Institut für Visualisierung und Interaktive Systeme

Universität Stuttgart
Universitätsstraße 38
D–70569 Stuttgart

Bachelorarbeit Nr. 77

HDR Bildfusion mit gleichzeitiger Schätzung der Kamera-Antwortkurve

Sebastian Zillessen

Studiengang: Softwaretechnik

Prüfer/in: Prof. Dr.-Ing. Andrés Bruhn

Betreuer/in: Prof. Dr.-Ing. Andrés Bruhn

Beginn am: 20. Juni 2013

Beendet am: 19. Dezember 2013

CR-Nummer: xxxx

Kurzfassung

. . . ... Short summary of the thesis ...

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Verzeichnis der Listings

Verzeichnis der Algorithmen

1. Einleitung

Die HDR Bildgebung ist eines von vielen interessanten Problemen in dem aufstrebenden Forschungsgebiet Computational Photography. Ziel hierbei ist die Fusion mehrerer Bilder mit verschiedener Belichtungszeit zu einem einzigen Bild mit deutlich vergrößertem Dynamikumfang.

1.1. Motivation

Während viele Arbeiten sich nur mit der pixelweisen Fusion der Bilddaten auseinander setzen, schlagen Debevec und Malik [DM97] vor, gleichzeitig auch noch die Antwortkurve des Bildaufnahmeprozesses, d.h. der verwendeten Kamera mitzuschätzen (siehe Abbildung 1.1). Dies bietet den klaren Vorteil, die Bildfusion auch ohne vorherige radiometrische Kalibration des Aufnahmeequipments durchführen zu können. Als mathematisches Werkzeug zur Formulierung des Verfahrens dient hierbei ein gemeinsames Energiefunktional, dass einen Ähnlichkeits- und einen Glattheitsterm besitzt. Während der Ähnlichkeitsterm unter Berücksichtigung der mitgeschätzten Antwortkurve die Beziehung zwischen den Einzelaufnahmen und dem gesuchten HDR-Bild herstellt, sorgt der Glattheitsterm für eine hinreichend glatte Antwortkurve, die auch aus radiometrischer Sicht Sinn macht.

Trotz der allgemeinen Formulierung hat das Verfahren von Debevec und Malik jedoch auch einige Schwachstellen. Zum einen werden weder im Daten- noch im Glattheitsterm robuste Bestrafungsfunktionen verwendet. Diese könnten den Ansatz deutlich robuster unter Fehlmessungen machen. Zum anderen finden keine Constraints Anwendung, die die typischerweise gewünschte Monotonie der Antwortkuve explizit erzwingen würden. Monotone Kurven können deshalb nur bei einer hinreichend großen Gewichtung der Glattheit erzielt

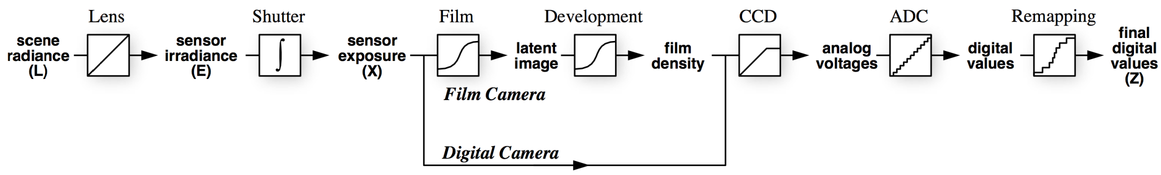


Abbildung 1.1.: Bildaufnahme Pipeline veranschaulicht welche Prozesse durchlaufen werden bis aus einer realen Szene (links) das digitale Bild für die Verwendung erzeugt wird. [DM97, S.2]

werden. Schließlich ist das Verfahren auch nicht sonderlich robust gegenüber Rauschen. Dies kann insbesondere bei sehr kurz belichteten Bildern Probleme bereiten.

1.2. Aufgabenstellung

Ziel der Arbeit ist es zunächst, das Verfahren von Debevec und Malik [DM97] als Ausgangsverfahren zu implementieren. Dies soll in einer dafür sinnvollen und portierbaren Programmiersprache passieren.

Diese Implementierung soll dann sukzessive um robuste Funktionen, Monotonie-Beschränkungen (siehe Abschnitt 5.2) und räumliche Glattheitsterme (siehe Abschnitt 5.3) erweitert werden.

Neben der Modellierung und Implementation der einzelnen Erweiterungen soll auch eine geeignete visuelle Evaluation der Ergebnisse erfolgen. Hierzu sollen Tone-Mapping Verfahren (siehe Abschnitt 6.5) aus der Literatur verwendet werden.

1.3. Gliederung

Die Arbeit ist in folgender Weise gegliedert:

Kapitel Kapitel 2 – Grundlagen der HDR-Bilder: Hier werden die Grundlagen der HDR Bilder vermittelt. Dabei wird auf die physikalischen, historischen und anwendungsorientierten Eigenschaften von HDR Bildern eingegangen.

Kapitel Kapitel 3 – Verwandte Arbeiten: Anschließend werden verwandte Arbeiten zum Thema HDR vorgestellt.

Kapitel Kapitel 4 – Algorithmus von Debevec und Malik [DM97]: Die zu Grunde liegende Vorgehensweise von Debevec und Malik [DM97] soll in diesem Kapitel beschrieben werden. Außerdem werden die existierenden Schwachstellen des bisherigen Ansatzes dargestellt.

Kapitel Kapitel 5 – Mathematische Ausarbeitung: Der theoretische Ansatz aus Kapitel Kapitel 5 wird hier mathematisch umgesetzt und diskutiert. Außerdem werden die Erweiterungen des Algorithmus beschrieben und formal spezifiziert.

Kapitel Kapitel 6 – Implementierung: Die Implementierung der in Kapitel Kapitel 4 und Kapitel 5 beschriebenen Modelle wird hier erläutert. Darüber hinaus werden einzelne Programm-Passagen (siehe Abschnitt 6.4) genauer beleuchtet und die Laufzeit der Anwendung (siehe Abschnitt 6.6) analysiert.

Kapitel Kapitel 7 – Ergebnisse und Resultate: Anschließend werden die Resultate und Einflüsse der unterschiedlichen Erweiterungen vorgestellt und diskutiert.

Kapitel Kapitel 8 – Zusammenfassung und Ausblick fasst die Ergebnisse der Arbeit zusammen und stellt Anknüpfungspunkte zu weiteren Arbeiten vor.

2. Grundlagen der HDR-Bilder

In den vergangenen Jahren hat die digitale Fotografie zu einem Umdenken und einer Neuschaffung von Kommunikationskanälen geführt. Im analogen Zeitalter war Fotografie in erster Linie ein autobiographisches Medium. Fotografien hatten unter anderem eine Daseinsberechtigung im Familien-Fotoalbum als Gedächtnisstütze zu früheren Zeiten.

Durch die Verbreitung von digital Kameras (insbesondere auch solchen die in Smartphones und Handys eingebaut sind) haben Fotografien aber auch eine immer größere Rolle als Kommunikationsmedium eingenommen. In diesem Zuge spielt auch die digitale Bildbearbeitung eine immer größer werdende Rolle.

Bevor auf die Grundlagen von HDR-Bildern näher eingegangen wird bedarf es noch zunächst der Schaffung von einigen Grundlagen.

Digital Bilder werden in der heutigen Zeit in der Regel in Form der drei Farbkanäle für Rot, Grün und Blau dargestellt (sog. RGB-Farbraum). Häufig kommt noch ein vierter Kanal, der sog. Alpha-Kanal hinzu, der für die Darstellung von Transparenz genutzt wird.

Diese drei bzw. vier Kanäle werden in der Regel mittels eines Bytes repräsentiert. Damit können 16,7 Millionen verschieden Farben dargestellt werden. Trotz dieser großen Zahl sind nur 256 verschiedene Werte für jeden Farbkanal möglich. Diese Anzahl ist häufig unzureichend Szenen mit hohen Helligkeitsunterschieden zu repräsentieren (vgl. [RWPD05, S. 1f]).

Dieses Problem wird durch die Verwendung von HDR Bildern behoben. Ziel ist es mehr Farben und Details in unterschiedlichen Bildbereichen sichtbar zu machen. Um dies zu ermöglichen erhöht man bei HDR Bildern den Dynamikumfang des Bildbereiches. Dazu bricht man die Beschränkung auf den Byte-Bereich auf und erlaubt Fließkomma-Werte im Bildbereich. Für die Darstellung der daraus entstehenden Radiance Maps (eine Form der Repräsentation der generierten Bilder) gibt es vereinzelte spezielle Bildschirme oder aber sog. Tone-Mapping (dt.: Dynamikkompressions) Verfahren. Letztere stellen ein Bild mit erhöhtem Dynamikumfang durch eine andere Skalierung des Bildbereichs auf handelsüblichen Monitoren oder als herkömmliche Bilddateien dar (siehe Unterabschnitt 2.5.1).

2.1. Prinzip

Das menschliche Auge kann in einer täglichen Szene einen Dynamikumfang im Bereich von 1:10.000 (vgl. [FJ04]) wahrnehmen. Dies liegt weit über den herkömmlichen Werten eines

Umgebung	Beleuchtungsstärke (cd/m^2)
Sternenhimmel	10^{-3}
Mondschein	10^{-1}
Innenraum Beleuchtung	10^{2}
Sonnenlicht	10^{5}
Herkömmliche Monitore	10^{2}

Tabelle 2.1.: Beleuchtungsstärken in verschiedenen Umgebungen [RWPD05, S. 6]

normalen Kamera-Sensors. In der Tabelle Tabelle 2.1 können verschiedenen Dynamikumfänge (und die damit zusammenhängende Beleuchtungsstärke) entnommen werden. Um wie gewünscht mit HDR Bildern einen höheren Dynamikumfang darstellen zu können müssen daher mehr Informationen als über den herkömmlichen Weg beschafft werden. Dazu werden entweder mehrere Bilder mit verschiedenen Belichtungszeiten zu einer Radiance Map kombiniert oder es werden spezielle Kamera-Sensoren eingesetzt, welche in der Lage sind die höhere Dichte der Bildinformationen (z.B. die großen Helligkeitsunterschiede) aufzunehmen (vgl. [YGFT99]).

