplicando la derivada al producto $\rho_C V_c$, es posible encontrar una expresión para la tasa de cambio de la densidad del volumen de control.

$$\dot{\rho}_c = \frac{\dot{m}_{ox}}{V_c} + (\rho_f - \rho_c) \frac{\dot{V}_c}{V_c} - \frac{\dot{m}_{noz}}{V_c} \quad (1.20)$$

Para encontrar la siguiente ecuación, Chelaru propone hacer un balance del cambio de la energía interna agregada al sistema:

$$dU = dU_1 + dU_2 + dU_3 + dU_4 \quad (1.21)$$

Donde el total de la variación de la energía interna del volumen de control dU es dada por la energía química liberada por la combustión:

$$dU = Q_c dm_f \quad (1.22)$$

Y esta es convertida en:

- El crecimiento en energía interna debido a la variación en la densidad de la cámara de combustión por la generación de gases:

$$dU_1 = C_V T V_c d\rho_c \quad (1.23)$$

- El cambio en la energía interna debido a la temperatura:

$$dU_2 = \rho_c V_c C_V dT_c \quad (1.24)$$

- Energía cinética liberada por los gases de escape:

$$dU_3 = C_p T_c dm_{noz} \quad (1.25)$$

- Pérdida de energía debido a la conducción en las paredes:

$$dU_4 = q_{lost} dt \quad (1.26)$$

Al derivar con respecto al tiempo y dividir entre el calor específico a volumen constante:

$$Q_C \dot{m}_f / C_V = T_c V_c \dot{\rho}_c + \rho_c V_c \dot{T}_c + k T_c \dot{m}_{noz} + q_{lost} / C_V \quad (1.27)$$

Dividiendo entre $\rho_c V_c T_c$, tomando en cuenta que el calor específico a calor constante puede ser derivado de $C_V = R/(k - 1)$, y que de la ecuación de los gases ideales $R = P_c / (\rho_c T c)$:

$$(k - 1) Q_C \frac{\rho_f}{P_c} \frac{\dot{V}}{V_c} = \frac{\dot{\rho}_c}{\rho_c} + \frac{\dot{T}_c}{T_c} + k \frac{\dot{m}_{noz}}{\rho_c V_c} + q_{lost} \frac{(k - 1)}{P_c V_c} \quad (1.28)$$

Ahora, a partir de la ecuación de estado en su forma diferencial $dp = R(d\rho T + \rho dT)$, derivándola con respecto al tiempo, y dividiendo entre la presión $p = R\rho T$ obtenemos una ecuación que relaciona las tasas de cambio de las variables de estado.

$$\frac{\dot{p}}{p} = \frac{\dot{\rho}}{\rho} + \frac{\dot{T}}{T} \quad (1.29)$$

Sustituyendo la ecuación 1.29 en 1.28 se obtiene una ecuación que describe la tasa de cambio de la presión:

$$\dot{P}_c = (k - 1) Q_C \rho_f \frac{\dot{V}}{V_c} - k \dot{m}_{noz} \frac{P_c}{\rho_c V_c} - q_{lost} \frac{(k - 1)}{V_c} \quad (1.30)$$

1.6.3. Modelado de la Tobera

Los cohetes que funcionan a base de combustión basan su funcionamiento en la producción de gases a altas presiones y temperaturas por medio de reacciones químicas dentro de la cámara de combustión que serán acelerados con ayuda de la tobera para alcanzar la mayor energía cinética posible y por lo tanto el mayor empuje.

Los pioneros en cohetería descubrieron que la forma de la tobera es de crucial importancia para crear el empuje máximo. La geometría generalmente usada es conocida como la tobera De Laval o tobera convergente-divergente en la cual la primera sección acelera los gases de escape utilizando la ley de conservación de la masa por la cual una reducción en el área del conducto resulta en un aumento en su velocidad promedio en la sección transversal hasta que se ve limitada por la condición conocida como bloqueo sónico que resulta en que el flujo de fluido no puede ser acelerado más allá de la velocidad del sonido

con ayuda de una sección convergente. Para lograr acelerar más el flujo se utilizará una sección divergente.

El modelo de desempeño de la tobera se concentrará en dos principales objetivos, obtener el flujo máxico de la tobera y el empuje que generará el motor y estará basado en el libro de elementos de porpulsión cohete de George P. Sutton.[8]

Para la obtención del flujo máxico se utilizará la condición de bloqueo sónico que resultará en el flujo máxico nominal de la tobera, para esto se deben estudiar las relaciones termodinámicas donde se simplifica asumiendo un flujo isentrópico en el cual no habrá fricción ni ondas de choque.

La conservación de energía para flujos isentrópicos entre dos secciones x y y describe que el decremento en entalpía o temperatura resulta en el aumento de energía cinética del flujo.

$$h_x - h_y = \frac{1}{2}(v_y^2 - v_x^2)/J = c_p(T_x - T_y) \quad (1.31)$$

Dónde h_x y h_y serán las entalpías en las distintas secciones de la tobera, v_x y v_y las velocidades, T_x y T_y las temperaturas, J el equivalente mecánico del calor y c_p el calor específico a presión constante.

De esta manera podemos obtener que la velocidad de escape de la tobera (v_2) despejando la ecuación (1.31):

$$v_2 = \sqrt{2J(h_1 - h_2) + v_1^2} \quad (1.32)$$

Dónde los subíndices 1 y 2 representarán la entrada de la tobera y las condiciones de salida, respectivamente.

Teniendo que el calor específico a presión constante está dado por:

$$c_p = kR/(k - 1)J \quad (1.33)$$

Dónde k es la relación entre calores específicos y R es la constante del gas que se obtiene al dividir la constante universal de los gases por la masa molecular de la mezcla de gases en el flujo.

Y sabiendo que en un flujo isentrópico se cumplirán las siguientes relaciones:

$$T_x/T_y = (p_x/p_y)^{(k-1)/k} = (V_y/V_x)^{k-1} \quad (1.34)$$

Dónde p son las presiones y V serán los volúmenes específicos. Durante el flujo en la tobera la presión se verá reducida en gran medida, la temperatura también tenderá a disminuir y el volumen específico aumentará, lo que significa que habrá una densidad menor a la salida de la tobera por parte de los gases de combustión.

Sustituyendo las ecuaciones (1.33) y (1.34) en la ecuación (1.32) se obtiene que:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right] + v_1^2} \quad (1.35)$$

Esta ecuación es válida para cualquier par de puntos en la tobera, sin embargo para nuestro propósito tomamos que la velocidad en el punto 1 será a la entrada de la tobera y por lo tanto se puede despreciar esta velocidad al considerarse muy pequeña. De esta manera obtenemos que la fórmula simplificada de la velocidad de escape de la tobera de la siguiente manera.

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right]} \quad (1.36)$$

Entonces se puede observar que la velocidad de escape será una función de la relación de presiones a lo largo de est, la relación de calores específicos, la temperatura en la cámara de combustión y la constante del gas.

Sabiendo que la velocidad del sonido (a) se obtiene teniendo que:

$$a = \sqrt{kRT} \quad (1.37)$$

Se puede derivar la relación de la temperatura de estancamiento o temperatura total (T_0) y la presión de estancamiento (p_0) utilizando las ecuaciones (1.31) y (1.34).

$$T_0 = T \left[1 + \frac{1}{2}(k-1)M^2 \right] \quad (1.38)$$

$$p_0 = p \left[1 + \frac{1}{2}(k-1)M^2 \right]^{k/(k-1)} \quad (1.39)$$

De la ecuación (1.39) se puede obtener la relación de presiones entre la garganta (p_t) y la entrada de la tobera tomando que en la garganta existe un número de mach igual a uno.

$$\frac{p_t}{p_1} = \left[\frac{2}{(k+1)} \right]^{k/(k-1)} \quad (1.40)$$

Mientras que de las ecuaciones (1.34) y (1.38) se obtendrán las condiciones de volumen específico en la garganta (V_t) y de temperatura en la garganta (T_t) tomando un número de mach de uno.

$$V_t = V_1[(k+1)/2]^{1/(k-1)} \quad (1.41)$$

$$T_t = 2T_1/(k+1) \quad (1.42)$$

De las ecuaciones (1.35), (1.40) y (1.42) se obtiene que la velocidad crítica de la garganta (v_t) corresponde a:

$$v_t = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_1} = a_t = \sqrt{kRT_t} \quad (1.43)$$

Que aunada con la ecuación (1.41) y el principio de conservación de la masa en un flujo estacionario obtendremos que el flujo máscico en cualquier sección a lo largo de la tobera será dada por:

$$\dot{m} = \frac{A_t v_t}{V_t} = A_t p_1 k \frac{\sqrt{[2/(k+1)]^{(k+1)/(k-1)}}}{\sqrt{kRT_1}} \quad (1.44)$$

Finalmente la relación de expansión del área de una tobera con flujo isentrópico puede ser expresada en términos de números de Mach en dos puntos dados de la tobera x y y .

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{M_x}{M_y} \sqrt{\left[\frac{1 + [(k-1)/2] M_y^2}{1 + [(k-1)/2] M_x^2} \right]^{(k+1)/(k-1)}} \quad (1.45)$$

Y con esta ecuación aunada con las ecuaciones (1.36), (1.41) y (1.43) obtenemos que la fuerza producida por el motor está dada por:

$$F = A_t p_1 \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{(k+1)/(k-1)} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right]} + (p_2 - p_3) A_2 \quad (1.46)$$

Esta ecuación aplica a un cohete ideal con una k constante a lo largo de la expansión y esta ecuación muestra que el empuje producido será proporcional al área de garganta y la presión en cámara y está en función de la relación de presiones.

1.7. Cálculo de Estructuras de Pared Delgada

Los recipientes sujetos a presión son utilizados ampliamente en la industria, y generalmente se trata de recipientes con forma cilíndrica como en la figura 1.8. El interior está sujeto a una presión manométrica P y el recipiente tiene una pared de espesor $t = r_e - r_i$. Cuando un recipiente sujeto a presión tiene una relación de radio medio contra espesor mayor a 10, este es considerado como recipiente de pared delgada, pues las variación del esfuerzo con el espesor es despreciable [20].

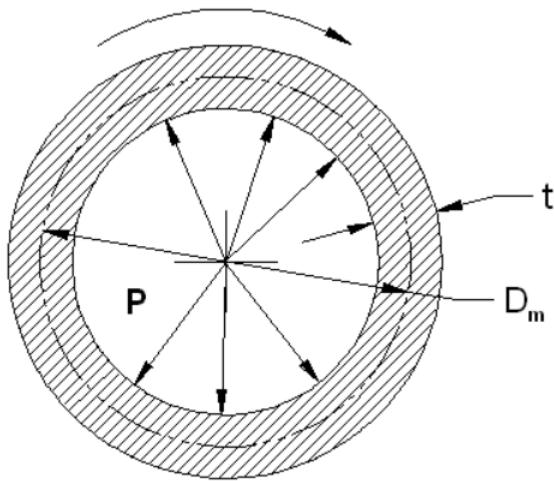


Figura 1.8: Esquemático de un Cilindro de Pared Gruesa

El espesor de pared mínima es calculado utilizando una formula convencional del ASME Pressure Vessel code 2.48 dada por:

$$t = \frac{P D M_f}{2 b_g (F_s S E - 0,6 P)} \quad (1.47)$$

Donde:

- P es la presión interna
- D es el diámetro exterior
- M_f es el factor de desajuste, 5 %
- b_g es la ganancia biaxial, 10 %
- S es el esfuerzo de cedencia del material
- F_s es el factor de seguridad, 0.5
- E Eficiencia de soldadura

Capítulo 2

Código de Desempeño del Motor Cohete Híbrido

El análisis teórico de un motor tipo híbrido usualmente se divide en tres procesos independientes como se observa en la figura 2.1 donde se describe la descomposición del modelado teórico del desempeño del motor en tres volúmenes de control.

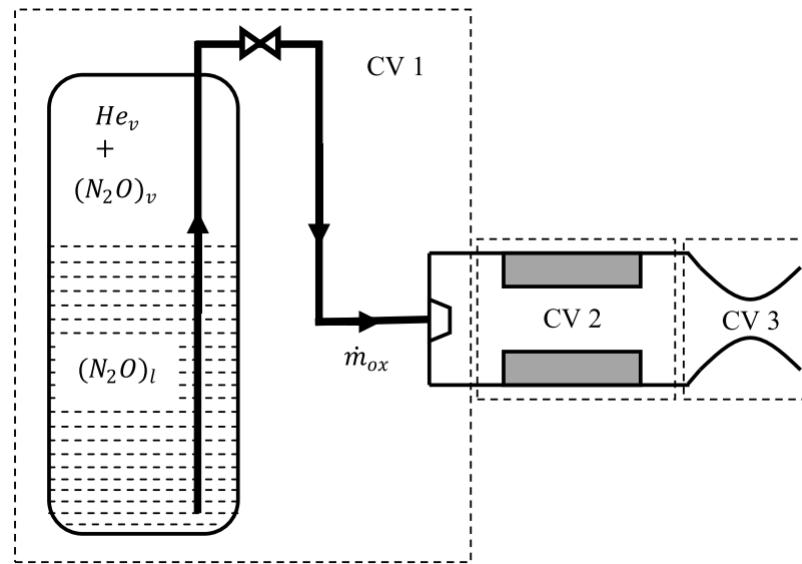


Figura 2.1: Modelado de volúmenes para propulsión híbrida [7]

El volumen de control uno (CV1) consiste en el modelado del vaciado del tanque de oxidante por medio de la despresurización, de esta manera se busca determinar el flujo másico

de oxidante con dirección a la cámara de combustión. El vaciado del tanque se considera un proceso auto presurizado debido a las propiedades del óxido nitroso supercargado con gas inerte de helio.

El estudio de la pirólisis del grano de combustible sólido será analizado en el volumen de control dos (CV2), para esto se utilizará el software desarrollado por la NASA de equilibrio químico con aplicaciones (NASA CEA por sus siglas en inglés) el cuál será empleado para computar los productos de la combustión en la cámara y sus propiedades durante el tiempo de quemado del motor.

Finalmente en el volumen de control tres (CV3) se modelarán las ecuaciones necesarias para simular el flujo unidimensional en la tobera para obtener el empuje producido por el motor.

2.1. Preprocesamiento

El código inicialmente deberá obtener las variables de diseño y las condiciones del entorno las cuales se pueden observar en la tabla 2.1.

De estas variables se podrá derivar el área de cada inyector (A_{inj}) asumiendo una geometría circular para este.

$$A_{inj} = 0,25 \cdot \pi \cdot D_{inj}^2 \quad (2.1)$$

También será posible obtener la cantidad de moles de oxidante (n_{oxt}) y de gas supercargante (n_{spv}) en el tanque utilizando la masa y peso molecular de estos.

$$n_{oxt} = \frac{m_{oxt}}{MW_{ox}} \quad (2.2)$$

$$n_{spv} = \frac{m_{spv}}{MW_{spv}} \quad (2.3)$$

El código requerirá ciertas condiciones iniciales para formar el sistema bien planteado. Se especificará la temperatura inicial, total de moles del gas supercargante, el total de moles de oxidante, la densidad del oxidante en fase liquida y el volumen del tanque.

Símbolo	Variable
R_u	Constante ideal del gas [J.kmol ⁻¹ .K ⁻¹]
P	Presión atmosférica [Pa]
T	Temperatura ambiente [K]
A_t	Área de la garganta de la tobera [m ²]
A_e	Área de la salida de la tobera [m ²]
C_{d_l}	Coeficiente de descarga [-]
D_{inj}	Diámetro del inyector [m]
L_g	Longitud del grano [m]
m_T	Masa del tanque [kg]
m_{oxt}	Masa del oxidante [kg]
m_{spv}	Masa de gas supercargante [kg]
MW_{ox}	Peso molecular del oxidante [kg-kmol ⁻¹]
MW_{spv}	Peso molecular del gas supercargante [kg-kmol ⁻¹]
N_{inj}	Numero de inyectores [-]
P_{losses}	Perdidas de presión en el sistema de alimentación [Pa]
Q	Calor liberado por unidad de combustible quemado [J/kg]
q	Perdidas de calor a través de las paredes de la cámara [W]
R_p	Radio inicial del puerto del grano [m]
R_{pf}	Radio final del puerto del grano [m]
ρ_f	Densidad del combustible [kg/m ³]
$T_{crit_{ox}}$	Temperatura crítica del oxidante [K]
θ_{noz}	Ángulo de divergencia de la tobera [r̃]
V_T	Volumen del tanque de oxidante [m ³]

Cuadro 2.1: Variables de entrada

La condición de equilibrio inicial puede ser calculada usando la ley de Raoult, la ley de gases ideales y una ecuación que especifique el número total de moles de oxidante es la suma de los moles del oxidante en estado líquido (n_{oxl}) y en estado gaseoso (n_{oxv}). El resultado es:

$$n_{oxl} = \frac{n_{oxt} \cdot R_u \cdot T_T - P_{crit_{ox}}|_{T=T_T} \cdot V_T}{-P_{crit_{ox}}|_{T=T_T} \cdot V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T} + R_u \cdot T_T} \quad (2.4)$$

$$n_{oxv} = \frac{P_{crit_{ox}}|_{T=T_T} \cdot (V_T - V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T} n_{oxt})}{-P_{crit_{ox}}|_{T=T_T} \cdot V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T} + R_u \cdot T_T} \quad (2.5)$$

Donde la función para obtener la presión de vapor ($P_{crit_{ox}}$) está dada por:

$$P_{crit_{ox}}(T) = e^{G_1 + \frac{G_2}{T} + G_3 \log(T) + G_4 \cdot T^{G_5}} [Pa] \quad (2.6)$$

Donde los coeficientes válidos para óxido nitroso en el rango de temperatura de 182.3 K a 309.57 K serán: $G_1 = 96.512$; $G_2 = -4045$; $G_3 = -12.277$; $G_4 = 2.886e-5$; $G_5 = 2$.

Y para obtener el volumen específico del oxidante ($V_{mol_{oxl}}$) se utilizará la siguiente función:

$$V_{mol_{oxl}}(T) = \frac{Q_2^{1+(1-\frac{T}{Q_3})^{Q_4}}}{Q_1} \left[\frac{m^3}{kmol} \right] \quad (2.7)$$

Donde los coeficientes para óxido nitroso son $Q_1 = 2.781$; $Q_2 = 0.27244$; $Q_3 = 309.57$; $Q_4 = 0.2882$.

Seguidamente se obtendrá el calor específico del tanque de aluminio (c_{P_T}), para obtenerlo se utilizará la siguiente ecuación empírica.

$$c_{P_T} = (4,8 + 0,00322 \cdot T_T) \cdot 155,239 \quad (2.8)$$

Finalmente se asume que para la condición inicial del motor la presión en cámara (P_C) será igual a la presión atmosférica y la temperatura del tanque (T_T) será igual a la temperatura atmosférica.

2.2. Condiciones Iniciales

Para las condiciones iniciales del motor se asumirá que las masas en la cámara de combustión de oxidante (M_{oxc_0}) y de combustible (M_{fc_0}) son iguales con cero. Debido a esto, se asume que la cámara de combustión inicia llena puramente de aire por lo que la densidad inicial de la cámara será dada por.

$$\rho_{c_0} = \frac{P_{c_0}}{R \cdot T_{c_0}} \quad (2.9)$$

Donde la presión inicial en cámara (P_{c_0}) será igual a la presión atmosférica, la constante específica del aire (R) será de $287.058 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ y la temperatura inicial en cámara (T_{c_0}) será igual a la temperatura ambiente.

Ya teniendo la densidad del aire en cámara se puede calcular la masa de aire inicial ($M_{a_{c_0}}$) en ella.

$$M_{a_{c_0}} = \rho_{c_0} \cdot \pi \cdot R_{p_0}^2 \cdot L_g \quad (2.10)$$

Donde el radio inicial del puerto (R_{p_0}) es dado como uno de los valores de entrada del programa de la misma forma que la longitud del grano (L_g).

De la misma forma los valores derivados de moles de oxidante líquido y gaseoso serán utilizados como condiciones iniciales n_{oxl_0} y n_{oxv_0} respectivamente.

De esta forma el estado inicial de el sistema ($state_0$) queda como:

$$state_0 = \begin{bmatrix} n_{oxv_0} & n_{oxl_0} & T_{T_0} & R_{p_0} & P_{c_0} & T_{c_0} & \rho_{c_0} & M_{oxc_0} & M_{fc_0} & M_{a_{c_0}} \end{bmatrix}^T \quad (2.11)$$

Estas serán las variables de estado iniciales del motor.

2.3. Configuración de la Función de Estado

En esta etapa de el código se inicializará el solucionador de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE) integrando las funciones de desempeño del cohete híbrido.

Para el intervalo de tiempo para el análisis del funcionamiento se seleccionó un rango de 40 segundos en intervalos de 5 ms. La otra restricción que se fijará a la integración de

las ODE será que deberá haber un número de moles de oxidante por encima de cero, ya sea en estado líquido o gaseoso, también se considerará que la presión en cámara deberá ser mayor que la atmosférica para continuar con la integración.

