Funciones Cuadraticas

Matemáticas 10mo

ColombiaCrece

Sebastián Rosales

(3123211487, s.rosales2812@uniandes.edu.co)

November 1, 2014

1 Explicación

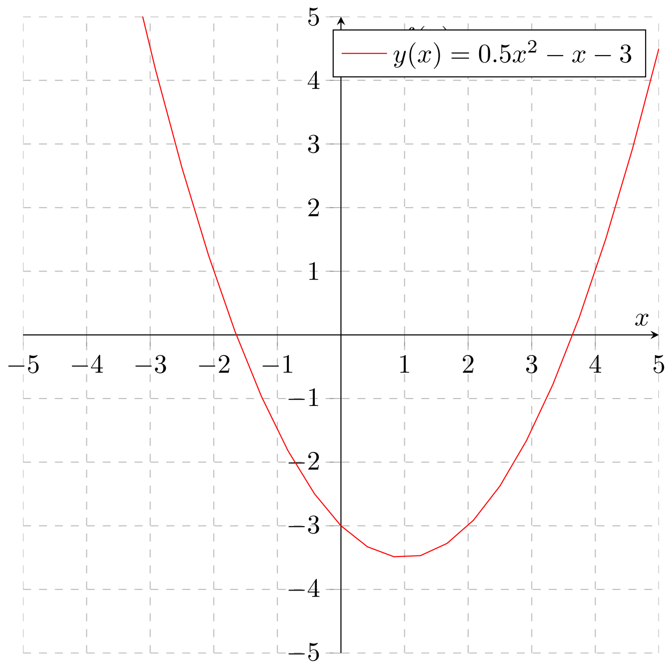
Ya hemos trabajado con las funciones lineales. Estas tenían la forma:

$$y = mx + b$$

Donde m era la pendiente de la gráfica y b era el corte con el eje Y. Vamos a empezar a trabajar con un nuevo tipo de función, las funciones cuadráticas. Estas funciones tienen la forma

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$

La forma de estas funciones es:



Así como en la función lineal identificar la pendiente y el corte con el eje era importante, acá, en las funciones cuadráticas también tenemos que aprender a identificar las partes de la función. Revisemos cuales son las partes de la función $y(x) = 3x^2 - 4x + 5$

a Es el factor que acompaña al único término cuadrático(ojo con el signo):

$$y(x) = \underbrace{+3}_{a} x^2 - 4x + 5.$$

b Es el factor que acompaña al único término lineal(ojo con el signo):

$$y(x) = 3x^2 \underbrace{-4}_{b} x + 5.$$

c Es el único término que esta solo(ojo con el signo):

$$y(x) = 3x^2 - 4x \underbrace{+5}_{c}.$$

Ya sabemos identificar las partes de una función cuadratica. Practiquemos :

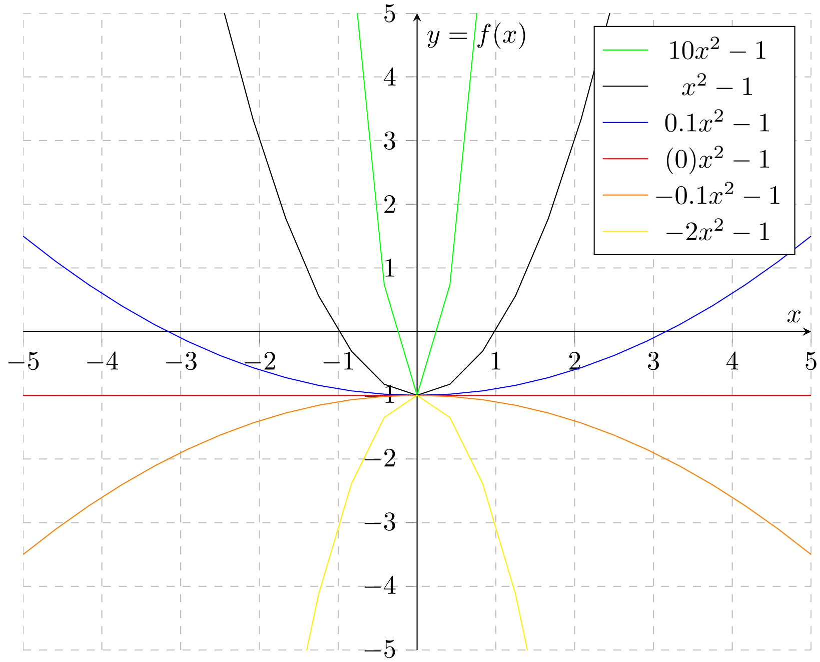
$$y(x) = 3x^2 + 6x + 3 \tag{1}$$
$$w(x) = x^2 - 4x + 4 \tag{2}$$
$$z(x) = 2x^2 - 6x \tag{3}$$
$$f(x) = 30 - 2x^2 - 4x \tag{4}$$
$$g(x) = 2x^2 - x^2 - 3x + 2 \tag{5}$$
$$h(x) = 5x + 2x^3 - 20 - x^2 + 6 \tag{6}$$
$$k(x) = 10 - 3x^2 + 6x + 2x^2 - 15 - 2x \tag{7}$$