Der hier verwendete Begriff des „Dynamikumfang" beschreibt das Verhältnis zwischen hellstem und dunkelstem Pixel im Bild. Um Ausreißer weniger zu berücksichtigen und die Messung robuster zu machen werden hierbei manchmal auch Quantile verwendet die dafür sorgen sollen, dass Rauschen nicht ins Gewicht fällt. Bei Bildschirmen hingegen wird unter dem Dynamikumfang das Verhältnis zwischen der maximalen und minimalen Leuchtkraft verstanden (vgl. [RWPD05, S. 4].

2.2. Anwendungsgebiet und Geschichte

Die Möglichkeiten des Einsatzes von HDR Bildern sind vielfältig. Die nachfolgende Liste umfasst einige der Gebiete, in denen diese Technologie eingesetzt wird oder werden kann (vgl. [RWPD05, S. 87f]).

Digitale Fotografie: Die verschiedenen Kamera-Hersteller gehen bereits immer mehr in Richtung der sog. Aufnahme abhängigen Daten. In diesen sind bereits häufig mehr Bildinformationen enthalten. Dabei handelt es sind bei verschiedenen Herstellern in der Regel jedoch auch um verschiedene (RAW) Formate, die meist nicht kompatibel sind.

Satellitenbilder: Satellitenbilder beinhalten in aller Regel sehr viel mehr Informationen als nur den sichtbaren Bereich des Lichtspektrums. HDR Bilder sind hier von Bedeutung, da sie multispektrale Aufnahmen ermöglichen.

Visualisierungen und Rendering: Eine der ersten Anwendungen waren vermutlich die ersten Render-Engines von Visualisierungen (Computer-Spiele, Med. Visualisierungen und Simulationen, etc.). Bei manchen Anwendungen ist es insbesondere für Reflektionen wichtig auch nicht sichtbare Frequenzen bei Berechnungen mit einzubeziehen. Da diese durch Interferenzen wieder sichtbar werden können und somit der Detailgrad steigt.

Bildbearbeitungssoftware: Die großen Bildbearbeitungs-Anwendungen bieten mittlerweile in der Regel auch die Bearbeitung und Generierung von HDR Bildern an. Als Beispiele seinen hier Adobe Photoshop[1], Photogenics[2] und Photomatix[3] genannt.

Medizin: In der Endoskopie besteht ein hoher Bedarf an immer höher auflösender Complementary Metal Oxide Semiconductor (CMOS) Bildsensoren. Diese können immer bessere Aufnahmen aus dem Inneren des Körpers liefern und helfen damit in der Medizin große Fortschritte zu machen. Solche Sensoren können bereits in der Größe eines Streichholzkopfes einen Dynamikumfang von 179 dB erreichen (vgl. [BGH+06]).

Virtual Reality: Bei Anwendungen, bei denen sich der Benutzer in einem virtuellen Raum bewegt, wird die Wahrnehmung zunehmend wichtig. Auch hier spielen deshalb hohe Dynamikumfänge eine besondere Rolle. Außerdem ist es besonders in diesem Bereich wichtig gute Kompressions-Algorithmen für HDR Bilder zu entwickeln um eine schnelle Übertragung dieser zu gewährleisten. Auch bei dem platzieren von sythetischen Objekten in realen Szenen (vgl. [Deb08]) können HDR Bilder eingesetzt werden um dem Betrachter eine noch realere Szene darstellen zu können.

2.3. Bilderzeugung

Bei der Erstellung von HDR Bildern gibt es unterschiedliche Möglichkeiten. Dabei muss man jedoch zwischen echten HDR Bildern und „Pseudo-HDR“ Bildern unterscheiden. Im Nachfolgenden werden die verschiedenen Verfahren kurz beschrieben. Der Fokus liegt jedoch auf dem letzten Verfahren, der HDR-Bildgenerierung aus einer Belichtungsreihe.

2.3.1. Pseudo-HDR Bilder

Bei Pseudo-HDR Bildern handelt es sich um eine einfache Fusion von Bildreihen. Deswegen werden diese Verfahren auch Exposure Blending oder Exposure Fusion genannt. Bei dieser Technologie geht es darum mehr Details aus einer Belichtungsreihe von Low Dynamic Range (LDR) Bildern zu generieren, ohne dabei ein HDR Bild zu erzeugen (vgl. [LZR12]). Die Bilder der Belichtungsreihe werden dazu einfach fusioniert. Diese Technologie wird hier jedoch nicht behandelt.

[1] http://adobe.com/photoshop
[2] http://www.cinepaint.org
[3] http://www.hdrsoft.com/download.html

2.3.2. HDR-Kameras

Diese speziellen Kameras verfügen über Bildsensoren die von sich aus einen hohen Dynamikumfang aufnehmen können und dadurch bereits die notwendigen Informationen in einer Aufnahme generieren können. Diese Spezial-Kameras sind jedoch noch sehr teuer und wenig verbreitet. (vgl. [Blo12, S. 96]). Viele digitale Spiegelreflex-Kameras bieten mittlerweile einen HDR-Modus an.

2.3.3. HDR-Bildgenerierung aus einer Belichtungsreihe

Um ein HDR Bild zu aus einer Belichtungsreihe zu erzeugen braucht man zunächst die Grundlage für das Bild. Dazu sind in der Regel mehr Informationen notwendig als eine einzelne Aufnahme liefern kann. Deshalb werden mehrere Bilder der selben Szene mit unterschiedlichen Belichtungszeiten aufgenommen. Ziel der Algorithmen ist es dann anschließend aus diesen Bildern ein HDR Bild zu erzeugen.

Um die Bilder später weiter zu verarbeiten müssen diese jedoch zunächst aligniert werden. Dies ist aufgrund der verschiedenen Belichtungswerte der Aufnahmen nicht über Kantendetektionsverfahren möglich, da diese Merkmale unter den unterschiedlichen Belichtungen sehr stark variieren können.

Ein performanter Ansatz um Bilder zu alignieren ist der Mean Threshold Bitmap Alignment (MTB) Ansatz (siehe Unterabschnitt A.2.1). Da dies jedoch kein Teil der Aufgabenstellung war, wurde dieser nicht weiter untersucht oder implementiert.

2.4. Bildspeicherung

2.5. Bilddarstellung

2.5.1. Tone-Mapping Verfahren

2.6. Software zur Erstellung von HDR Bildern

3. Verwandte Arbeiten

3.1. Bekannte Implementierungen

Das Standard-Verfahren wurde bereits in verschiedenen Programmen so implementiert. Im ursprünglichen Artikel von Debevec und Malik gibt es bereits eine `MATLAB`-Version des Algorithmus.

Darauf basierend hat z.B. Mathias Eitz eine Implementierung[1] des kompletten Prozesses in `MATLAB` geschrieben. Dieser arbeitet ohne Erweiterungen und implementiert direkt den Ansatz von Debevec und Malik. Die Selektion von Bildpunkten (siehe Unterabschnitt 4.4.2) geschieht in dieser Implementierung in einer Art Rasterung der Bilder und berücksichtigt keine der Forderungen von Debevec und Malik.

[1] http://cybertron.cg.tu-berlin.de/eitz/hdr/index.html

4. Algorithmus von Debevec und Malik [DM97]

Diese Arbeit behandelt im Kern den Ansatz von Paul E. Debevec und Jitendra Malik [DM97]. Trotz des ungewöhnlich hohen Alters des Artikels (Verfassung 1997) wird das Verfahren noch immer in vielen Anwendungen benutzt. Der Kerngedanke des Artikels ist es HDR Bilder aus Bildserien zu genierieren, welche mit einer herkömmlichen Kamera-Ausrüstung aufgenommen wurden.

4.1. Ansatz

Der Algorithmus schätzt während der Generierung des HDR Bildes gleichzeitig auch die sog. Antwortkurve der Kamera. Diese Antwortkurve ist die kameraspezifische Abbildung, welche aus den Beleuchtungswerten der aufzunehmenden Szene digital verarbeitbare Daten erzeugt (siehe Abbildung 1.1).

Um aus der Belichtungsserie ein HDR Bild erzeugen zu können, müssen die Beleuchtungswerte der Kamera-Sensorik (hier E) herausgefunden werden. Normalerweise geschieht dies indem die Umkehrfunktion der Kamera-Antwortkurve vorab berechnet wird. Dazu muss die Kamera durch Test-Bilder vermessen und das System kalibriert werden. Beim Ansatz von Debevec und Malik hingegen wird diese Kamera-Antwortfunktion während der Generierung des HDR Bildes ebenfalls aus der Belichtungsserie errechnet. Damit bietet es die Möglichkeit, Belichtungsserien (auch ohne Kenntnisse über die Apparatur) zu HDR Bildern zu fusionieren.

4.1.1. Verwendete Symbole

In den nachfolgenden Beschreibungen werden analog zu [DM97] folgende Symbole verwendet:

P: Die Anzahl der unterschiedlichen Belichtungen in der Bildserie

N: Die Anzahl der Bildpunkte in jedem Bild (für gewöhnlich haben wir ein $n \times m$ Pixel $\Rightarrow N = n \cdot m$

$Z_{i,j}$: Der Grauwert i des Bildes j

E_i: Beleuchtungsstärke im Pixel i (ist für alle Bilder in der Serie gleich)

Δt_j: Belichtungsdauer des Bildes j

$f(X)$: f sei die nichtlineare Funktion, welche aus einer Belichtung X in einem Pixel einen Grauwertbild Z erzeugt mit $f(X) = Z$

$F_i := \ln E_i$: Diese Schreibweise dient zur Vereinfachung

$\mathbf{g}(z)$: Ist trotz der Funktionsschreibweise tatsächlich ein Vektor mit 256 Einträgen und damit diskret (abuse of notation).

$\mathbf{g}'(z)$, $\mathbf{g}''(z)$: Steht für die Approximation der ersten bzw. zweiten Ableitung der diskret definierten Funktion $\mathbf{g}(z)$. Für die Approximation der ersten Ableitung werden grundsätzlich Rückwärtsdifferenzen verwendet ($\mathbf{g}'(z) = \mathbf{g}(z) - \mathbf{g}(z-1)$. Für die Approximation der zweiten Ableitung wird die zentrale Differenz verwendet ($\mathbf{g}''(z) = \mathbf{g}(z-1) - 2\mathbf{g}(z) + \mathbf{g}(z+1)$).