2.4. Tanque de Oxidante

Para iniciar se aproximarán los valores de los calores específicos del oxidante en estado líquido CP_{oxl} y CV_{oxl} a presión constante y volumen constante respectivamente con las siguientes aproximaciones.

$$CV_{oxl} = E_1 + E_2 \cdot T_T + E_3 \cdot T_T^2 + E_4 \cdot T_T^3 + E_5 \cdot T_T^4 \quad (2.12)$$

Donde para oxido nitroso los coeficientes serán $E_1 = 6.7556\text{e}4$; $E_2 = 5.4373\text{e}1$; $E_3 = 0$; $E_4 = 0$; $E_5 = 0$ que serán válidos para el rango de 182.3 - 200 K.

$$CP_{oxl} \approx CV_{oxl} \quad (2.13)$$

También será necesario sacar la presión instantánea del tanque utilizando la ley de gases ideales para presiones parciales y tomando al oxido nitroso en estado líquido como un fluido incompresible, lo que significa que la presión en el tanque será dependiente únicamente de los productos gaseosos en su interior.

$$P_T = \frac{(n_{oxv} + n_{spv}) \cdot R_u \cdot T_T}{V_T - n_{oxl} \cdot V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T}} \quad (2.14)$$

Donde el valor del volumen molar del oxidante a la temperatura del tanque en estado líquido será obtenido usando la ecuación (2.7).

Para la condición de la descarga del tanque de oxidante cuando aún existan moles de oxido nitroso en forma líquida en el tanque se deberá resolver el siguiente sistema de ecuaciones (2.15).

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dn_{oxv}}{dt} \\ \frac{dn_{oxl}}{dt} \\ \frac{dT_T}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1,1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Donde los valores para la matriz M y V se obtienen con las siguientes ecuaciones.

$$M_{2,1} = R_u \cdot T_T \quad (2.16)$$

$$M_{2,2} = V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T} \cdot P_{crit_{ox}}|_{T=T_T} \quad (2.17)$$

$$M_{2,3} = R_u \cdot n_{oxv} - (V_T - n_{oxl} \cdot V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T}) \cdot \frac{dP_{crit_{ox}}}{dT} \Big|_{T=T_T} \quad (2.18)$$

$$M_{3,1} = R_u \cdot T_T - \Delta H_{oxv}|_{T=T_T} \quad (2.19)$$

$$M_{3,2} = P_T \cdot V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T} \quad (2.20)$$

$$M_{3,3} = -m_T \cdot c_{P_T} - n_{oxl} \cdot CP_{oxl} - n_{oxv} \cdot CV_{oxv}|_{T=T_T} - n_{spv} \cdot CV_{spv}|_{T=T_T} \quad (2.21)$$

$$V_{1,1} = -C_{d_l} \cdot N_{inj} \cdot A_{inj} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_T - P_{losses} - P_C)}{MW_{ox} \cdot V_{mol_{oxl}}|_{T=T_T}}} \quad (2.22)$$

Donde el volumen molar del oxidante líquido estará dado por la aproximación dada en la ecuación (2.7) y la presión crítica del oxidante con la ecuación (2.6). Para las demás funciones se utilizarán las siguientes ecuaciones.

$$\frac{dP_{crit_{ox}}}{dT}(T) = \left(-\frac{G_2}{T^2} + \frac{G_3}{T} + G_4 \cdot G_5 \cdot T^{G_5-1} \right) \cdot e^{G_1 + \frac{G_2}{T} + G_3 \cdot \ln(T) + G_4 \cdot T^{G_5}} \quad (2.23)$$

Los valores de G_1 , G_2 , G_3 , G_4 y G_5 serán los mismos que los ya utilizados para la ecuación (2.6) para óxido nitroso.

$$\Delta H_{oxv}(T) = J_1 \cdot \left(1 - \frac{T}{T_{crit_{ox}}} \right)^{J_2 + J_3 \cdot \frac{T}{T_{crit_{ox}}} + J_4 \cdot \left(\frac{T}{T_{crit_{ox}}} \right)^2} \quad (2.24)$$

Donde las variables para obtener la entalpía de vaporización del oxidante (ΔH_{oxv}) para óxido nitroso serán $J_1 = 2.3215e7$; $J_2 = 0.384$; $J_3 = 0$; $J_4 = 0$ en el rango de temperatura de 182.3 K - 309.57 K. También cabe destacar que la relación de la temperatura y la temperatura crítica del oxidante es conocida como la temperatura reducida.

Las funciones de calores específicos a volumen constante de el oxidante en estado gaseoso (CV_{oxv}) y el gas supercargante (CV_{spv}) son:

$$CV_{oxv}(T) = D_1 + D_2 \cdot \left(\frac{D_3/T}{\text{Sinh}(D_3/T)} \right)^2 + D_4 \cdot \left(\frac{D_5/T}{\text{Cosh}(D_5/T)} \right)^2 - R_u \quad (2.25)$$

$$CV_{spv}(T) = C_1 + C_2 \cdot T + C_3 \cdot T^2 + C_4 \cdot T^3 + C_5 \cdot T^4 - R_u \quad (2.26)$$

Para los cuales se utilizarán los coeficientes válidos para temperaturas de entre 100 K y 1500 K $D_1 = 0.2934\text{e}5$; $D_2 = 0.3236\text{e}5$; $D_3 = 1.1238\text{e}3$; $D_4 = 0.2177\text{e}5$; $D_5 = 479.4$ para el calculo del oxido nitroso gaseoso y $C_1 = 0.2079\text{e}5$; $C_2 = 0$; $C_3 = 0$; $C_4 = 0$; $C_5 = 0$ para el helio que servirá como gas supercargante.

Sin embargo para la condición de la descarga cuando los únicos residuos en el tanque se encuentran en estado gaseoso se tendrá que resolver otro sistema de ecuaciones (2.27):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dn_{oxv}}{dt} \\ \frac{dT_T}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1,1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Donde los valores para la matriz M y V se obtienen con las siguientes ecuaciones.

$$M_{2,1} = -R_u \cdot T_T \quad (2.28)$$

$$M_{2,2} = m_T \cdot c_{P_T} + n_{oxv} \cdot CV_{oxv}|_{T=T_T} + n_{spv} \cdot CV_{spv}|_{T=T_T} \quad (2.29)$$

$$V_{1,1} = -C_{d_l} \cdot N_{inj} \cdot A_{inj} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_T - P_{losses} - P_C)}{MW_{ox} \cdot R_u \cdot T_T / P_T}} \quad (2.30)$$

Para obtener la obtención de las matrices se utilizarán las ecuaciones (2.25) y (2.26) para calcular los calores específicos de los gases sobrantes en el tanque.

2.5. Cámara de Combustión

En caso de existir flujo molar de oxidante en estado líquido (\dot{n}_{oxl}) se deberá calcular el flujo de oxidante del tanque como:

$$\dot{m}_{ox} = -(n_{oxl} - n_{oxv}) \cdot MW_{ox} \quad (2.31)$$

Mientras que en caso de no existir se utilizará la siguiente ecuación:

$$\dot{m}_{ox} = -n_{oxv} \cdot MW_{ox} \quad (2.32)$$

Tomando que la geometría de la cámara de combustión tendrá un puerto cilíndrico el volumen de este (V_C) se obtiene usando el radio del puerto (R_p) y la longitud del grano (L_g).

$$V_C = \pi \cdot R_p^2 \cdot L_g \quad (2.33)$$

Y el cambio del volumen de la cámara será dependiente de la tasa de regresión del combustible que será expresada como \dot{R}_p .

$$\dot{R}_p = a \left(\frac{\dot{m}_{ox}}{\pi \cdot R_p^2} \right)^n \cdot P_C^m \cdot (2R_p)^l \quad (2.34)$$

Para polipropileno se utilizarán los coeficientes de la siguiente manera $a = 0.22e-4$; $n = 0.68$; $m = 0.07$; $l = 0.09$. Y con la tasa de regresión del combustible se podrá estimar el cambio en el volumen de la cámara por unidad de tiempo (\dot{V}_C).

$$\dot{V}_C = 2 \cdot \pi \cdot R_p \cdot L_g \cdot \dot{R}_p \quad (2.35)$$

Teniendo este dato se podrá calcular el flujo másico de combustible (\dot{m}_f) como el cambio de volumen de la cámara por la densidad del combustible.

$$\dot{m}_f = \dot{V}_C \cdot \rho_f \quad (2.36)$$

Después se calculará la masa total en la cámara de combustión (M_C) que será calculada como la suma de las masas de oxidante, combustible y aire en la cámara de combustión.

$$M_C = M_{oxc} + M_{fc} + M_{ac} \quad (2.37)$$

Con estos datos se podrá calcular el empuje generado por el motor utilizando la formula del coeficiente de empuje que nos dará una buena aproximación del empuje en condiciones nominales.

$$C_F = \sqrt{\frac{2k_C^2}{k_C - 1} \left(\frac{2}{k_C + 1} \right)^{(k_C+1)/(k_C-1)} \left[1 - \left(\frac{P}{P_C} \right)^{(k_C-1)/k_C} \right]} \quad (2.38)$$

Donde aproximaremos la k_C de los gases de escape a 1.5.

Y para calcular el empuje del motor se multiplicará el coeficiente de empuje por el área de la garganta (A_t) y la presión en cámara (P_C)

$$F = C_F \cdot A_t \cdot P_C \quad (2.39)$$

Mientras que para calcular el flujo másico en la tobera (\dot{m}_{nz}) utilizaremos la condición de bloqueo sónico que nos deja con la ecuación (2.40).

$$\dot{m}_{nz} = A_t P_C k_C \frac{\sqrt{[2/(k_C + 1)]^{(k_C+1)/(k_C-1)}}}{\sqrt{k_C R T_C}} \quad (2.40)$$

Finalmente para obtener la tasa de cambio del vector de estado con respecto al tiempo utilizaremos las siguientes ecuaciones.

$$\dot{\rho}_C = \frac{\dot{m}_{ox}}{V_C} + (\rho_f - \rho_C) \frac{\dot{V}_C}{V_C} - \frac{\dot{m}_{nz}}{V_C} \quad (2.41)$$

$$\dot{P}_C = (k_C - 1) \cdot Q \cdot \rho_f \cdot \frac{\dot{V}_C}{V_C} - P_C \cdot k_C \cdot \frac{\dot{m}_{nz}}{V_C \cdot \rho_C} - (k_C - 1) \cdot \frac{q}{V_C} \quad (2.42)$$

$$\dot{T}_C = T_C \cdot \left(\frac{\dot{P}_C}{P_C} - \frac{\dot{\rho}_C}{\rho_C} \right) \quad (2.43)$$

$$\dot{M}_{ox_C} = \dot{m}_{ox} - \dot{m}_{nz} \frac{M_{ox_C}}{M_C} \quad (2.44)$$

$$\dot{M}_{f_C} = \dot{m}_f - \dot{m}_{nz} \frac{M_{f_C}}{M_C} \quad (2.45)$$

$$\dot{M}_{a_C} = -\dot{m}_{nz} \frac{M_{a_C}}{M_C} \quad (2.46)$$

Que en conjunto con las ecuaciones (2.15), (2.27) y (2.34) formarán el siguiente vector.

$$\dot{\text{state}} = \begin{bmatrix} \dot{n_{oxv}} & \dot{n_{oxl}} & \dot{T}_T & \dot{R}_p & \dot{P}_c & \dot{T}_c & \dot{\rho}_c & \dot{M}_{oxC} & \dot{M}_{fC} & \dot{M}_{ac} \end{bmatrix}^T \quad (2.47)$$

2.6. Validación del Código

En esta sección se presenta la validación de los distintos módulos del código. Se muestran los resultados del código seguidos por los resultados de distintos autores y motores de prueba para demostrar la robustez y validez del trabajo expuesto.

2.6.1. Validación del Modelo Termodinámico del Tanque de Oxígeno

Las figuras 2.2 y 2.7 muestran la evolución temporal de las variables de la temperatura del tanque para distintas condiciones iniciales, la masa de óxido nítrico (en estado líquido y gaseoso), y la presión interna del tanque; resultado del código expuesto en la sección anterior. Esta parte del código predice la evolución de las variables de estado del tanque de oxidante debido al cambio en las condiciones de la cámara de combustión.

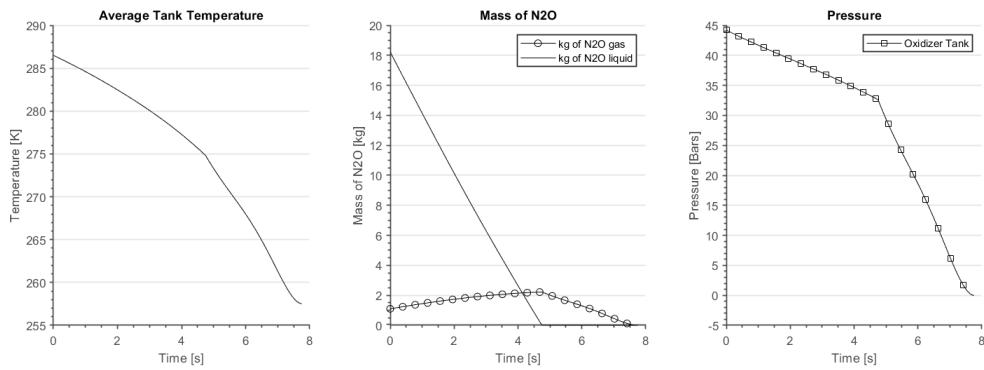


Figura 2.2: Resultados del código

Las figuras 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, y 2.8, 2.9, 2.10, 2.11 muestran respectivamente los resultados para distintas condiciones iniciales obtenidos por Fernández [5], los cuales a su vez son comparados con los valores reales de un motor de prueba.

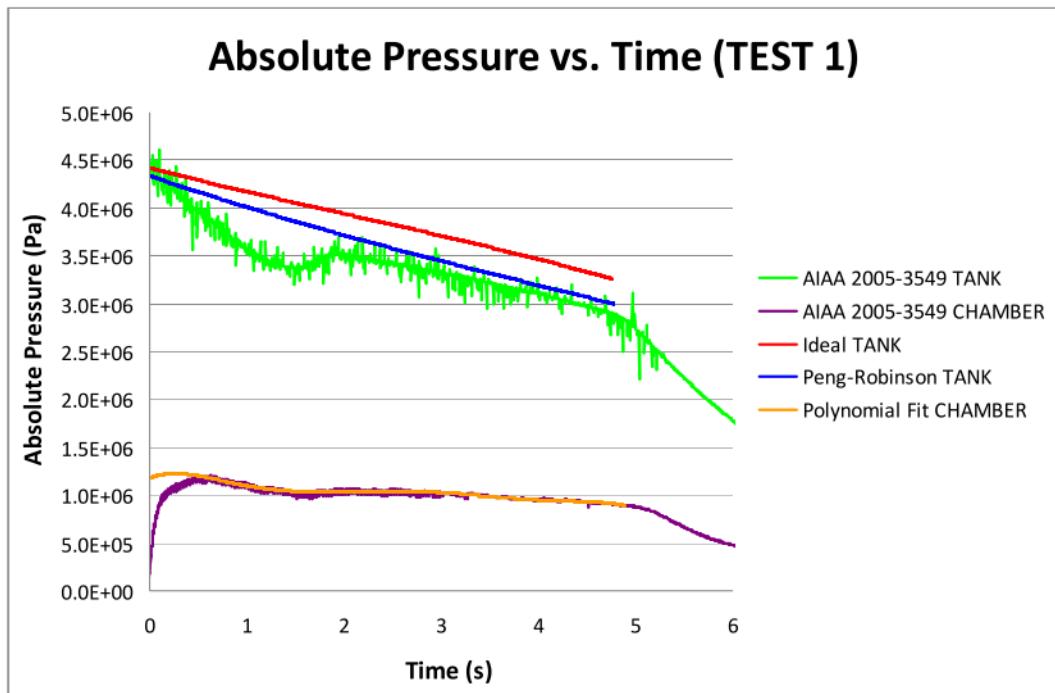


Figura 2.3: Modelado del sistema a comparar [5]

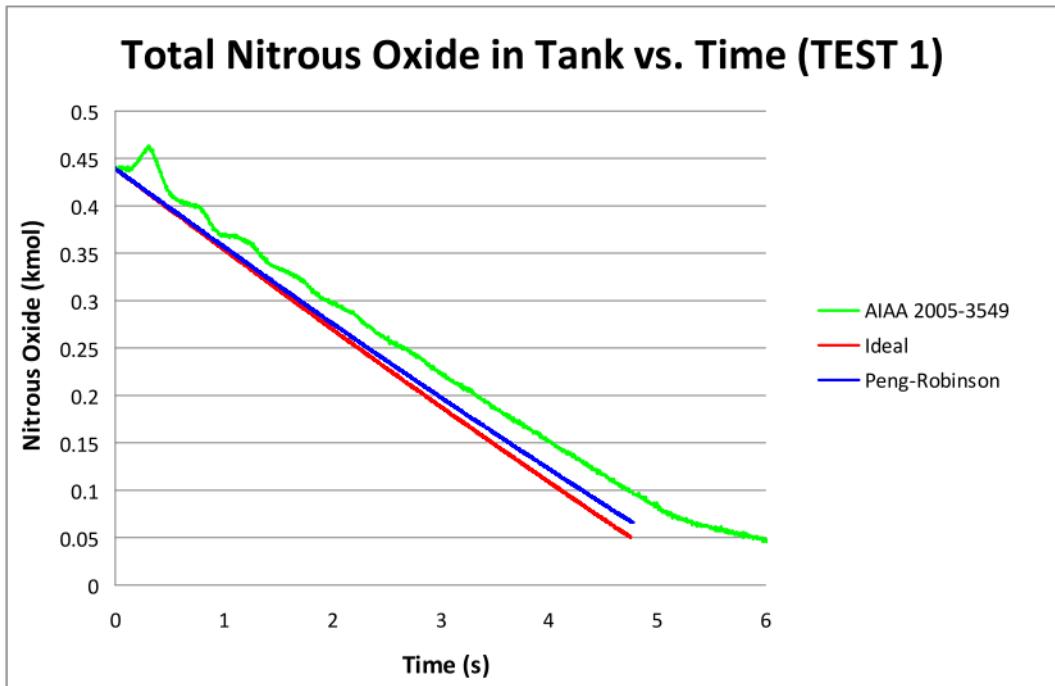


Figura 2.4: Modelado del sistema a comparar [5]

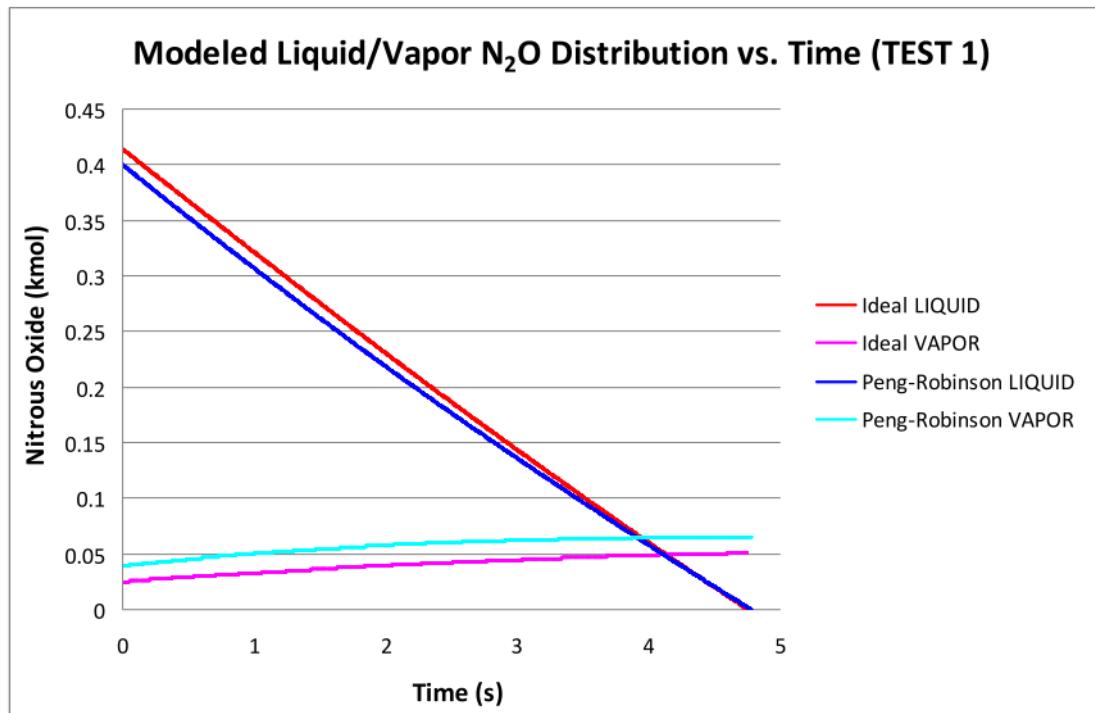


Figura 2.5: Modelado del sistema a comparar [5]