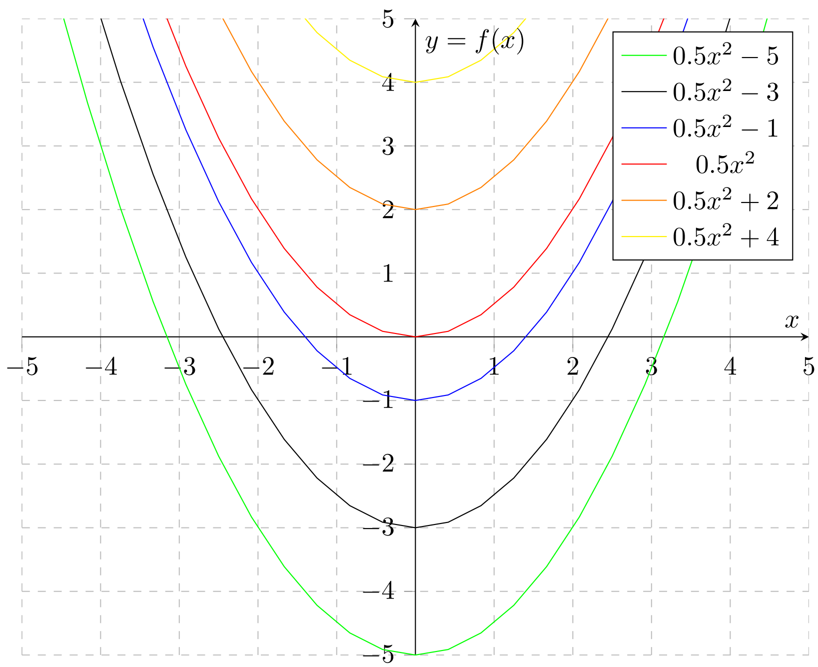
F(x)	a	b	c
y			
w			
z			
f			
g			
h			
k			

Si deseáramos comparar la ecuación de las funciónes cuadráticas con la de las funciones lineales, tendriamos los siguiente:

$$\begin{array}{rcccc} y(x) & = & ax^2+ & bx & +c \\ y(x) & = & & mx & +b \end{array}$$

Acá podemos notar que las ecuaciones cuadráticas son ecuaciones lineales más un termino con x^2 y que la labor que cumplía b en las lineales, la cumple c en la cuadráticas. Veamos que hacen los números a y c en las funciones cuadráticas:





Existe un caso particular que es de nuestros interes y es cuando y=0 por que representa las **raices de la ecuación cuadratica** y este caso se soluciona asi:

$$
\begin{aligned}
ax^2 + (b)x + (c) &= 0 \\
x &= \frac{-(b) \pm \sqrt{(b)^2 - 4(a)(c)}}{2(a)}
\end{aligned}
$$

Como se puede ver, las ecuaciones cuadraticas pueden tener cero, una o dos soluciones reales dependiendo del valor de $(b)^2 - 4(a)(c)$
Veamos un par de ejemplos: La solución a la ecuación $1x^2 + (5)x + (4) = 0$ es

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)} \\
&= \frac{-(5) \pm \sqrt{25.00 - 4(4.00)}}{2.00} \\
&= \frac{-(5) \pm \sqrt{25.00 - 16.00}}{2.00}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-5 \pm 4}{2} \\
x_1 &= \frac{-5 + 4}{2} = -0.5 \\
x_2 &= \frac{-5 - 4}{2} = -4.5
\end{aligned}
$$

