Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Examen 2:

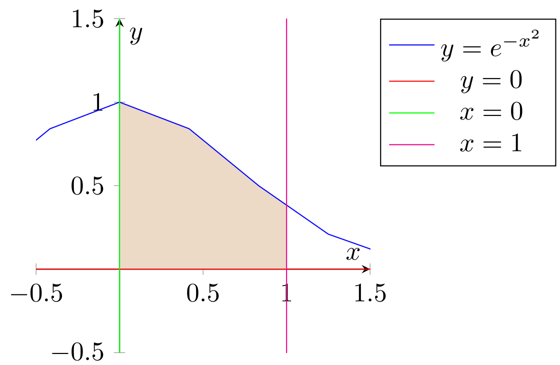
Sólidos de revolución

Sebastián Alamina Ramírez - 318685496

Matemáticas para las Ciencias Aplicadas II

Fecha de entrega: **25 de Marzo de 2019**.

1. Encuentra el volumen del sólido formado por la región encerrada por las curvas $y = e^{-x^2}$, $y = 0$, $x = 0$ y $x = 1$ al rotar al rededor del eje y.



Planteamiento:

Por discos...

$$V = \int_0^1 x \ dy$$

Pero x se dividiría en dos intervalos... Sea λ la intersección entre $x = 1$ y $y = -e^{x^2}$, entonces el método por discos sería:

$$V = \int_0^\lambda \pi \ dy + \int_\lambda^1 \pi(\sqrt{-\ln y})^2 \ dy$$

Por cilindros...
$r = x$
$h = e^{-x^2}$

$$V = \int_0^1 2\pi x e^{-x^2} \ dx$$

Solución:

Por cilindros...

$$V = \int_0^1 2\pi x e^{-x^2} \ dx = 2\pi \int_0^1 x e^{-x^2} \ dx$$

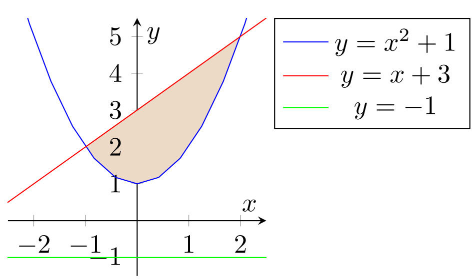
Sea $u = -x^2$, ent. $du = -2x \ dx \implies dx = \frac{du}{-2x}$

$$V = 2\pi \int_{x=0}^{x=1} -\frac{x}{2x} e^u \ du = -\pi \int_{x=0}^{x=1} e^u \ du$$

$$= -\pi[e^u]_{x=0}^{x=1} = -\pi[e^{-x^2}]_{x=0}^{x=1} = -\pi[e^{-1} - e^0]$$

$$= -\pi[\frac{1}{e} - 1] = \pi - \frac{\pi}{e}$$

2. Encuentra el volumen del sólido formado por la región encerrada por las curvas $y = x^2 + 1$, $y = x + 3$ al rotar alrededor del eje $y = -1$.



Planteamiento:

Por discos...
$r_m = (x^2 + 1) + 1 = x^2 + 2$
$r_M = (x + 3) + 1 = x + 4$

$$V = \int_{-1}^2 \pi((x+4)^2 - (x^2+2)^2) \ dx$$

Por cilindros...
$r = (x + 3) + 1 = x + 4$
$h =$Aquí se complica, $\therefore$ se resuelve por discos...

Solución:

Por discos...

$$V = \int_{-1}^2 \pi((x+4)^2 - (x^2+2)^2) \ dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 (x^2 + 8x + 16 - x^4 - 4x^2 - 4) \ dx$$

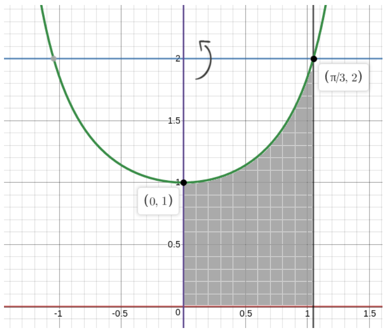
$$= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - 3x^2 + 8x + 12) \ dx$$

$$= \pi[\frac{-x^5}{5} - x^3 + 4x^2 + 12x]_{-1}^2$$

$$= \pi[\frac{-32}{5} - 8 + 16 + 24 - \frac{1}{5} - 1 - 4 + 12]$$

$$= \pi[\frac{-33}{5} + 39] = \pi[\frac{-33}{5} + \frac{195}{5}] = \frac{162}{5}\pi$$

3. Encuentra el volumen del sólido generado al hacer rotar alrededor de la recta $y = 2$ la región acotada por las curvas $y = \sec x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi/3$.



Planteamiento:

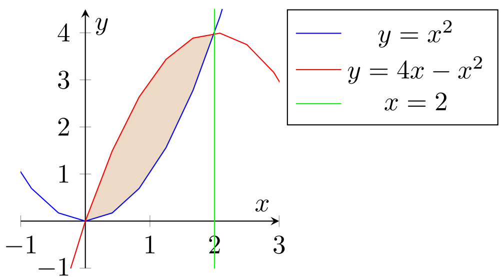
Por discos...

Por cilindros...

Solución:

Por xxxxxx...

4. Halla el volumen del sólido de revolución generado al hacer rotar la región acotada por las curvas $y = x^2$, $y = 4x - x^2$, en torno a la recta $x = 2$.



Planteamiento:

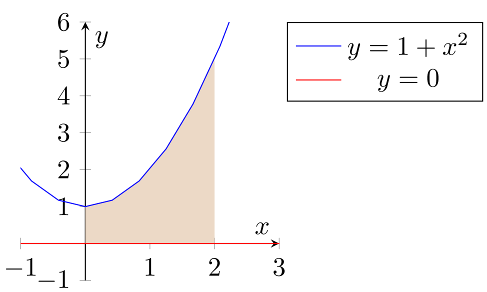
Por discos...

Por cilindros...

Solución:

Por xxxxxx...

5. Determina el volumen de la región encerrada entre las curvas $y = 1 + x^2$ y $y = 0$ al rotar alrededor del eje x cuando $0 \leq x \leq 2$.



Planteamiento:

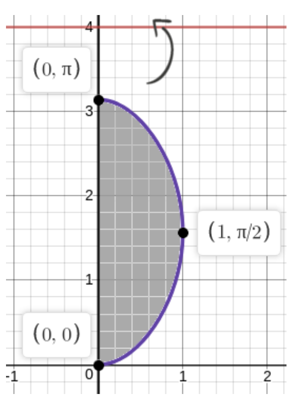
Por discos...

Por cilindros...

Solución:

Por xxxxxx...

6. Determina el volumen de la región encerrada por la función $x = \sqrt{\sin y}$ con $0 \leq y \leq \pi$ y $x = 0$ si rota en $y = 4$.



Planteamiento:

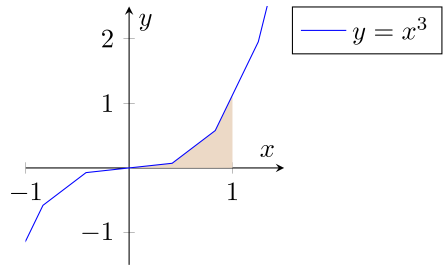
Por discos...

Por cilindros...

Solución:

Por xxxxxx...

7. Determinar la superficie del sólido de revolución generado al rotar en el eje y la región definida por $y = x^3$ con $0 \leq x \leq 1$.



Planteamiento:

Por discos...

Por cilindros...

Solución:

Por xxxxxx...