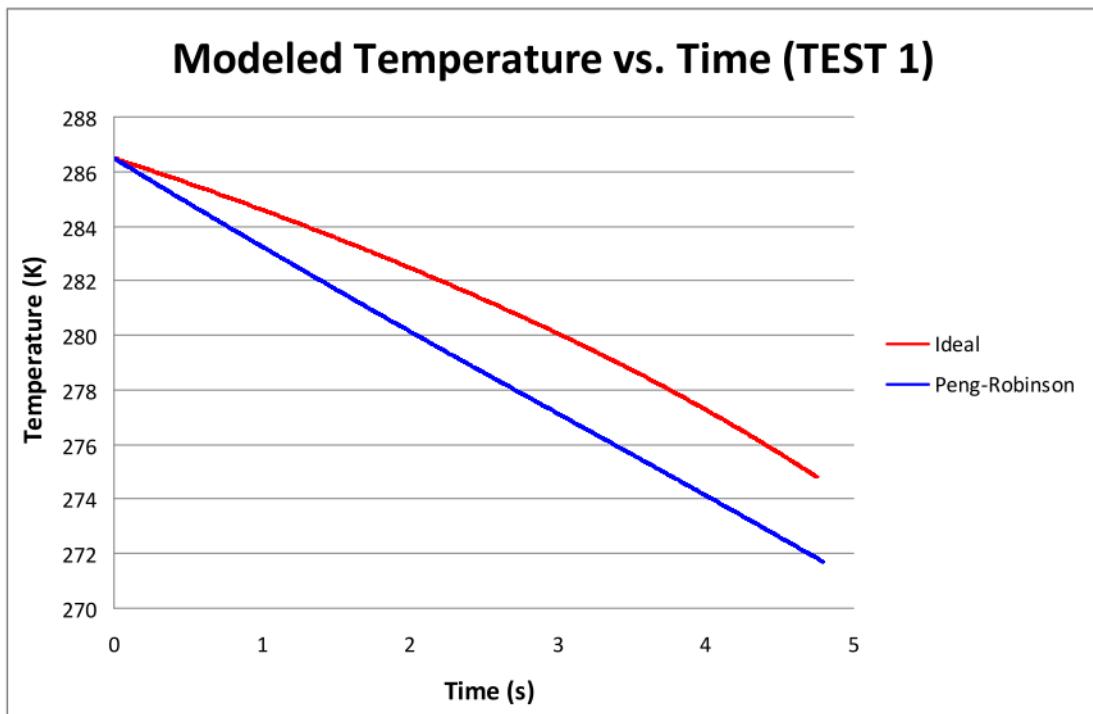


Figura 2.6: Modelado del sistema a comparar [5]

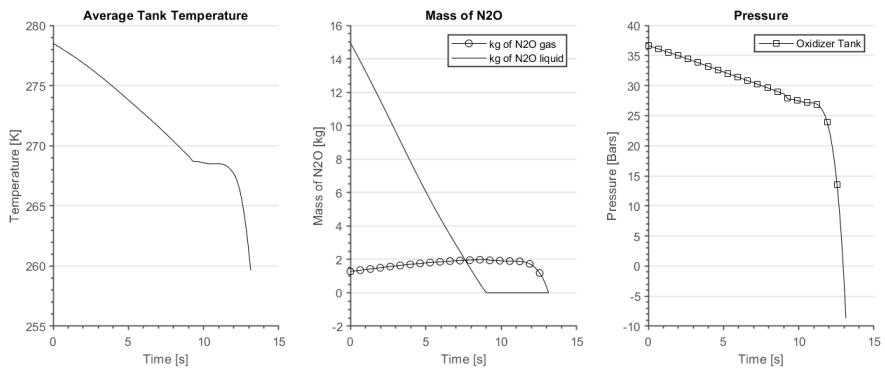


Figura 2.7: Resultados del código

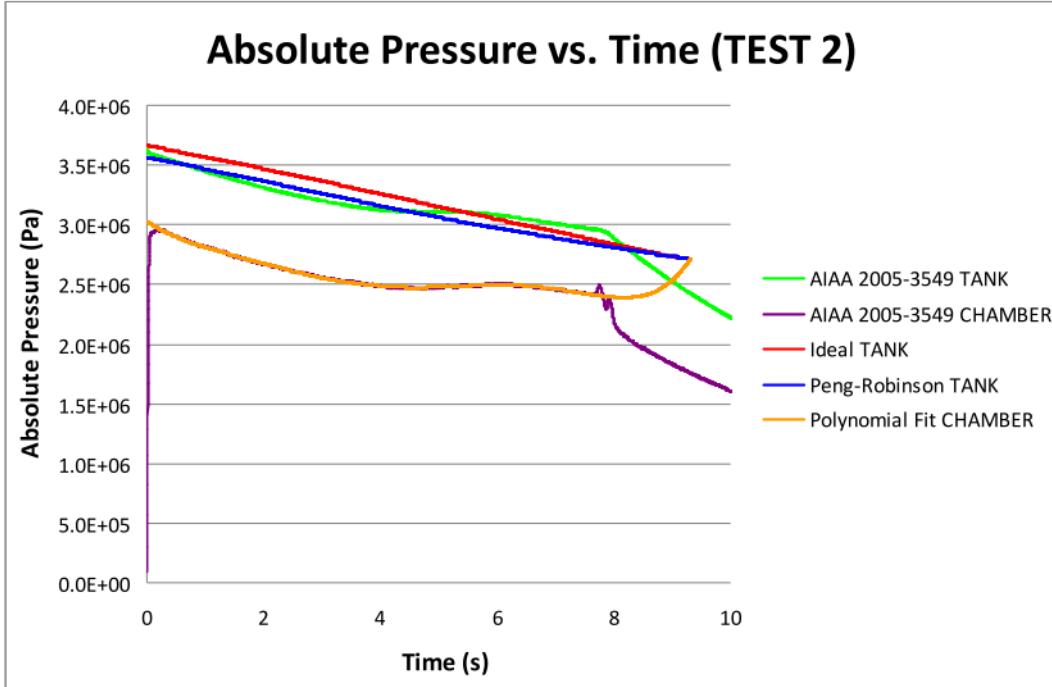


Figura 2.8: Modelado del sistema a comparar [5]

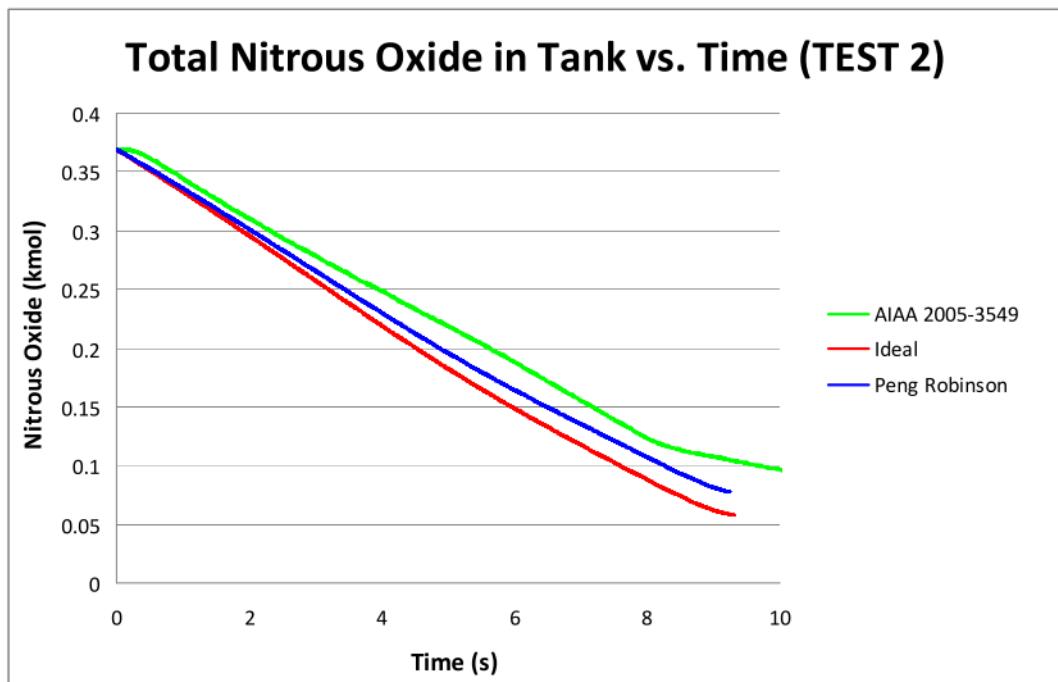


Figura 2.9: Modelado del sistema a comparar [5]

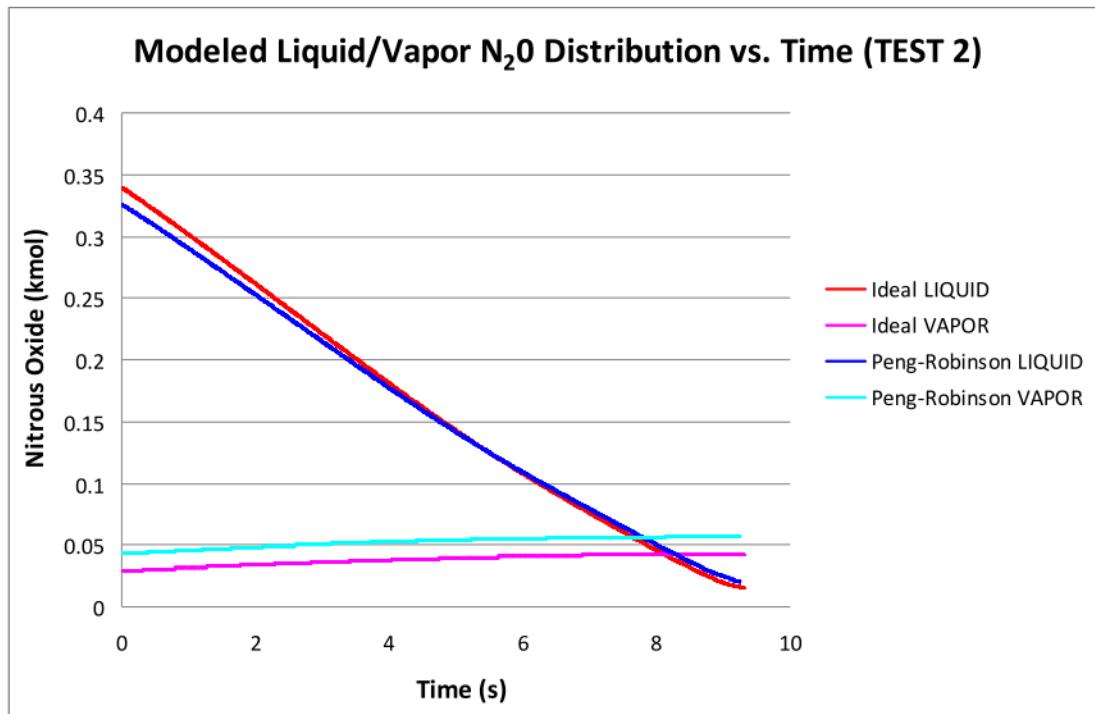


Figura 2.10: Modelado del sistema a comparar [5]

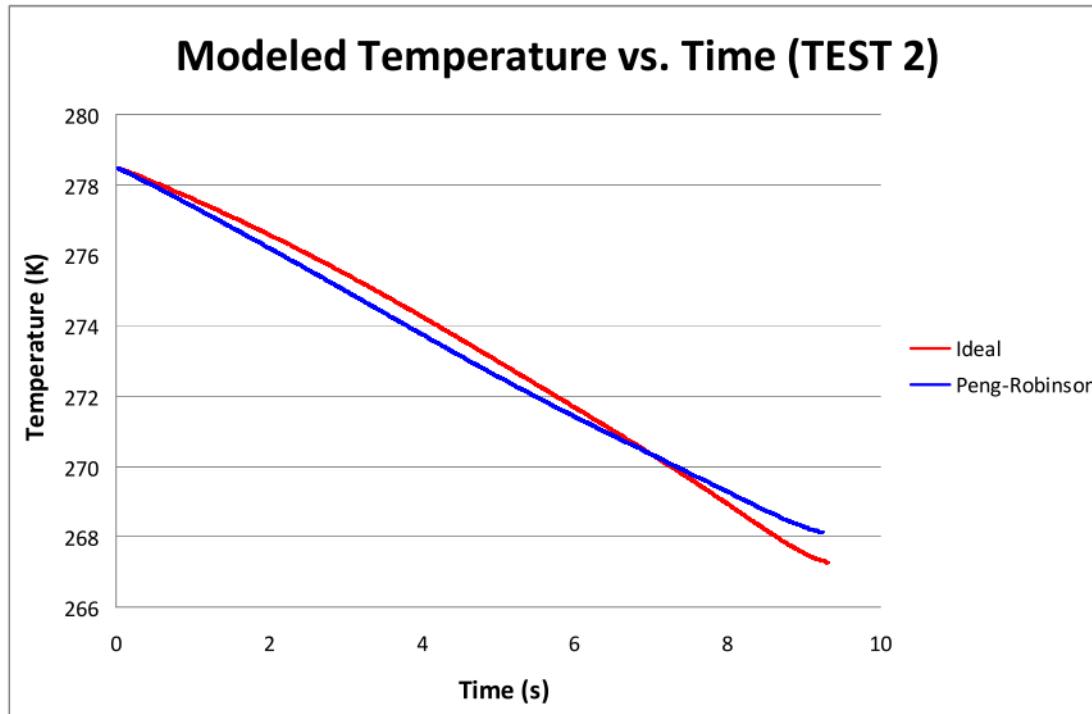


Figura 2.11: Modelado del sistema a comparar [5]

Los resultados muestran buena concordancia entre las pruebas, el modelo de Fernández [5] y el motor de prueba.

2.6.2. Validación del Modelo de la Cámara de Combustión y Tobera

Las figuras 2.12 y 2.13 muestran la evolución temporal de las variables de la temperatura del motor híbrido para ciertas condiciones iniciales, el radio del grano de combustible, la presión, la acumulación de gases en la cámara de combustión y el empuje; resultado del código expuesto en la sección anterior. Esta parte del código predice la evolución de las variables de estado del motor debido a el cambio en las condiciones de la combustión y la acumulación de gases.

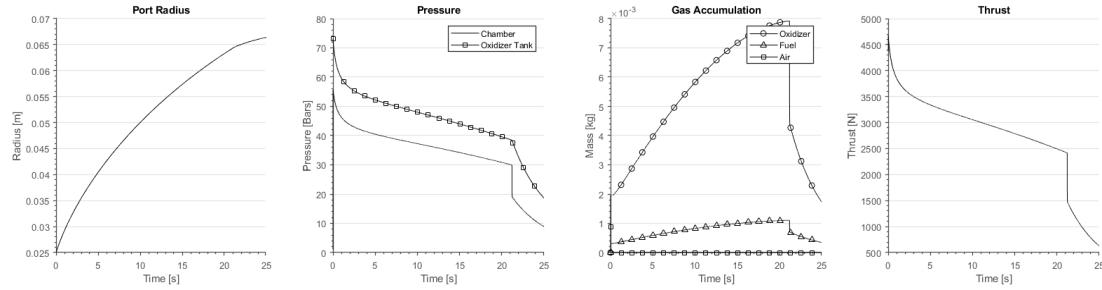


Figura 2.12: Resultados del código

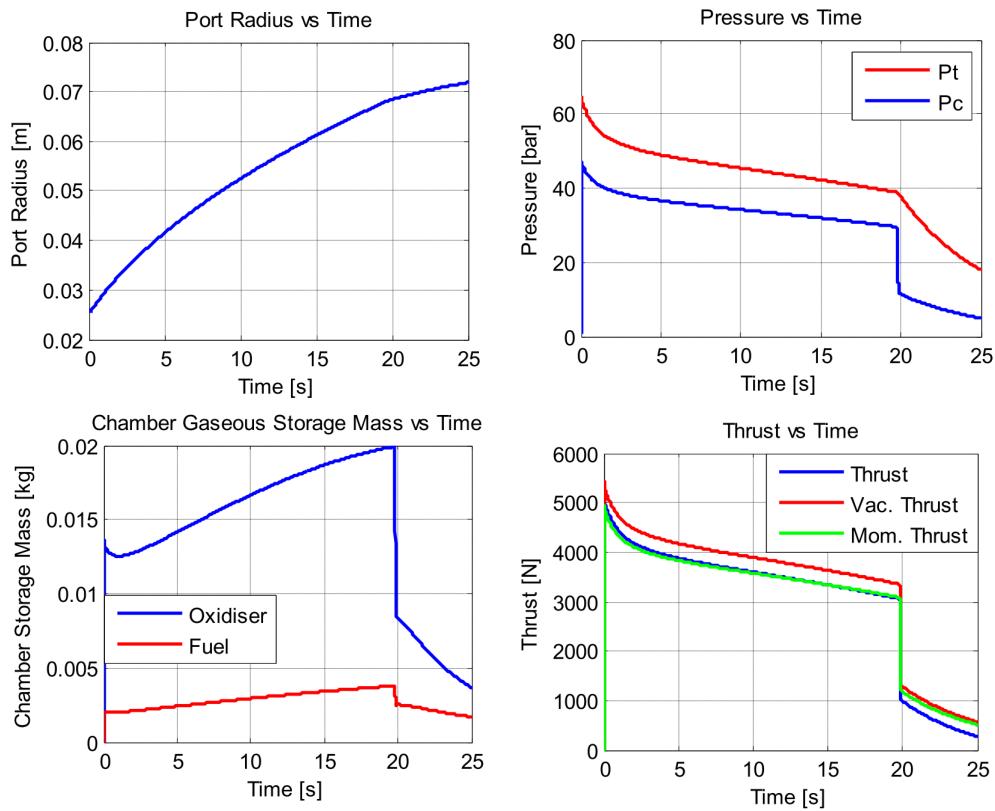


Figura 2.13: Modelado del sistema a comparar [7]

2.7. Implementación de la predicción de peso de la estructura

En esta tesis nos enfocaremos al cálculo de la resistencia de los componentes estructurales que se encontrarán afectados por gradientes de presión; no se calcularán componentes cuyo propósito sea resistir las fuerzas iniciales encontradas durante el vuelo de un cohete,

y no se tomará en cuenta el efecto de estas fuerzas en el cálculo de los componentes sometidos a las cargas no inerciales; se despreciará el efecto térmico debido a la corta duración del mismo, y a que el material propuesto tiene alta resistencia térmica.

Bajo este enfoque, el motor cuenta con dos componentes estructurales principales, la cámara de combustión y el tanque de oxidante.

La ecuación utilizada para ambos es la del espesor de pared mínima es calculado utilizando una formula convencional del ASME Pressure Vessel code 2.48 dada por:

$$t = \frac{PDM_f}{2b_g(F_sSE - 0,6P)} \quad (2.48)$$

Donde:

- P es la presión interna
- D es el diámetro exterior
- M_f es el factor de desajuste, 5 %
- b_g es la ganancia biaxial, 10 %
- S es el esfuerzo de cedencia del material
- F_s es el factor de seguridad, 0.5
- E Eficiencia de soldadura

Por lo tanto para los cálculos de ambos componentes estructurales, usando como materiales el aluminio 6061-T6 para el tanque de oxidante y el acero AISI SAE 1020 para la cámara de combustión, se utiliza el siguiente código:

```

1 % Calculo de espesor y peso por estructuras de pared delgada.
2 function [t,w] = structural_assesement(p_int, p_ext, D, L, sigma_y, rho)
3     M_f = 0.05; % Factor de Desajuste
4     b_g = 0.1; % Ganancia Biaxial
5     F_s = 0.5; % Factor de Seguridad
6     E = 0.9; % Eficiencia de la soldadura
7     P = p_int-p_ext; % Gradiente de Presion
8

```

```
9
10      t = (P * D * M_f) / ( 2 * b_g * (F_s * sigma_y * E - 0.6 * P) );
11
12      w = rho * L * t * pi * D;
13  end
```

Capítulo 3

Diseño del Motor Híbrido

3.1. Estudio Estadístico

Para iniciar el diseño del motor se recopiló la información reportada por distintos cohetes participantes en la competencia Spaceport America Cup en su edición del año 2018, este estudio estadístico se encuentra anexado en la sección D.

De este estudio se podrán obtener las características deseadas para el diseño a obtener, por lo que se buscará generar un motor cohete híbrido con un empuje total de 20000 Ns buscando mejorar la relación empuje peso del motor. También se fijarán como restricciones que la presión del tanque no exceda los 60 bares de presión.

3.2. Desarrollo

Se iterarán valores del diseño en el programa y se seleccionará aquel diseño que cumpla con los objetivos de diseño antes mencionados.

Seguido se modelará el motor en cad para corroborar el cumplimiento de las características en elemento finito.

Los parámetros de diseño que serán considerados son el diámetro del inyector (D_{inj}), masa de oxidante en el tanque (m_{oxt}), número de inyectores (N_{inj}), el volumen del tanque de oxidante (V_T), el radio del puerto inicial y final (R_p y R_{p_f} respectivamente), la longitud de la cámara de combustión (L_g), y las áreas de tobera de garganta (A_t) y salida (A_e) de la tobera.

3.3. Resultados

El diseño final quedó con las siguientes características según nuestro estudio.

