Semánticas de lenguajes de programación ¿Cómo se formulan los lenguajes de programación?

Asignatura: Modelos de Programación II Proyecto Curricular de Ingeniería de Sistemas Universidad Distrital Francisco José de Caldas

2020 / Sesión sobre semánticas de lenguajes de programación





- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática



- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática





CONTENIDOS

- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática





- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática



- La sintaxis se corresponde con la apariencia de buena formación del lenguaje.
- La sintaxis puede formalizarse por medio de una
 - gramática o diagrama sintáctico.
- Los beneficios de la sintaxis, estilo BNF, aporta:
 - Estandarización de la sintaxis oficial del lenguaje
 - Una guia para escribir programas sintacticamente correctos.
 - Construccion de analizadores correctos para el compiladores del lenguaje.
 - Analisis formal de las propiedades del lenguaje; como determinar si el lenguaje es LL(k), LR(k) o ambigua.





- La sintaxis se corresponde con la apariencia de buena formación del lenguaje.
- La sintaxis puede formalizarse por medio de una gramática o diagrama sintáctico.





- La sintaxis se corresponde con la apariencia de buena formación del lenguaje.
- La sintaxis puede formalizarse por medio de una gramática o diagrama sintáctico.
- Los beneficios de la sintaxis, estilo BNF, aporta:
 - Estandarización de la sintaxis oficial del lenguaje.
 - Una guía para escribir programas sintácticamente correctos.
 - 3 Construcción de analizadores correctos para el compilador del lenguaje.
 - 4 Análisis formal de las propiedades del lenguaje; como determinar si el lenguaje es LL(k), LR(k) o ambigua.
 - Se La definición sintáctica puede usarse como entrada a compiladores o interpretadores.



- La sintaxis se corresponde con la apariencia de buena formación del lenguaje.
- La sintaxis puede formalizarse por medio de una gramática o diagrama sintáctico.
- Los beneficios de la sintaxis, estilo BNF, aporta:
 - Estandarización de la sintaxis oficial del lenguaje.
 - Una guía para escribir programas sintácticamente correctos.
 - 3 Construcción de analizadores correctos para el compilador del lenguaje.
 - 4 Análisis formal de las propiedades del lenguaje; como determinar si el lenguaje es LL(k), LR(k) o ambigua.
 - Se La definición sintáctica puede usarse como entrada a compiladores o interpretadores.



- La semántica se corresponde con el significado de los programas.
- La semántica también puede formalizarse y ser parte de la especificación de los lenguajes.
- Los beneficios de la definición semántica de los lenguajes de programación son:
 - Aportar una guía para que los usuarios comprendan los programas que escriben.
 - Servir de guia para escribir generadores de código correctos por parte de los implementadores.
 - O Permitir el análisis formal de propiedades de los lenguajes
 - Su uso como entrada a herramientas de generación de compiladores



- La semántica se corresponde con el significado de los programas.
- La semántica también puede formalizarse y ser parte de la especificación de los lenguajes.
- de programación son:
 - Aportar una guía para que los usu
 - programas que escriben.
 - correctos nor parte de los implementadore
 - Permitir el análisis formal de propiedades de los
 - Su uso como entrada a herramientas de generación de



- La semántica se corresponde con el significado de los programas.
- La semántica también puede formalizarse y ser parte de la especificación de los lenguajes.
- Los beneficios de la definición semántica de los lenguajes de programación son:
 - Aportar una guía para que los usuarios comprendan los programas que escriben.
 - Servir de guía para escribir generadores de código correctos por parte de los implementadores.
 - 3 Permitir el análisis formal de propiedades de los lenguajes.
 - Su uso como entrada a herramientas de generación de compiladores.



- La semántica se corresponde con el significado de los programas.
- La semántica también puede formalizarse y ser parte de la especificación de los lenguajes.
- Los beneficios de la definición semántica de los lenguajes de programación son:
 - Aportar una guía para que los usuarios comprendan los programas que escriben.
 - Servir de guía para escribir generadores de código correctos por parte de los implementadores.
 - 3 Permitir el análisis formal de propiedades de los lenguajes.
 - Su uso como entrada a herramientas de generación de compiladores.



PRINCIPALES MÉTODOS DE DEFINICIÓN SEMÁNTICA

- Semántica operacional.
- Semántica significativa.
- Semántica axiomática.





