EXPERIMENTO 4

FUNCIONES LINEALES

APLICACIÓN EXPERIMENTAL LEY DE HOOKE

ANÁLISIS GRÁFICO

NOTA: ESTÉ CAPITULO SE RECOMIENDA DESARROLLARLO EN DOS HORAS DE CLASE, CADA PROFESOR EXPLICA (NO OPCIONAL) ASPECTOS TEÓRICO-PRÁCTICOS DEL TEMA APOYADO EN DIVERSAS EXPERIENCIAS Y DESARROLLA CON LOS ESTUDIANTES EL EXPERIMENTO COMPLETO PARA GENERAR FUNCIONES LINEALES.

Se propone encarecidamente leer por anticipado el material de laboratorio antes de ejecutar la práctica experimental.

1 OBJETIVOS

- Aplicar correctamente los procedimientos empleados en la toma y reporte de medidas.
- Diferenciar medidas directas de indirectas y aplicar los conceptos metrológicos a datos experimentales.
- Recoger valores experimentales durante una práctica de laboratorio, organizarlos en tablas y en cada variable identificar los valores extremos.
- Examinar el comportamiento de las medidas registradas por parejas de datos en cada variable; además analizar la relación entre la variable dependiente respecto a la variable independiente.
- Aplicar sobre papel milimetrado análisis grafico a datos experimentales y partir de ellos calcular la pendiente de la recta, para generar la función lineal que asocia las variables.
- Aplicar el método de los mínimos cuadrados (regresión lineal), para el ajuste de un conjunto de puntos y calcular las constantes pertinentes.
- Construir la función lineal que modela matemáticamente el experimento estudiado y compararla con la función lineal obtenida por el método gráfico.
- Emplear la técnica de análisis gráfico propuesta y disponible a través del programa Excel, agregando las líneas de tendencias.

2 INTRODUCCIÓN

"El resultado del descubrimiento de que vale la pena volver a comprobar por nueva experiencia directa, y no confiar necesariamente en la experiencia del pasado" Definición de ciencia del notable físico Richard Feynman. Tomado de "El placer de descubrir" Richard Feynman, colección Drakontos, editorial Critica, Barcelona España, 1993.

El experimento dentro del proceso educativo mantiene su relevancia y esta lejos de ser suplido en su totalidad por algún sofisticado software de simulación, además su importancia y aplicación se evidencia durante el proceso enseñanza aprendizaje, donde el investigador en salas de experimentación durante el trabajo de laboratorio, presta apropiado interés, a la recolección de información y medidas sobre las variables. El éxito de ésta tarea depende del cuidado en la toma de la medida, tabulación, organización y aplicación de la técnica análisis grafico a datos experimentales.

2.1 ANÁLISIS GRAFICO DE UNA FUNCIÓN LINEAL

Toda línea recta que resulta de unir puntos en un diagrama cartesiano, puntos que provienen de variables experimentales elevadas a la potencia 1 (la unidad), se corresponde con el método frecuentemente empleado y de garantizado éxito denominado **análisis grafico**, respaldado y refinado por el método analítico denominado **regresión lineal** o ajuste por **mínimos cuadrados.**

El análisis grafico, permite determinar primero intuitivamente y luego confirmar la relación sugerida entre dos o más variables estudiadas durante la ejecución de un experimento controlado en un laboratorio, a manera de redescubrimiento sobre las proporcionalidades que "asocian o ligan" las cantidades experimentales objeto de estudio, presentadas como hipótesis que deben someterse a verificación para comprobar su bondad o validez.

Durante un experimento,; quienes lo realizan, necesitan explorar cuidadosamente que atributos, propiedades o cantidades varían para identificar, sin equívoco las **variables**. Deben definir entonces aquellas **magnitudes Físicas** que cambian o toman la categoría de **variables fundamentales de la Física**; estudiar de sus transformaciones y modificaciones, como se manifiestan las variaciones, porque se dan, que o quien las genera y cuales magnitudes podrían ser variables pero que durante alguna parte o durante todo el experimento toman solo un valor, cantidades denominadas **parámetros,** también reconocer y usar variables frecuentes en experimentos científicos, por ejemplo: tiempo, longitud, área, superficie, masa, temperatura, intensidad de corriente, intensidad luminosa, cantidad de sustancia, velocidad, aceleración, fuerza, energía y muchas más.

Un grupo de trabajo luego de haber dispuesto y montado adecuadamente dentro de una sala experimental el equipo requerido para su labor, inicia el estudio de un fenómeno o de una práctica de laboratorio y realiza medidas cuidadosas, sobre las identificadas **variable dependiente** Vd **y la variable independiente** Vi, valores que consigna ordenadamente en tablas diseñadas y elaboradas para ese propósito.

Vi (Unidad de medida)	Vi_1	Vi_2	Vi_3	Vi_4	Vi_5	Vi_6	$\cdots$	Vi_n
Vd (Unidad de medida)	Vd_1	Vd_2	Vd_3	Vd_4	Vd_5	Vd_6	$\cdots$	Vd_n

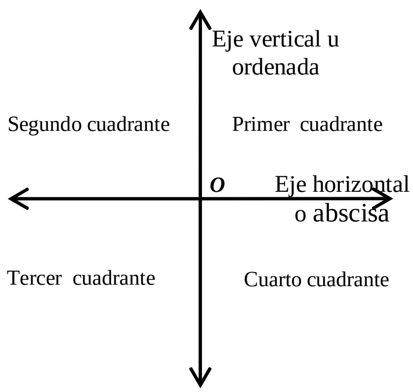
Tabla 1 Cuadro genérico que contiene los posibles valores de las variables Vd y Vi medidos durante la ejecución de un experimento.