Símbolo	Variable	Valor
A_t	Área de la garganta de la tobera [m^2]	1e-3
A_e	Área de la salida de la tobera [m^2]	5e-3
D_{inj}	Diámetro del inyector [m]	0.0125
L_g	Longitud del grano [m]	0.225
m_{oxt}	Masa del oxidante [kg]	12
N_{inj}	Numero de inyectores [-]	1
R_p	Radio inicial del puerto del grano [m]	0.05
R_{pf}	Radio final del puerto del grano [m]	0.065
V_T	Volumen del tanque de oxidante [m^3]	0.03

Cuadro 3.1: Parametros de Diseño

Mientras que la predicción del desempeño esperado para el motor entregada por el código será la siguiente:

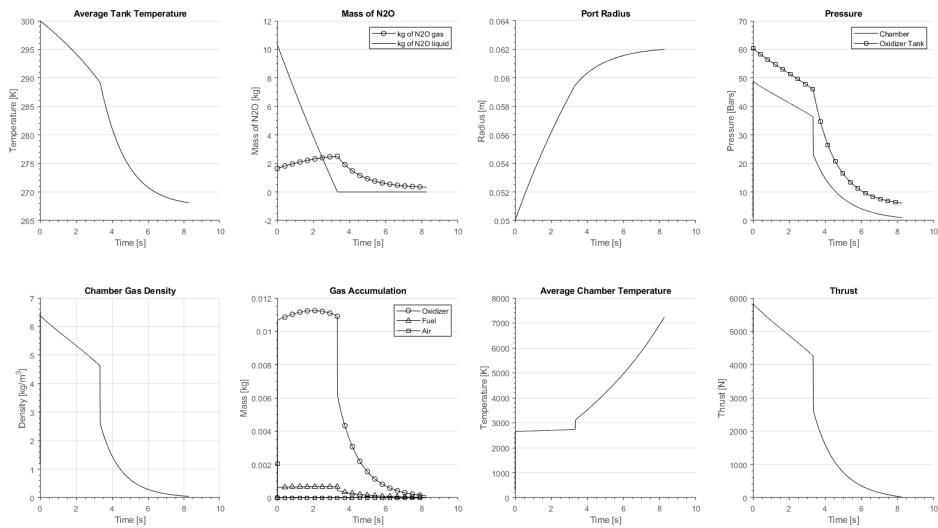


Figura 3.1: Desempeño del motor diseñado

Capítulo 4

Prueba de Concepto

4.0.1. Descripción de la misión

La misión consiste en emplear un motor cohete híbrido que permita visualizar el funcionamiento del interior de la cámara de combustión durante una operación de al menos 10 segundos.

Concepto de Operación (CONOPS)

1. Preparación
2. Encendido
3. Operación
4. Apagado
5. Desmontado

Objetivo general

Generar un prototipo que permita visualizar el comportamiento de un motor cohete así como el de sus subsistemas en tiempo real para mejorar el entendimiento de estos.

Objetivos Secundarios

- Segura operación en un margen de al menos veinte segundos.

- Costo de operación del motor menor a 30 USD.
- Construcción de un banco de prueba que muestre datos del empuje producido en tiempo real.
- Desarrollo de un sistema de ignición y regulación del empuje remoto.

Plan De Ejecución

De acuerdo con la figura 4.1, las fases del proyecto consisten en:

- Fase I: Desarrollo de PDR
- Fase II: Construcción del modelo demostrativo.
- Fase III: Pruebas de seguridad.
- Fase IV: Ignición y pruebas.

Criterios de éxito

- El proyecto será finalizado antes del 1ro de Octubre
- El proyecto cumplirá exitosamente las pruebas de seguridad
- El costo final del proyecto estará dentro de un margen de $\pm 25\%$ de la estimación inicial.
- El producto deberá contar con el motor y un sistema de alimentación de oxidante.

4.0.2. Descripción del sistema

El motor a desarrollar será un motor de tipo híbrido debido a sus ventajas de seguridad.

Arquitectura del Sistema

El sistema consiste en los subsistemas descritos en la figura 4.2

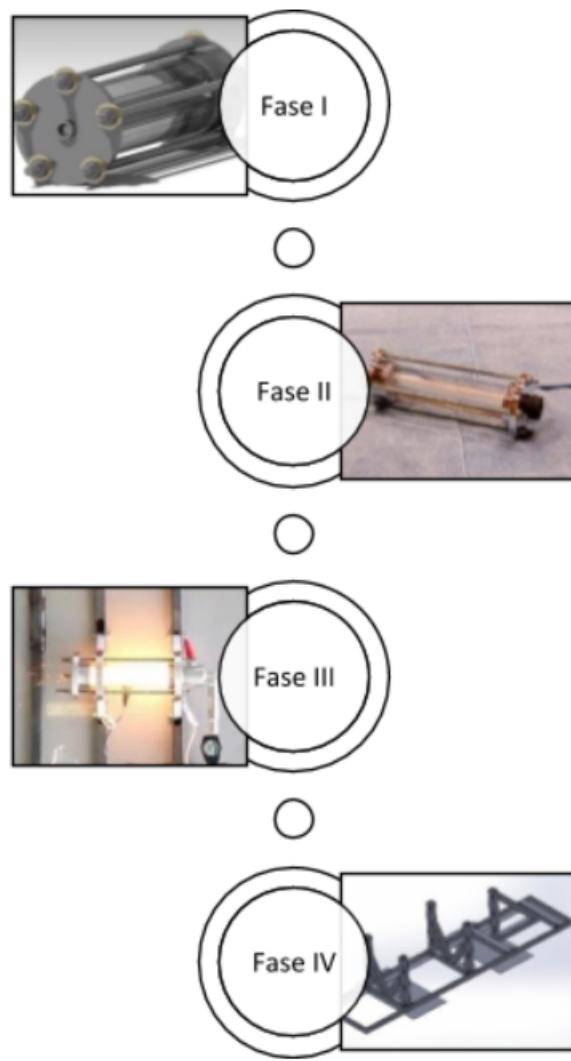


Figura 4.1: Fases del proyecto piloto

Subsistema del motor

El motor, como es descrito en la figura 4.4 estará conformado por el cilindro de acrílico que funge como cámara de combustión y a su vez como combustible para el motor. Se fabricaron dos tapas para cumplir con el trabajo de el inyector de oxidante y como tobera del motor respectivamente. Se buscó generar un diseño optimizado para cumplir con requerimientos de manufactura, mantenimiento, facilidad de ensamblaje y costos, por lo que se buscó utilizar lo más posible materiales disponibles comercialmente el render se muestra en la figura 4.3.

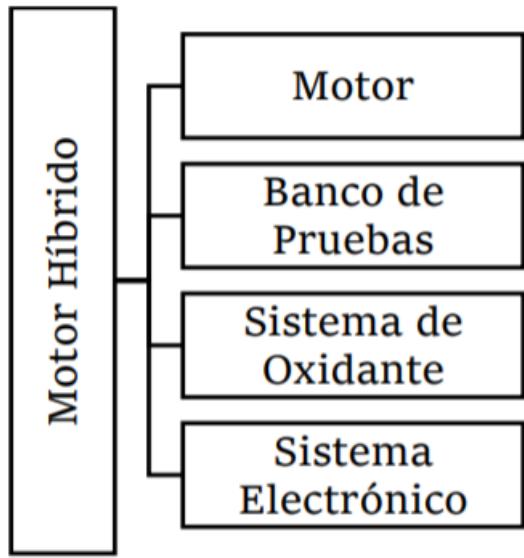


Figura 4.2: Arquitectura del sistema

Configuración

Para la configuración del motor se eligió una configuración convencional para cohetes híbridos utilizando un oxidante en estado gaseoso y el combustible en estado sólido. El motor estará basado en el diseño utilizado por el centro de investigación de cohetería avanzada (por sus siglas en inglés ARRC) mostrado en la figura 4.5 consistiendo de un núcleo con el combustible y dos conectores, uno para la tobera y otro para el inyector.

4.0.3. Grano de Combustible

Selección de Combustible

En el caso de los motores híbridos se puede usar virtualmente cualquier material pero en el caso de este cohete al ser un objetivo que se pueda observar su funcionamiento interno, se utilizará el acrílico de la pared de la cámara de combustión como el mismo combustible.

También se elige el acrílico ya que además de aportar integridad estructural tiene una tasa de regresión pequeña a comparación con otros combustibles lo que permitirá un mayor tiempo de operación sin aumentar riesgos de seguridad debido al pequeño empuje producido por este.

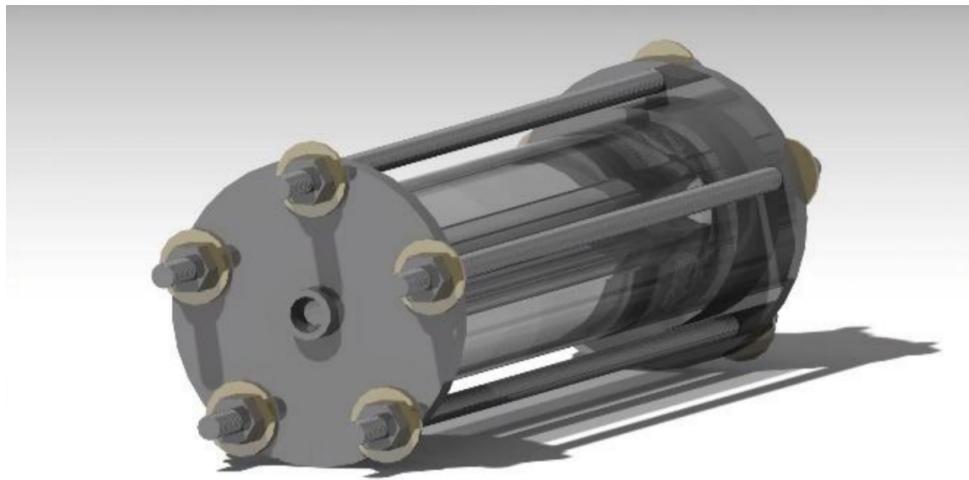


Figura 4.3: Render del Motor

Diseño del Grano

Se utilizará un diseño de un puerto tubular de 25 % del diámetro del grano total (0.5in) debido a que en caso de utilizar el acrílico como combustible, no podrá ser moldeado, sino que será barrenado. Las dimensiones del puerto son determinadas al ser el doble de las dimensiones del diámetro de garganta de la tobera como recomienda Richard Nakka en su artículo de teoría de grano de combustible para evitar el fenómeno conocido como extracción de núcleo donde la relación de área del puerto y la garganta es igual a uno y se genera flujo transónico dentro de la cámara.

$$\frac{A_p}{A_t} = \frac{\pi D^2(1 - V)}{4A_t} > 1$$

4.0.4. Cámara de Combustión

Selección del Material

Como se menciona antes la cámara de combustión estará hecha de el acrílico el cual al mismo tiempo actuará como el combustible.

Cálculo de Espesor de la Pared

El espesor de pared mínima es calculado utilizando una formula convencional del ASME Pressure Vessel code dada por:

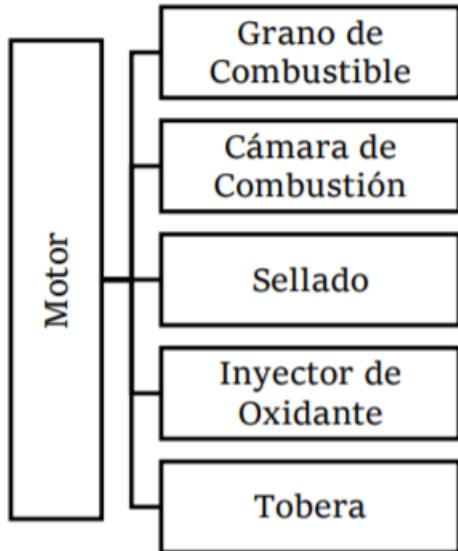


Figura 4.4: Arquitectura del subsistema del motor

$$t = \frac{PDM_f}{2b_g(F_sSE - 0,6P)}$$

Donde:

- P es la presión interna, 100 psi
- D es el diámetro exterior, 2 in
- M_f es el factor de desajuste, 5 %
- b_g es la ganancia biaxial, 10 %
- S es el esfuerzo de cedencia, 4210 psi
- F_s es el factor de seguridad, 0.5
- E Eficiencia de soldadura, 100 %

De donde obtenemos un espesor mínimo de la pared de 0.0466 in.

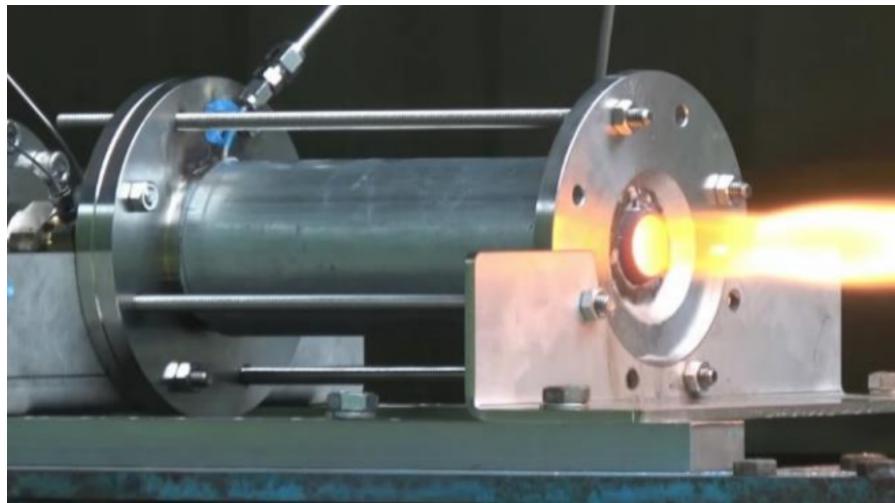


Figura 4.5: Motor AARC

4.0.5. Sellado

Selección del método de sellado

Para el sellado de la cámara se utilizarán O-rings de Nitrilo debido a su disponibilidad y costos accesibles; así como su resistencia óptima a la temperatura que se puede encontrar en esta aplicación de acuerdo con la figura 4.6.

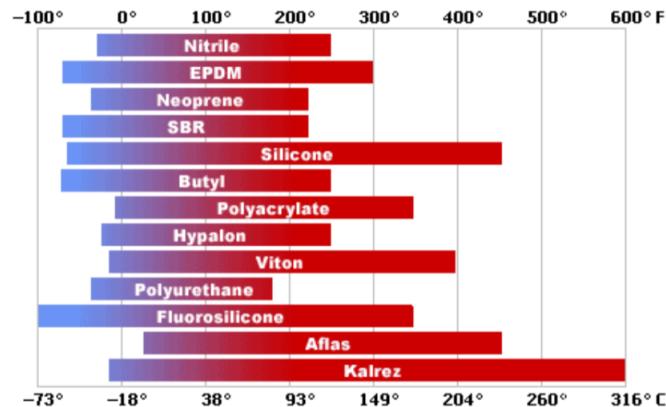


Figura 4.6: Rango de temperaturas de O-rings

Alojamiento del sello

Para el diseño del alojamiento del sello se utilizaron tablas disponibles para contenedores a presión disponibles en internet. Estas nos dan que para el o-ring 326 tendremos un

diámetro externo de 2.02in, profundidad de 0.164in y un ancho de 0.24in. El alojamiento del O-ring se realizará de acuerdo con esas especificaciones y como en la figura 4.7

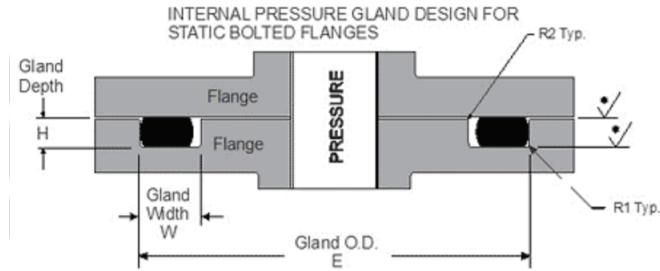


Figura 4.7: Posición de O-rings

4.1. Inyector de Oxidante

4.1.1. Selección del Material

La placa del inyector podrá estar hecha de acero inoxidable para garantizar la longevidad del modelo, mientras que el inyector será de cobre.

4.1.2. Diseño del Inyector de Oxidante

Se utilizará un inyector 9/16-18 NPT para simplificar conexión con el sistema de control de oxidante.

4.2. Tobera

4.2.1. Selección del Material

La tobera será hecha de acero inoxidable para evitar la formación de corrosión y el desgaste por el flujo supersónico.

4.2.2. Diseño de la Tobera

Como se mencionó en la sección del diseño de grano la tobera será de la mitad del diámetro de el puerto lo que nos dará un diámetro de 12.5 % del diámetro del grano en

la garganta, es decir 0.25in. Para la sección supersónica se realizó un análisis en NASA CEA para obtener la relación de expansión de la tobera tomando en cuenta una presión en cámara de 100psi y la presión atmosférica en la ciudad de México de 11.8psi; de esta manera se obtuvo que la tobera tendrá una expansión óptima con un diámetro de salida de 0.36in; se comprobó el funcionamiento de la tobera con una simulación de CFD, mostrada en la figura 4.8. Debido a la baja relación de expansión no es conveniente utilizar una tobera de campana, sino que se seleccionó una tobera cónica con una apertura de 15°, lo que mantendrá una eficiencia de tobera en 98.29 %.

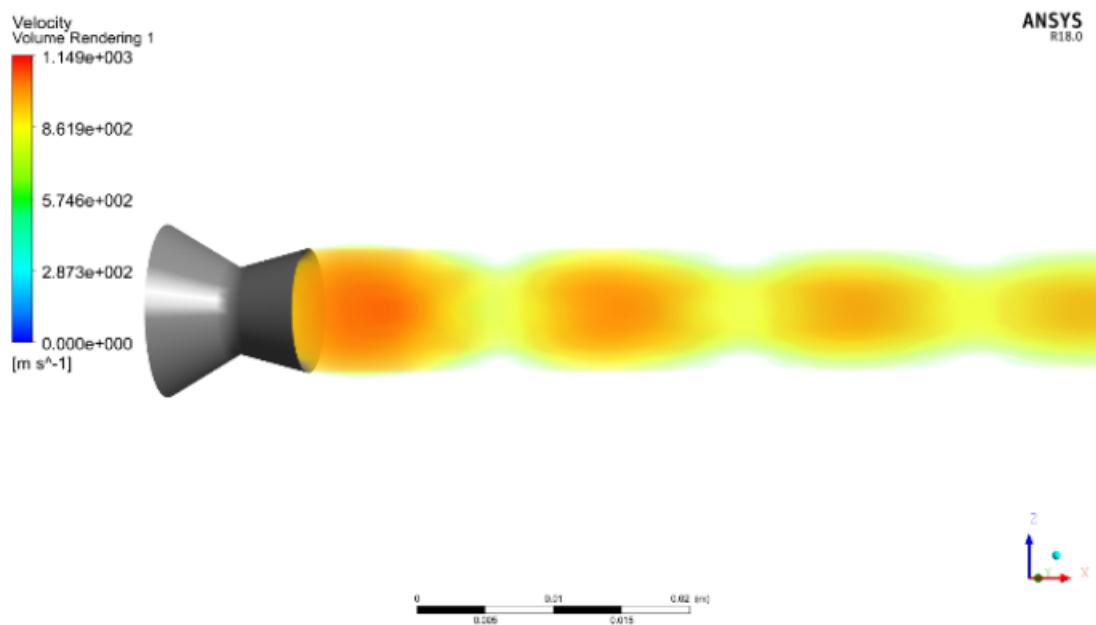


Figura 4.8: Simulación de Tobera en CFD

4.3. Banco de Pruebas

Estructura de sujeción para el motor cohete integrando sensores para la medición del empuje neto, por lo cual se requerirá un desplazamiento del motor cohete dentro del banco de pruebas asegurando la integridad de todos los componentes y el usuario. Tomando de referencia el siguiente banco de pruebas como se muestra en la figura 4.9.

Requerimos de un riel para mantener la dirección del empuje y mantener la fijación al banco de pruebas, como se muestra en la figura 4.10.

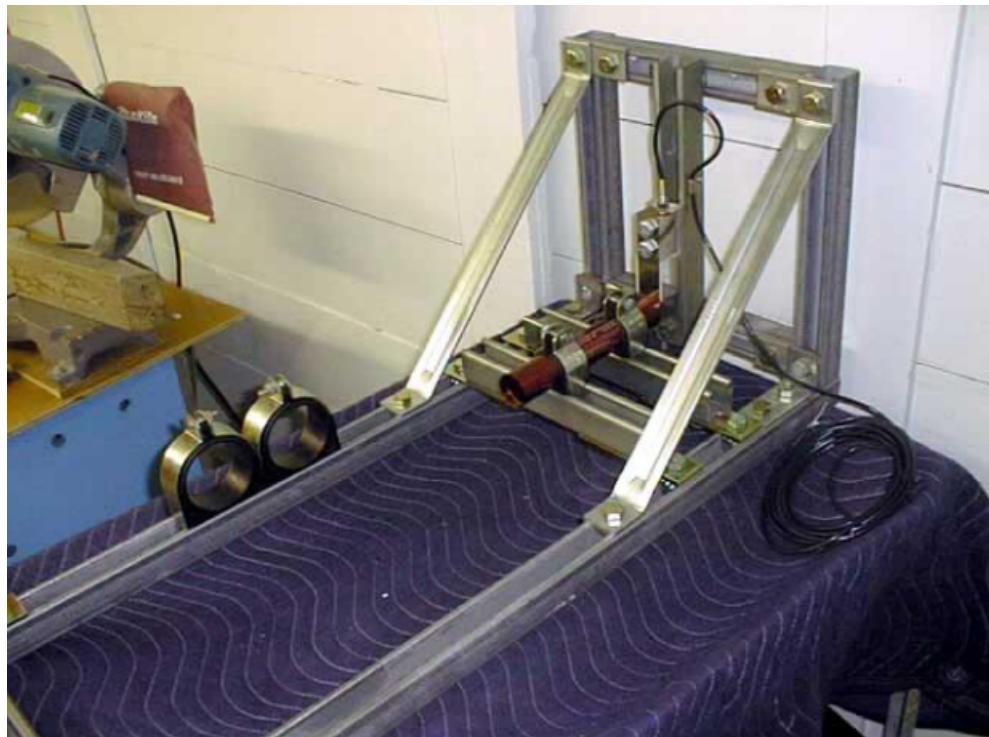


Figura 4.9: Simulación de Tobera en CFD

La sujeción debe de ser lo suficiente rígido para mantener en posición al motor y mantener el libre movimiento producto del empuje.

