PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2020

Ayudantía 13 - MAT1610

1. Use la regla de sustitución para determinar las siguientes integrales indefinidas:

   (a) $\displaystyle\int \frac{\arctan(\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+x)}dx$

   (b) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(4x)}{1+\cos^2(2x)}dx$

   (c) $\displaystyle\int \ln(\cos(x))\, tan(x) dx$

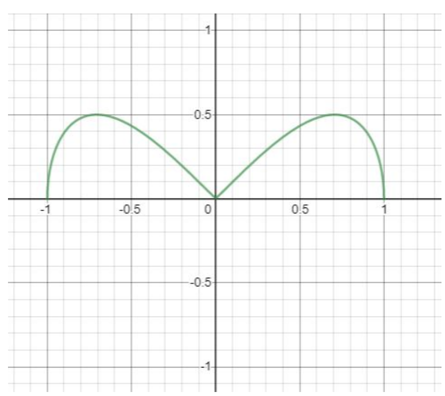
   (d) $\displaystyle\int \frac{dx}{e^x\sqrt{1-e^{-2x}}}$

2. (a) Si f es continua tal que $\displaystyle\int_0^9 f(x)dx = 4$, determine $\displaystyle\int_0^3 xf(x^2)dx$

   (b) Sea $g(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{2(x+1)}$, demuestre que

$$\int_0^1 \frac{g'(x)dx}{\sqrt{1-g^2(x)}} = \frac{\pi}{6}$$

3. La gráfica dada en la figura corresponde a la función $f(x) = \sqrt{x^2 - x^4}$. Determine el área comprendida entre las curvas asociadas a $f(x) = \sqrt{x^2 - x^4}$ y $g(x) = -\sqrt{x^2 - x^4}$.



4. Sea R la región acotada por la parábola $y = x - x^2$ y el eje x.

   (a) Determine el área de la región R.

   (b) ¿Existe una recta que pasa por el origen que divide a la región R en dos partes de igual área? ¿Cuál es la pendiente de la recta?

Ejercicios extras para los alumnos

(E1) Un conejo debe elegir entre las siguientes dos formas para construir la entrada a su madriguera:
Forma del área delimitada por el eje x y la curva asociada a $f(x) = 4x - x^2$
Forma del área delimitada por las curvas asociadas a $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ e $y = 4$.
El conejo va a preferir construir la entrada de su madriguera con la forma que tenga mayor área, ¿cuál de las dos formas debe elegir?

(E2) Determine el valor del área de la región sombreada en la figura