Los valores experimentales recogidos y organizados en la tabla 1, se examinan para identificar los valores extremos o limites inferior y superior de todas las medidas registradas en cada una de las **variables**, posteriormente se **evalúan en parejas los valores consecutivos para cada variable** por separado, si encuentra que, *"cada valor posterior es mayor que el anterior y ese comportamiento se mantiene se tendrá una variable creciente representada así:*
"$\text{valor } \mathrm{Vd}_2 \text{ es} > \text{que } \mathrm{Vd}_1 \Rightarrow \mathrm{Vd} \text{ es Creciente}$"; *igualmente para la otra variable sí cada valor posterior examinado es menor que el anterior y además se conserva tal regularidad en los demás valores, entonces se tendrá una variable decreciente y en consecuencia se adopta por comodidad la siguiente notación:*
"$\text{Si valor } \mathrm{Vi}_3 \text{ es} < \text{quevalor } \mathrm{Vi}_2 \Rightarrow \mathrm{Vi} \text{ es Decreciente}$".

Posteriormente se evalúa como se comportan o cambian entre sí las dos variables experimentalmente registradas, es decir ¿sí Vd se incrementa, entonces que le sucede a la otra variable Vi? ¿también se incrementará o se decrementará?, lo cual se denota, cuando $\mathrm{Vd} \uparrow \Rightarrow \mathrm{Vi}\,?$; un análisis similar permite evaluar ¿sí Vd decrece entonces que le pasará a la otra variable Vi?, con la siguiente representación $\mathrm{Vd} \downarrow \Rightarrow \mathrm{Vi}\,?$; Si a través del examen preliminar se observa que cuando Vd crece, igualmente lo hace Vi, en la misma proporción, con la representación $Si\ \mathrm{Vd} \uparrow \text{ y } \mathrm{Vi} \uparrow$, entonces se presume razonablemente una proporcionalidad directa entre las variables, análisis inicial simple que adquiere la categoría de ***hipótesis***, la cual debe ser verificada o probada posteriormente.

Luego sobre papel cuadriculado o milimetrado (aunque no es estrictamente necesario, se recomienda así por comodidad), se construye un sistema de coordenadas rectangulares o plano cartesiano, o si se quiere, un sistema de dos dimensiones con ejes perpendiculares entre sí: uno ***vertical*** **o eje de las**

ordenadas y otro ***horizontal* o eje de las abscisas**. El punto donde se intersecan los ejes perpendiculares se denomina ***origen de coordenadas*** y generalmente se le identifica con la letra ***O***; éste sistema coordenado produce cuatro cuadrantes como se observa en la figura 1, sobre cada eje se marcan divisiones, algunas con raya y número, tomadas convencionalmente positivas desde el origen de coordenadas tanto hacia la derecha como en dirección perpendicular hacia arriba de la página y negativas desde el origen en sendas direcciones contrarias. Luego se ubica y ajusta sobre cada eje seleccionado, escaladamente las divisiones con los rangos de valores experimentales de cada variable, teniendo cuidado de identificar y ubicar preferiblemente, *la variable fundamental o independiente* Vi con sus unidades sobre el **eje horizontal** o abscisa, mientras que el **eje vertical** se reserva para los valores de *la variable dependiente* Vd con sus correspondientes unidades.



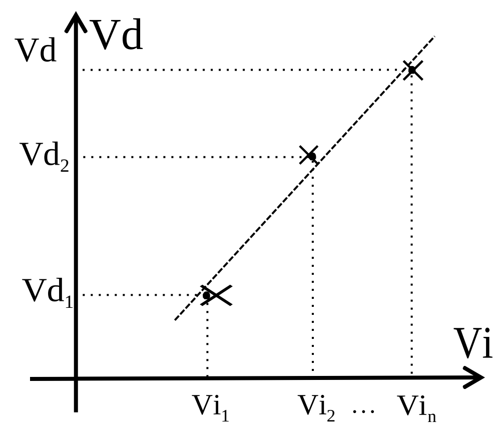


Figura 1 Izquierda, Diagrama cartesiano que delimita los cuatro cuadrantes con sus ejes mutuamente ortogonales o perpendiculares. Figura 2 Derecha Primer cuadrante del diagrama cartesiano para marcar los puntos de las parejas ordenadas de la tabla 1.

La figura 2 ilustra los puntos localizados en el primer cuadrante, definidos por pares ordenados, en correspondencia como si fueran los valores de las variables pertinentes Vd y Vi, se ha omitido el punto $(\mathrm{Vi}_3, \mathrm{Vd}_3)$.

En general se puede construir gráficas simples o complejas con datos experimentales, esto ocurre cuando se localizan los puntos conformados por parejas ordenadas en el plano (tomando todos los cuadrantes requeridos), en éste caso reproducen *una línea recta* constituida por todos los puntos experimentales graficados que satisfacen la función.

$$\mathrm{Vd} = f\,(\mathrm{Vi}) \qquad (1)$$

Se interpreta la línea recta construida, como el lugar geométrico de los puntos que cumplen la relación establecida entre las variables Vd y Vi.

2.1.1 FUNCIONES LINEALES, LA LINEA RECTA

En la tabla 1 el conjunto $Vi_1, Vi_2, Vi_3, ..., Vi_n$ y Vd_1, Vd_2, Vd_3,..., Vd_n de parejas de datos experimentales, cuando se grafica el lugar geométrico de éstos puntos y ellos reproducen una línea recta, que pase o no por el origen de coordenadas; de as variables Vd y Vi (no se debe esperar que todos los puntos se encuentren dentro o sobre la recta), razonablemente se puede asegurar que *cuando crece* $Vd \uparrow \Rightarrow Vi \uparrow$ en la misma proporción se constituye argumento que autoriza plantear la siguiente **hipótesis:** “existe una proporcionalidad directa entre dichas variables y se representa: $Vd \propto Vi$” ; correspondiente al único caso donde se lee que “ la variable Vd es directamente proporcional a la variable Vi” lo cual permite con legitimidad pasar o saltar de la proporcionalidad directa a la construcción de la ecuación correspondiente:

$$Vd = Cte_1\, Vi \qquad (2)$$

Que no es otra cosa que la **ecuación de toda línea recta que pasa por el origen** y se prueba la hipótesis, al evaluar nuevos puntos no experimentales que satisfagan la relación (2). La ecuación algebraica permite: primero calcular valores diferentes a los experimentales, pero que se encuentran dentro de su rango; a éste proceso se le denomina **interpolación** y segundo conocer y calcular otros valores fuera del rango experimental, proceso conocido como **extrapolación** que puede ser por encima o debajo del conjunto de datos del experimento.