La sujeción del motor se realizará por medio de ángulos los cuales estarán fijados a los espárragos de acero y a su vez a los rieles para mantener el libre movimiento.

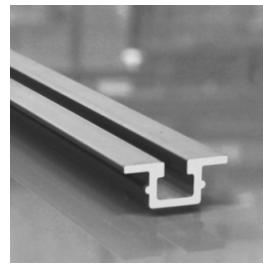


Figura 4.10: Perfil de aluminio para riel de sujeción

Captura de Datos

La captura de datos se requiere de un sensor con el cual podamos cuantificar el empuje generado.

Utilizamos una celda de carga de 5kg y basados en la arquitectura Arduino podremos visualizar los datos en la computadora.

4.3.1. Sistema de Oxidante

El sistema de oxidante será muy similar a los usados en equipo de oxicorte y consistirá en el tanque de oxidante y una serie de válvulas tanto para controlar el flujo como para garantizar la seguridad de operación requerida por este tipo de equipos; la arquitectura del sistema se muestra en la figura 4.11 y su diagrama de bloques en la figura 4.12.

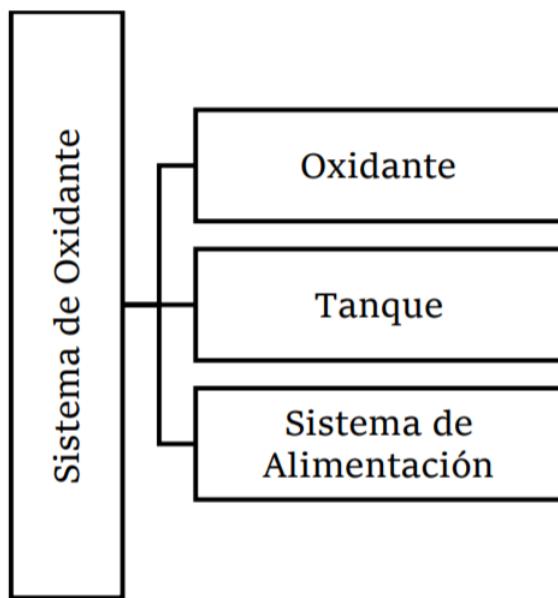


Figura 4.11: Arquitectura del Sistema de Oxidante

Tanque

Inicialmente se utilizará un tanque de oxígeno industrial de 9.5m³ debido a la disponibilidad en las instalaciones de trabajo, sin embargo más adelante se podría considerar una transición a una versión más portátil e inclusive un tanque de oxígeno medicinal.

Sistema de Alimentación

Se eligió un regulador común para oxicorte para uso pesado que puede dar hasta 200psi. Seguido por seguridad se usa una válvula arresta llamas para regulador para proteger el

tanque en caso de una situación extrema. Como primera válvula de seguridad se tiene una válvula antirretorno para forzar al flujo a no tomar dirección hacia el tanque. Finalmente se tiene una válvula de esfera con la que se podrá controlar el flujo sencillamente tanto manual como con un servomotor.

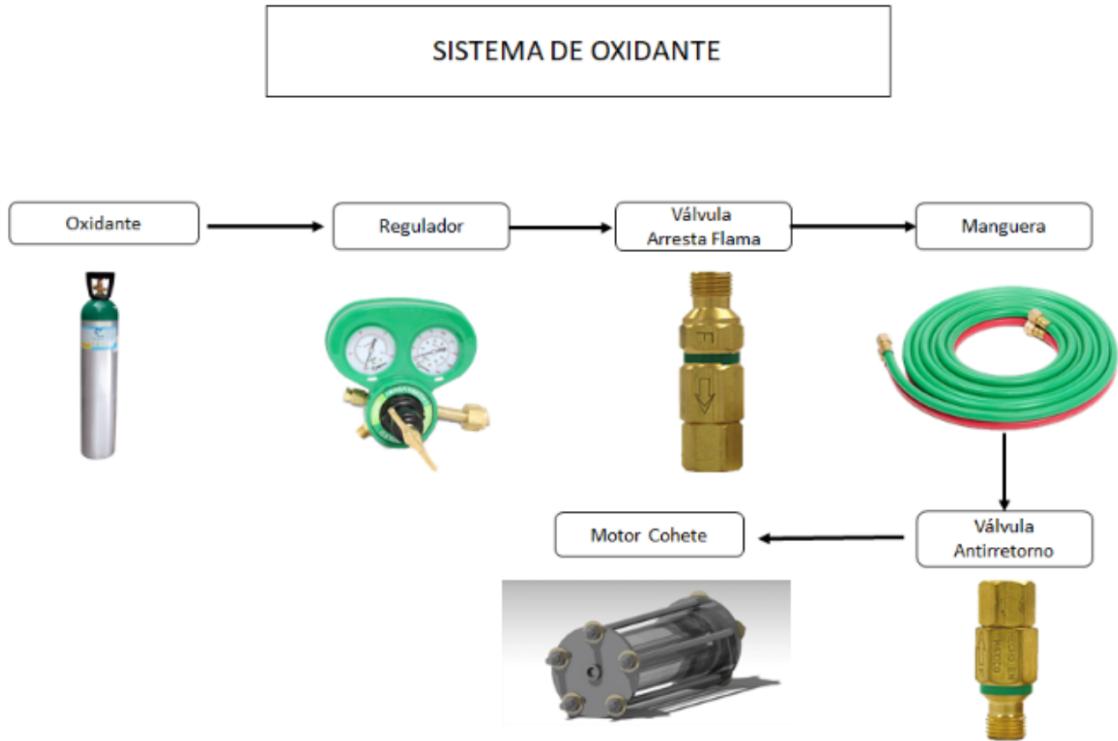


Figura 4.12: Diagrama de bloques del Sistema de Oxidante

4.3.2. Sistema Eléctrico/Electrónico

Los principales sistemas electrónicos del motor cohete híbrido demostrativo van a estar divididos en 3 subsistemas los cuales serán describir a continuación. El funcionamiento comenzará con el encendido del cerillo electrónico, en seguida se activará el sistema de oxidante el cual va a liberar un porcentaje, esto regulado con una válvula. Todo esto va a estar censado por el sensor de carga con el cual obtenemos una curva de empuje. La arquitectura del sistema eléctrico electrónico se muestra en la figura 4.13.

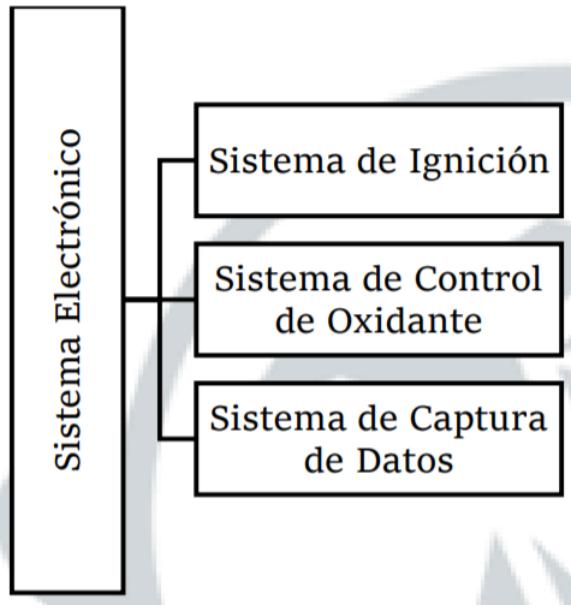


Figura 4.13: Arquitectura del Sistema Eléctrico

Método de Ignición

El sistema de ignición se iniciará con la apertura del oxidante y el paso de corriente al cerillo electrónico, que a su vez encenderá una carga de malla de acero que con el exceso de oxidante hará ignición y propagará la ignición a través de la cámara. La actuación del cerillo electrónico estará controlada por un transistor el cual recibe un pulso del Arduino como se muestra en la figura 10. Como el cerillo electrónico requiere una mayor potencia, estará alimentado por una batería externa adicional.

4.3.3. Sistema de Control de Oxidante

El sistema de control de oxidante esta sincronizado con el cerillo electrónico, previamente a ser activado el cerillo electrónico se requerirá una ligera apertura del flujo de oxidante el cual estará controlado por un servo motor y una válvula de esfera, que proporcionará una apertura controlada. La apertura de la válvula para no ahogar la llama del cerillo electrónico, como podemos observar en la figura 4.15.

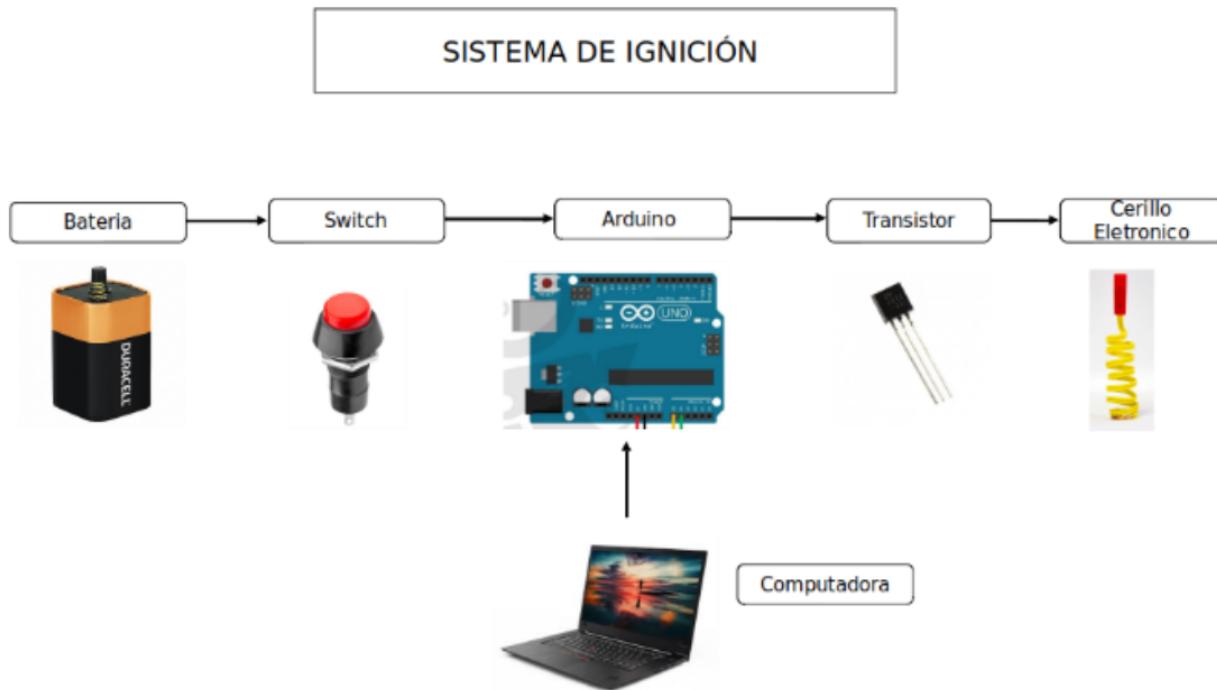


Figura 4.14: Diagrama de bloques del Sistema Eléctrico

4.3.4. Sistema de Captura de Datos

La señal obtenida por la celda de carga es enviada al Arduino el cual transforma la señal en datos recolectables los cuales van a ser almacenados en una computadora y a su vez observaremos una gráfica del empuje en tiempo real del motor cohete. El diagrama de bloques del sistema de captura de datos se muestra en la figura 4.16.

4.3.5. Prueba de Concepto en Operación

El motor se construyó y probó exitosamente, presentando combustión sostenida del oxígeno con el acrílico. El motor construido se muestra en la figura 4.17 y la secuencia de ignición en las figuras 4.18, 4.19, 4.20, y 4.21.

SISTEMA DE CONTROL DE OXIDANTE

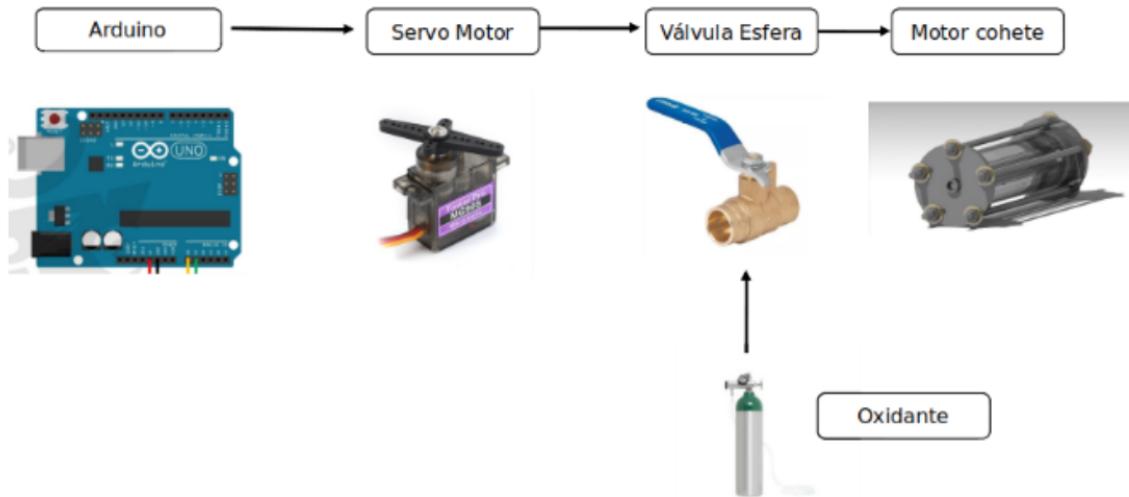


Figura 4.15: Diagrama de bloques del Sistema de Control de Oxidante

SISTEMA DE CAPTURA DE DATOS

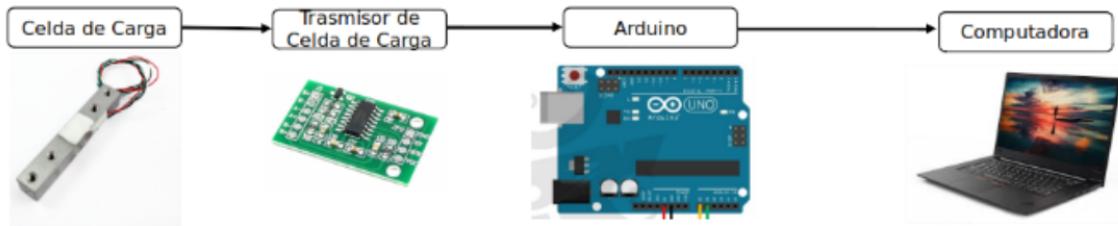


Figura 4.16: Diagrama de bloques del Sistema de Control de Oxidante

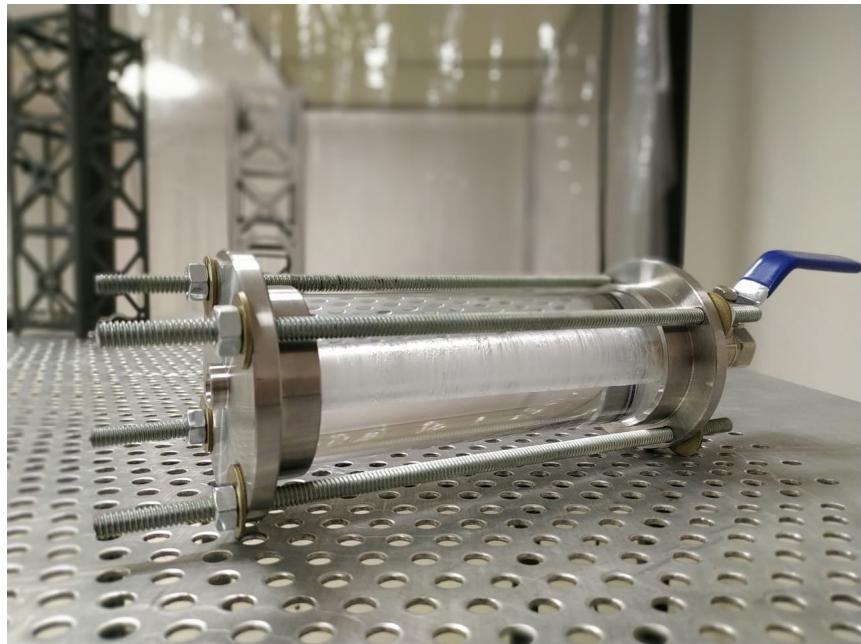


Figura 4.17: Motor de Prueba de Concepto



Figura 4.18: Secuencia de Ignición: 1

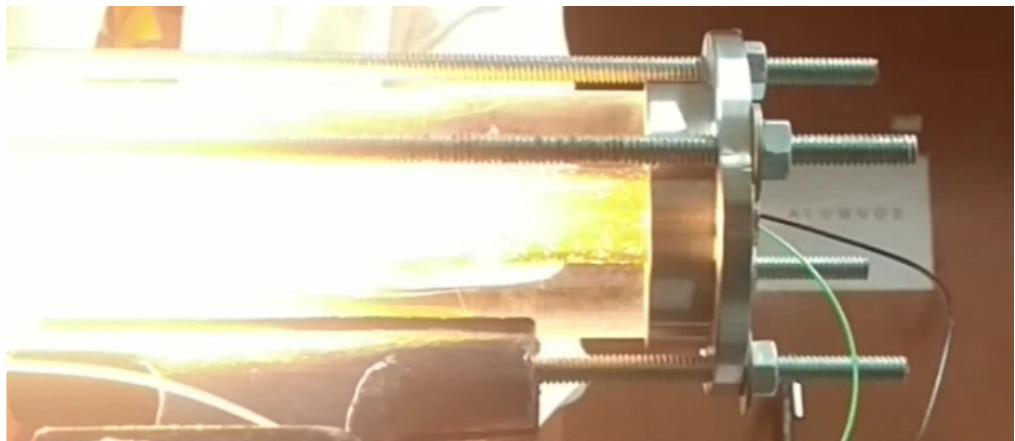


Figura 4.19: Secuencia de Ignición: 2

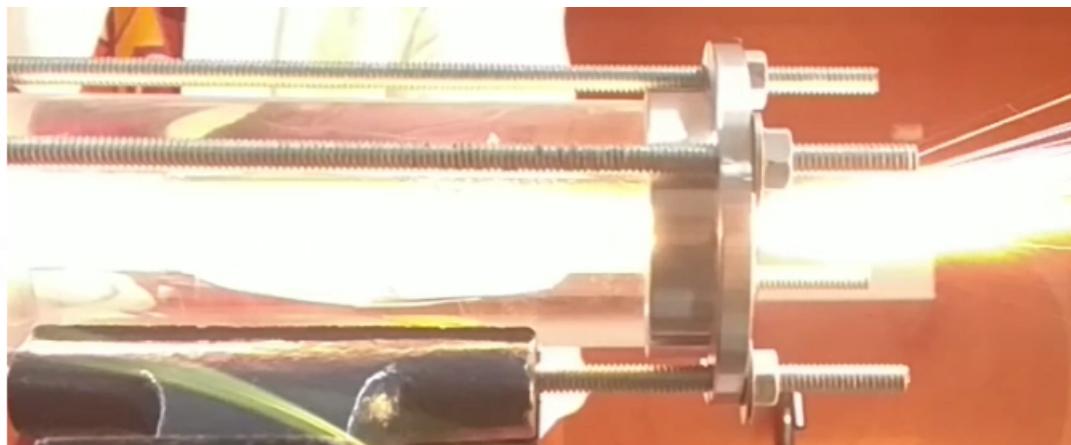


Figura 4.20: Secuencia de Ignición: 3

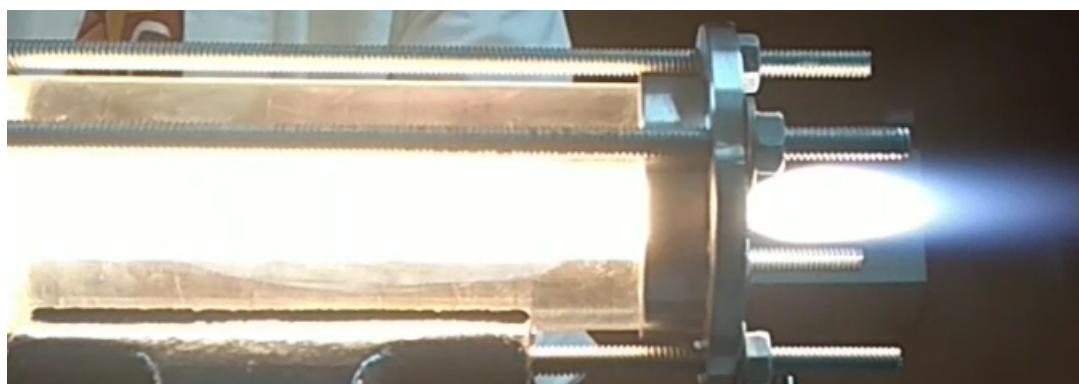


Figura 4.21: Secuencia de Ignición: 4

Capítulo 5

Conclusiones

Esta investigación representa el esfuerzo de dos estudiantes pertenecientes al equipo de ingeniería aeroespacial “Quauhtémoc” de la ESIME Ticomán, a contestar la pregunta, cómo diseñar un motor cohete que:

- Sea factible de ser construido por un equipo escolar de la ESIME Ticomán.
- Tenga el mínimo de complicaciones legales debido a las regulaciones de armas y explosivos mexicanas.
- Tenga el mínimo indispensable de riesgos inherentes a la cohetería
- Tenga el potencial de ser un cohete competitivo y ganador en una competencia como la competencia intercolegial de ingeniería de cohetes (IREC, por sus siglas en inglés) de Estados Unidos.

