

0.1 Tellerfederrechner

Im Folgenden wird die Tellerfederberechnung und deren Umsetzung als Programm erläutert.

0.1.1 Tellerfedergeometrie

Die Geometrie von Tellerfedern ist in DIN EN 16983 genormt. Die Norm unterscheidet zwischen drei Gruppen von Tellerfedern, wobei es die zwei in Abbildung 1 dargestellten Geometrien gibt. Die wichtigsten Maße sind der Innendurchmesser D_i , der Außendurchmesser D_e , die Dicke t und die unbelastete Bauhöhe l_0 . Tellerfedern der Gruppe 1 und 2 unterscheiden sich in dem Wert der Dicke. Tellerfedern der Gruppe 3 weisen eine etwas andere Geometrie auf, denn bei diesen sind Flächen an den Auflagekanten vorgesehen. Durch die Auflageflächen verkürzt sich der Hebelarm zwischen den Punkten der Krafteinleitung. [1]

Die Norm fordert einen Prüfpunkt mit Federweg $s_t = 0,75 h_0$, an dem für Federn aller Gruppen mit gleichem Maß von l_0 derselbe Wert der Federkraft F_t erreicht wird. h_0 ergibt sich dabei aus $h_0 = l_0 - t$. [2]

Um diesen gemeinsamen Prüfpunkt umzusetzen, wird für Federn der Gruppe 3 die Materialstärke auf den Wert der reduzierten Dicke t' verringert. Für die Ermittlung des Prüfpunktes und der Berechnung der Federkraft muss für Gruppe 3 neben t' auch das Nennmaß der Dicke t angegeben werden.

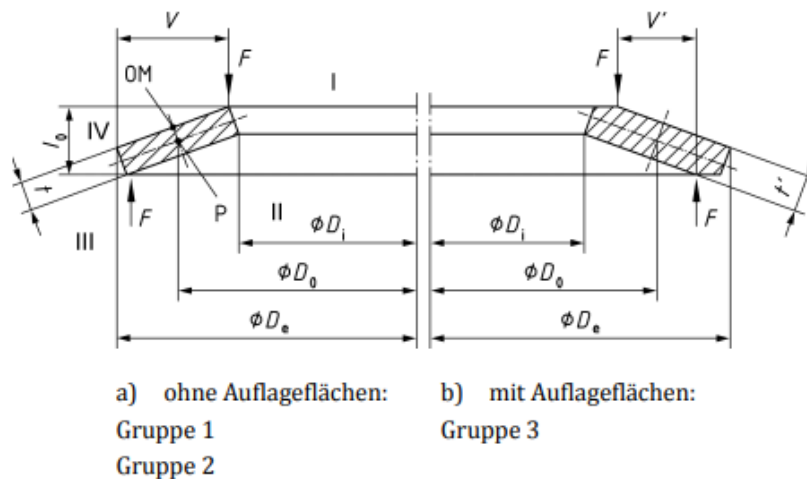


Abbildung 1: Schnittdarstellung der zwei Tellerfedergeometrien [1]

0.1.2 Kennlinie

Die Form der Kraft-Federweg-Kennlinie einer Tellerfeder lässt sich mit dem Kennlinienparameter beurteilen. Für Gruppe 1 und 2 ist dieser der Wert von h_0/t . Bei Gruppe 3 ist der Kennlinienparameter gegeben durch $K_4(h'_0/t')$, wobei gilt $h'_0 = l_0 - t'$.

Bei Werten des Kennlinienparameters von 0,4 ist der Verlauf der Kennlinie näherungsweise linear und wird mit zunehmendem Kennlinienparameter degressiver. Die Federn erreichen ihre Planlage bei $s_c = h_0$ bzw. $s_c = h'_0$. Für Kennlinienparameter größer 1,4 erreichen die Federn ihr Kraftmaximum bereits vor der Planlage. Es soll erwähnt werden, dass sich hier auf die rechnerische Kennlinie bezogen wird. Bei Belastung nahe der Planlage ist in der Realität infolge des Abwälzens der Tellerfeder auf die anliegenden Bauteile und die damit eintretende Hebelarmverkürzung ein progressiver Verlauf zu erwarten. [2]

Die Kennlinienberechnung von Tellerfedern nach DIN-Norm erfolgt nach DIN EN 16984. Für die Werkstoffkennwerte ist als Standard ein Federstahl mit einem Elastizitätsmodul von $E = 206 \text{ GPa}$ und einer Querkontraktionszahl $\mu = 0,3$ zu wählen. Die Definition von K_4 sowie die alle weiteren Gleichungen finden sich in Abschnitt 0.2. Hier soll erwähnt werden, dass sich $K_4 = 1$ ergibt, wenn die reduzierte Dicke der Nenndicke entspricht.