4.1.2. Herleitung

Da aus physikalischer Sicht angenommen werden kann, dass f monoton steigend ist ist auch f^{-1} definiert. Damit kann die Belichtung X zu jedem Pixel i mit $f^{-1}(Z) = X$ berechnet werden. Die Belichtung hängt linear von der Beleuchtungsstärke E und der Belichtungsdauer Δt mit $X = E \cdot \Delta t$ ab.

Mithilfe dieses Rahmens lassen sich folgende Zusammenhänge darstellen:

$$\begin{aligned}
Z_{ij} &= f(X) && \\
Z_{ij} &= f(E_i \cdot \Delta t_j) && \text{(siehe oben)} \\
f^{-1}(Z_{ij}) &= E_i \cdot \Delta t_j && \text{(mit Monotonie begründete Umkehrfunktion)} \\
\ln f^{-1}(Z_{ij}) &= \ln E_i + \ln \Delta t_j && \text{(natürlicher Logarithmus)} \\
\mathbf{g}(Z_{ij}) := \ln f^{-1}(Z_{ij}) &= \ln E_i + \ln \Delta t_j && \text{(vereinfachte Definition)}
\end{aligned}$$

Das obige Gleichungssystem hat die Unbekannten $\mathbf{g}(z)$ und E_i. Um also das Gesamtsystem zu lösen und das HDR Bild zu erzeugen muss nun die folgende Gleichung minimiert werden:

$$\Omega = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} [\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2}_{\textit{Datenterm}} + \lambda \underbrace{\sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} \mathbf{g}''(z)^2}_{\textit{Glattheitsterm}} \tag{4.1}$$

Das hier (und in den folgenden Gleichungen) verwendete z im Glattheitsterm ist als diskreter Laufindex zu verstehen.

4.1.3. Eindeutigkeit der Lösung für $\mathbf{g}$

Durch die Minimierung von Gleichung 4.1 kann $\mathbf{g}$ nicht konkret bestimmt werden. Durch die Minimierung bleibt ein Skalierungsfaktor α unbekannt. Dies ist daran ersichtlich, dass ein Ersetzen von $\ln E_i$ durch $\ln E_i + \alpha$ und $\mathbf{g}$ durch $\mathbf{g} + \alpha$ keine Änderung in Gleichung 4.1 hervorrufen würde. Um jedoch klare Ergebnisse für die Antwortkurven zu erhalten wird eine weitere Bedingung für $\mathbf{g}$ dem LGS hinzugefügt. Diese besagt, dass die der mittlere Grauwert $Z_{mid} = \frac{1}{2} \cdot (Z_{min} + Z_{max})$ auch eine einheitliche Beleuchtung erhalten soll: $\mathbf{g}(Z_{mid}) \stackrel{!}{=} 0$

4.2. Berechnung der Antwortkurve

Debevec und Malik schlagen vor dieses überbestimmte LGS in Gleichung 4.1 mithilfe der singular value decomposition (dt. Singulärwertzerlegung) (SVD) zu lösen. Da das entstehende LGS nur sehr dünn besetzt ist kann dies mit wenig Komplexität durchgeführt werden. Dazu wird die Gleichung Gleichung 4.1 zunächst partiell nach E_i und $\mathbf{g}(k) \forall k \in [Z_{min}, Z_{max}]$ abgeleitet. Dazu wird u.a. die zentrale Approximation für die zweite Ableitung verwendet ($\mathbf{g}''(z) = \mathbf{g}(z-1) - 2\mathbf{g}(z) + \mathbf{g}(z+1)$). Außerdem wird die Kurve durch die Zusatzbedingung $\mathbf{g}(Z_{mid}) = 0$ fixiert.

4.3. Konstruktion der Radiance Map

Sobald die Antwortkurve $\mathbf{g}$ bestimmt wurde kann mit ihrer Hilfe die Radiance Map der Belichtungsserie schnell bestimmt werden. Dies geschieht mittels der Gleichung Gleichung 4.2, welche nach E_i umgestellt werden kann. Aus Gründen der Robustheit und um alle Bilder bei der Konstruktion der Radiance Map zu verwenden, schlagen Debevec und Malik des Weiteren vor für die Berechnung von $\ln E_i$ alle Bilder der Belichtungsserie zu verwenden und diese gewichtet zu mitteln (siehe Gleichung 4.4). Diese Gleichung entsteht aus Gleichung 4.6 durch die partiellen Ableitung nach E_i.

$$g(Z_{ij}) = \ln E_i + \ln \Delta t_j \tag{4.2}$$

$$\ln E_i = \mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j \tag{4.3}$$

$$\ln E_i = \frac{\sum\limits_{j=1}^{P} w(Z_{ij} \cdot (\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j)}{\sum\limits_{j=1}^{P} w(Z_{ij})} \tag{4.4}$$

4.4. Mögliche Erweiterungen des Ansatzes

Der Grundlegende Ansatz von Debevec und Malik (Gleichung 4.1) hat einige Schwachstellen. Diese werden zum Teil bereits durch die Autoren des Artikels (vgl. [DM97]) angesprochen und werden hier nochmals aufgelistet.

4.4.1. Gewichtungsfunktion

Da **g** typischerweise sehr steil in der Nähe von Z_{min} und Z_{max} sein wird, macht es Sinn diese Randbezirke bei der Berechnung von **g** weniger Stark einzubeziehen. Aus diesem Grund wird eine Gewichtungsfunktion $w(z)$ als Sägezahn-Funktion eingeführt (siehe Gleichung 4.5). Damit wird die Anpassung der Kamera Antwortkurve in der Mitte stärker gewichtet und die steilen äußeren Bereiche der Kurve **g** fallen nicht so sehr ins Gewicht.

Diese Gewichtungsfunktion wird außerdem auch in der Konstruktion der Radiance Map (siehe Abschnitt 4.3) verwendet um den Einfluss der Bildpunkte aus der kompletten Belichtungsserie zu mitteln.

$$w(z) = \begin{cases} z - Z_{min} & \text{falls } z \leq Z_{mid} \\ Z_{max} - z & \text{sonst} \end{cases} \tag{4.5}$$

Dadurch verändert sich die Gleichung Gleichung 4.1:

$$\Omega = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} w^2(Z_{ij}) \cdot [\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2 + \lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} [w(z) \cdot \mathbf{g}''(z)]^2 \tag{4.6}$$

4.4.2. Selektion von Bildpunkten

Debevec und Malik stellen fest, dass bei der Schätzung der Kamera-Antwortkurve nicht jeden Pixel in den Ausgangsbildern verwendet werden muss. Das von ihnen vorgestellte Verfahren führt zu einem LGS mit $N \times P + Z_{min} - Z_{max}$ Unbekannten. Um das Gleichungssystem ausreichend überbestimmt zu halten schlagen sie deswegen vor N so zu wählen, dass $N \cdot (P - 1) > (Z_{min} - Z_{max})$ gilt. Nur durch die Reduktion der betrachteten Pixel kann das LGS effizient gelöst werden. Jedoch wird dadurch auch die verwendete Information aus den Bildern reduziert und somit kann es zu Abweichungen der geschätzten von der tatsächlichen Antwortkurve kommen. Außerdem werden die E_i bei diesem Verfahren erst anschließend berechnet. Das Verfahren an sich bestimmt also zunächst nur eine möglichst genaue Approximation von **g**.

Diese Selektion der Referenzpunkte aus den Belichtungsserien wird von Debevec und Malik noch händisch durchgeführt. Bei 11 Bildern in einer Belichtungsreihe schlagen sie vor ca. 50 Bildkoordinaten zu bestimmen die für die Berechnung verwendet werden sollen. Dabei ist darauf zu achten, dass diese Koordinaten gleichmäßig über die Ausgangsbilder verteilt sind und das sie aus Regionen stammen, die keine große Varianz aufweisen. Dies macht die Schätzung der Antwortkurve jedoch auch anfällig für Rauschen auf dem Ausgangsmaterial.

4.4.3. Robustheit des Verfahrens

In vielen Bildbearbeituns-Algorithmen werden heutzutage robuste Funktionen eingesetzt um Messfehler und Rauschen weniger stark zu gewichten. Die übliche quadratische Bestrafung in Datentermen mit $\varphi(s^2) = s^2$ ist im Bezug auf Konstanzannahmen nicht robust. Eine typische Erweiterung ergibt sich durch den Einsatz von nichtlinearen Bestrafungsfunktionen (vgl. [Bru06, S. 9f, S. 87f]). Diese haben den Vorteil, dass sie Ausreißer in der Eingabe (wie z.B. Messfehler oder Rauschen) bei der Minimierung abschwächen und diese somit das Ergebnis weniger stark beeinflussen. Hier wird eine sog. subquadratischen Bestrafungsfunktion (siehe Gleichung 4.7) zusammen mit ihrer Ableitung (siehe Gleichung 4.8) eingesetzt.

$$\varphi(s^2) = \sqrt{s^2 + \epsilon^2} \tag{4.7}$$

$$\varphi'(s^2) = \frac{1}{2\sqrt{s^2 + \epsilon^2}} \tag{4.8}$$

4.4.4. Monotonie-Kriterium

Aus physikalischer Sicht muss die Kamera-Antwortkurve (streng) monoton steigend sein. Diese Eigenschaft wird für $\mathbf{g}$ im Standard-Ansatz nicht weiter verfolgt. Ein Teil dieser Arbeit ist es deshalb auch, das Verfahren um eine Forderung an die Monotonie von $\mathbf{g}$ zu erweitern und dieses auch zu implementieren (siehe Abschnitt 5.2).

5. Mathematische Ausarbeitung

Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit. Mathematische Theorien über die Wirklichkeit sind immer ungesichert - wenn sie gesichert sind, handelt es sich nicht um die Wirklichkeit.

(Albert Einstein)

Zur Lösung des LGS aus Gleichung 4.6 soll in dieser Arbeit ein anderes Verfahren verwendet werden. Hierbei wird das Lösen nach $\mathbf{g}$ und E_i getrennt und durch ein alternierendes Lösungsverfahren ersetzt. Der Vorteil an diesem Ansatz ist, dass die gesamten Bildinformationen aus der Belichtungsserie verwendet werden können. Dies ist dadurch möglich, dass die die entstehenden Gleichungssysteme alle sehr dünn besetzt sind und daher effizient gelöst werden können.