5.1. Resultados

Como resultados se entregan:

- Una investigación documental en español y accesible a los ingenieros del instituto que puede servir como un excelente punto de partida para el diseño de un cohete.
- Un tipo de motor cohete seguro en comparación con los demás, y con alto potencial que cumple con las restricciones de diseño inherentes al ambiente ingenieril universitario mexicano.

- Referencias de autores más experimentados en el desarrollo y construcción de este tipo de sistemas que pueden servir para el desarrollo de un sistema similar en las instalaciones de la institución.
- Un estudio de los fenómenos termodinámicos derivado y mejorado a partir de la referencias que tiene el potencial de servir como herramienta de desarrollo.
- Un código validado de la implementación del modelo termodinámico y de los fenómenos estructurales más significativos en un lenguaje de programación de alto nivel y accesible en un entorno universitario que tiene alto potencial para ser utilizado en el desarrollo de un motor cohete híbrido.
- Una base de datos de los motores que han participado en el IREC, la cuál puede servir para estudios estadísticos e iteraciones de diseño.
- Una prueba de concepto de un motor cohete híbrido demostrativo con memoria técnica, planos, y pruebas.

5.2. Desarrollo a futuro

El diseño de un cohete del alcance de los cuales compiten en la IREC es una tarea de grandes proporciones, que con el desarrollo de este trabajo nos hemos dado cuenta, queda fuera del alcance de un pequeño equipo de estudiantes de tiempo completo. La conclusión de una tarea de esta envergadura requiere de un equipo con fuerte compromiso, liderazgo eficiente, y al menos una docena de miembros. El presupuesto necesario dependerá de la creatividad del equipo, pero para una primera iteración de un motor con alto empuje y un banco de pruebas creemos que al menos 5,000 USD son necesarios. Un equipo que decida tomar el reto de construir el primer cohete sonda híbrido mexicano tendrá que enfrentarse a muchos retos ingenieriles, dentro de los cuales identificamos:

- Creación de estándares de seguridad para pruebas de operación.
- Manufactura de componentes con alta precisión.

- Diseño y construcción de un banco de pruebas que, a través de una memoria de cálculo, demuestre la capacidad de soportar las cargas el empuje provocado por el motor.
- Logística de adquisición y almacenamiento de materiales, por ejemplo, óxido nitroso líquido.
- Predicción de las propiedades aerodinámicas del cohete diseñado, derivadas de estabilidad.
- Acoplado de los cálculos del motor con los cálculos aerodinámicos para predecir la trayectoria de vuelo de los cohetes propuestos en las rutinas de optimización.
- Cálculo de las propiedades iniciales de un cohete completo.
- Diseño de sistemas de comunicación, control y adquisición de datos.
- Diseño de tubería para la alimentación de oxidante a altas presiones.
- Diseño y manufactura de granos de combustible de parafina por métodos como moldeo estático y rotomoldeo.
- Diseño de concepto de operación, y planes de operación en pruebas y vuelo.
- Diseño de sistema de recuperación, paracaídas y método de eyección.
- Diseño de rutinas de optimización para que el conjunto motor, aeroestructura sean una solución válida para alcanzar, y no rebasar las altitudes objetivo de la competencia.
- Selección de materiales y diseño de los procesos de manufactura, de la aeroestructura, motor, tobera, etc.
- Diseño del proceso de ensamblaje de los componentes.
- Promoción y administración del equipo y del proyecto.

Este trabajo queda como antecedente de los esfuerzos de los estudiantes de la ESIME Ticomán por seguir empujando los límites de la ingeniería realizada en el país.

Bibliografía

- [1] Henry G. N. Humble, R. W. and W. J. Larson. *Space Propulsion Analysis and Design.* McGraw-Hill, United States of America, 1 edition, 1995.
- [2] C. E. [12] Rogers and D. Cooper. Rogers aeroscience rasaero aerodynamic analysis and flight simulation program: User's manual, 2008.
- [3] Seffat Mohammad Chowdhury. DESIGN AND PERFORMANCE SIMULATION OF A HYBRID SOUNDING ROCKET. 2012.
- [4] Daniel P. Raymer. *Aircraft Design: A Conceptual Approach.* AIAA, Washington, D.C., 1992.
- [5] Margaret Mary Fernandez. *Propellant tank pressurization modeling for a hybrid rocket.* PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Rochester Institute of Technology, 2009.
- [6] Bernard Geneviève, Michael J Brooks, Jean-François P Pitot De La Beaujardiere, and Lance W Roberts. Performance Modeling of a Paraffin Wax / Nitrous Oxide Hybrid Rocket Motor. *AIAA Member. 3 Lecturer, School of Mechanical Engineering,* page 4041, 2011.
- [7] Bernard Geneviève. Development of a Hybrid Sounding Rocket Motor. 2013.
- [8] G. Sutton and O. Biblarz. *Rocket Propulsion Elements.* John Wiley & Sons, New York, 7 edition, 2001.
- [9] G. Seibert. The history of sounding rockets and their contribution to european space research, 2006.

- [10] W. R Corliss. Nasa sounding rockets, 1958-1968: A historical summary, 1971.
- [11] Apogee Rockets. Rocksim pro, 2013.
- [12] S. Niskanen. Development of an open source model rocket simulation software. msc eng dissertation, 2009.
- [13] Marcom. Launch simulation, 2012.
- [14] Joshua ; Blake William B Rosema, Christopher ; Doyle. Missile data compendium (datcom) user manual 2014 revision, 2014.
- [15] Brulle R. V. Combs A. E. Brown, R. C. and G. D. Griffin. Six degree-of-freedom flight-path generalized computer program: Part i volume 1 – basic problem formulation, fdl-tdr-64-1, 1964.
- [16] Cecilia Haskins. *Systems Engineering Handbook*. INCOSE, 3 edition, 2006.
- [17] NASA. Systems Engineering Handbook. Technical report, NASA, Washington, D.C., 2007.
- [18] Teodor-Viorel Chelaru and Florin Mingireanu. Hybrid rocket engine, theoretical model and experiment. *Acta Astronautica*, 68:1891–1902, 2011.
- [19] B. Collburn. A manual for hybrid propulsion system design, 2006.
- [20] Robert L. Mott. *Resistencia de Materiales*. Pearson Educación, Estado de México, México, 5 edition, 2009.

Apéndice A - Código de Desempeño del Motor Cohete Híbrido

El código actualizado puede ser encontrado en www.github.com/sebastian9

main.m

```
1 clear
2 %% Environment Setup
3
4 % Initializes an environment with a given temperature and pressure, as well as
5 % a Motor for the analysis, the motor file contains all the relevant
6 % variables in standard units. Except for Pressure, Temperature and the ratio of specific
7 % heats, defined in the combustion chamber function.
8 env = Environments(100000,300,'motor1'); % Pa % K % motorfile ; % T = 293 Chelaru
9
10 %% State function initial conditions
11
12 n_oxv_0 = env.Motor.n_oxv; % kmol
13 n_oxl_0 = env.Motor.n_oxl; % kmol
14 T_T_0 = env.Motor.T_T; % K
15 R_p_0 = env.Motor.R_p; % m
16 P_C_0 = env.P; %Pa
17 T_C_0 = env.T; % K
18 rho_C_0 = P_C_0/(287.058*T_C_0); % kg/m^3
19 M_ox_C_0 = 0; % kg
20 M_f_C_0 = 0; % kg
21 M_a_C_0 = rho_C_0*(pi*R_p_0^2)*env.Motor.L_g; % kg
22 state_0 = [n_oxv_0, n_oxl_0, T_T_0, R_p_0, P_C_0, T_C_0, rho_C_0, M_ox_C_0, M_f_C_0, ...
23 M_a_C_0, 0];
24 % state_0 = [n_oxv_0, n_oxl_0, T_T_0];
25 %% State Function Setup
26
```

```

27 % Initializes the ODE solver, it integrates the HRPC_function
28 % state equation through the given tspan, with the given initial conditions
29 % state_0, with the stop criteria defined in opts.
30 tspan = 0:0.005:50; % Default time span and step for the integration.
31 opts = odeset('Events', @stopIntegrationEvent); % Stop criteria for the ODE solver
32 [t,state] = ode45(@(t,state) HRPC_function(t,state,env),tspan,state_0,opts); % ...
    Initialization
33
34 %% Plot results
35 PlotResults(t,state, env);

```

Objeto Motors motors.m

```

1 %% Motor
2 % Defines all the properties of the motor. The dynamics are continuously
3 % updated, any variables need for functions should come from this class
4 classdef Motors <handle
5     properties
6         A_inj % Area of single injector [m^2]
7         A_t % Nozzle Throat Area [m^2]
8         A_e % Nozzle Exit Area [m^2]
9         C_d_l % Discharge Coefficient [-]
10        c_P_T % Specific Heat of Oxidizer tank [J/(kg-K)]
11        D_inj % Injector Diameter [m]
12        env % Environment Object Associated to Motor
13        L_g % Grain Length [m]
14        m_T % Tank's mass [kg]
15        m_oxt % Total oxidizer mass [kg]
16        m_spv % Supercharging gas mass [kg]
17        MW_ox % Molecular weight oxidizer [kg-kmol^-1]
18        MW_spv % Molecular weight supercharging gas [kg-kmol^-1]
19        N_inj % Number of injectors [-]
20        n_oxt % Total moles of oxidizer [kmol]
21        n_oxl % Liquid moles of oxidizer [kmol]
22        n_oxv % Gas moles of oxidizer [kmol]
23        n_spv % Moles of supercharging gas [kmol]
24        P_losses % Pressure losses in the feed system [Pa]
25        P_C % Combustion chamber pressure [Pa]
26        Q % Heat released by a unit of mass of burning fuel [J/kg]
27        q % Combustion chamber heat loss through the chamber walls [W]
28        R_p % Fuel grain initial port radius [m]
29        R_p_f % Fuel grain final port radius [m]
30        rho_f % Density of the fuel [kg/m^3]
31        T_crit_ox % Oxidizer critical temperature [K]

```

```

32     T_T % Tank temperature [K]
33     theta_noz % Nozzle divergence angle [degrees]
34     V_T % Oxidizer tank volume [m^3]
35 end
36 methods
37     % Constructor takes data from motor property file
38     function obj = Motors(motor_file,env) % Motor file is the motor data
39         if nargin > 0
40             prop = readtable(motor_file,'Format','%s %f','HeaderLines', 1);
41             prop = table2array(prop(1:end,2));
42             obj.C_d_l = prop(1);
43             obj.D_inj = prop(2);
44             obj.m_oxt = prop(3);
45             obj.m_spv = prop(4);
46             obj.m_T = prop(5);
47             obj.MW_ox = prop(6);
48             obj.MW_spv = prop(7);
49             obj.N_inj = prop(8);
50             obj.P_losses = prop(9);
51             obj.T_crit_ox = prop(10);
52             obj.V_T = prop(11);
53             obj.R_p = prop(12);
54             obj.R_p_f = prop(13);
55             obj.L_g = prop(14);
56             obj.rho_f = prop(15);
57             obj.Q = prop(16);
58             obj.q = prop(17);
59             obj.A_t = prop(18);
60             obj.A_e = prop(19);
61             obj.theta_noz = prop(20);
62             obj.P_C = env.P;
63             obj.T_T = env.T;
64             obj.env = env;
65             % derived properties
66             obj.A_inj = 0.25*pi*obj.D_inj^2;
67             obj.n_oxt = obj.m_oxt/obj.MW_ox;
68             obj.n_spv = obj.m_spv/obj.MW_spv;
69             % Raoult's Law, Fernandez, 2009, A.20a
70             obj.n_oxl = (obj.n_oxt*obj.env.R_u*obj.T_T - ...
71                         obj.P_crit_ox(obj.T_T)*obj.V_T) ...
72                         / (-obj.P_crit_ox(obj.T_T)*obj.V_mol_oxl(obj.T_T) + ...
73                             obj.env.R_u*obj.T_T); % initial N2O liquid [kmol]
74             % Raoult's Law, Fernandez, 2009, A.20b
75             obj.n_oxv = obj.P_crit_ox(obj.T_T)*(obj.V_T - ...

```

```

    obj.V_mol_oxl(obj.T-T)*obj.n_oxt) ...
74    / (-obj.P_crit_ox(obj.T-T)*obj.V_mol_oxl(obj.T-T) + ...
        obj.env.R_u*obj.T-T); % initial N2O gas [kmol]
75    % Fernandez, 2009, Appendix H
76    obj.c_P_T = (4.8 + 0.00322*obj.T-T)*155.239; % 'J/(kg-K)' % specific ...
        heat of tank, Aluminium
77    end
78 end
79 function [CV] = CV_oxv(obj,T) % Fernandez, 2009 Appendix H
80    % heat capacity of N2O gas at constant pressure [J/(kmol*K)] coefficients, ...
        valid for Temp range [100 K - 1500 K]
81    % D1 = 0.2934e5; D2 = 0.3236e5; D3 = 1.1238e3; D4 = 0.2177e5; D5 = 479.4;
82    CV = 0.2934e5 + 0.3236e5*((1.1238e3/T)/sinh(1.1238e3/T))^2 + ...
        0.2177e5*((479.4/T)/cosh(479.4/T))^2 - obj.env.R_u;
83 end
84 function [CV] = CV_spv(obj,T) % Fernandez, 2009 Appendix H
85    % heat capacity of He at constant pressure [J/(kmol*K)] coefficients, valid ...
        for Temp range [100 K - 1500 K]
86    %C1 = 0.2079e5; C2 = 0; C3 = 0; C4 = 0; C5 = 0;
87    CV = 0.2079e5 + 0*T + 0*T^2 + 0*T^3 + 0*T^4 - obj.env.R_u; % specific heat ...
        of He at constant volume [J/(kmol*K)]
88 end
89 function [H] = ΔH_oxv(obj,T) % Fernandez, 2009 Appendix H
90    % heat of vaporization of N2O [J/kmol] coefficients, valid for Temp range ...
        [182.3 - 309.57 K]
91    % J1 = 2.3215e7; J2 = 0.384; J3 = 0; J4 = 0;
92    Tr = T/obj.T_crit_ox;
93    H = 2.3215e7*(1 - Tr) ^ (0.384 + 0*Tr + 0*Tr^2);
94 end
95 function [T_C, CP_C, k_C] = NASACEA(obj, OF, P_C)
96    fid = fopen ('test.inp', 'w');
97    fprintf (fid, ' prob ro equilibrium \n\n');
98    fprintf (fid, ' ! iac problem \n');
99    fprintf (fid, ' o/f %f \n', OF);
100   fprintf (fid, ' p,atm = %f \n', P_C/101325);
101   fprintf (fid, ' pip %f \n', 1.00001*P_C/obj.env.P);
102   fprintf (fid, ' reac \n');
103   fprintf (fid, ' fuel C32H66(a) wt%=%100 t,k=298.15 \n');
104   fprintf (fid, ' oxid N2O wt%=%100. t,k=298.15 \n');
105   fprintf (fid, ' output trace=1e-51 \n');
106   fprintf (fid, ' end \n');
107   fclose(fid);
108
109 f = fopen('temp', 'w');

```

```

110     fprintf (f, 'test\n');
111     fclose (f);
112
113     dos('FCEA2.exe < temp');
114
115     text = fileread('test.out');
116     text = extractAfter(text,strfind(text,'T, K')+16);
117     text = extractBefore(text,8);
118     T_C = str2double(text);
119     text = fileread('test.out');
120     text = extractAfter(text,strfind(text,'Cp, KJ/(KG) (K)')+17);
121     text = extractBefore(text,7);
122     CP_C = str2double(text);
123     text = fileread('test.out');
124     text = extractAfter(text,strfind(text,'GAMMAS')+17);
125     text = extractBefore(text,7);
126     k_C = str2double(text);
127
128     delete test.inp test.out temp
129
130 end
131
132 methods (Static)
133
134     function [CV] = CV_oxl(T) % Fernandez, 2009 Appendix H
135         % heat capacity of N2O liquid at constant pressure [J/(kmol*K) ...]
136         % coefficients, valid for Temp range [182.3 K - 200 K]
137         % E1 = 6.7556e4; E2 = 5.4373e1; E3 = 0; E4 = 0; E5 = 0;
138         % specific heat of N2O liquid at constant volume, approx. same as at ...
139         % constant pressure [J/(kmol*K)]
140         CV = 6.7556e4 + 5.4373e1*T + 0*T^2 + 0*T^3 + 0*T^4;
141
142     end
143
144     function [dPdT] = dP_crit_ox_dT(T) % Fernandez, 2009 Appendix H
145         % vapor pressure of N2O [Pa] coefficients valid for Temp range [182.3 K - ...
146         % 309.57 K]
147         % G1 = 96.512; G2 = -4045; G3 = -12.277; G4 = 2.886e-5; G5 = 2;
148         % derivative of vapor pressure with respect T temperature
149         dPdT = (-(4045/(T^2)) + -12.277/T + 2.886e-5*2*T^(2-1)) * exp(96.512 + ...
150             -4045/T + -12.277*log(T) + 2.886e-5*T^2);
151
152     end
153
154     function [P] = P_crit_ox(T) % Fernandez, 2009 Appendix H
155         % vapor pressure of N2O [Pa] coefficients valid for Temp range [182.3 K - ...
156         % 309.57 K]
157         % G1 = 96.512; G2 = -4045; G3 = -12.277; G4 = 2.886e-5; G5 = 2;
158         P = exp(96.512 + -4045/T + -12.277*log(T) + 2.886e-5*T^2);
159
160     end

```

```

149     function [V] = V_mol_oxl(T) % Fernandez, 2009 Appendix H
150         % molar specific volume of liquid N2O [m3/kmol] coefficients Q1 = 2.781; ...
151         Q2 = 0.27244; Q3 = 309.57; Q4 = 0.2882;
152         V = 0.27244.^((1+(1-T./309.57).^0.2882)./2.781;
153     end
154
155     function [dVdT] = dV_mol_oxl_dT(T) % Fernandez, 2009 Appendix H
156         % molar specific volume of liquid N2O [m3/kmol] coefficients Q1 = 2.781; ...
157         Q2 = 0.27244; Q3 = 309.57; Q4 = 0.2882;
158         dVdT = -(0.27244.^((1 - T/309.57)^0.2882 + 1)*0.2882*log(0.27244)*(1 - ...
159             T/309.57)^0.2882 - 1)/(2.781*309.57);
160     end
161
162     function [R_p_dot] = R_p_dot(m_dot_ox,R_p,P_C) % Fuel Regression rate
163         %
164         % Genevieve
165         % a = 0.000155; n = 0.5; % Fuel parameters, Genevieve, 2013 table 3.1
166         % R_p_dot = a*(m_dot_ox/(pi*R_p^2))^n; % Genevieve, 2013 eq. 3.24
167         %
168         % Chelaru
169         a = 0.22e-4; n = 0.68; m = 0.07; l = 0.09; % Fuel parameters, Chelaru, ...
170             2011 part 7
171         R_p_dot = a*(m_dot_ox/(pi*R_p^2))^n*P_C^m*(2*R_p)^l; % Chelaru, 2011 eq. 1
172     end
173 end
174 end

```

Environments Object Environments.m

```

1 %% Environment
2 % All environment variables are defined here, this is
3 % the master class passed to the solver
4 classdef Environments<handle
5
6     properties
7         R_u % Ideal gas constant [J.kmol^-1.K^-1]
8         P % Atmospheric Pressure [Pa]
9         T % Environment Temperature [K]
10        Motor % Motor associated with the environment
11    end
12
13    methods
14        function obj = Environments(P,T,motor_file)
15            if nargin > 0
16                obj.P = P;
17                obj.T = T;
18                obj.R_u = 8314.3; % [J.kmol^-1.K^-1]
19                obj.Motor = Motors(motor_file,obj);
20            end
21        end

```

```

20      end
21  end

```

HRPC_function.m

```

1 function state_dot = HRPC_function(t,state,env)
2     %% State Variables
3     n_oxv = state(1);
4     n_oxl = state(2);
5     T_T = state(3);
6     R_p = state(4);
7     P_C = state(5);
8     T_C = state(6);
9     rho_C = state(7);
10    M_ox_C = state(8);
11    M_f_C = state(9);
12    M_a_C = state(10);
13    % Pressure regressions for testing Fernandez code. Fernandez, 2009 Appendix H
14    % P_C = -2924.42*t^6 + 46778.07*t^5 - 285170.63*t^4 + 813545.02*t^3 - ...
15    % 1050701.53*t^2 + 400465.85*t + 1175466.2; % Fernandez Motor Test 1
16    % P_C = 95.92*t^6 - 2346.64*t^5 + 21128.78*t^4 - 87282.73*t^3 + ...
17    % 186675.17*t^2 - 335818.91*t + 3029190.03; % Fernandez Motor Test 2
18    %% Phase-Space equations
19    state_dot(1:3,1) = OxidizerTank(n_oxv, n_oxl, T_T, P_C, env.Motor);
20    state_dot(4:11,1) = CombustionChamber(state_dot(1), state_dot(2), R_p, T_C, P_C, ...
21                                              rho_C, M_ox_C, M_f_C, M_a_C, env.Motor);
21 end