0.1.3 Schichtung

Eine Besonderheit der Tellerfeder ist ihre Möglichkeit zur Schichtung. Die Federn können gleichsinnig zu Federpaketen geschichtet werden. Dies entspricht einer Parallelschaltung und erhöht die Federkraft entsprechend der Anzahl an gleichsinnig geschichteten Federn n : $F_{ges} = n \cdot F$. Daneben können sowohl Einzelfedern ($n = 1$) als auch Federpakete in Reihe geschaltet werden. Hierfür wird wechselsinnig geschichtet und der Federweg erhöht sich entsprechend der Anzahl an wechselsinnig geschichteten Federn i : $s_{ges} = i \cdot s$.

Die unbelastete Höhe einer Federsäule L_0 mit beliebig gleichsinnig und wechselsinnig geschichteten Federn ergibt sich aus $L_0 = i \cdot (l_0 + (n - 1) \cdot t)$ bzw. $L_0 = i \cdot (l_0 + (n - 1) \cdot t')$. [2]

Bei den gegebenen Zusammenhängen wird von einer Schichtung von gleichen Tellerfedern und auch gleichen Federpaketen ausgegangen. Für progressive Kennlinien können Säulen aus unterschiedlich steifen Federn, aus Paketen mit unterschiedlicher Anzahl an Einzelfedern oder aber mit Anschlagsstücken genutzt werden [3]. Auf diese Möglichkeit soll hier nicht weiter eingegangen werden.

0.1.4 Umsetzung

Der Tellerfederrechner wird mittels HTML umgesetzt, wobei die Berechnungslogik mittels JavaScript eingebunden wird.

Die Umsetzung des Rechners ermöglicht vier verschiedene Berechnungsvorschriften: Die Berechnung der Gruppe 1 und 2 nach DIN-Norm, die Berechnung der Gruppe 3 nach DIN-Norm, die Berechnung der Gruppe 3 nach Hersteller-Werksnorm und die Berechnung von Federn der Gruppe 3 mit $t = t'$ unter Angabe des Kennlinienparameters. Letzteres soll die Berechnung für Federn anderer Hersteller ermöglichen, wobei der Kennlinienparameter dem Katalog entnommen werden muss.

Um die Eingabe zu erleichtern, werden die Eingabefelder für die Berechnungsvorschriften dynamisch angepasst. Zudem ist es möglich, einen Titel, wie beispielsweise die Teilenummer, anzugeben. Für die Umsetzung eines responsiven Designs wurde auf das Framework Bootstrap zurückgegriffen.

Optional können Werte für die Schichtung der Federn und abweichende Materialwerte angegeben werden. Der Arbeitspunkt kann über Angabe des Federwegs oder der Federkraft erfolgen und dazu können zwei Abweichungen vom Arbeitspunkt entweder absolut oder prozentual definiert werden.

Die Kennlinie wird nach korrekter Eingabe der verpflichtenden und optionalen Werte immer in einer Auflösung von 0,01 mm und mit Kennzeichnung des Prüfpunkts ausgegeben. Die Kennlinie kann mit dem Cursor ausgelesen werden, für die Werte der Einfederung ($= s/h_0$ bzw. $= s/h'_0$) und Bauhöhe muss ein Punkt als Arbeitspunkt (oder dessen Abweichung) angegeben werden.

0.2 Berechnungsvorschriften

In diesem Abschnitt werden die Zusammenhänge für die vier möglichen Berechnungsvorschriften des Tellerfederrechners dargestellt.