Los casos donde la línea recta no pasa por el origen de coordenadas se asocian con las expresiones, que acompañan las respectivas rectas de la figura 3.

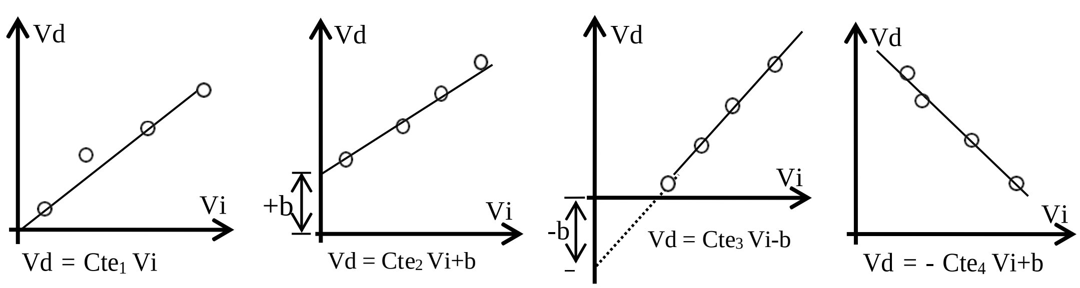


Figura 3 Primer cuadrante del diagrama cartesiano con puntos de parejas ordenadas que presentan diferentes líneas rectas interpretadas como ***proporcionalidad directa entre las variables***.

Donde: el término Cte_1, Cte_2, Cte_3 y Cte_4 en la ecuación (2) se denomina constante de proporcionalidad. El término $\pm b$ en la ecuación (3) corresponde al valor desde el punto de corte de la recta experimental sobre la ordenada hasta el origen el cual puede ser positivo o negativo. Los casos particulares vistos se recogen en la ecuación general de la recta que tiene la forma:

$$\mathrm{Vd} = \mathrm{Cte}\,\mathrm{Vi} \pm \mathrm{b} \qquad (3)$$

Ecuación con la misma estructura de la conocida en cursos introductorios de matemáticas.

$$\mathrm{Y} = \mathrm{a}\ \mathrm{X} \pm \mathrm{b} \qquad (4)$$

El tipo de expresión que relaciona Vd con Vi mediante la función (3) se conoce como **función lineal** y de ella se desprenden las siguientes preguntas:

1 ¿Cuánto vale la constante?
2 ¿Quién es y que representa dicha constante dentro del experimento?

De la ecuación (3) surge un tercer interrogante ¿quién es $\pm \mathrm{b}$ y cómo debe interpretarse experimentalmente?

La pregunta 1 se resuelve al calcular la pendiente de la recta, o aplicando la función tangente al ángulo formado por la recta graficada con la horizontal como se ilustra en la figura 4 y con la ecuación siguiente.

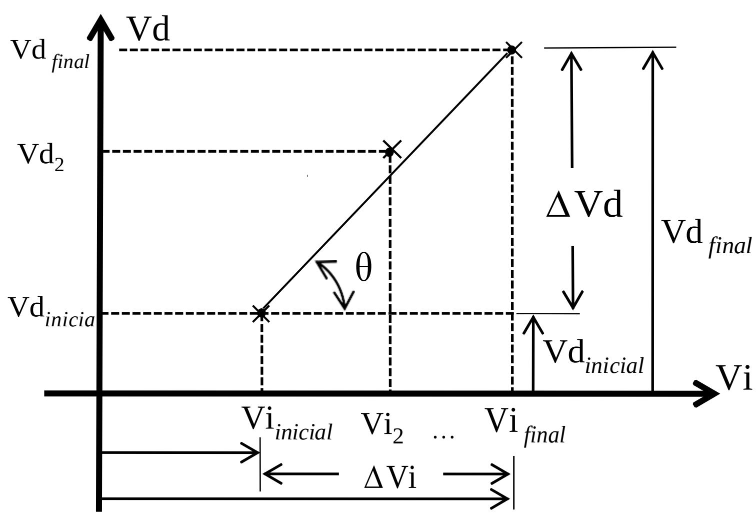


Figura 4 Grafica que ilustra el método para determinar la pendiente de la recta experimental.

$$\tan\theta = \frac{\Delta \mathrm{Vd}}{\Delta \mathrm{Vi}} = \frac{\mathrm{Vd}_{(final)} - \mathrm{Vd}_{(inicial)}}{\mathrm{Vi}_{(final)} - \mathrm{Vi}_{(inicial)}} = \mathrm{Cte} \qquad (5)$$

Las respuestas 2 y 3 (sí éste último existe), están íntimamente ligadas al experimento particular realizado, siendo normalmente parámetros y condiciones iniciales del problema estudiado.

En Ciencias Básicas se parte del experimento, se miden propiedades fenomenológicas, atributos, para generar datos experimentales que luego de tabulados y graficados sugieren la relación intuitiva entre las variables, que permiten finalmente construir las ecuaciones que modelan matemáticamente los fenómenos o eventos naturales, con rigor en la Ciencia Física se logra una descripción adecuada de la naturaleza y sus leyes a través de su estudio fenomenológico, descripción íntimamente ligada a la práctica experimental, controlada y ejecutada por los investigadores en laboratorios que cumplen tal propósito, partiendo del jerárquicamente más grande de los laboratorios; el Universo y para nuestro estudio próximo el planeta Tierra con todo su entorno y finalmente concluir en el ser humano, el medio externo y sus interacciones microscópicas y macroscópicas.