PRINCIPALES MÉTODOS DE DEFINICIÓN SEMÁNTICA

- Semántica operacional.
- Semántica significativa.
- Semántica axiomática.





PRINCIPALES MÉTODOS DE DEFINICIÓN SEMÁNTICA

- Semántica operacional.
- Semántica significativa.
- Semántica axiomática.





Un lenguaje aritmético básico. Sintaxis

Para comprender los métodos de definición semántica se usará el siguiente lenguaje:

$$E ::= N | E_1 + E_2$$

donde N representa el conjunto de números: $\{0, 1, 2, \ldots\}$





Semántica operacional

Semántica operacional estructural Semántica operacional con estado Semántica significativa Semántica natural Semántica axiomática

- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática



Semántica operacional

Semántica operacional estructural Semántica operacional con estado Semántica significativa Semántica natural Semántica axiomática

SEMÁNTICA OPERACIONAL NO-DETERMINÍSTICA

También denominada **Semántica de Re-escritura de Términos**. Usa reglas de re-escritura para generar pasos de computación. Para el ejemplo básico que nos ocupa se cuenta solamente con la regla de re-escritura:

$$N_1 + N_2 \Rightarrow N'$$

donde N' es la suma de los numerales N_1 y N_2 . La semántica operacional del programa (1+2)+(4+5) es:

$$(1+2)+(4+5) \Rightarrow 3+(4+5) \Rightarrow 3+9 \Rightarrow 12$$

O puede ser:

$$(1+2)+(4+5) \Rightarrow (1+2)+9 \Rightarrow 3+9 \Rightarrow 12$$



- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática





SEMÁNTICA OPERACIONAL ESTRUCTURAL

Sistema de re-escritura más un conjunto de reglas de inferencia que establecen de manera precisa el contexto en el cual un paso de computación puede darse :

$$\begin{array}{ccc} N_1 + N_2 \Rightarrow N' \\ \hline E_1 \Rightarrow E_1' & E_2 \Rightarrow E_2' \\ \hline E_1 + E_2 \Rightarrow E_1' + E_2 & \overline{N + E_2} \Rightarrow N + E_2' \end{array}$$

Las reglas de inferencia obligan una evaluación de izquierda a derecha, veamos:

$$\frac{(1+2) \, \Rightarrow \, 3}{(1+2) + (4+5) \, \Rightarrow \, 3 + (4+5)} \, \, \mathsf{y} \, \frac{(4+5) \, \Rightarrow \, 9}{3 + (4+5) \, \Rightarrow \, 3 + 9}$$



- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática



PILA DE EJECUCIÓN Y PILA DE EXPRESIONES

Se usa el concepto de estado de ejecución como:

Donde s es la pila de ejecución y c es una pila de expresiones aritméticas para este caso.

Una pila que contiene *n* ítems se representa como:

$$v_1 :: v_2 :: \dots :: v_n :: nil$$

El estado inicial para un programa *p* se escribe como:

 $\langle nil, p :: nil \rangle$; la computación avanza hasta que aparece el estado $\langle v :: nil, nil \rangle$; donde v es el resultado final.





SEMÁNTICA DE TRANSICIÓN DE ESTADOS

Las reglas de re-escritura para una pequeña máquina abstracta de esta aritmética son:

- $(1) < s, N :: c > \Rightarrow < N :: s, c >$
- $(2) < s, (E_1 + E_2) :: c > \Rightarrow < s, E_1 + E_2 :: c >$
- $(3) < s, E_1 + E_2 :: c > \Rightarrow < s, E_1 :: E_2 :: + :: c >$
- (4) < N_1 :: N_2 :: s, + :: c $> <math>\Rightarrow$ < N' :: s, c >; donde N' es la suma de N_1 y N_2
 - Se desea usar la semántica operacional definida arriba para computar (2+4)+(5+6):

$$< nil, (2+4)+(5+6) :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < nil, (2+4) :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil >$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow} < nil, 2 :: 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{1}{\Rightarrow} < 2 :: nil, 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil >$$

$$\stackrel{1}{\Rightarrow} < 4 :: 2 :: \textit{nil}, + :: (5+6) :: + :: \textit{nil} > \stackrel{4}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, (5+6) :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow}$$
 < 6 :: nil , 5 :: 6 :: $+$:: $+$:: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 6 :: 5 :: 6 :: nil , $+$:: $+$:: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 6 :: 5 :: 6 :: nil , $+$:: $+$:: nil >

$$\stackrel{4}{\Rightarrow}$$
 < 11 :: 6 :: nil, + :: nil > $\stackrel{4}{\Rightarrow}$ < 17 :: nil, nil >