0.2.1 Gruppe 1 und 2 nach DIN-Norm

Für die Berechnung der Kennlinie von Federn nach Gruppe 1 und 2 nach DIN EN 16984 sind die folgenden Gleichungen anzuwenden.

$$\delta = D_e/D_i \quad (0.1)$$

$$h_0 = l_0 - t \quad (0.2)$$

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\left(\frac{\delta-1}{\delta}\right)^2}{\frac{\delta+1}{\delta-1} - \frac{2}{\ln \delta}} \quad (0.3)$$

$$F_{12} = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^4}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{s}{t} \cdot \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + 1 \right] \quad (0.4)$$

0.2.2 Gruppe 3 nach DIN-Norm

Für Gruppe 3 können die Zusammenhänge für δ und K_1 von Gruppe 1 und 2 übernommen werden. Die Kennlinienberechnung erfolgt dann mit folgenden Gleichungen [2]:

$$h'_0 = l_0 - t' \quad (0.5)$$

$$c_1 = \frac{\left(\frac{t'}{t}\right)^2}{\left(\frac{l_0}{4t} - \frac{t'}{t} + \frac{3}{4}\right) \left(\frac{5l_0}{8t} - \frac{t'}{t} + \frac{3}{8}\right)} \quad (0.6)$$

$$c_2 = \frac{c_1}{\left(\frac{t'}{t}\right)^3} \left[\frac{5}{32} \left(\frac{l_0}{t} - 1 \right)^2 + 1 \right] \quad (0.7)$$

$$F_3 = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t'^4}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot K_4^2 \cdot \frac{s}{t'} \cdot \left[K_4^2 \left(\frac{h'_0}{t'} - \frac{s}{t'} \right) \left(\frac{h'_0}{t'} - \frac{s}{2t'} \right) + 1 \right] \quad (0.8)$$

Mit den Zusammenhängen für Gruppe 3 können auch die Kräfte von Federn der Gruppen 1 und 2 bestimmt werden, wenn man $t = t'$ einsetzt. In diesem Fall ergibt sich $K_4 = 1$ und die Berechnung von F_3 vereinfacht sich zur Berechnung von F_{12} [2]. Die hier dargestellte Version entspricht der Umsetzung in JavaScript.

0.2.3 Berechnung nach CB-Werksnorm

Federn nach CB-Werksnorm haben Auflageflächen und werden daher der Gruppe 3 nach DIN-Norm zugeordnet. Allerdings entspricht die reduzierte Dicke hier der Nenndicke $t = t'$. Daher gilt hier auch $h_0 = h'_0$. Die Ausführung der Federn führt zu einer 15 % höheren Kraft im Prüfpunkt $s_t = 0,75 \cdot h_0$ als bei einer Feder ohne Auflagefläche. Für die korrekte Federkraftberechnung wird K_4 hier mit folgendem Zusammenhang berechnet [3]:

$$a = 20(l_0 - t)^2 \quad (0.9)$$

$$b = 128t^2 \quad (0.10)$$

$$c = -1,15(a + b) \quad (0.11)$$

$$K_4^2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (0.12)$$

Mit dem Wert von K_4 kann die Federkraft mit der Gleichung für F_3 berechnet werden.

0.2.4 Gruppe 3 mit Angabe des Kennlinienparameters

Diese Option stellt eine allgemeine Lösung für Federn mit Auflagefläche und $t = t'$ dar. Ist der Kennlinienparameter $K_P = K_4 \cdot (h'_0/t')$ bekannt, wird K_4 aus diesem bestimmt:

$$K_4 = \frac{K_P \cdot t'}{h'_0} \quad (0.13)$$

Aufgrund der gerundeten Angabe des Kennlinienparameters kommt es bei dieser Methode zu Abweichungen, die im Vergleich zur korrekten Methode auffallen können. So beträgt für die im Stack verbaute Feder (105 164) die Abweichung im Prüfpunkt 0,15 % bei einer Angabe des Kennlinienparameters auf zwei Nachkommastellen. Im Vergleich zu den in DIN EN 16984 festgelegten Grenzabmaßen der Federkraft im Prüfpunkt von mindestens $\pm 5\%$ spielen diese Abweichungen keine Rolle.

Literatur

- [1] DIN EN 16983. *Tellerfedern - Qualitätsanforderungen - Maße*. Deutsche Fassung EN 16983:2016.
- [2] DIN EN 16984. *Tellerfedern - Berechnung*. Deutsche Fassung EN 16984:2016.
- [3] Christian Bauer GmbH + Co. KG. *Tellerfedern - Theorie und Praxis*. URL: <https://www.christianbauer.com/downloads> (besucht am 27.08.2025).