2.2 REGRESIONES

Para minimizar la subjetividad en el tratamiento de datos experimentales, dentro de los recursos analíticos para la construcción de las bellas ecuaciones de las Ciencias Básicas, figura el *Método de las Regresiones*, aquí se analizará y estudiará el ajuste por mínimos cuadrados o regresión lineal.

2.2.1 REGRESIÓN LINEAL, O AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS

El caso más simple esta asociado con la ecuación de la línea recta que mejor representa un conjunto de datos experimentales, es decir llegar a una ecuación de la forma estudiada en la primera parte de éste experimento $\mathrm{Vd} = f\,(\mathrm{Vi})$
Que para análisis grafico tendrían la siguiente correspondencia:

$$\mathrm{Vd} \rightarrow \text{ Variable dependiente } \textit{eje vertical u ordenada}$$
$$\mathrm{Vi} \rightarrow \text{ Variable independiente } \textit{eje horizontal o abcisa}$$

Cuando se grafican variables sobre un plano, los lugares geométricos o puntos experimentales en muchas oportunidades no dejan muy claro, que al unirles reproduzcan ***una línea recta única***, sino que muchas rectas perfectamente podrían ser representativas de los puntos dibujados; razón por la cual surge obligadamente la pregunta **¿Cuál es la recta correcta?**, en consecuencia se explorará a continuación un método analítico, para atender la inquietud planteada.

Lo esperable es emplear un procedimiento matemático para identificar la "mejor recta" de un conjunto de puntos dado, evitar la inseguridad de un juicio subjetivo. Igualmente reconocer lo que expresa la "mejor recta", y evaluar el rigor de tal elección.

El procedimiento en cuestión toma como base el principio estadístico de los mínimos cuadrados y considera este en una aplicación restringida para encontrar una línea recta que se ajuste a los valores medidos. *Se supone un conjunto de "n" valores de una variable* Vd *, medidos como función de la variable* Vi*, se restringe al caso especial de que toda la incertidumbre se limita a la dimensión* Vd *: esto es, los valores de* Vi *se conocen exactamente, o al menos, con una precisión tanto mayor que la de los valores de* Vd *, para poder despreciar la incertidumbre en la dimensión* Vi *.* Si no se satisface esta condición, el tratamiento sencillo que se explica a continuación no será valido y el método requerido esta fuera de este contexto.

Nuevamente la pregunta a satisfacer ahora con éste procedimiento matemático es: ¿Cuál de todas las líneas en el plano Vd – Vi se escoge como la mejor, con que criterio y que significa definir "la mejor recta"? El principio de mínimos cuadrados permite hacer esta escogencia sobre el principio de las desviaciones de los puntos en dirección vertical a partir de las posibles líneas. Sea la Línea Recta LR en la figura 5 un prospecto con la categoría de la "mejor línea recta". Obsérvese los diferentes intervalos verticales entre los puntos experimentales y la recta escogida de los cuales C_2 H_2 es típico. *Se define como mejor recta aquella que minimiza la suma de los cuadrados de las desviaciones* C_2 H_2

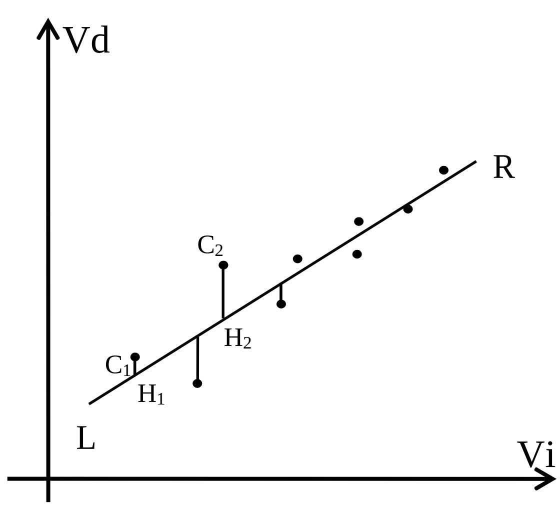


Figura 5 Ajuste de una línea recta a un conjunto de puntos por el principio de mínimos cuadrados.

Se nota que un criterio sugerido como este no proporciona un camino automático hacia las respuestas “verdaderas” o “correctas” únicas. Es una opción de criterio para optimizar la trayectoria de línea propuesta entre los puntos. Se reconoce, sin embargo, ventajas sobre otras posibilidades, verbigracia como minimizar la potencia cúbica de los intervalos, o la primera, etc. Aunque no hace falta, en general, ocuparse directamente de la justificación lógica del principio de mínimos cuadrados tal como se aplica. Se puede probar que ***el procedimiento de minimizar los cuadrados de las desviaciones*** da lugar, en muestreos repetidos, a una menor varianza de los parámetros resultantes, como por ejemplo la pendiente, que al usar cualquier otro criterio. En consecuencia, el método brinda confianza mas en los resultados obtenidos usando el principio de mínimos cuadrados, que en el caso de cualquier otro método comparable; de aquí que el uso de este principio este muy difundido. Se expresa el principio de mínimos cuadrados en forma matemática al definir que la mejor línea se corresponde con aquella que minimiza o lleva a su valor mínimo la suma del cuadrado de las desviaciones verticales,

Desviación $\Sigma(C_2 H_2)^2$ (6)