Da das Gleichungssystem von den zwei Unbekannten $\mathbf{g}(k)$ und E_i abhängig ist werden zwei Lösungsabschnitte benötigt. Die Grundlegende Struktur des Vorgehens ist im Algorithmus 5.1 beschrieben.

Der Vorteil dieses Vorgehens ist, dass neben der Schätzung der Kamera-Antwortkurve auch gleichzeitig die Radiance Map des HDR Bildes mit berechnet wird. Dadurch spart man sich die anschließende Umrechnung der Bildpunkte mittels der Funktion $\mathbf{g}$.

In den nachfolgenden Abschnitten werden häufig Approximationen für die erste und zweite Ableitung verwendet. Das es sich hierbei deswegen in der Regel um keine exakte Gleichheit

Algorithmus 5.1 Alternierendes Lösen nach $g(k)$ und E_i

function SolveHDR(Z_{ij}, $\ln \Delta t_j$, N, P)
    $g \leftarrow initG()$
    while g changes **do**
        $\mathbf{F} \leftarrow solveF(\mathbf{F}, \mathbf{g}, Z_{ij}, \ln \Delta t_j, N, P)$ // $F_i = \ln E_i$
        $\mathbf{g} \leftarrow solveG(\mathbf{F}, \mathbf{g}, Z_{ij}, \ln \Delta t_j, N, P)$
    end while
    return [**g**, **F**]
end function

(=) handelt, sondern vielmehr um eine Annäherung ($\approx$) sei hier erwähnt. Es wird im nahfolgenden aus Gründen der Lesbarkeit darauf verzichtet dies kenntlich zu machen.

5.1. Optimierungsansatz

Die Gleichung aus Gleichung 4.6 dient als Grundlage für den Optimierungsansatz des gesamten Verfahrens. Da dieses Energiefunktional minimiert werden soll sind partielle Ableitungen nach $\mathbf{g}(k)$ bzw. $\ln E_i = F_i$ notwendig. Die vorkommenden Ableitungen werden mittels der zentralen Differenz $\mathbf{g}''(k) = \mathbf{g}(k-1) - 2\mathbf{g}(k) + \mathbf{g}(k+1)$ diskretisiert (siehe Gleichung 5.2).

$$\Omega = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P} w^2(Z_{ij}) \cdot [\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2 + \lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} [w(z) \cdot \mathbf{g}''(z)]^2 \tag{5.1}$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P} w^2(Z_{ij}) \cdot [\mathbf{g}(Z_{ij}) - F_i - \ln \Delta t_j]^2}_{\Phi} + \lambda \underbrace{\sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} w^2(z) \cdot \overbrace{[\mathbf{g}(z-1) - 2\mathbf{g}(z) + \mathbf{g}(z+1)]^2}^{\text{Diskretisierung von } g''(k)}}_{\Theta} \tag{5.2}$$

$$\Omega = \Phi + \lambda\Theta \tag{5.3}$$

In den folgenden Herleitungen taucht häufig der Faktor 2 auf. Dieser entsteht durch das Ableiten der quadratischen Bestrafungsfunktionen. Er taucht in der Regel in allen Summanden von Ω auf und kann deswegen gekürzt werden. In besonderen Fällen (wie z.B. der Erweiterung um robuste Bestrafungsterme, siehe Abschnitt 5.4) ist das nicht der Fall. Dann werden diese Faktoren seperat behandelt.

5.1.1. Gleichungssystem für $\mathbf{g}$

Um nun das LGS zur Lösung nach g aufzustellen muss Ω zunächst partiell nach $\mathbf{g}(k)$ $\forall k \in [0, 255]$ abgeleitet werden (siehe Gleichung 5.4).

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{g}(k)} = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{g}(k)} + \frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{g}(k)} \tag{5.4}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{g}(k)} = 2\cdot w^2(k)\cdot\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}\cdot[\mathbf{g}(k) - \ln E_i - \ln\Delta t_j]\cdot\delta_{Z_{ij}=k} \qquad \delta_{z=k} = \begin{cases}1 \text{ wenn } z = k\\ 0 \text{ sonst}\end{cases} \tag{5.5}$$

$$= 2\cdot w^2(k)\cdot\mathbf{g}(k)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}\delta_{Zij=k} - 2w^2(k)\cdot\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}\delta_{Z_{ij}=k}(\ln E_i - \ln\Delta t_j) \tag{5.6}$$

Da Ω minimiert werden soll gilt $\Omega' \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow (\Theta' \stackrel{!}{=} 0 \wedge \Phi' \stackrel{!}{=} 0)$. Daraus entsteht das lineare Gleichungssystem für den Datenterm in Gleichung 5.9.

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{g}(k)} \stackrel{!}{=} 0 = 2w^2(k)[\mathbf{g}(k)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}\delta_{Z_{ij}=k} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(\ln E_i - \ln\Delta t_j)\delta_{Z_{ij}=k}] \tag{5.7}$$

$$\underbrace{w^2(k)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(\delta_{Z_{ij}=k})}_{\text{Matrixeintrag } a_k}\cdot\mathbf{g}(k) = \underbrace{w^2(k)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(\ln E_i - \ln\Delta t_j)\delta_{Z_{ij}=k}}_{\text{Vektoreintrag } b_k} \tag{5.8}$$

$$\begin{pmatrix}\ddots & 0 & 0\\ 0 & a_k & 0\\ 0 & 0 & \ddots\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\vdots\\ \mathbf{g}(k)\\ \vdots\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\vdots\\ b_k\\ \vdots\end{pmatrix} \tag{5.9}$$

Anschließend betrachten wir den Glattheitsterm Θ. Auch dieser muss partiell nach $\mathbf{g}(k)$ abgeleitet werden. Aus Gründen der Vereinfachung wurden in den folgenden Berechnungen $Z_{min} = 0$ und $Z_{max} = 255$ angenommen. In der Gleichung 5.2 wurde der Gewichtungsfaktor für den Glattheitsterm λ absichtlich nicht in Θ integriert, da dieser bei der Herleitung keine Rolle spielt. Der Faktor λ wird am Ende wieder hinzugefügt. Bei der partiellen Ableitung des Glattheitsterms muss hier besonders auf die Randbedingungen geachtet werden, dort verhält sich die partielle Ableitung anders:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{g}(0)} = w^2(1)\cdot\mathbf{g}(0) - 2w^2(1)\cdot\mathbf{g}(1) + w^2(1)\cdot\mathbf{g}(2) = 0 \tag{5.10}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{g}(1)} &= -2w^2(1)\cdot\mathbf{g}(0)\\ &\quad + [4w^2(1) + w^2(2)]\cdot\mathbf{g}(1)\\ &\quad - 2[w^2(1) + w^2(2)]\cdot\mathbf{g}(2)\\ &\quad + w^2(2)\cdot\mathbf{g}(3)\\ &= 0\end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{g}(k)} &= w^2(k-1)\cdot\mathbf{g}(k-2)\\ &\quad - 2[w^2(k-1) + 2w^2(k)]\cdot\mathbf{g}(k-1)\\ &\quad + [w^2(k-1) + 4w^2(k) + w^2(k+1)]\cdot\mathbf{g}(k)\\ &\quad - 2[w^2(k) + w^2(k+1)]\cdot\mathbf{g}(k+1)\\ &\quad + w^2(k+1)\cdot\mathbf{g}(k+1)\\ &= 0 \qquad \forall k\in[2,253]\end{aligned} \tag{5.12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{g}(254)} &= w^2(253)\cdot\mathbf{g}(252)\\ &\quad - 2(w^2(253) + w^2(254))\cdot\mathbf{g}(253)\\ &\quad + (w^2(253) + 4w^2(254))\cdot\mathbf{g}(254)\\ &\quad - 2w^2(254)\cdot\mathbf{g}(255)\\ &= 0\end{aligned} \tag{5.13}$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{g}(255)} = w^2(254)\cdot\mathbf{g}(253) - 2w^2(254)\cdot\mathbf{g}(254) + w^2(254)\cdot\mathbf{g}(255) = 0 \tag{5.14}$$

Aus den Gleichungen (5.10, 5.11, 5.12, 5.13 und 5.14) kann nun das lineare Gleichungssystem (siehe Gleichung 5.15) aufgestellt werden. Die Koeffizienten der Matrix gehen aus obigen Gleichungen hervor (z.B. $d_{0,0} = w^2(1)$, $d_{1,-1} = -2w^2(1), \ldots$). Der Faktor λ wurde hier wieder mit integriert (siehe Gleichung 5.2).

$$\lambda \underbrace{\begin{pmatrix} d_{0,0} & d_{0,1} & d_{0,2} & 0 & \cdots & & & \\ d_{1,-1} & d_{1,0} & d_{1,1} & d_{1,2} & 0 & \cdots & & \\ & & \ddots & & & & & \\ \cdots & d_{k,-2} & d_{k,-1} & d_{k,0} & d_{k,1} & d_{k,2} & \cdots & \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & d_{254,-2} & d_{254,-1} & d_{254,0} & d_{254,1} & \\ & & & & d_{255,-2} & d_{255,-1} & d_{255,0} & \end{pmatrix}}_{\text{Matrix } D_4} \cdot \begin{pmatrix} \vdots \\ \mathbf{g}(k) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} \tag{5.15}$$

Gemeinsam geben die Gleichungssysteme für den Datenterm (siehe Gleichung 5.9) und den Glattheitsterm das endgültige Gleichungssystem für $\mathbf{g}$. Das bei der Herleitung ignorierte λ wurde hier wieder aufgenommen.

$$\underbrace{[A + \lambda D_4]}_{\text{Matrix M}} \cdot \mathbf{g} = b \tag{5.16}$$

Zu beachten ist, dass M eine Pentadiagonal-Matrix ist. Dies kann beim Lösen des LGS genutzt werden indem eine spezialisierte Variante der LU-Zerlegung verwendet wird (siehe Unterabschnitt 5.5.1).

Außerdem führt die Zerlegung des Problems in das separierte Lösen nach g und E dazu, dass die ursprünglich erwähnte Eigenschaft der unendlichen Anzahl der Lösungen (siehe Unterabschnitt 4.1.3) nicht mehr besteht, was jedoch erst während der Implementierung des Ansatzes aufgefallen ist. Dies liegt daran, dass die beiden Schritte des Verfahrens separat und alternierend ausgeführt werden und immer eine konkrete Version der jeweils anderen Unbekannten vorliegen muss. Um diese Problematik zu umgehen wird deshalb nach der Berechnung von g die Kurve immer so verschoben, dass $\mathbf{g}(Z_{mid}) = 0$ gilt.

$$\tilde{\mathbf{g}}(k) = \mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(Z_{mid})\, \forall k \in \{0, .., 255\} \tag{5.17}$$

Damit ist sichergestellt, dass alle Antwortkurven, die durch das Verfahren berechnet werden, vergleichbar und eindeutig sind.