SEMÁNTICA DE TRANSICIÓN DE ESTADOS

Las reglas de re-escritura para una pequeña máquina abstracta de esta aritmética son:

- $(1) < s, N :: c > \Rightarrow < N :: s, c >$
- $(2) < s, (E_1 + E_2) :: c > \Rightarrow < s, E_1 + E_2 :: c >$
- $(3) < s, E_1 + E_2 :: c > \Rightarrow < s, E_1 :: E_2 :: + :: c >$
- (4) < N_1 :: N_2 :: s, + :: c $> <math>\Rightarrow$ < N' :: s, c >; donde N' es la suma de N_1 y N_2
 - Se desea usar la semántica operacional definida arriba para computar (2+4)+(5+6):

$$< nil, (2+4)+(5+6) :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < nil, (2+4) :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow} < nil, 2 :: 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{1}{\Rightarrow} < 2 :: nil, 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil >$$

$$\stackrel{1}{\Rightarrow} < 4 :: 2 :: nil, + :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{4}{\Rightarrow} < 6 :: nil, (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow}$$
 < 6 :: nil, 5 :: 6 :: + :: + :: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 5 :: 6 :: nil, 6 :: + :: + :: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil >

$$\stackrel{4}{\Rightarrow}$$
 < 11 :: 6 :: nil, + :: nil > $\stackrel{4}{\Rightarrow}$ < 17 :: nil, nil >



SEMÁNTICA DE TRANSICIÓN DE ESTADOS

Las reglas de re-escritura para una pequeña máquina abstracta de esta aritmética son:

- $(1) < s, N :: c > \Rightarrow < N :: s, c >$
- $(2) < s, (E_1 + E_2) :: c > \Rightarrow < s, E_1 + E_2 :: c >$
- $(3) < s, E_1 + E_2 :: c > \Rightarrow < s, E_1 :: E_2 :: + :: c >$
- (4) < N_1 :: N_2 :: s, + :: c $> <math>\Rightarrow$ < N' :: s, c >; donde N' es la suma de N_1 y N_2
 - Se desea usar la semántica operacional definida arriba para computar (2+4)+(5+6):

$$< nil, (2+4)+(5+6) :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < nil, (2+4) :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < nil, 2+4 :: (5+6) :: + :: nil$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow} < nil, 2 :: 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{1}{\Rightarrow} < 2 :: nil, 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil >$$

$$\overset{1}{\Rightarrow} < 4 :: 2 :: \textit{nil}, + :: (5+6) :: + :: \textit{nil} > \overset{4}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, (5+6) :: + :: \textit{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: \text{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \text{nil}, 5+6 :: + :: nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: +$$

 $\stackrel{3}{\Rightarrow}$ < 6 :: nil, 5 :: 6 :: + :: + :: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil >

 $\stackrel{4}{\Rightarrow}$ < 11 :: 6 :: nil, + :: nil > $\stackrel{4}{\Rightarrow}$ < 17 :: nil, nil >



SEMÁNTICA DE TRANSICIÓN DE ESTADOS

Las reglas de re-escritura para una pequeña máquina abstracta de esta aritmética son:

- $(1) < s, N :: c > \Rightarrow < N :: s, c >$
- $(2) < s, (E_1 + E_2) :: c > \Rightarrow < s, E_1 + E_2 :: c >$
- $(3) < s, E_1 + E_2 :: c > \Rightarrow < s, E_1 :: E_2 :: + :: c >$
- (4) < N_1 :: N_2 :: s, + :: c $> <math>\Rightarrow$ < N' :: s, c >; donde N' es la suma de N_1 y N_2
 - Se desea usar la semántica operacional definida arriba para computar (2+4)+(5+6):

$$<\textit{nil}, (2+4) + (5+6) :: \textit{nil}> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) :: (5+6) :: + :: \textit{nil}> \stackrel{2}{\Rightarrow} <\textit{nil}, 2+4 :: (5+6) :: + :: \textit{nil}> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (5+6) :: + :: \textit{nil}> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) :: (3+6) :: + :: nil> \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+6) :: + :: n$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow} < nil, 2 :: 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{1}{\Rightarrow} < 2 :: nil, 4 :: + :: (5+6) :: + :: nil >$$

$$\overset{1}{\Rightarrow} < 4 :: 2 :: \textit{nil}, + :: (5+6) :: + :: \textit{nil} > \overset{4}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, (5+6) :: + :: \textit{nil} > \overset{2}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5+6 :: + :: \textit{nil} > \overset{4}{\Rightarrow} < 6 :: \overset{4}{\Rightarrow}$$