Además se debe calcular los parámetros: pendiente a y la ordenada al origen b, de esa mejor línea; considérese como la ecuación de la mejor línea recta:

$$Vd = a\,Vi + b$$

La magnitud de la desviación $C_i H_i$ es el intervalo entre un cierto valor medido Vd_i, y el valor de Vd en ese punto, para el valor de Vd. Este valor Vd se puede calcular a partir del valor correspondiente de Vi como $a\,Vi_i + b$, de modo que, si se llama δVi_i, a cada diferencia, se tiene,

$$\delta Vd_i = Vd_i - (a\,Vi_i + b) \quad (7)$$

El criterio de mínimos cuadrados permite calcular los valores deseados de a y b a partir de la condición,

$$\Sigma\,[Vd_i - a\,Vi_i + b]^2 = \text{Mínimo} \quad (8)$$

O equivalentemente

$$\Sigma[Vd_i - a\,Vi_i + b]^2 = \text{Min} \quad (9)$$

Aplicando la condición para que sea un mínimo:

$$\frac{\partial\,\text{Min}}{\partial a} = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial\,\text{Min}}{\partial b} = 0 \quad (10)$$

Un breve ejercicio algebraico permite obtener la pendiente y la ordenada al origen de la mejor recta, para ello el cuadro siguiente facilita el cálculo de las operaciones indicadas sobre las variables, en las dos columnas de la derecha.

Las sumas en cada columna, visualizadas en las celdas inferiores de la tabla 2 son reemplazadas en las siguientes ecuaciones:

Medida No	Vd_i Eje vertical	Vi_i Eje horizontal	$(Vi_i)^2$	$Vi_i \bullet Vd_i$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
. .				
$n =$	$\Sigma\, Vd_i =$	$\Sigma\, Vi_i =$	$\Sigma (Vi_i)^2 =$	$\Sigma(Vi_i \bullet Vd_i) =$

Tabla 2 Cuadro genérico para procesar datos provenientes de un experimento, que se emplean en una **regresión lineal**.

$$a = \frac{n\sum Vi_i\,(udm) \bullet Vd_i\,(udm) - \sum Vi_i\,(udm) \sum Vd_i\,(udm)}{n\sum (Vi_i\,(udm))^2 - (\sum Vi_i\,(udm))^2} \tag{11}$$

$$b = \frac{\sum Vd_i\,(udm) \sum (Vi_i\,(udm))^2 - \sum Vi_i\,(udm) \sum Vi_i\,(udm) \bullet Vd_i\,(udm)}{n \sum \left(Vi_i\,(udm)\right)^2 - (\sum Vi_i\,(udm))^2} \tag{12}$$

Donde:

$Vi_i\,(udm)$ Y $Vd_i\,(udm)$ Son los diferentes valores experimentales de las variables**.**

(udm) Representa las **u**nidades **d**e **m**edida de cada variable.

Lo anterior controla el uso a veces cuestionable de la apreciación subjetiva de quien evalúa gráficamente la información experimental; ahora realizado a través del procedimiento analítico, que ofrece resultados cercanos a valores de verdad aceptables y de gran acogida por los investigadores casi en forma universal. Además, éste método contiene significado estadístico que permite una forma próxima para el calculo de la incertidumbre. El principio de mínimos cuadrados facilita inmediatamente valores de la desviación estándar de la pendiente y la ordenada al origen, lo que proporciona incertidumbres con significado estadístico conocido. *Un ejemplo completo de aplicación de esta técnica se encuentra al final del laboratorio identificado como apéndice* A.

1 MATERIALES

Experimento: ***LEY DE HOOKE o Relación entre la deformación de un resorte y la fuerza aplicada sobre él.***

- Resorte de laboratorio helicoidal, en lo posible con indicadores de desplazamiento vertical.
- Soporte universal.
- Conjunto de masas con su correspondiente porta masa.
- Regla graduada en milímetros. (Resolución 1 mm) (Tolerancia 1%).
- Balanza de laboratorio digital.(Resolución 0,001 g) (Tolerancia 1%).

2 RECOMENDACIONES

- ✓ No jugar dentro del laboratorio. Asuma su papel como el joven investigador que inicia su carrera.
- ✓ No estirar por encima de los límites permitidos los resortes para evitar su deformación permanente.
- ✓ Realizar con esmero todas las medidas y reportarlas con fidelidad, evitar el error de paralaje.
- ✓ No golpear ni rayar los instrumentos de trabajo.
- ✓ Ajustar cuidadosamente el cero o punto de referencia para la toma de las deformaciones en el resorte.

3 TRABAJO PARA DESARROLLAR

Ilustración secuencial de estiramientos de un resorte, causados por la aplicación de masas en su extremo inferior a partir de la condición inicial definida como punto de referencia.