5.1.2. Lösen von E

Für E muss in der Fassung des Algorithmus ohne räumlichen Glattheitsterm (siehe Abschnitt 5.3) kein lineares Gleichungssystem gelöst werden. Hier sind die Werte direkt berechenbar und können bei bekanntem $\mathbf{g}$ einfach ausgerechnet werden. Dazu wird das Energiefunktional aus Gleichung 5.2 nach $\ln E_i = F_i$ partiell abgeleitet und minimiert.

$$F_i = \frac{\sum_{j=0}^{P-1} (\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j) \cdot w(Z_{ij})}{\sum_{j=0}^{P-1} w(Z_{ij})} \tag{5.18}$$

5.2. Erweiterung um Monotonie-Eigenschaft

Bereits im Ansatz von Debevec und Malik wird für die Funktion f angenommen, dass sie monoton und damit Invertierbar ist. Für die Funktion $\mathbf{g}$ wird diese Forderung jedoch nicht weiter aufgenommen.

Deshalb wurde eine erste Erweiterung des Algorithmus mit einer Forderung an die Monotonie implementiert. Dies lässt sich über das Energiefunktional Ω als weiteren Bestrafungsterm realisieren.

$$\tilde{\Omega} = \Omega + \underbrace{\mu \sum_{z=1}^{255} w^2(z)[(\phi_{\mathbf{g}'<0}(z) \cdot \mathbf{g}'(z)]^2}_{\text{Monotonie-Forderung } \Gamma} = \Omega + \Gamma \tag{5.19}$$

$$\phi_{\mathbf{g}'<0}(z) = \begin{cases} 1, \text{ falls } \mathbf{g}'(z) < 0 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases} \tag{5.20}$$

Auch hier wird wieder der Least-Square-Ansatz (quadratische Bestrafungsfunktion) verwendet, welcher auch schon im Standard-Verfahren zum Einsatz kommt (siehe Gleichung 4.6). Der Operator $\phi_{\mathbf{g}'<0}(z)$ sorgt dafür, dass nur die Werte von $\mathbf{g}$ bestraft werden, die nicht monoton steigend sind. Da $\mathbf{g}'(z)$ bei der Berechnung von $\mathbf{g}$ jedoch nicht bekannt ist, wird für diese Einschaltfunktion einfach die Instanz $\mathbf{g}$ aus der vorherigen Iteration verwendet. Durch die Diskretisierung mit $\mathbf{g}'(z) = \mathbf{g}(z) - \mathbf{g}(z-1)$ erhält man damit:

$$\Gamma \approx \mu \sum_{z=1}^{255} w^2(z) \cdot \phi^2_{\mathbf{g}'<0}(z) \cdot (\mathbf{g}(z) - \mathbf{g}(z-1))^2 \qquad \text{(Disketisierung)} \tag{5.21}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{g}(k)} =& 2\mu w^2(k) \cdot \phi^2_{\mathbf{g}'<0}(k) \cdot (\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1)) \\ &- 2\mu w^2(k+1) \cdot \phi^2_{\mathbf{g}'<0}(k+1) \cdot (\mathbf{g}(k+1) - \mathbf{g}(k)) \text{ , } \forall k \in [1, 254] \end{aligned} \tag{5.22}$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{g}(0)} = -2\mu w^2(1) \cdot \phi^2_{\mathbf{g}'<0}(1) \cdot (\mathbf{g}(1) - \mathbf{g}(0)) \tag{5.23}$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{g}(255)} = -2\mu w^2(255) \cdot \phi^2_{\mathbf{g}'<0}(255) \cdot (\mathbf{g}(255) - \mathbf{g}(254)) \tag{5.24}$$

Aus dieser Herleitung lässt sich nun wieder eine Matrix mit folgender Stuktur erzeugen (hier wurde $\phi^2_{\mathbf{g}'<0}(k) = \phi^2_{\mathbf{g}'}(k)$ zur Kürzung verwendet):

$$2\mu \underbrace{\begin{pmatrix} -w^2(1)\phi^2_{\mathbf{g}'}(1) & w^2(1)\phi^2_{\mathbf{g}'}(1) & 0 & \cdots & \\ & \ddots & & & \\ \cdots & -w^2(k)\phi^2_{\mathbf{g}'}(k) & \substack{w^2(k)\phi^2_{\mathbf{g}'}(k) \\ +w^2(k+1)\phi^2_{\mathbf{g}'}(k+1)} & -w^2(k+1)\phi^2_{\mathbf{g}'}(k+1) & \cdots \\ & & \ddots & & \\ & \cdots & 0 & w^2(255)\phi^2_{\mathbf{g}'}(255) & -w^2(255)\phi^2_{\mathbf{g}'}(255) \end{pmatrix}}_{\text{Matrix } C} \tag{5.25}$$

Diese Berechnung kann auch über Matritzenmultiplikation erreicht werden. D ist dabei eine Matrix, welche die erste Ableitung approximiert. V ist eine Diagonal-Matrix mit $v_{i,i} = \phi_{\mathbf{g}'<0}(i)$. W ist die Diagonal-Matrix der Gewichte mit $w_{i,i} = w(i)$. Die damit entstehende Gleichung 5.26 kann dann partiell zur Gleichung 5.27 abgeleitet werden.

$$\Gamma = \mu \cdot (WVD\mathbf{g})^2 = \mu(\mathbf{g}^T \cdot D^T V^T W^T WVD \cdot \mathbf{g}) \tag{5.26}$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{g}} = 2\mu \underbrace{D^T V^T W^T WVD}_{\text{Matrix } C} \cdot \mathbf{g} \stackrel{!}{=} 0 \tag{5.27}$$

Der Parameter μ ist ähnlich wie λ ein Gewichtungsfaktor für die Monotonie-Bedingung. Die Gleichung 5.27 kann damit einfach zum Gleichungssystem aus 5.16 hinzugenommen. Daraus entsteht folgendes zu lösende Gleichungssystem:

$$[M + \mu C] \cdot \mathbf{g} = b \tag{5.28}$$

Zu beachten ist hier, dass die Matrix C ebenfalls pentadiagonal ist und somit auch bei diesem LGS die besondere Eigenschaft bestehen bleibt, wodurch auch hier die LU-Zerlegung einer Pentadiagonal-Matrix (siehe Unterabschnitt 5.5.1) verwendet werden kann.

5.3. Räumlicher Glattheitsterm

Die Erweiterung um den räumlichen Glattheitsterm (also eine Forderung an $\mathbf{E}$ sich im zweidimensionalen Bild möglichst Glatt zu verhalten) ist eine sinnvolle Erweiterung um die Berechnung der $\ln E_i$ noch weiter zu optimieren und das lokale Umfeld um einen Bildpunkt mit in die Berechnung einzubeziehen. Dazu fordern wir eine räumliche Glattheit, die analog zum Glattheitsterm von $\mathbf{g}$ mittels der ersten Ableitung ausgedrückt werden kann. Da wir uns nun jedoch im zwei dimensionalen Bildbereich befinden, müssen die Ableitungen in x- und y-Richtung betrachtet werden. Der Vektor E ist eine ein dimensionale Darstellung des zweidimensionalen Bildbereiches ($n \times m$), wobei gilt: $i = x + y * n$ ($x \in [0, n]$, $y \in [0, m]$). Hierbei müssen selbstverständlich die Ränder entsprechend behandelt werden.

	-1	
-1	4	-1
	-1	

Abbildung 5.1.: Einfluss der umliegenden Bildpunkte F_i beim räumlichen Glattheitsterm

$$\tilde{\Omega} = \Phi + \Theta + \underbrace{\alpha \sum_{i \in A} (\overbrace{\ln E_i - \ln E_{i-1}}^{\text{Abltg. nach } x})^2 + \alpha \sum_{i=n}^{N-1} (\overbrace{\ln E_i - \ln E_{i-n}}^{\text{Abltg. nach } y})^2}_{\text{Glattheitsterm } \Psi} \tag{5.29}$$

$$A = \{i \in [0, N-1]\} \setminus \{i \cdot k | k \in \mathbb{N}\} \tag{5.30}$$

Dies muss nun wieder nach $\ln E_i$ partiell abgeleitet werden um das Minimum des Energiefunktionals (siehe Gleichung 5.29) zu bestimmen. Auch hier wurde $\ln E_i$ durch F_i ersetzt. Zunächst werden die Randbedingungen vernachlässigt.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial F_i} = 2\alpha[(F_i - F_{i-1}) - (F_{i+1} - F_i) + (F_i - F_{i-n}) - (F_{i+n} - F_i)] \tag{5.31}$$

$$= 2\alpha[4F_i - F_{i-n} - F_{i-1} - F_{i+1} - F_{i+n}] \tag{5.32}$$

Der Einfluss der benachbarten Bildpunkte (siehe Abbildung 5.1) erinnert an einen Highpass-Filter (dt. Hochpass-Filter), der in der Bildverarbeitung dazu verwendet wird, verschwommene (engl. blurry) Bilder zu verbessern.