```

OxidizerTank.m

```

1 %% Oxidizer Tank %%
2 function [result] = OxidizerTank(n_oxv, n_oxl, T_T, P_C, mi)
3
4     CP_oxl = mi.CV_oxl(T_T); % approximation from Fernandez 2009, Appendix H
5     % Tank pressure, Ideal gas law of partial pressures
6     P_T = (n_oxv + mi.n_spv) * mi.env.R_u * T_T / (mi.V_T - n_oxl*mi.V_mol_oxl(T_T));
7
8     if n_oxl > 0
9         % Factors in the ODE system. Fernandez, 2009 A.16
10        f1 = -mi.C_d_l * mi.N_inj * mi.A_inj * ...
11            sqrt( 2* ( P_T - mi.P_losses - P_C ) / ( mi.MW_ox * mi.V_mol_oxl(T_T) ) );
12        f2 = -mi.V_mol_oxl(T_T) * mi.P_crit_ox(T_T);
13        f3 = ( mi.V_T - n_oxl * mi.V_mol_oxl(T_T) ) * mi.dP_crit_ox_dT(T_T);
14        f4 = mi.env.R_u * n_oxv;
15        f5 = mi.env.R_u * T_T;

```

```

16     f6 = mi.m_T * mi.c_P_T + n_oxl * CP_oxl + ...
17         n_oxv * mi.CV_oxv(T_T) + mi.n_spv * mi.CV_spv(T_T);
18     f7 = mi.env.R_u * T_T - mi.DH_oxv(T_T);
19     f8 = P_T * mi.V_mol_oxl(T_T);
20
21     % ODE System, Fernandez, 2009 A.16
22     M = [ 1 1 0 ; f5 -f2 f4-f3 ; f7 f8 -f6 ];
23     V = [ f1 ; 0 ; 0 ];
24     % Isolated derivatives
25     [result] = linsolve(M,V);
26     % n_oxv_dot, n_oxl_dot, T_T_dot
27 else % Liquid oxidizer depleted
28     % Factors in the ODE system, Genevieve 2013, 3.17 & 3.18
29     f1 = -mi.C_d_l * mi.N_inj * mi.A_inj * ...
30         sqrt( 2* ( P_T - mi.P_losses - P_C ) / ( mi.MW_ox * mi.env.R_u*T_T/P_T ) );
31     f2 = -mi.env.R_u * T_T;
32     f3 = mi.m_T * mi.c_P_T + ...
33         n_oxv * mi.CV_oxv(T_T) + mi.n_spv * mi.CV_spv(T_T);
34     M = [1 0; f2 f3]; V = [f1; 0];
35     X = linsolve(M,V);
36     % Isolated derivatives
37     result = [X(1), 0, X(2)];
38 end
39 end

```

CombustionChamber.m

```

1 %% Combustion Chamber %%
2 function [result] = CombustionChamber(n_oxv_dot, n_oxl_dot, R_p, T_C, P_C, rho_C, ...
3                                         M_ox_C, M_f_C, M_a_C, mi)
4
5 if n_oxl_dot ≠ 0 % Liquid oxidizer is not depleted
6     % The minus sign is due to the derivative being referred to the
7     % oxidizer tank rather than to the combustion chamber; the oxidizer
8     % tank losses matter whilst the combustion chamber gains it. The
9     % subtraction comes from the fact that the gaseous oxidizer comes
10    % from liquid oxidizer, but it is not fed to the combustion chamber
11    % until the liquid is depleted.
12    m_dot_ox = -(n_oxl_dot - n_oxv_dot)*mi.MW_ox; % Oxidizer mass flow rate [kg/s]
13 else
14     m_dot_ox = -n_oxv_dot*mi.MW_ox; % Oxidizer mass flow rate [kg/s]
15 end
16 V_C = pi*R_p^2*mi.L_g; % Combustion chamber volume [m^3]

```

```

17 % Combustion chamber volume rate of change [m^3/s] A*dR/dt
18 V_C_dot = 2*pi*R_p*mi.L_g*mi.R_p_dot(m_dot_ox,R_p,P_C);
19 m_dot_f = V_C_dot*mi.rho_f; % Fuel mass flow rate [kg/s] Rho*A*dR/dt
20
21 M_C = abs(M_ox_C) + abs(M_f_C) + abs(M_a_C); % Combustion chamber mass [kg]
22
23 k_C = 1.5; % Ratio of specific heats
24 % Nozzle Control Volume, [kg/s], [N]
25 [m_dot_nz,result(8,1)] = Nozzle(mi, k_C, P_C, rho_C);
26 % Combustion chamber density rate of change [kg.m^-3.s^-1]
27 % Chelaru, 2011, eq. 15
28 rho_C_dot = (m_dot_ox/V_C) + (mi.rho_f-rho_C)*(V_C_dot/V_C) ...
29 - (m_dot_nz/V_C);
30 % Combustion chamber pressure rate of change [Pa.s^-1]
31 % Derived from Chelaru, 2011, eq. 26 & 27
32 P_C_dot = (k_C-1)*mi.Q*(mi.rho_f)*(V_C_dot/V_C) ...
33 - P_C*k_C*(m_dot_nz/(V_C*rho_C)) - (k_C-1)*mi.q/(V_C);
34
35 result(1,1) = mi.R_p_dot(m_dot_ox,R_p,P_C);
36 result(2,1) = P_C_dot;
37 result(3,1) = T_C*((P_C_dot/P_C)-(rho_C_dot/rho_C)); % Chelaru, 2011, eq. 27 ! ...
38 % Replace for implementation of eq. 29
39 result(4,1) = rho_C_dot;
40 result(5,1) = m_dot_ox - m_dot_nz*(M_ox_C/M_C);
41 result(6,1) = m_dot_f - m_dot_nz*(M_f_C/M_C);
42 result(7,1) = -m_dot_nz*(M_a_C/M_C);
43
44 end

```

Nozzle.m

```

1 function [m_dot_nz, F] = Nozzle(mi, k_C, P_C, rho_C)
2 AtAe = mi.A_t/mi.A_e;
3 sigma_c = 0.5*(1+cos(mi.theta_noz*pi/180));
4
5 P_1st = (2/(k_C+1))^(k_C/(k_C-1)); % Choked Flow Criteria, Isentropic Flow Equations
6
7 if mi.env.P/P_C ≥ P_1st % Nozzle is not choked
8     if P_C-mi.env.P > 0
9         % Bernoulli equation, exit static pressure is equal to
10        % atmospheric
11        m_dot_nz = mi.A_t*sqrt(2*rho_C*(P_C-mi.env.P));;
12    else
13        % Not backflow allowed in the model
14        m_dot_nz = 0;

```

```

15      end
16      % Continuity equation
17      v_e = m_dot_nz/(rho_C*mi.A_e);
18      % Thrust equation
19      F = sigma_c*m_dot_nz*v_e;
20      % F = 10;
21  else % Nozzle is choked
22      % Isentropic flow equations, Chelaru, 2011, eq. 12
23      m_dot_nz = sqrt(k_C*(2/(k_C+1))^(1/(k_C+1)/(k_C-1)))*mi.A_t*sqrt(P_C*rho_C);
24      if m_dot_nz < 0; m_dot_nz = 0; end % No backflow allowed
25      % Velocity ratio trascendental equation iterative solution,
26      % Chelaru, 2011, eq. 35
27      lambda = fzero(@(lambda) VelocityFunction(lambda,k_C, AtAe),2); % Velocity ratio
28      % Thrust, Chelaru, 2011, eq. 42
29      F = ...
30          mi.A_e*mi.env.P*(sigma_c*(P_C/mi.env.P)*AtAe*k_C*(2/(k_C+1))^(1/(k_C+1))*lambda-1);
31      % F = 20;
32      if F < 0; F = 0; end
33  end

```

PlotResults.m

```

1 function [] = PlotResults(t,state,env)
2 %% Derived Variables
3
4 % Useful variables that rest implicit on the state variables
5 P_T = 1e-5*(state(:,1) + env.Motor.n_spv) .* env.R_u .* state(:,3)./ (env.Motor.V_T - ...
6     state(:,2).*env.Motor.V_mol_oxl(state(:,3))); % Tank Pressure [bars]
7 temp = diff(state(:,1)); F = zeros(length(temp),1);
8 for i = 1:length(F); F(i) = temp(i)/(t(i+1)-t(i)); end % Thrust [N]
9 %% Plots
10
11 figure(1)
12 subplot(2,4,1), plot(t(:,1),state(:,3),'k'), ...
13     title('Average Tank Temperature'),...
14     xlabel('Time [s]'),...
15     ylabel('Temperature [K]');
16 set(gca, ...
17     'Box' , 'off' , ...
18     'TickDir' , 'out' , ...
19     'XMinorTick' , 'on' , ...
20     'YMinorTick' , 'on' , ...

```

```

21      'YGrid'      , 'on'      , ...
22      'XColor'     , [.3 .3 .3], ...
23      'YColor'     , [.3 .3 .3], ...
24      'LineWidth'  , 1        , ...
25      'FontName'   , 'Helvetica');
26 subplot(2,4,2), ...
27         plot(t(:,state(:,1)*env.Motor.MW_ox,'k-o','MarkerIndices',1:ceil(length(t)/20):length(t)),
28                hold, plot(t(:,state(:,2)*env.Motor.MW_ox,'k'),hold off, ...
29                title('Mass of N2O'),...
30                xlabel('Time [s]'),...
31                ylabel('Mass of N2O [kg]'),...
32                legend('kg of N2O gas','kg of N2O liquid'));
33 set(gca, ...
34      'Box'        , 'off'      , ...
35      'TickDir'    , 'out'      , ...
36      'XMinorTick' , 'on'      , ...
37      'YMinorTick' , 'on'      , ...
38      'YGrid'      , 'on'      , ...
39      'XColor'     , [.3 .3 .3], ...
40      'YColor'     , [.3 .3 .3], ...
41      'LineWidth'  , 1        , ...
42      'FontName'   , 'Helvetica');
43 subplot(2,4,3), plot(t(:,state(:,4),'k'), ...
44         title('Port Radius'),...
45         xlabel('Time [s]'),...
46         ylabel('Radius [m]'));
47 set(gca, ...
48      'Box'        , 'off'      , ...
49      'TickDir'    , 'out'      , ...
50      'XMinorTick' , 'on'      , ...
51      'YMinorTick' , 'on'      , ...
52      'YGrid'      , 'on'      , ...
53      'XColor'     , [.3 .3 .3], ...
54      'YColor'     , [.3 .3 .3], ...
55      'LineWidth'  , 1        , ...
56      'FontName'   , 'Helvetica');
57 subplot(2,4,4), plot(t(:,state(:,5)/1e5,'k'),...
58         hold, plot(t(:,P_T,'k-s','MarkerIndices',1:ceil(length(t)/20):length(t)),hold ...
59                     off, ...
60                     title('Pressure'),...
61                     xlabel('Time [s]'),...
62                     ylabel('Pressure [Bars]'));
63 legend('Chamber', 'Oxidizer Tank');
64 set(gca, ...

```

```

63      'Box'      , 'off'      , ...
64      'TickDir'   , 'out'     , ...
65      'XMinorTick', 'on'      , ...
66      'YMinorTick', 'on'      , ...
67      'YGrid'     , 'on'      , ...
68      'XColor'    , [.3 .3 .3], ...
69      'YColor'    , [.3 .3 .3], ...
70      'LineWidth' , 1        , ...
71      'FontName'  , 'Helvetica');
72 subplot(2,4,5), plot(t(:,state(:,7),'k'),grid, ...
73      title('Chamber Gas Density'),...
74      xlabel('Time [s]'),...
75      ylabel('Density [kg/m^3]'); ...
76      set(gca, ...
77          'Box'      , 'off'      , ...
78          'TickDir'   , 'out'     , ...
79          'XMinorTick', 'on'      , ...
80          'YMinorTick', 'on'      , ...
81          'YGrid'     , 'on'      , ...
82          'XColor'    , [.3 .3 .3], ...
83          'YColor'    , [.3 .3 .3], ...
84          'LineWidth' , 1        , ...
85          'FontName'  , 'Helvetica');
86 subplot(2,4,6), ...
87      plot(t(:,state(:,8),'k-o','MarkerIndices',1:ceil(length(t)/20):length(t)), ...
88      hold on, ...
89      plot(t(:,state(:,9),'k-^','MarkerIndices',1:ceil(length(t)/20):length(t)), ...
90      plot(t(:,state(:,10),'k-s','MarkerIndices',1:ceil(length(t)/20):length(t)),hold ...
91      off, ...
92      title('Gas Accumulation'),...
93      xlabel('Time [s]'),...
94      ylabel('Mass [kg]'); ...
95      legend('Oxidizer','Fuel','Air');
96      set(gca, ...
97          'Box'      , 'off'      , ...
98          'TickDir'   , 'out'     , ...
99          'XMinorTick', 'on'      , ...
100         'YMinorTick', 'on'      , ...
101         'YGrid'     , 'on'      , ...
102         'XColor'    , [.3 .3 .3], ...
103         'YColor'    , [.3 .3 .3], ...
104         'LineWidth' , 1        , ...
105         'FontName'  , 'Helvetica');
106 subplot(2,4,7), plot(t(:,state(:,6),'k'), ...

```

```

104     title('Average Chamber Temperature'), ...
105     xlabel('Time [s]'), ...
106     ylabel('Temperature [K]');
107     set(gca, ...
108         'Box'      , 'off'      , ...
109         'TickDir'  , 'out'     , ...
110         'XMinorTick', 'on'     , ...
111         'YMinorTick', 'on'     , ...
112         'YGrid'    , 'on'     , ...
113         'XColor'   , [.3 .3 .3], ...
114         'YColor'   , [.3 .3 .3], ...
115         'LineWidth', 1        , ...
116         'FontName' , 'Helvetica');
117 subplot(2,4,8), plot(t(2:end),F,'k'), ...
118     title('Thrust'), ...
119     xlabel('Time [s]'), ...
120     ylabel('Thrust [N]');
121     set(gca, ...
122         'Box'      , 'off'      , ...
123         'TickDir'  , 'out'     , ...
124         'XMinorTick', 'on'     , ...
125         'YMinorTick', 'on'     , ...
126         'YGrid'    , 'on'     , ...
127         'XColor'   , [.3 .3 .3], ...
128         'YColor'   , [.3 .3 .3], ...
129         'LineWidth', 1        , ...
130         'FontName' , 'Helvetica');
131 end

```

Apéndice B - Archivos de parámetros de los motores comparados para validación

(Chelaru, 2011) M1

C_d_l, 0.07
D_inj, 0.01
m_oxt, 0.1012
m_spv, 0
m_T, 0.1
MW_ox, 44.013
MW_spv, 4
N_inj, 1
P_losses, 0
T_crit_ox, 309.57
V_T, 1.358e-4
R_p, 0.00889
R_p_f, 0.0145
L_g, 0.127
Rho_f, 900
Q, 2.5d6
q, 1000

A_t, 0.397e-04

A_e, 0.158e-3

theta_noz, 15

(Chelaru, 2011) M2

C_d_l, 0.06

D_inj, 0.008

m_oxt, 1.2176

m_spv, 0

m_T, 0.6

MW_ox, 44.013

MW_spv, 4

N_inj, 1

P_losses, 0

T_crit_ox, 309.57

V_T, 0.0016338

R_p, 0.0246

R_p_f, 0.032

L_g, 0.254

Rho_f, 900

Q, 2.5e6

q, 1000

A_t, 1.7638e-04

A_e, 3.5277e-4

theta_noz, 10

(Genevieve, 2013)

C_d_l, 0.8

D_inj, 0.002

m_oxt, 30
m_spv, 0.004
m_T, 6.4882
MW_ox, 44.013
MW_spv, 4
N_inj, 17
P_losses, 500000
T_crit_ox, 309.57
V_T, 0.043
R_p, 0.025
R_p_f, 0.08
L_g, 0.39
Rho_f, 900
Q, 41.5d6
q, 0
A_t, 6.989211992781369e-04
A_e, 4.1911e-3
theta_noz, 15

Motor Test 1 Fernandez

C_d_l, 0.425
D_inj, 0.01246004488
m_oxt, 19.32933
m_spv, 0
m_T, 6.4882
MW_ox, 44.013
MW_spv, 4
N_inj, 1
P_losses, 0
T_crit_ox, 309.57

V_T, 0.0354

R_p, 0.025

R_p_f, 0.08

L_g, 0.5

Rho_f, 900

Q, 2.5e6

q, 0

A_t, 0.397e-4

A_e, 4.1911e-3

theta_noz, 15

Motor Test 2 Fernandez

C_d_l, 0.365

D_inj, 0.01246004488

m_oxt, 16.23298

m_spv, 0

m_T, 6.4882

MW_ox, 44.013

MW_spv, 4

N_inj, 1

P_losses, 0

T_crit_ox, 309.57

V_T, 0.0354

R_p, 0.025

R_p_f, 0.08

L_g, 0.5

Rho_f, 900

Q, 2.5e6

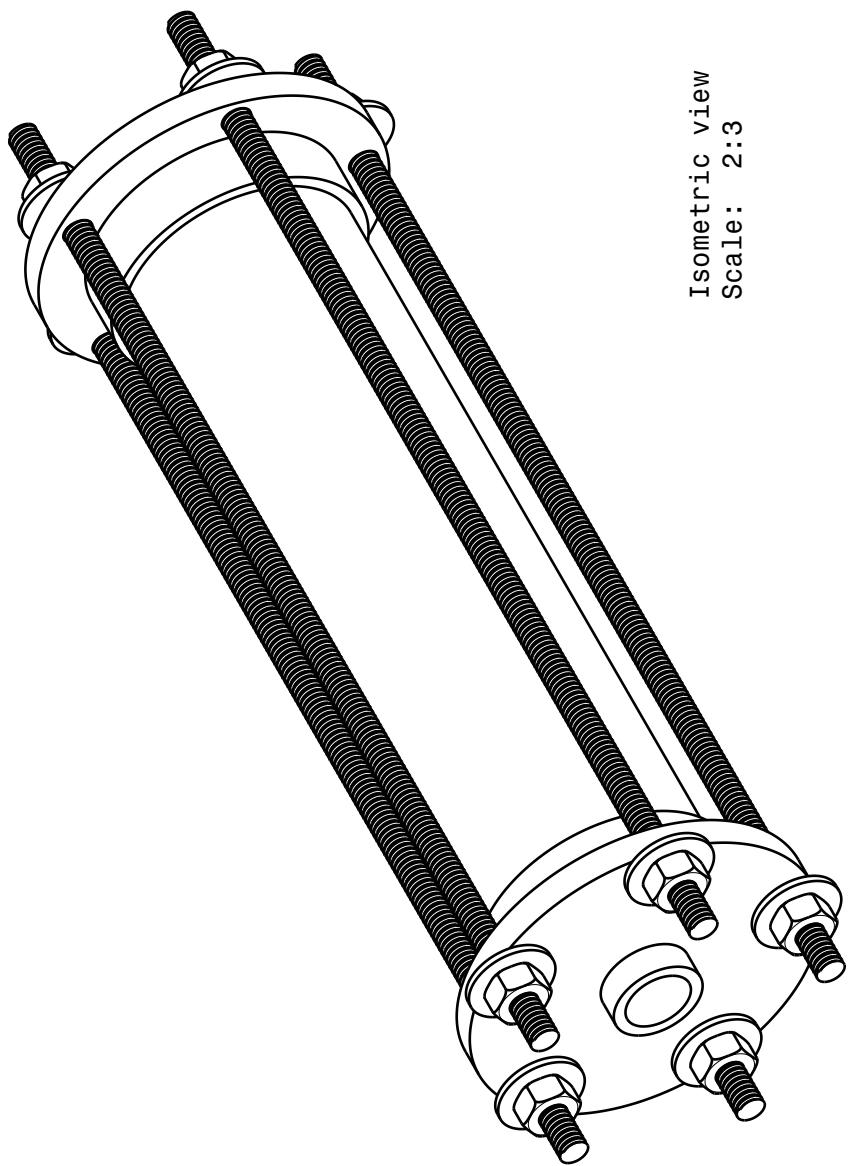
q, 0

A_t, 0.397e-4

A_e, 4.1911e-3

theta_noz, 15

Apéndice C - Planos del motor de prueba de concepto



AGENCIA ESPACIAL MEXICANA

DRAWING TITLE

AGENCIA
ESPACIAL
MEXICANA

AEM

DRAWN BY	DATE	SIZE	DRAWING NUMBER	REV
JOSE FERNANDEZ	6/24/2019	Letter	001	X
CHECKED BY	DATE	XXX		
CARLOS DUARTE				
DESIGNED BY	DATE	XXX		
JOSE FERNANDEZ				