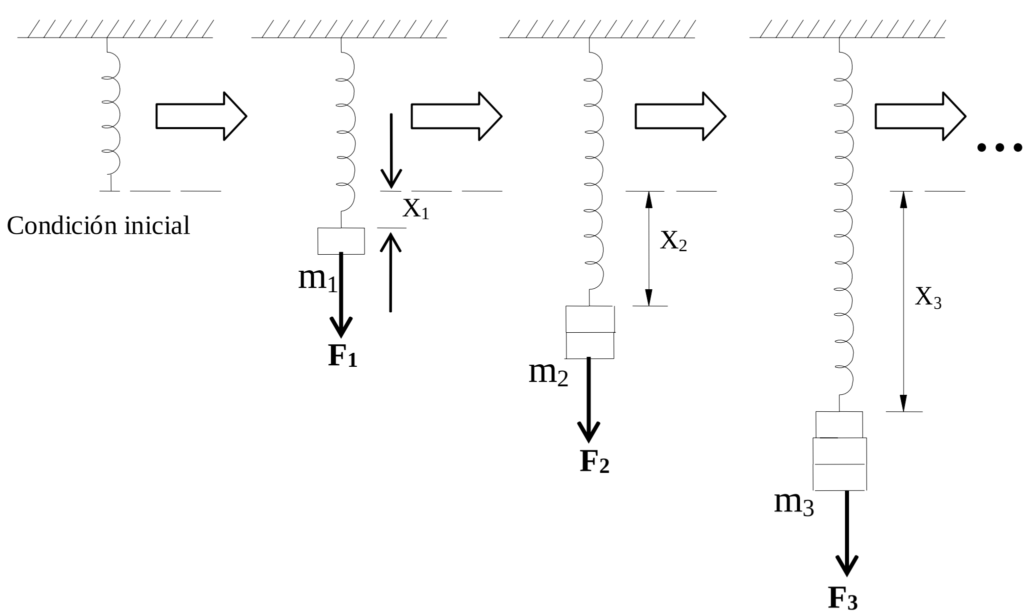


Figura 6 Deformaciones sucesivas experimentales producidas en la longitud de un resorte helicoidal, asociadas a igual cantidad de masas suspendidas.

- Verificar los materiales requeridos para el experimento, que estén completos y revisar su estado, observar la fotografía 1 de la figura 7, si encuentra algo anormal, informe al profesor inmediatamente.

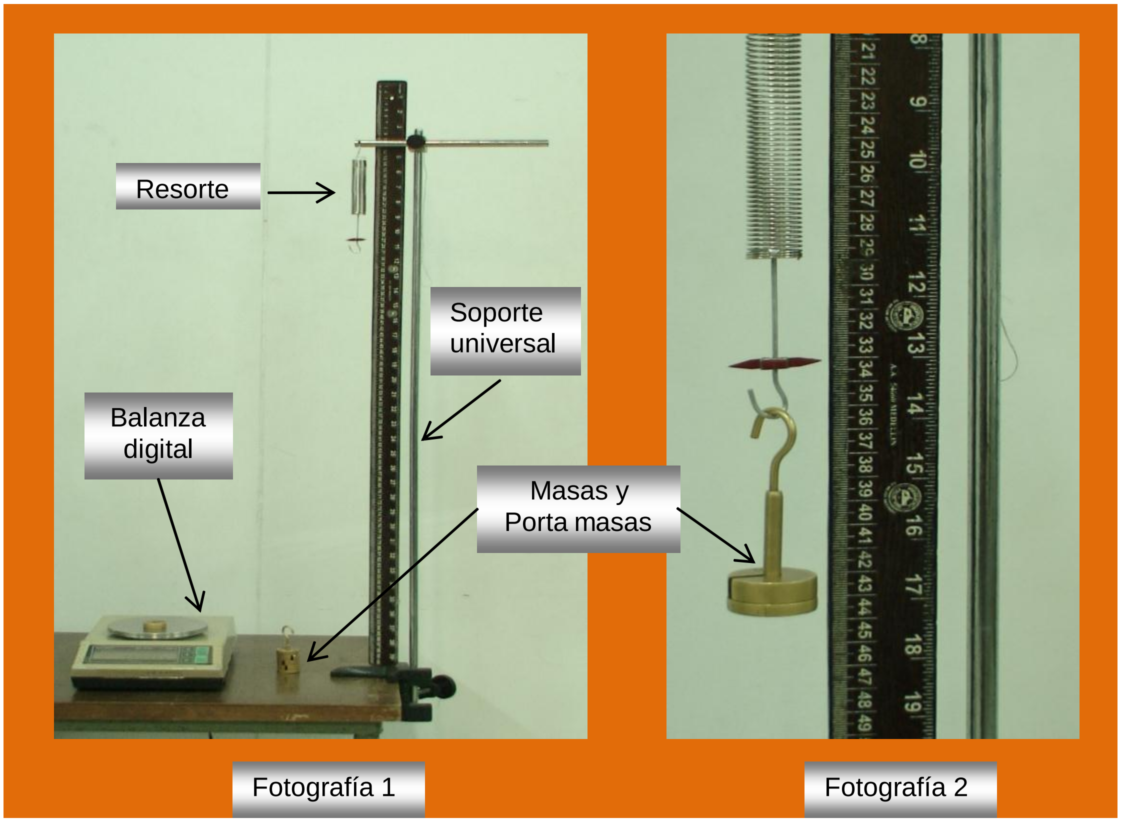


Figura 7 Fotografías 1 y 2 que ilustran los componentes y la disposición sugerida del soporte, el resorte, las masas, el porta masas, la regla y la balanza para la ejecución de la práctica.

- El soporte universal debe estar fijo a la mesa de laboratorio, el cual sostiene una varilla vertical larga, en cuyo extremo superior se encuentra acoplada horizontalmente una varilla corta metálica (fotografía 1,figura 7).

- Ubique y sujete cómodamente la regla graduada en centímetros, a la varilla vertical, deje colgar libremente de la pequeña varilla horizontal uno de los extremos del resorte y elija en el otro extremo inferior un punto junto con una marca de la regla como punto de referencia para iniciar desde allí la medida de las deformaciones del resorte.

Seleccione una masa y mida 3 veces su valor en la balanza digital, determine el primer valor de la masa promedio $\overline{m_1}$ en (kg) y su correspondiente peso $F_1(N)$ en el SI, no olvide que $F(N) = \overline{m} \cdot g$, donde g es la aceleración de la gravedad en la ciudad de Pereira (consúltelo), ésta magnitud de fuerza será el primer valor experimental aplicado, al suspenderlo del extremo libre del resorte: observe su deformación X_1 (m) y mídala; estos dos cantidades, fuerza y desplazamiento conforman la primera pareja de datos experimentales de las tablas 3 y 4.