Um nun das gesamte Gleichungssystem für F_i aufzustellen müssen zunächst noch die Terme Θ und Φ und ihre partiellen Ableitungen betrachtet werden:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial F} = 0 \tag{5.33}$$

$$\Phi = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{ij})[\mathbf{g}(Z_{ij} - F_i - \ln \Delta t_j]^2 \tag{5.34}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial F_k} = 2 \sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{kj})(\mathbf{g}(Z_{kj}) - F_k - \ln \Delta t_j] \tag{5.35}$$

$$= 2 \sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{kj})(\mathbf{g}(Z_{kj}) - \ln \Delta t_j] - 2 \sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{kj}) F_k \stackrel{!}{=} 0 \tag{5.36}$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{2 \sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{kj})(\mathbf{g}(Z_{kj}) - \ln \Delta t_j]}_{\text{Vektoreintrag } b_k} = 2 \underbrace{\sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{kj})}_{\text{Matrixeintrag } H_{k,k}} F_k \tag{5.37}$$

$$\Rightarrow \quad 2\mathbf{b} = 2H \cdot \mathbf{F} \tag{5.38}$$

Aus der obigen Gleichung 5.31 (in der die Ränder noch nicht beachtet wurden) kann nun die Matrix für die Einbindung der räumlichen Glattheitsforderung erstellt werden (Struktur siehe Abbildung 5.2).

$$
\left(\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc}
2 & -1 & & & -1 & & & & & & & & & & & \\
-1 & 3 & -1 & & & -1 & & & & & & & & & & \\
 & -1 & 3 & -1 & & & -1 & & & & & & & & & \\
 & & -1 & 2 & & & & -1 & & & & & & & & \\
\hline
-1 & & & & 3 & -1 & & & -1 & & & & & & & \\
 & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & & & & & & \\
 & & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & & & & & \\
 & & & -1 & & & -1 & 3 & & & & -1 & & & & \\
\hline
 & & & & -1 & & & & 3 & -1 & & & -1 & & & \\
 & & & & & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & & \\
 & & & & & & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & \\
 & & & & & & & -1 & & & -1 & 3 & & & & -1 \\
\hline
 & & & & & & & & -1 & & & & 2 & -1 & & \\
 & & & & & & & & & -1 & & & -1 & 3 & -1 & \\
 & & & & & & & & & & -1 & & & -1 & 3 & -1 \\
 & & & & & & & & & & & -1 & & & -1 & 2
\end{array}\right)
$$

Abbildung 5.2.: Schematischer Aufbau der Matrix R für die Berechnung von $\ln E_i$ mit räumlicher Glattheit am Beispiel eines 4×4 Bildes.

Die entstehende Matrix R ist eine $N \times N$ Matrix, die in Blöcken der Größe $n \times m$ aufgeteilt werden kann. Ein solcher Block auf der Diagonalen der Matrix steht jeweils für eine Reihe von Bildpunkten im Bild (siehe Abbildung 5.2).

Aus den Gleichungen 5.31 und 5.36 können nun die einzelnen Gleichungen für $\mathbf{F}_k$ erstellt werden:

$$
0 = 2 \sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{kj})(\mathbf{g}(Z_{kj}) - \ln \Delta t_j] - 2 \sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{kj}) F_k + 2\alpha[4F_k - F_{k-n} - F_{k-1} - F_{k+1} - F_{k+n}] \quad (5.39)
$$

Aus der Gleichung 5.38 und der Struktur der Matrix R (siehe Abbildung 5.2) lässt sich damit das nachfolgende Gleichungssystem für die Berechnung von $\mathbf{F}$ aufstellen.

$$
2H \cdot \mathbf{F} + 2\alpha R \cdot \mathbf{F} = 2\mathbf{b} \quad (5.40)
$$

$$
(H + \alpha R) \cdot \mathbf{F} = \mathbf{b} \quad (5.41)
$$

Das Gleichungssystem aus 5.41 ist symmetrisch, quadratisch und positiv semi definit. Aufgrund dieser Eigenschaften kann beim Lösen des LGS das schneller konvergierende SOR-Verfahren (siehe Unterabschnitt 5.5.2) verwendet werden.

5.4. Erweiterung um Robustheit

Wie in Unterabschnitt 4.4.3 bereits beschrieben, setzt das Verfahren von Debevec und Malik nur quadratische Bestrafungsterme ein ($\varphi(s^2) = s^2$). Diese reduzieren die Auswirkungen von Gauß-Rauschen auf den Eingabebildern (künstlich erzeugt oder z.B. durch Unschärfe bei der Aufnahme der Bilder). Bei Salt & Pepper Rauschen hingegen ist ein linearer (subquadratischer) Bestrafungsterm aus Sicht der Robustheit des Verfahrens jedoch besser [1]. Um die Erweiterung um die Robustheit einzuführen werden die quadratischen Bestrafungsterme an den gewünschten Stellen durch die subquadratischen ersetzt.

5.4.1. Subquadratische Bestrafungsfunktion im Monotonie- oder Glattheits-Term von $\mathbf{g}$

An den Termen für die Glattheit von $\mathbf{g}$ ($\lambda \sum_z [w(Z_{ij}) \cdot \mathbf{g}''(z)]^2$) und die Monotonie-Forderung an $\mathbf{g}$ (siehe Abschnitt 5.2) ergeben die subquadratischen Terme keinen besonderen Sinn, da diese hier zu stückweise linearen Kurven bzw. stückweise monotonen Funktionen führen würde. Aus diesem Grund wurden diese Terme nicht erweitert.

5.4.2. Subquadratische Bestrafungsfunktion im Datenterm von $\mathbf{g}$

Der Datemterm von $\mathbf{g}$ berücksichtigt bisher keine Ausreißer. Sind also starke Ausreißer in den Bildern der Belichtungsserie zu finden (wie z.B. Salt & Pepper Rauschen), dann werden diese den Datenterm quadratisch beeinflussen. Besser wäre es hier große Ausreißer weniger stark zu gewichten. Hier kommen die subquadratischen Bestrafungsfunktionen zum Einsatz, die damit die Standard-Form des Verfahrens (siehe Gleichung 4.6) durch folgendes neues Energiefunktional erweitern. Dieses wird dann wieder partiell nach $\mathbf{g}(k)$ und $\ln E_i$ abgeleitet um den Optimierungsansatz zu lösen.

$$\tilde{\Omega} = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} w^2(Z_{ij}) \cdot \varphi([\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2)}_{\text{Datenterm mit Robustheit } \tilde{\Phi}} + \underbrace{\lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} [w(Z_{ij}) \cdot \mathbf{g}''(z)]^2}_{\text{Glattheitsterm für } g} \tag{5.42}$$

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \mathbf{g}(k)} \stackrel{!}{=} 0 = 2w^2(k) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} \delta_{Z_{ij}=k} \underbrace{\varphi'([\mathbf{g}(k) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2)}_{\text{wird festgehalten}} (\mathbf{g}(k) - \ln E_i - \ln \Delta t_j) \tag{5.43}$$

[1] TODO, Warum ist das besser, Berechnungen?

$$\underbrace{2w^2(k)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}\delta_{Z_{ij}=k}\varphi'([\mathbf{g}(k)-\ln E_i-\ln\Delta t_j]^2)\,\mathbf{g}(k)}_{\text{Matrixeintrag } \tilde{a}_k}$$

$$= \underbrace{2w^2(k)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(\ln E_i+\ln\Delta t_j)\varphi'([\mathbf{g}(k)-\ln E_i-\ln\Delta t_j]^2)\delta_{Z_{ij}=k}}_{\text{Vektoreintrag } \tilde{b}_k} \tag{5.44}$$

Der dabei vorkommende Bestrafungsfaktor $\varphi'([\mathbf{g}(k)-\ln E_i-\ln\Delta t_j]^2)$ wird regelmäßig neu berechnet (aus den alten Werten von $\mathbf{g}$ und $\ln E_i$) und dann zeitweise festgehalten. Damit fließt dieser nur als Faktor in die Berechnung ein. Die Koeffizienten $\tilde{a}_k$ und $\tilde{b}_k$ ersetzen die Matrix- bzw. Vektoreinträge des Gleichungssystemes aus Gleichung 5.9. Der Glattheitsterm Θ bleibt zusammen mit seinen partiellen Ableitungen identisch. Auch mit dieser Erweiterung hat sich die Struktur des LGS für $\mathbf{g}$ nicht verändert und kann deswegen mit der LU-Zerlegung (siehe Unterabschnitt 5.5.1) gelöst werden.

5.4.3. Subquadratische Bestrafungsfunktion im Datenterm von E

Diese Erweiterung kann nun auch noch bei der Berechnung von $\ln E_i$ berücksichtigt werden. Auch hierzu wird das Energiefunktional $\tilde{\Omega}$ (siehe Gleichung 5.42) wieder partiell nach $\ln E_i$ abgeleitet. Aus der Gleichung 5.18 entsteht dann bei aktiviertem subquadratischem Bestrafungsterm die neue Berechnung von $\ln E_i$:

$$\ln E_i = F_i = \frac{\sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{ij})(\mathbf{g}(Z_{ij})-\ln\Delta t_j)\varphi'([\mathbf{g}(Z_{ij})-\ln E_i-\ln\Delta t_j]^2)}{\sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{ij})\varphi'([\mathbf{g}(Z_{ij})-\ln E_i-\ln\Delta t_j]^2)} \tag{5.45}$$

Es kann eine schnellere Konvergenz erzielt werden, wenn die einzelnen Berechnungen von $\mathbf{g}$ bzw. $\ln E_i$ noch häufiger iteriert werden. Um diesen Prozess zu beschleunigen wurden neben den bereits bestehenden Hauptiterationen (siehe Algorithmus 5.1) eine weitere Ebene der Iterationen eingeführt. Auf dieser Ebene wird nur das Lösen nach $\mathbf{g}$ bzw. $\ln E_i$ wiederholt (siehe Algorithmus 5.2). Dieses Verfahren macht nur Sinn, falls das Monotonie-Kriterium (siehe Abschnitt 5.2) oder die Robustheit mittels subquadratischen Bestrafungstermen aktiviert ist, da hier auf die vorherigen Werte der entsprechenden Unbekannten eingegangen wird.

Das Abbruchkriterium der inneren Schleife könnte ebenfalls wie beim Successive Over-Relaxation (dt. Überrelaxationsverfahren) (SOR) Verfahren (siehe Unterabschnitt 5.5.2) über das relative Residuum erfolgen. In der verwendeten Implementierung wurde jedoch aus Gründen der Einfachkeit eine maximale Anzahl an inneren Iterationen festgelegt.

5.4.4. Subquadratische Bestrafungsfunktion im räumlichen Glattheitterm von E

Die subquadratischen Bestrafungsfunktionen machen auch bei der Betrachtung des räumlichen Glattheitsterms für **E** Sinn. Durch die weniger starke Gewichtung von starken Ausreißern (wie sie z.B. typischer Weise an Kanten in Bildern vorkommen) können Strukturen im Bild besser erhalten werden.