 $\overset{3}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5 :: 6 :: + :: + :: \textit{nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 5 :: 6 :: \textit{nil}, 6 :: + :: + :: \textit{nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: \textit{nil}, + :: + :: \textit{nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: \textit{nil}, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{$

$$\stackrel{4}{\Rightarrow}$$
 < 11 :: 6 :: nil, + :: nil > $\stackrel{4}{\Rightarrow}$ < 17 :: nil, nil >



SEMÁNTICA DE TRANSICIÓN DE ESTADOS

Las reglas de re-escritura para una pequeña máquina abstracta de esta aritmética son:

- $(1) \langle s, N :: c \rangle \Rightarrow \langle N :: s, c \rangle$
- $(2) < s, (E_1 + E_2) :: c > \Rightarrow < s, E_1 + E_2 :: c >$
- $(3) < s, E_1 + E_2 :: c > \Rightarrow < s, E_1 :: E_2 :: + :: c >$
- (4) < N_1 :: N_2 :: s, + :: c $> <math>\Rightarrow$ < N' :: s, c >; donde N' es la suma de N_1 y N_2
 - Se desea usar la semántica operacional definida arriba para computar (2+4)+(5+6):

$$<\textit{nil}, (2+4) + (5+6) :: \textit{nil} > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) :: (5+6) :: + :: \textit{nil} > \stackrel{2}{\Rightarrow} <\textit{nil}, 2+4 :: (5+6) :: + :: \textit{nil} > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) + (3+6) :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} <\textit{nil}, (2+4) :: + :: nil > \stackrel{3$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow}$$
 < nil, 2 :: 4 :: + :: (5 + 6) :: + :: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 2 :: nil, 4 :: + :: (5 + 6) :: + :: nil >

$$\frac{1}{9} < 4 :: 2 :: nil, + :: (5+6) :: + :: nil > \stackrel{4}{\Rightarrow} < 6 :: nil, (5+6) :: + :: nil > \stackrel{2}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}{\Rightarrow} < 6 :: nil, 5+6 :: + :: nil > \stackrel{3}$$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow} <6::nil,5::6::+::+::nil> \stackrel{1}{\Rightarrow} <5::6::nil,6::+::+::nil> \stackrel{1}{\Rightarrow} <6::5::6::nil,+::+::nil>$$

$$\stackrel{4}{\Rightarrow}$$
 < 11 :: 6 :: nil, + :: nil > $\stackrel{4}{\Rightarrow}$ < 17 :: nil, nil >



SEMÁNTICA DE TRANSICIÓN DE ESTADOS

Las reglas de re-escritura para una pequeña máquina abstracta de esta aritmética son:

- $(1) < s, N :: c > \Rightarrow < N :: s, c >$
- $(2) < s, (E_1 + E_2) :: c > \Rightarrow < s, E_1 + E_2 :: c >$
- $(3) < s, E_1 + E_2 :: c > \Rightarrow < s, E_1 :: E_2 :: + :: c >$
- (4) < N_1 :: N_2 :: s, + :: c $> <math>\Rightarrow$ < N' :: s, c >; donde N' es la suma de N_1 y N_2
 - Se desea usar la semántica operacional definida arriba para computar (2+4)+(5+6):

$$<$$
 nil , $(2+4)+(5+6)$:: nil $> \stackrel{3}{\Rightarrow} <$ nil , $(2+4)$:: $(5+6)$:: $+$:: nil $> \stackrel{2}{\Rightarrow} <$ nil , $2+4$:: $(5+6)$:: $+$:: nil $>$

$$\stackrel{3}{\Rightarrow}$$
 < nil, 2 :: 4 :: + :: (5 + 6) :: + :: nil > $\stackrel{1}{\Rightarrow}$ < 2 :: nil, 4 :: + :: (5 + 6) :: + :: nil >