Medida No	1	2	3	4	5	6
$\overline{m}$ (kg)						
Vd $\rightarrow$ $F(N) = \overline{m} \cdot g$						
Vi $\rightarrow$ X (m)						
$\frac{Vd}{Vi} \rightarrow \frac{F(N)}{X(m)}$						

Tabla 3 ANALISIS GRAFICO Valores experimentales de las deformaciones producidas en un resorte por la acción de una fuerza aplicada durante la práctica de laboratorio.

Medida n	F(N) Eje vertical	X (m) Eje horizontal	$(X (m))^2$	X (m)$\bullet$ F(N)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
$n =$	Σ F(N) =	Σ X (m) =	$\Sigma(X (m))^2$	Σ(X (m) $\bullet$ F(N))

Tabla 4 REGRESION LINEAL Valores experimentales de las deformaciones producidas en un resorte por la acción de una fuerza aplicada durante la práctica de laboratorio.

- Realice el proceso anterior para 5 masas diferentes en forma incremental y para cada promedio de masa, mida la correspondiente deformación del resorte, así genera las parejas adicionales de medidas; restantes que llenan las tablas 3 y 4, asuma las variables como se indica en la tabla, sin embargo si prefiere o advierte alguna ventaja en cambiarlos hágalo y explíquelo o justifíquelo.

- Efectué la reducción de unidades y los cálculos necesarios para expresar la fuerza en el SI.

- Realice el cálculo de la operación indicada en el renglón inferior de la tabla 3.

4 ANÁLISIS DE DATOS E INFORMACION EXPERIMENTAL

La aplicación de ambos procedimientos, análisis grafico y regresión lineal, son en general métodos independientes y complementarios para procesar información obtenida en experimentos industriales o científicos y obtener las **funciones lineales** correspondientes.

4.1 ANALISIS GRAFICO

1) Procure usar plenamente la hoja disponible del papel milimetrado y sobre ella grafique todos los valores consignados en la tabla 3 donde se encuentran los pares ordenados de las medidas realizadas, se recomienda emplear en el eje horizontal la variable independiente $\mathrm{Vi} \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{m})$ y en el vertical la variable dependiente $\mathrm{Vd} \rightarrow \mathrm{F}(\mathrm{N})$, además consulte a su profesor como escalar correctamente los ejes y trace, según su juicio la línea recta que mejor represente los puntos geométricos de los pares ordenados.

2) Elija dos puntos experimentales y calcule la pendiente de la grafica, para ello emplee la expresión $\tan\theta = \dfrac{\Delta F}{\Delta X} = \dfrac{F_{(final)} - F_{(inicial)}}{X_{(final)} - X_{(inicial)}} = \mathrm{Cte}$

   Emplee las unidades correspondientes y exprese la constante de proporcionalidad con sus dimensiones respectivas en el SI; no confundir con ,el valor del ángulo θ**,** son dos cosas distintas.

3) ¿Podría asegurar que el valor anteriormente obtenido es la única pendiente que puede calcular de la recta estudiada? Si no es así, intente una explicación discutiendo esta situación con los compañeros y exprésela por escrito; ¿Quién es y que propiedad física representa la constante?

4) Construya la ecuación o función lineal que relaciona las variables experimentales con la constante calculada,

5) Realizar sobre cada punto experimental dibujado la barra de la correspondiente incertidumbre, calculada conforme se explico en el experimento anterior correspondiente

6) Podría interpolar y extrapolar la grafica construida, explique como lo haría y con qué objetivo.

4.2 REGRESION LINEAL

Nota: *Para éste caso particular y poder aplicar la técnica de regresión lineal apropiadamente se restringe toda la incertidumbre y limita a la dimensión* $\mathrm{Vd} \rightarrow \mathrm{F}(\mathrm{N})$*: lo cual implica que los valores de* $\mathrm{Vi} \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{m})$ *se presumen conocidos rigurosamente, o al menos, con una exactitud tanto mayor que los valores de* $\mathrm{F}(\mathrm{N})$*, para poder omitir la incertidumbre en la dimensión* $\mathrm{X}(\mathrm{m})$*.*

1) Los valores experimentales de las variables dependiente e independiente llenan las columnas respectivas de la tabla 4; de ella seleccione dos valores de una misma variable y establezca si es creciente o no. Repita el procedimiento para la otra variable, escriba sus reflexiones.

2) Resuelva la operación propuesta en la celda superior de cada columna para cada variable de la tabla 4.

3) Efectué las respectivas sumas que aparecen en la parte inferior de cada columna.

4) Reemplace los anteriores valores de las sumas obtenidas en las ecuaciones (11) y (12), para determinar las constantes a y b.

5) Escriba la nueva ecuación en términos de las variables y exprese los nombres de los parámetros experimentales correspondientes.

6) Empleé un método de cómputo o software tipo EXCEL u otro conocido para procesar la información experimental, generar la ecuación correspondiente y compararla con las obtenidas por: el método grafico y la hallada con la regresión lineal, discuta sus resultados.

5 CONCLUSIONES

- ¿La grafica construida, ¿muestra o reproduce una línea recta? ¿Es perfecta o no?, de éste razonamiento ¿Qué puede concluir?

- Compare la pendiente calculada en el numeral 2 del *análisis gráfico*, el valor de la constante a del numeral 4 *regresión lineal* con los valores obtenidos en las celdas del último renglón de la tabla 2. Explore y explique las causas de las diferencias o similitudes, a que las atribuye y que importancia revisten, que concluye de esto?

- ¿Los métodos análisis grafico y regresión lineal utilizados para construir ecuaciones o funciones lineales en las ciencias, presentan diferencias? Escríbalas y presente sus argumentos.

- Escriba la ecuación general que relaciona la fuerza aplicada sobre un resorte con la deformación que éste experimenta, ésta es la denomina Ley de Hooke, ahora en sus propias palabras explique la acción, efecto y relación entre la deformación de un resorte y la fuerza aplicada sobre él, qué agente actuó para generar el alargamiento del resorte.