Algorithmus 5.2 Erweitertes alternierendes Lösen nach $g(k)$ und $\ln E_i$ mit Haupt- und Inneniterationen

```
function SolveHDR(Z_ij, ln Δt_j, N, P)
    g ← initG()
    while g changes do
        repeat
            F ← solveF(F, g, Z_ij, ln Δt_j, N, P)          // F_i = ln E_i
        until F has not changed significantly
        repeat
            g ← solveG(F, g, Z_ij, ln Δt_j, N, P)
        until g has not changed significantly
    end while
    return [g, F]
end function
```

Als Grundlage gilt hier der Glattheitsterm Ψ aus der Gleichung 5.29. Dieser wird nun um die subquadratische Bestrafungsfunktion $\varphi(s^2) = \sqrt{s^2 + \epsilon^2}$ erweitert.

$$\tilde{\Psi} = \alpha \sum_{i \in A} \varphi((\ln E_i - \ln E_{i-1})^2) + \alpha \sum_{i=n}^{N-1} \varphi((\ln E_i - \ln E_{i-n})^2) \tag{5.46}$$

$$A = \{i \in [0, N-1]\} \setminus \{i \cdot k | k \in \mathbb{N}\} \tag{5.47}$$

Dies muss nun wieder nach $\ln E_i$ partiell abgeleitet werden. Dabei wurde auch hier $\ln E_i$ durch F_i ersetzt. Zunächst werden die Randbedingungen ebenfalls vernachlässigt.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial F_i} = 2\alpha [& \\
& + \varphi'((F_i - F_{i-1})^2) \cdot (F_i - F_{i-1}) \\
& - \varphi'((F_{i+1} - F_i)^2) \cdot (F_{i+1} - F_i) \\
& + \varphi'((F_i - F_{i-n})^2) \cdot (F_i - F_{i-n}) \\
& - \varphi'((F_{i+n} - F_i)^2) \cdot (F_{i+n} - F_i) \\
] & \qquad (5.48) \\
= 2\alpha [& \\
& - \varphi'((F_i - F_{i-1})^2) \cdot F_{i-1} \\
& - \varphi'((F_{i+1} - F_i)^2) \cdot F_{i+1} \\
& - \varphi'((F_i - F_{i-n})^2) \cdot F_{i-n} \\
& - \varphi'((F_{i+n} - F_i)^2) \cdot F_{i+n} \\
& + \{\varphi'((F_i - F_{i-1})^2) + \varphi'((F_{i+1} - F_i)^2) + \varphi'((F_i - F_{i-n})^2) + \varphi'((F_{i+n} - F_i)^2)\} \cdot F_i \\
] \stackrel{!}{=} 0 & \qquad (5.49)
\end{aligned}$$

Daraus lässt sich wieder ein Stencil (immer noch ohne Berücksichtigung der Ränder) für den Einfluss der umliegenden Bildpunkte bei der Berechnung von $\ln E_i$ aufstellen (siehe Abbildung 5.3).

	$-\varphi'((F_i - F_{i-n})^2)$	
$-\varphi'((F_i - F_{i-1})^2)$	$\varphi'((F_i - F_{i-1})^2) + \varphi'((F_{i+1} - F_i)^2)$ $+\varphi'((F_i - F_{i-n})^2) + \varphi'((F_{i+n} - F_i)^2)$	$\varphi'((F_{i+1} - F_i)^2)$
	$-\varphi'((F_{i+n} - F_i)^2)$	

Abbildung 5.3.: Einfluss der umliegenden Bildpunkte F_i beim räumlichen Glattheitsterm mit der Erweiterung durch einen subquadratischen Bestrafungsterm

Die Struktur der Matrix $\tilde{R}$ (siehe Abbildung 5.2) ist hier wieder ähnlich. An den Rändern fallen entsprechend die Stencil-Einträge an den Seiten weg und treten damit dann auch nicht im zentralen Pixel auf (dieses enthält die positive Summe der Koeffizienten der Umgebungspixel). Auch in dieser Erweiterung wird $\varphi'(s^2)$ vorab berechnet (aus den alten Werten von $\ln E_i$ und dann nach jeder Iteration aktualisiert.

Damit ergibt sich dann für die Lösung nach $\ln E_i$ ein sehr ähnliches Gleichungssystem wie in Gleichung 5.41.

$$2H \cdot \mathbf{F} + 2\alpha\tilde{R} \cdot \mathbf{F} = 2\mathbf{b} \tag{5.50}$$

$$(H + \alpha\tilde{R}) \cdot \mathbf{F} = \mathbf{b} \tag{5.51}$$

5.4.5. Subquadratische Bestrafungsfunktion im Daten- und Glattheitsterm von E

Um bei der Berechnung von $\ln E_i$ sowohl im Datenterm, als auch im Glattheitsterm robuste Bestrafungsfunktionen zu verwenden müssen die Ergebnisse aus Unterabschnitt 5.4.3 und Unterabschnitt 5.4.4 kombiniert werden.

$$\begin{aligned}\tilde{\Omega} = &\underbrace{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P} w^2(Z_{ij}) \cdot \varphi([\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2)}_{\text{Datenterm mit Robustheit } \Phi} + \underbrace{\lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} [w(Z_{ij}) \cdot \mathbf{g}''(z)]^2}_{\text{Glattheitsterm für } g} \\ &\underbrace{+ \alpha \sum_{i \in A} \varphi((\ln E_i - \ln E_{i-1})^2) + \alpha \sum_{i=n}^{N-1} \varphi((\ln E_i - \ln E_{i-n})^2)}_{\text{Räumlicher Glattheitsterm mit Robustheit } \Psi} \end{aligned} \tag{5.52}$$

(5.53)

Die Gleichung 5.45 kann ebenfalls so umgeformt werden, dass ein LGS entsteht.

$$\underbrace{2\sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{ij})\varphi'([\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2) \ln E_i}_{\text{Matrixeintrag } \tilde{h}_i} =$$
$$\underbrace{2\sum_{j=0}^{P-1} w^2(Z_{ij})(\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j)\varphi'([\mathbf{g}(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2)}_{\text{Vektoreintrag } \tilde{b}_i} \tag{5.54}$$

$$2\underbrace{\begin{pmatrix} \ddots & & \\ & \tilde{h}_i & \\ & & \ddots \end{pmatrix}}_{\text{Matrix } \tilde{H}} \cdot \begin{pmatrix} \vdots \\ \ln E_i \\ \vdots \end{pmatrix} = 2\underbrace{\begin{pmatrix} \vdots \\ \tilde{b}_i \\ \vdots \end{pmatrix}}_{\text{Vektor } \tilde{\mathbf{b}}} \tag{5.55}$$

$$2\tilde{H} \cdot \mathbf{F} = 2\tilde{\mathbf{b}} \tag{5.56}$$

Dieses Gleichungssystem kann nun mit der partiellen Ableitung von $\tilde{\Psi}$ kombiniert werden (siehe Gleichung 5.50). Das führt nun zum folgenden Gleichungssystem

$$2\tilde{H} \cdot \mathbf{F} + 2\alpha\tilde{R} \cdot \mathbf{F} = 2\tilde{\mathbf{b}} \tag{5.57}$$

$$(\tilde{H} + \alpha\tilde{R}) \cdot \mathbf{F} = \tilde{\mathbf{b}} \tag{5.58}$$

Strukturell entspricht dieses LGS dem aus Abschnitt 5.3, da die Matrix $\tilde{H}$ eine Diagonalmatrix mit positiven Einträgen ist. Damit bleibt das LGS positiv semidefinit und quadratisch und kann damit ebenfalls mit dem SOR Verfahren gelöst werden.

5.5. Lösung der LGS

Grundsätzlich hat der Algorithmus es mit zwei verschiedenen Matrix-Typen zu tun. Zum einen wird bei der Berechnung von $\mathbf{g}$ die strukturelle Eigenschaft der Matrix M ausgenutzt um ein schnelles Lösen mittels der LU-Zerlegung zu gewährleisten.

Bei der Erweiterung des Ansatzes um einen räumlichen Glattheitsterm (siehe Abschnitt 5.3) tritt außerdem eine positive semi-definite Matrix auf. Für diesen Zweck wurde ein SOR Verfahren zum Lösen dieses dünnbesetztem LGS implementiert. Beide Verfahren werden hier kurz vorgestellt.

5.5.1. LU-Zerlegung einer Pentadiagonal-Matrix

Die Matrix M aus Gleichung 5.16 ist Pentadiagonal. Das bedeutet, es sind nur die zentralen fünf Diagonal-Elemente der Matrix besetzt. Hier kommt eine besonders schnelle Variante der LU-Zerlegung zum Einsatz.

Die LU-Zerlegung ist ein Verfahren, bei dem eine quadratische Matrix A in die beiden Dreiecksmatritzen L und U zerlegt wird. Das besondere an diesem Verfahren ist, das die nichttrivialen Elemente (Einträge ungleich Null) in der Matrix L (engl. lower) sich nur in der unteren linken, bei der Matrix U (engl. upper) nur in der oberen rechten Hälfte befinden und die Diagonal Einträge von L alle eins sind.

In diesem speziellen Fall ist bekannt, dass die Matrix nur fünf besetzte Diagonalen hat. Daraus ergibt sich die in der Gleichung 5.60 beschriebene Struktur für die LU-Zerlegung.

$$A = L \cdot U \tag{5.59}$$

$$\left(A_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & & & & \\ l_1 & 1 & 0 & & & \\ k_2 & l_2 & 1 & 0 & & \\ 0 & k_3 & l_3 & 1 & 0 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & k_n & l_n & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_0 & r_0 & p_0 & 0 & & \\ 0 & m_1 & r_1 & p_1 & 0 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & p_{n-2} \\ & & & \ddots & \ddots & r_{n-1} \\ & & & & 0 & m_n \end{pmatrix} \tag{5.60}$$

Daraus lässt sich dann der Algorithmus Algorithmus A.1 herleiten, der eine pentadiagonale Matrix A und einen Vektor $\mathbf{b}$ (rechte Seite des LGS) als Eingabe hat und den Vektor $\mathbf{x}$ zurückgibt, sodass gilt $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$. Das darin enthaltende Lösen des LGS $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ geschieht mittels der Vorwärts Eliminierung und der Rückwärts Substitution (siehe Algorithmus A.1).

Eine erweiterte Pivotisierung der Spalten ist nicht notwendig, da die Diagonal-Einträge der Matrix bereits die betragsmäßig größten Werte einer Spalte haben. Der komplette Algorithmus ist in Pseudocode im Anhang zu finden (siehe A.1).