$$\stackrel{1}{\Rightarrow} <4::2::\textit{nil}, +::(5+6)::+::\textit{nil}> \stackrel{4}{\Rightarrow} <6::\textit{nil}, (5+6)::+::\textit{nil}> \stackrel{2}{\Rightarrow} <6::\textit{nil}, 5+6::+::\textit{nil}>$$

$$\overset{3}{\Rightarrow} < 6 :: \textit{nil}, 5 :: 6 :: + :: + :: \textit{nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 5 :: 6 :: \textit{nil}, 6 :: + :: + :: \textit{nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: \textit{nil}, + :: + :: \textit{nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: \textit{nil}, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: 5 :: 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} > \overset{1}{\Rightarrow} < 6 :: nil, + :: + :: nil} >$$

$$\stackrel{4}{\Rightarrow}$$
 < 11 :: 6 :: nil, + :: nil > $\stackrel{4}{\Rightarrow}$ < 17 :: nil, nil >



- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática





CONCEPTUALIZACIÓN BÁSICA

- Enfatiza en que un programa tiene un significado matemático subyacente que es independiente de cualquier estrategia de computación.
- La asignación de significados a programas se hace de manera composicional, es decir, el significado de una expresión se construye desde sus subexpresiones.
- Por ejemplo: $Nat = \{0, 1, 2, ...\}$ y







CONCEPTUALIZACIÓN BÁSICA

- Enfatiza en que un programa tiene un significado matemático subyacente que es independiente de cualquier estrategia de computación.
- La asignación de significados a programas se hace de manera composicional, es decir, el significado de una expresión se construye desde sus subexpresiones.





CONCEPTUALIZACIÓN BÁSICA

- Enfatiza en que un programa tiene un significado matemático subyacente que es independiente de cualquier estrategia de computación.
- La asignación de significados a programas se hace de manera composicional, es decir, el significado de una expresión se construye desde sus subexpresiones.
- Por ejemplo: *Nat* = {0,1,2,...} y

plus : Nat \times Nat \longrightarrow Nat





CONCEPTUALIZACIÓN BÁSICA

- Enfatiza en que un programa tiene un significado matemático subyacente que es independiente de cualquier estrategia de computación.
- La asignación de significados a programas se hace de manera composicional, es decir, el significado de una expresión se construye desde sus subexpresiones.
- Por ejemplo: *Nat* = {0,1,2,...} y

plus : Nat \times Nat \longrightarrow Nat





SEMÁNTICA SIGNIFICATIVA. EL EJEMPLO:

$$\begin{split} \mathcal{E} : & \textit{Expression} \rightarrow \textit{Nat} \\ & \mathcal{E}[\![N]\!] = N \\ & \mathcal{E}[\![E_1 + E_2]\!] = \textit{plus}\left(\mathcal{E}[\![E_1]\!], \mathcal{E}[\![E_2]\!]\right) \end{split}$$

Un ejemplo:

$$\begin{split} \mathcal{E} \llbracket (1+2) + (4+5) \rrbracket &= plus \left(\mathcal{E} \llbracket 1+2 \rrbracket, \mathcal{E} \llbracket 4+5 \rrbracket \right) \\ &= plus \left(plus \left(\mathcal{E} \llbracket 1 \rrbracket, \mathcal{E} \llbracket 2 \rrbracket \right), plus \left(\mathcal{E} \llbracket 4 \rrbracket, \mathcal{E} \llbracket 5 \rrbracket \right) \right) \\ &= plus \left(3,9 \right) = 12 \end{split}$$

$$\mathcal{E}[(1+2) + (4+5)] = plus (\mathcal{E}[1+2], \mathcal{E}[4+5])$$

$$\mathcal{E}[1+2] = plus (\mathcal{E}[1], \mathcal{E}[2])$$

$$\mathcal{E}[4+5] = plus (\mathcal{E}[4], \mathcal{E}[5])$$

$$\mathcal{E}[1] = 1 \qquad \mathcal{E}[2] = 2$$

$$\mathcal{E}[4] = 4 \qquad \mathcal{E}[5] = 5$$



- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática





SEMÁNTICA NATURAL

 Es un método semántico híbrido que combina las ventajas de la semántica operacional y la semántica significativa