- Compare sus comentarios con los contenidos de textos de física referidos al tema estudiado, dentro de que limites tiene validez ésta ley, *aplique la hermenéutica y por favor no reproduzca literalmente lo que aparece en las páginas de* INTERNET.

Apéndice A

Ejemplo de aplicación de regresión lineal

EXPERIMENTO DE LABORATORIO
Verificación experimental de la ley de Ohm

Un experimento de aplicación para comprobar experimentalmente la ley de Ohm mediante el empleo del ajuste por mínimos cuadrados sobre datos obtenidos en un laboratorio.

PROCEDIMIENTO

1) Se toma un reóstato de valor nominal 100 Ω de resistencia y luego se mide con un óhmetro, se consigna su valor, en la parte superior externa de la tabla A1 y se monta el circuito de la figura A1.

2) Se mide con el voltímetro y el amperímetro 20 parejas de datos de voltaje e intensidad de corriente en el circuito variando la tensión desde 0 Volt hasta 10 Volt, con los correspondientes valores de corriente eléctrica.

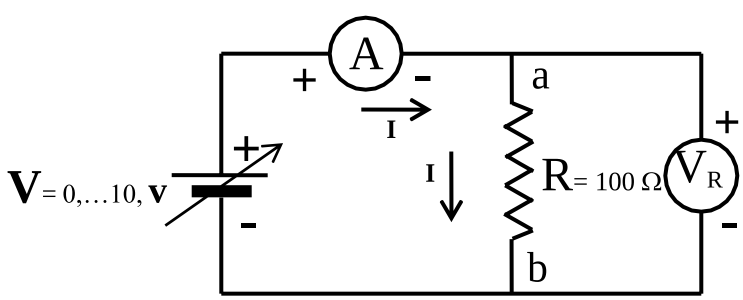


Figura A1 Montaje experimental, de un circuito eléctrico para verificar la ley de ohm.

Los valores experimentales son agrupados en la tabla A1 con las operaciones indicadas y requeridas para reemplazar y aplicar en las ecuaciones pertinentes que permiten construir la ecuación que relaciona las variables experimentales de voltaje e intensidad de corriente.

Valor de la resistencia medida con el ohmetro (Fluke) **R =** 100 Ω

Medida No.	$Vi \rightarrow I(10^{-3} A)$	$Vd \rightarrow V(V)$	$(I(A))^2 x10^{-3}$	$I(A)V(V)$
1	0,0	0,0	0,0	0,0
2	9,0	1,0	0,081	9,0
3	14,0	1,5	0,196	21,0
4	19,0	2,0	0,361	38,0
5	25,0	2,5	0,625	62,5
6	29,0	3,0	0,841	87,0
7	35,0	3,5	1,225	122,5
8	39,0	4,0	1,52	156,0
9	45,0	4,5	2,025	202,5
10	49,0	5,0	2,401	245,0
11	55,0	5,5	3,025	302,5
12	59,0	6,0	3,481	354,0
13	64,0	6,5	4,096	416,0
14	70,0	7,0	4,9	490,0
15	75,0	7,5	5,625	562,5
16	80,0	8,0	6,4	640,0
17	86,0	8,5	7,396	731,0
18	90,0	9,0	8,1	810,0
19	96,0	9,5	9,216	912,0
20	101,0	10,0	10,20	1010,0
n = 20	$\Sigma I(10^{-3} A) = 1,04$	$\Sigma V(V) = 104,5$	$\Sigma [I(A)]^2 = 0,0717$	$\Sigma I(A)V(V) = 7,17$

Tabla A1   Valores de un experimento real para verificar la ley de ohm.

Reemplazando valores con las unidades respectivas en las correspondientes ecuaciones se calculan, la constante de proporcionalidad a y el intercepto b.

$$a = \frac{n\ \Sigma I(A)\, V(V) - \Sigma I(A)\, \Sigma\, V(V)}{n\ \Sigma [I(A)]^2 - [\Sigma I(A)]^2} \qquad \text{(A1)}$$

$$a = \frac{(20)(7{,}17\ (A)(V)) - (1{,}05(A))(104{,}5(V))}{(20)(\ 0{,}717(A)^2\ ) - (1{,}04(A)^2\ )} = 98{,}52\,\Omega \qquad a = 98{,}52\,\Omega$$

$$b = \frac{\Sigma\ V(V)\ \ \Sigma\left[I(A)\right]^2 - \Sigma I(A)\,\Sigma I(A)\,V(V)}{n\,\Sigma\left[I(A)\right]^2 - \left[\Sigma I(A)\right]^2} \qquad \text{(A2)}$$

$$b = \frac{(104{,}5(V))\left(0{,}0717(A)^2\right) - \left(1{,}04\ (A)\right)\left(7{,}17\ (A)(V)\right)}{(20)\left(0{,}0717(A)^2\right) - \left(1{,}04(A)^2\right)} = 0{,}101(V)$$

$$b = 0{,}101\ (V)$$

Finalmente la ecuación buscada es: $V = 98{,}52\ \Omega\ \ I + 0{,}101(V)$ (A3)

De la última expresión se desprenden las siguientes observaciones:

La constante de proporcionalidad $a = 98{,}52\ \Omega$ no es casual ni su magnitud ni su unidad de medida, porque al comparar con el valor de la resistencia eléctrica usada en el experimento, $R = 100\ \Omega$, se colige de la proximidad de sus cantidades, que $a = 98{,}52\ \Omega \approx R = 100\ \Omega$ tienen una correspondencia evidente.

Además el término $b = 0{,}101\ (V) \approx 0$ es casi despreciable.

En consecuencia se puede dentro de límites experimentales permitidos concluir que la ecuación finalmente tiene la forma $V = R\ I$, ecuación general que modela el comportamiento de los elementos eléctricos que presentan un comportamiento lineal y que recibe el nombre de ley de Ohm.