SCALE	WEIGHT (kg)	SHEET	1/6
2:3	XXX		

AGENCIA ESPACIAL MEXICANA

DRAWING TITLE

ENSAMBLE Y MEDIDAS GENERALES

REV
X

SHEET
2 / 6

AEM

AGENCIA
ESPECIAL
MEXICANA

DRAWN BY

JOSE FERNANDEZ

DATE

6/24/2019

CHECKED BY

CARLOS DUARTE

DATE

xxx

SIZE

Letter

DRAWING NUMBER

002

REV

X

DESIGNED BY

JOSE FERNANDEZ

DATE

xxx

SCALE

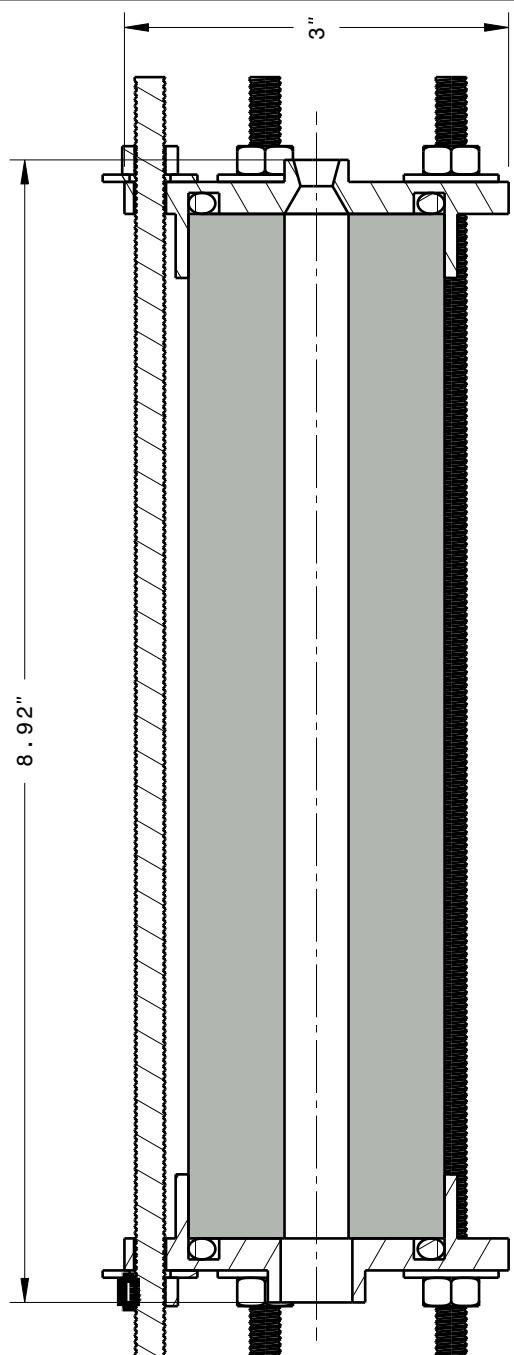
2:3

WEIGHT (kg)

XXX

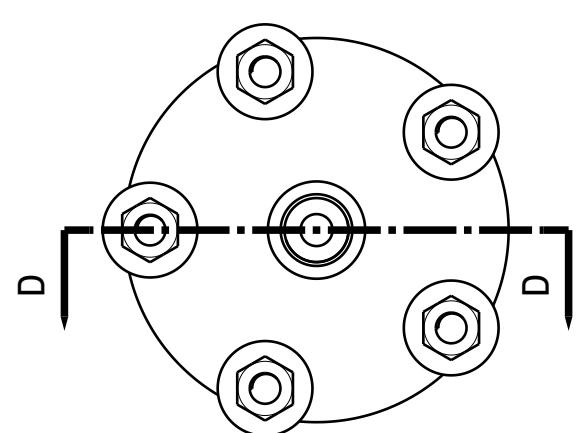
SHEET

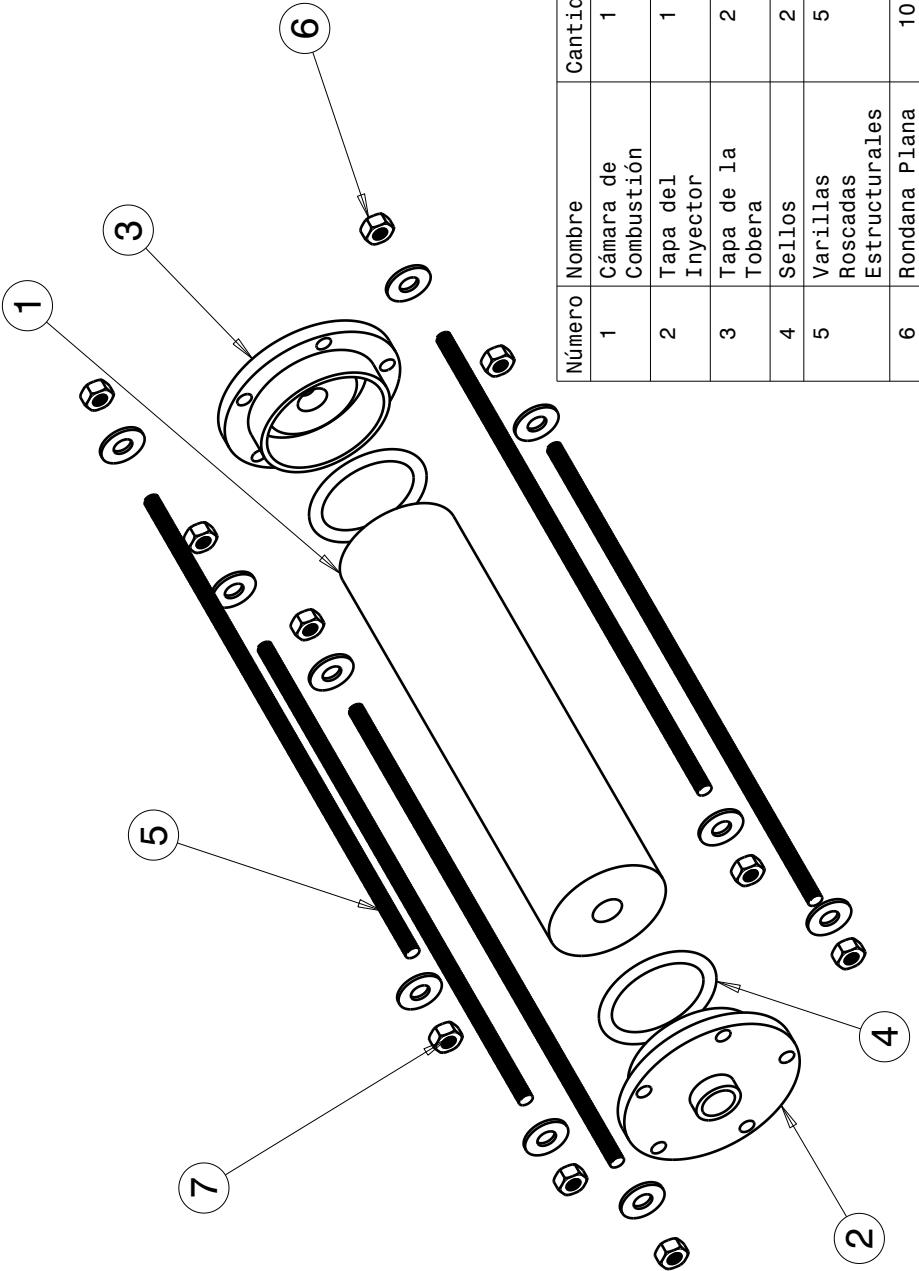
2 / 6



Front view
Scale: 2:3

Section view D-D
Scale: 2:3





Número	Nombre	Cantidad	Dimensiones	Material	Obtención
1	Cámaras de Combustión	1	2" x 8"	Acrílico	Manufacturado
2	Tapa del Injector	1	3" x 1"	Acero Inoxidable	Manufacturado
3	Tapa de la Tubería	2	3" x 1"	Acero Inoxidable	Manufacturado
4	Sellos	2	1.6" x .21"	Nitrilo	Comercial
5	Varillas Roscadas Estructurales	5	1/4-20 2A x 10"	Acero	Comercial
6	Rondana Plana	10	1/4"	Acero	Comercial
7	Tuerca Hexagonal GR.5	10	1/4-20 2B	Acero	Comercial

AGENCIA ESPACIAL MEXICANA

DRAWING TITLE

AEM
AGENCIA
ESPACIAL
MEXICANA

DRAWN BY	DATE	LISTA DE PARTES		REV
CHECKED BY	DATE	SIZE	DRAWING NUMBER	
JOSE FERNANDEZ	6/24/2019	Letter	003	X
CARLOS DUARTE	XXX			
DESIGNED BY	DATE	SCALE	1 : 3 WEIGHT (kg) XXX	SHEET 3 / 6
JOSE FERNANDEZ	XXX			

AGENCIA ESPACIAL MEXICANA

DRAWING TITLE

CAMARA DE COMBUSTION

REV
X

SHEET 4/6

AEM

AGENCIA
ESPACIAL
MEXICANA

DRAWN BY

JOSE FERNANDEZ

DATE

6/24/2019

SIZE

Letter

004

REV

X

CHECKED BY

CARLOS DUARTE

DATE

XXX

REV

X

DESIGNED BY

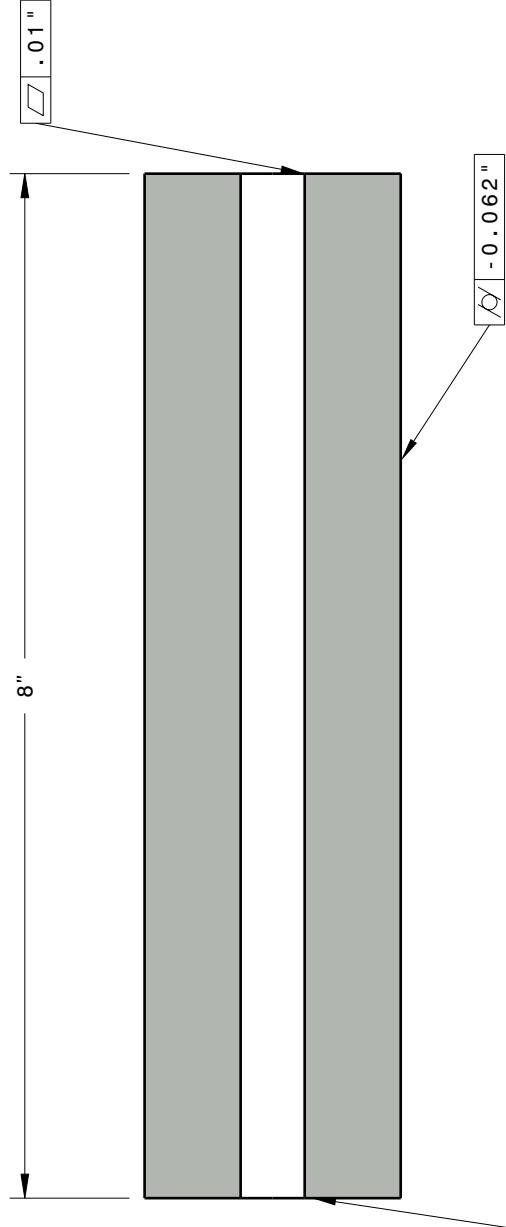
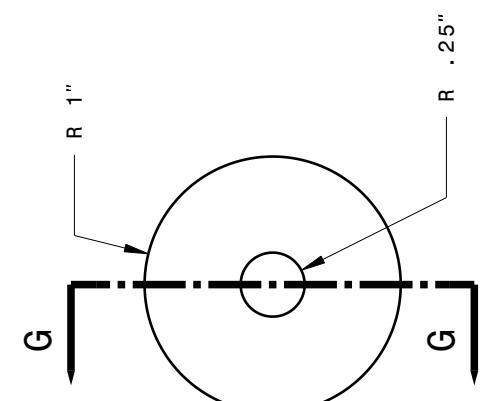
JOSE FERNANDEZ

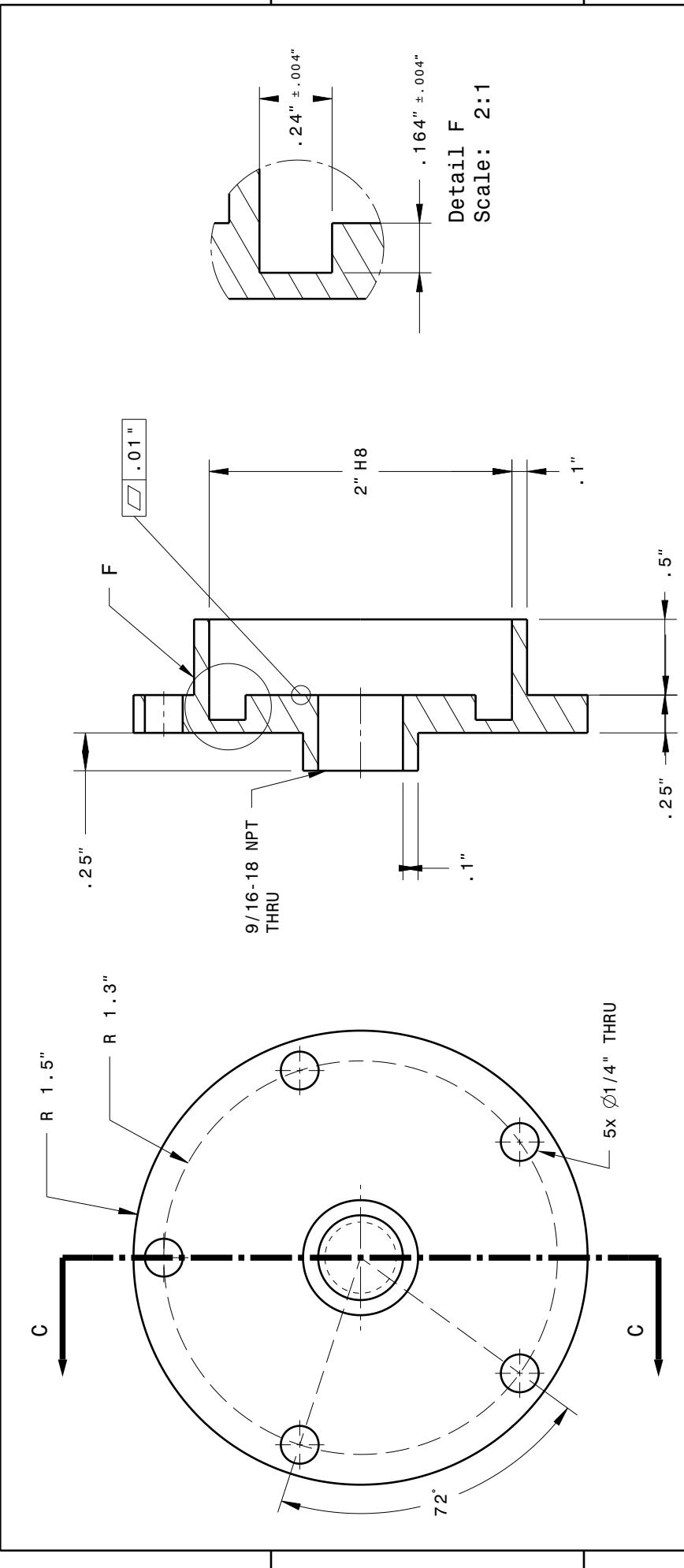
DATE

XXX

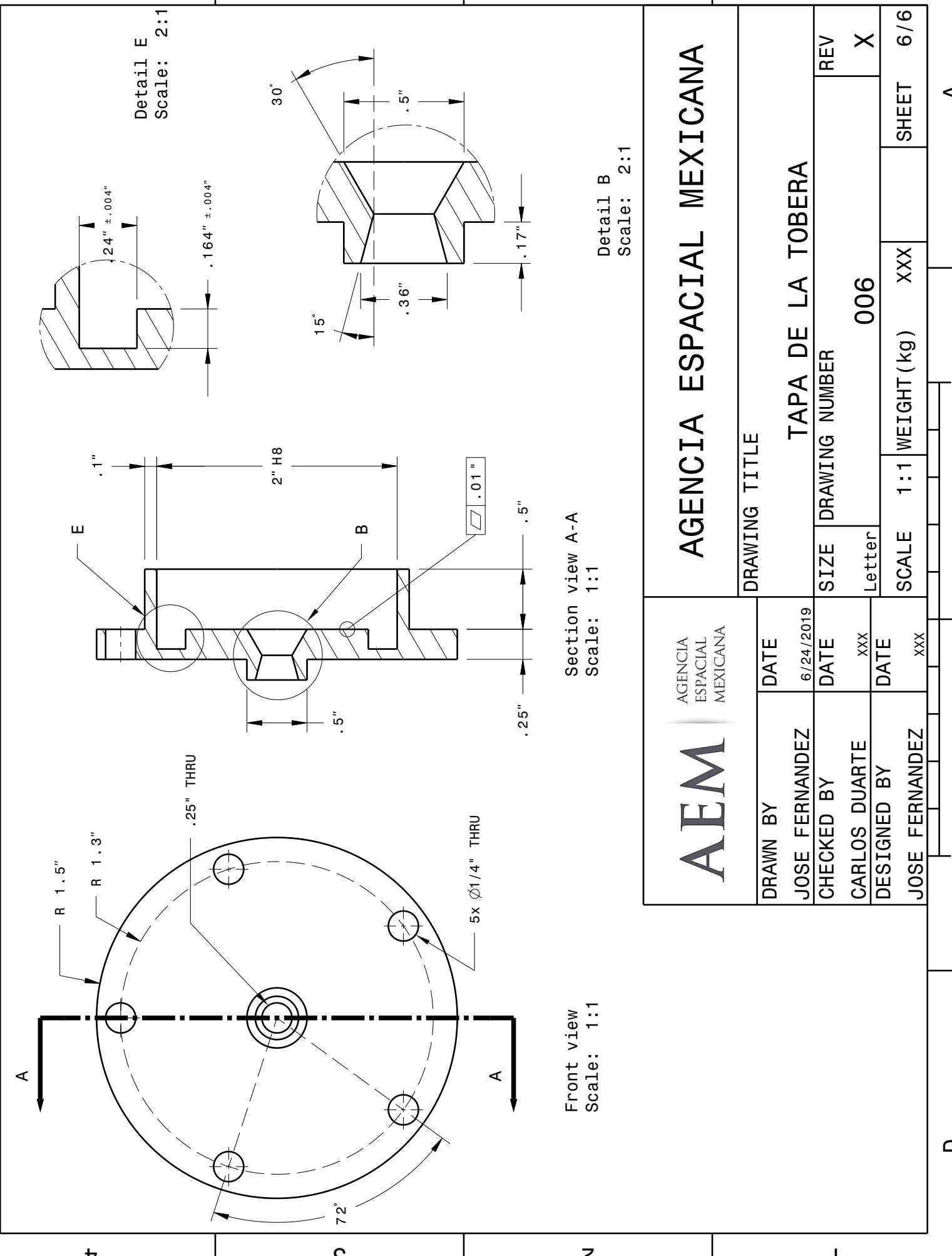
REV

X





AGENCIA ESPACIAL MEXICANA		DRAFTING TITLE		REV
AEM		TAPA DEL INYECTOR		X
DRAWN BY	DATE	SIZE	DRAWING NUMBER	
JOSE FERNANDEZ	6/24/2019	Letter	005	
CHECKED BY	DATE	XXX		
CARLOS DUARTE				
DESIGNED BY	DATE	xxx	SCALE 1:1 WEIGHT (kg) XXX	SHEET 5/6
JOSE FERNANDEZ				



Apéndice D - Estudio Estadístico

Project Prometheus										
	RD-18		Atlantis II		TELL		Invictus I		Laika	
Airframe Length (in)	120	83.75	166.75	124	155	131.5	141	132	178	132
Airframe Diameter (in)	6	4	7.71	4	7.87	6.2	7.12	5.2	5.78	3.2
Fin Span (in)	5	3	6	14	20.47	17.2	19.37	12.65	6	11.15
Vehicle Weight (lb)	3649	13.8	91.55	23	71.6	53.41	49	56.68	57	41.61
Propellant Weight (lb)	11	24.25	17	44	9.79	11	7.82	32.3	24.09	40
Payload Weight (lb)	8.8	8.8	8.8	8.8	8.8	8.8	9	8.85	9	8.8
Liftoff Weight (lb)	77.98	33.6	124.6	51.3	124.4	72	69	73.3	100.3	74.95
Stages	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Booster	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No
Propulsion Type	Solid	Solid	Hybrid	Solid	Liquid	Solid	Solid	Hybrid	Solid	Hybrid
Total Impulse (Ns)	20145.7	4214	16500	14000	40200	9889.7	10511	10500	26500	21062
Rail Length (ft)	17	17	20	17	17	16	17	32	17	36
Liftoff TW	15.56	8.22	5.5	9	4.7	12.44	6.37	10.64	10.5	13.54
Min. Static Margin	3	1.77	1.7	1.03	2.95	-	1.83	1.96	1.59	2.3
Max. Acceleration (G)	21.4	9.39	4.7	13.5	4	11.62	6.5	10.16	15.27	15.4
Max. Velocity (ft/s)	1801	845	796	520	1407	928.47	936	911.16	1758	1908
Pred. Apogee (ft AGL)	30420	9258	9830	25500	30000	10059	12060	10138	8401	31047
Propellant	C-Star	-	N2O/Hydrogen	-	N2O/Ethanol	A+HTPB+AP	-	A+HTPB+AP	-	N2O/Ethanol
Burn Time (s)	3.5	3.49	6.6	8	3	5.7	7	3.5	17.5	6
Peak Thrust (N)	8034.6	1489	3000	1868.25	-	3897.6	2050	2832.28	7500	1067.9
Chamber Pressure (psi)	-	-	-	580	-	-	780	-	400	-