 Por ejemplo, las reglas de la semántica natural para el ejemplo son:

$$\begin{array}{c} \textbf{N} \Downarrow \textbf{N} \\ \\ \underline{\textbf{E}_1 \Downarrow n_1 \quad \textbf{E}_2 \Downarrow n_2} \\ \underline{\textbf{E}_1 + \textbf{E}_2 \Downarrow m} \end{array}$$

donde m es la suma de n_1 y n_2 :

$$\frac{1 \downarrow 1 \quad 2 \downarrow 2}{(1+2) \downarrow 3} \quad \frac{4 \downarrow 4 \quad 5 \downarrow 5}{(4+5) \downarrow 9}$$
$$\frac{1}{(1+2) + (4+5) \downarrow 12}$$



SEMÁNTICA NATURAL

- Es un método semántico híbrido que combina las ventajas de la semántica operacional y la semántica significativa
- Por lo anterior, combina reglas de inferencia con reglas de re-escritura.
- Por ejemplo, las reglas de la semántica natural para el ejemplo son:

$$\begin{array}{c} N \downarrow N \\ \\ \underline{E_1 \downarrow n_1 \quad E_2 \downarrow n_2} \\ \underline{E_1 + E_2 \downarrow m} \end{array}$$

donde m es la suma de n_1 y n_2 ;

 $\frac{1 \downarrow 1 \quad 2 \downarrow 2}{(1+2) \downarrow 3} \quad \frac{4 \downarrow 4 \quad 5 \downarrow 5}{(4+5) \downarrow 9}$ $\frac{1}{(1+2) + (4+5) \downarrow 12}$

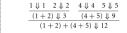


SEMÁNTICA NATURAL

- Es un método semántico híbrido que combina las ventajas de la semántica operacional y la semántica significativa
- Por lo anterior, combina reglas de inferencia con reglas de re-escritura.
- Por ejemplo, las reglas de la semántica natural para el ejemplo son:

$$\begin{array}{c} N \Downarrow N \\ \\ \underline{E_1 \Downarrow n_1 \quad E_2 \Downarrow n_2} \\ \underline{E_1 + E_2 \Downarrow m} \end{array}$$

donde m es la suma de n_1 y n_2 ;



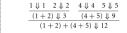


SEMÁNTICA NATURAL

- Es un método semántico híbrido que combina las ventajas de la semántica operacional y la semántica significativa
- Por lo anterior, combina reglas de inferencia con reglas de re-escritura.
- Por ejemplo, las reglas de la semántica natural para el ejemplo son:

$$\begin{array}{c} N \Downarrow N \\ \\ \underline{E_1 \Downarrow n_1 \quad E_2 \Downarrow n_2} \\ \underline{E_1 + E_2 \Downarrow m} \end{array}$$

donde m es la suma de n_1 y n_2 ;



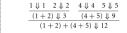


SEMÁNTICA NATURAL

- Es un método semántico híbrido que combina las ventajas de la semántica operacional y la semántica significativa
- Por lo anterior, combina reglas de inferencia con reglas de re-escritura.
- Por ejemplo, las reglas de la semántica natural para el ejemplo son:

$$\begin{array}{c} N \Downarrow N \\ \\ \underline{E_1 \Downarrow n_1 \quad E_2 \Downarrow n_2} \\ \underline{E_1 + E_2 \Downarrow m} \end{array}$$

donde m es la suma de n_1 y n_2 ;





- CONCEPTOS BÁSICOS
 - Sintaxis y semántica
- REVISIÓN GENERAL A LOS TIPOS DE SEMÁNTICAS
- 3 EJEMPLO EXPLICATIVO PARA LAS SEMÁNTICAS
 - Semántica operacional
 - Semántica operacional estructural
 - Semántica operacional con estado
 - Semántica significativa
 - Semántica natural
 - Semántica axiomática



SEMÁNTICA AXIOMÁTICA

N: is_even if N mod 2 = 0 N: is_odd if N mod 2 = 1
$$\frac{E_1: p_1 \quad E_2: p_2}{E_1 + E_2: p_3} \quad \text{where } p_3 = \begin{cases} is_even & \text{if } p_1 = p_2 \\ is_odd & \text{otherwise} \end{cases}$$







[Schmidt,2004] David A. Schmidt with Editor-in-Chief Allen B. Tucker

Programming Language Semantics

Publicado por Chapman & Hall/CRC with ACM in Computer Science Handbook, 2004.