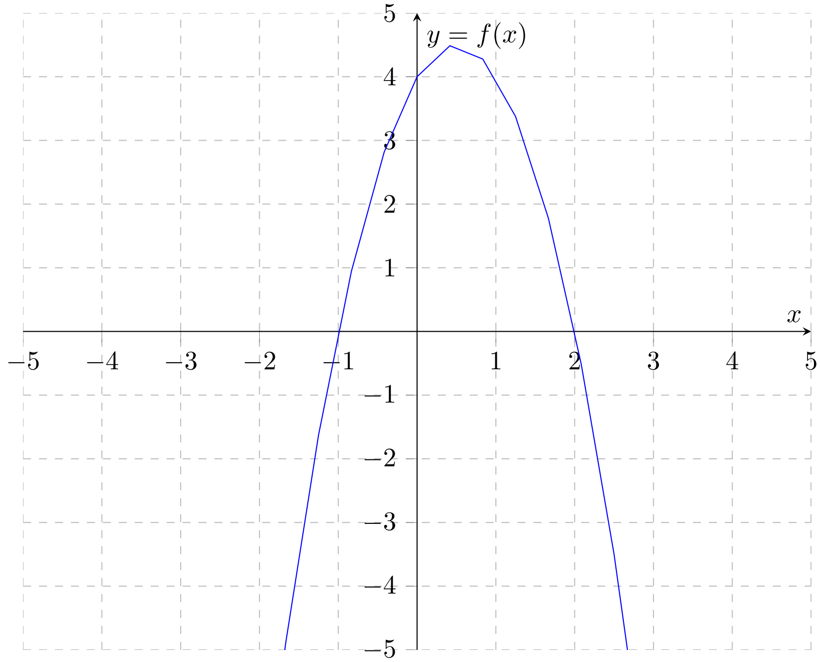
La solución a la ecuación $2x^2 + (4)x + (2) = 0$ es

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-(4) \pm \sqrt{(4)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)} \\
&= \frac{-(4) \pm \sqrt{16.00 - 4(4.00)}}{4.00} \\
&= \frac{-(4) \pm \sqrt{16.00 - 16.00}}{4.00}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-4 \pm 0}{4} \\
x_1 &= \frac{-4}{4} = 1 \\
x_2 &= \frac{-4}{4} = 1
\end{aligned}
$$

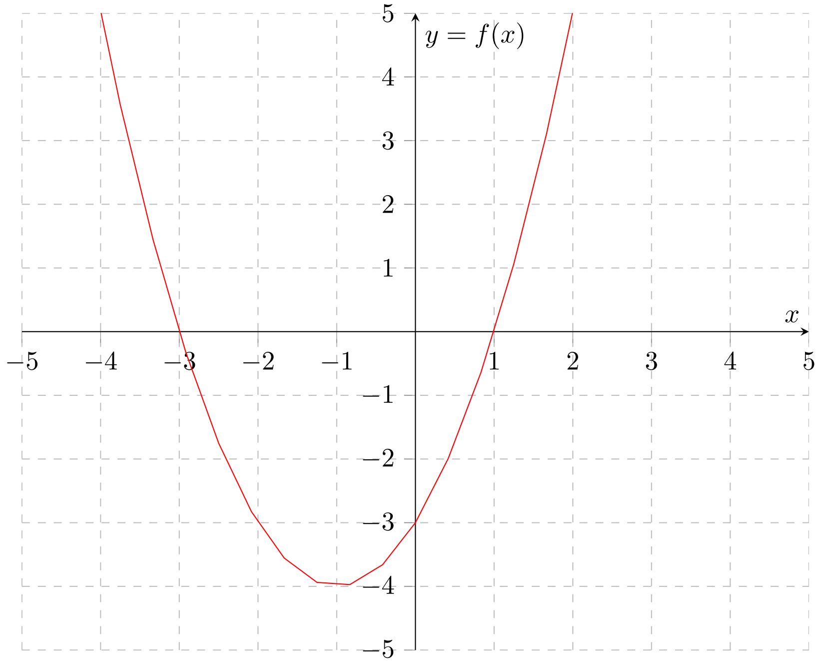
2 Taller

En este taller vamos a trabajar primero desde una gráfica hacia una ecuacin, y luego desde una ecuacin hacia una gráfica.
Veamos las siguientes gráficas:



Responde la siguientes preguntas:

1. ¿a es positivo o negativo?
2. ¿Cuánto vale c ?
3. Teniendo en cuenta los dos resultados anteriores, ¿ Cuál de las siguientes crees que es la función que describe la gráfica?
   a) $f(x) = 2x^2 + 2x$
   b) $f(x) = -2x^2 + 2x$
   c) $f(x) = 2x^2 + 2x + 4$
   d) $f(x) = -2x^2 + 2x - 4$
   e) $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$
   f) $f(x) = -2x^2 + 2x + 4$
4. ¿Cuanto valen las raices de esta ecuación?



Responde la siguientes preguntas:

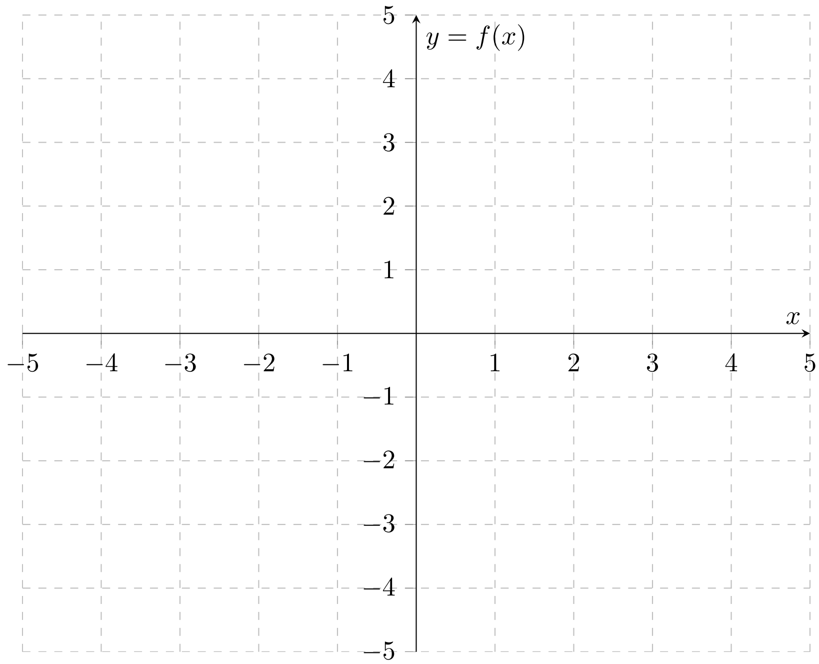
1. ¿a es positivo o negativo?
2. ¿Cuánto vale c ?
3. Teniendo en cuenta los dos resultados anteriores, ¿ Cuál de las siguientes crees que es la función que describe la gráfica?
   a) $f(x) = x^2 + 2x$
   b) $f(x) = -x^2 + 2x$
   c) $f(x) = x^2 + 2x + 3$
   d) $f(x) = x^2 + 2x - 3$
   e) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$
   f) $f(x) = - - x^2 + 2x + 3$
4. ¿Cuanto valen las raices de esta ecuación?

Ahora, vamos a analizar esta función

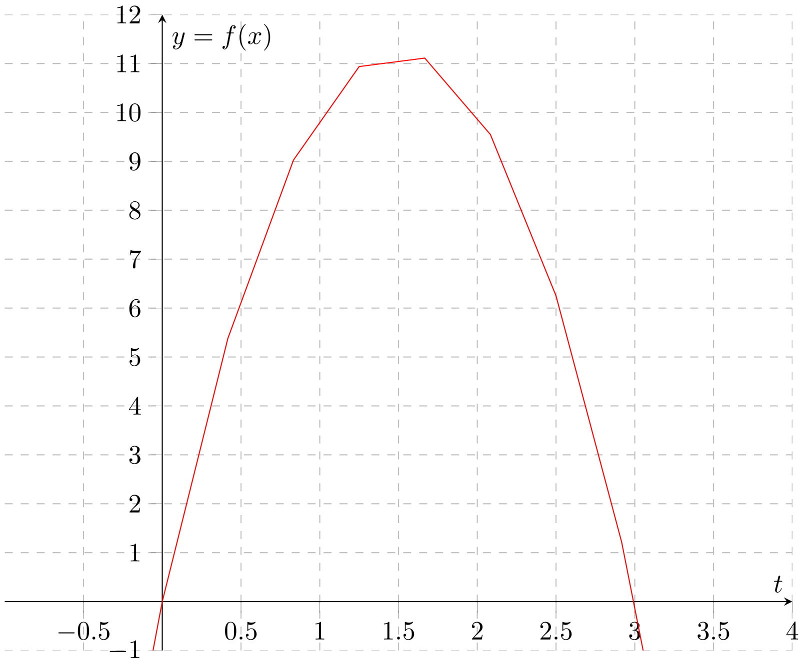
$$f(x) = x^2 - 3x - 4 \tag{8}$$

Responde la siguientes preguntas:

1. ¿Cuanto vale a, b, c?
2. ¿Cuanto valen las raices?
3. Teniendo en cuenta los dos resultados anteriores dibuja la gráfica de esa función.



3 Tarea



La anterior es la gráfica función de la altura contra el tiempo de un proyectil en movimiento parabólic0 descrita por: $y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0$

1. ¿a es positivo o negativo?

2. ¿Cuánto vale c ?

3. Teniendo en cuenta los dos resultados anteriores, ¿ Cuál de las siguientes crees que es la función que describe la gráfica?

   a) $f(x) = -5x^2 + 15x$

   b) $f(x) = 5x^2 + 15x$

   c) $f(x) = -5x^2 + 15x + 3$

   d) $f(x) = 5x^2 + 15x - 3$

4. Teniendo en cuenta el resultado anterior y que la ecuación que describe el moviemiento parabólico ¿Cuánto vale g y v_0?

5. ¿Cuanto valen las raices de esta ecuación? '?Qué significan físicamente?

Ahora, vamos a analizar esta función

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 \tag{9}$$

Responde la siguientes preguntas:

1. ¿Cuanto vale a, b, c?
2. ¿Cuanto valen las raices?
3. Teniendo en cuenta los dos resultados anteriores dibuja la gráfica de esa función.