5.5.2. SOR-Algorithmus

Für die Erweiterung um einen räumlichen Glattheitsterm (siehe Abschnitt 5.4) musste außerdem noch ein weiterer Typ Matrix gelöst werden. Das dabei entstehende Gleichungssystem hätte nicht so effizient mit der LU-Zerlegung gelöst werden können, da die dabei entstehende Matrix nicht pentadiagonal ist und außerdem sehr groß ist ($N \times N$, wobei N die Anzahl der Pixel in einem Bild der Belichtungsserie ist). Aus diesem Grund wurde das SOR Verfahren ebenfalls implementiert. Bei Matritzen die quadratischen, positiv definit, symmetrischen und dünn besetzt sind stellt das SOR eine Verbesserung gegenüber dem Gauß-Seidel Verfahren dar.

Der reelle Parameter $\omega \in (0, 2)$ sorgt dafür, dass das Verfahren schneller konvergiert. Das Gauß-Seidel und das SOR Verfahren sind identisch für $\omega = 1$.

Bei diesem Verfahren wird die Lösung für x komponentenweise und iterativ nach folgender Vorschrift gelöst:

$$x_k^{m+1} = (1-\omega)x_k^m + \frac{\omega}{a_{kk}}(b_k - \sum_{i>k} a_{ki} x_i^m - \sum_{i<k} a_{ki} x_i^{m+1}),\ k \in [1, n] \tag{5.61}$$

Die Implementierung des Verfahrens verwendet als Abbruchkriterium die maximale Komponente r_{max} des Residuum-Vektors $\mathbf{r}$ mit $\mathbf{r} = A \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b}$. Diese wird nach jeder Iteration m mit $r_{max}^m := \max_{i \in [1,n]} |r_i^m| < \delta_1$ berechnet.

Falls sowohl das Residuum $r_{max} < \delta_1$ und auch die Differenz der Werte zweier aufeinander folgenden Iterationen kleiner als eine vorgegebenen Schranke δ_2 ($\max_{i \in [1,n]} |x_i^m - x_i^{m-1}| < \delta_2$) sind, so terminiert das Verfahren [Wes08, S. 143]. In dieser Implementierung wurde außerdem eine maximale obere Schranke für die Anzahl der Iterationen angegeben.

6. Implementierung

Großer Teil der Arbeit war neben der mathematischen Ausarbeitung (siehe Kapitel 5) auch die eigentliche Implementierung des erarbeiten Verfahrens, für welche folgende grundlegende Anforderungen bestanden:

Portierbarkeit: In der Aufgabenstellung war bereits gefordert, dass die Implementierung auf verschiedenen Systemen portierbar sein soll. Aus diesem Grund kamen bereits nur einige wenige Programmiersprachen in Frage

Evaluation der Daten: Da die entstehenden Daten auch evaluiert und grafisch dargestellt werden sollten, war eine weitere Anforderung an die Software, dass sie eine grafische Benutzerschnittstelle (engl. graphical user interface) (GUI) besitzt oder aber Bild-Formate exportieren kann.

Funktionalität: Die Funktionalität der Implementierung stand primär im Vordergrund. An die Performanz der Implementierung und dem Design der GUI wurden keine besonderen Anforderungen gestellt.

Software-Qualität: Da diese Arbeit eine Bachelor-Arbeit der Fachrichtung *Softwaretechnik* ist bestand eine gewisse Anforderung an die Qualität des Quellcodes. Dies beinhaltet u.a. automatisierte Tests, Objektorientierte Programmierung und Modulare Strukturen.

6.1. Wahl der Programmier-Sprache

Aus den oben beschriebenen Anforderungen ließen sich im großen und ganzen drei mögliche Programmiersprachen ableiten, aus denen eine gewählt werden musste.

6.2. Architektur

6.3. Algorithmus in Pseudocode

6.4. Ausgewählte Programmabschnitte

6.5. Verwendetes Tone-Mapping-Verfahren

6.6. Laufzeitanalyse

Sprache	Java	C	C#
Portierbarkeit	✓	✓	✓[a]
GUI	✓	✓[b]	✓
Objektorientierte Programmierung	✓	×[c]	✓
Automatisierte Tests	✓	✓[d]	✓
Native Systemzugriff[e]	×[f]	✓	✓

Tabelle 6.1.: Vergleich

[a] Mono (http://www.mono-project.com) ist eine portierbare Version von C# die auch auf Unix kompiliert

[b] Durch Libraries (z.B. GTK+ http://www.gtk.org) können in C auch grafische Benutzeroberflächen entwickelt werden

[c] Obwohl C keine objektorientierte Sprache ist, ist es grundsätzlich natürlich trotzdem möglich ähnliche Konstrukte zu erzeugen.

[d] Nicht direkt unterstützt, aber es gibt Testframeworks wie z.B. http://check.sourceforge.net

[e] Der Zugriff auf native Systemfunktionen ermöglicht häufig einen Performance-Gewinn

[f] Java läuft im sog. Java Runtime Environment (JRE) und hat damit nicht direkt Zugriff auf native Funktionen

7. Ergebnisse und Resultate

Probleme kann man niemals mit derselben Denkweise lösen, durch die sie entstanden sind.

(Albert Einstein)

7.1. Ergebnisse ohne Erweiterungen

7.2. Ergebnisse mit Erweiterungen

7.2.1. Ergebnisse mit Robustheits-Term

7.2.2. Ergebnisse mit Monotonie-Bedingung

7.2.3. Ergebnisse mit räumlichem Glattheitsterm

7.3. Vergleich der Ergebnisse

7.4. Vergleich zum naiven Ansatz von Debevec und Malik [DM97]

8. Zusammenfassung und Ausblick

Hier bitte einen kurzen Durchgang durch die Arbeit.

Ausblick

...und anschließend einen Ausblick

A. Anhang

A.1. Artikel [DM97]

Recovering High Dynamic Range Radiance Maps from Photographs

Paul E. Debevec Jitendra Malik

University of California at Berkeley[1]

ABSTRACT

We present a method of recovering high dynamic range radiance maps from photographs taken with conventional imaging equipment. In our method, multiple photographs of the scene are taken with different amounts of exposure. Our algorithm uses these differently exposed photographs to recover the response function of the imaging process, up to factor of scale, using the assumption of reciprocity. With the known response function, the algorithm can fuse the multiple photographs into a single, high dynamic range radiance map whose pixel values are proportional to the true radiance values in the scene. We demonstrate our method on images acquired with both photochemical and digital imaging processes. We discuss how this work is applicable in many areas of computer graphics involving digitized photographs, including image-based modeling, image compositing, and image processing. Lastly, we demonstrate a few applications of having high dynamic range radiance maps, such as synthesizing realistic motion blur and simulating the response of the human visual system.

CR Descriptors: I.2.10 [**Artificial Intelligence**]: Vision and Scene Understanding - *Intensity, color, photometry and thresholding*; I.3.7 [**Computer Graphics**]: Three-Dimensional Graphics and Realism - *Color, shading, shadowing, and texture*; I.4.1 [**Image Processing**]: Digitization - *Scanning*; I.4.8 [**Image Processing**]: Scene Analysis - *Photometry, Sensor Fusion*.

1 Introduction

Digitized photographs are becoming increasingly important in computer graphics. More than ever, scanned images are used as texture maps for geometric models, and recent work in image-based modeling and rendering uses images as the fundamental modeling primitive. Furthermore, many of today's graphics applications require computer-generated images to mesh seamlessly with real photographic imagery. Properly using photographically acquired imagery in these applications can greatly benefit from an accurate model of the photographic process.

When we photograph a scene, either with film or an electronic imaging array, and digitize the photograph to obtain a two-dimensional array of "brightness" values, these values are rarely true measurements of relative radiance in the scene. For example, if one pixel has twice the value of another, it is unlikely that it observed twice the radiance. Instead, there is usually an unknown, nonlinear mapping that determines how radiance in the scene becomes pixel values in the image.

This nonlinear mapping is hard to know beforehand because it is actually the composition of several nonlinear mappings that occur in the photographic process. In a conventional camera (see Fig. 1), the film is first exposed to light to form a latent image. The film is then developed to change this latent image into variations in transparency, or *density*, on the film. The film can then be digitized using a film scanner, which projects light through the film onto an electronic light-sensitive array, converting the image to electrical voltages. These voltages are digitized, and then manipulated before finally being written to the storage medium. If prints of the film are scanned rather than the film itself, then the printing process can also introduce nonlinear mappings.

In the first stage of the process, the film response to variations in exposure X (which is $E\Delta t$, the product of the irradiance E the film receives and the exposure time Δt) is a non-linear function, called the "characteristic curve" of the film. Noteworthy in the typical characteristic curve is the presence of a small response with no exposure and saturation at high exposures. The development, scanning and digitization processes usually introduce their own nonlinearities which compose to give the aggregate nonlinear relationship between the image pixel exposures X and their values Z.

Digital cameras, which use charge coupled device (CCD) arrays to image the scene, are prone to the same difficulties. Although the charge collected by a CCD element is proportional to its irradiance, most digital cameras apply a nonlinear mapping to the CCD outputs before they are written to the storage medium. This nonlinear mapping is used in various ways to mimic the response characteristics of film, anticipate nonlinear responses in the display device, and often to convert 12-bit output from the CCD's analog-to-digital converters to 8-bit values commonly used to store images. As with film, the most significant nonlinearity in the response curve is at its saturation point, where any pixel with a radiance above a certain level is mapped to the same maximum image value.

Why is this any problem at all? The most obvious difficulty, as any amateur or professional photographer knows, is that of limited dynamic range—one has to choose the range of radiance values that are of interest and determine the exposure time suitably. Sunlit scenes, and scenes with shiny materials and artificial light sources, often have extreme differences in radiance values that are impossible to capture without either under-exposing or saturating the film. To cover the full dynamic range in such a scene, one can take a series of photographs with different exposures. This then poses a problem: how can we combine these separate images into a composite radiance map? Here the fact that the mapping from scene radiance to pixel values is unknown and nonlinear begins to haunt us. The purpose of this paper is to present a simple technique for recovering this response function, up to a scale factor, using nothing more than a set of photographs taken with varying, known exposure durations. With this mapping, we then use the pixel values from all available photographs to construct an accurate map of the radiance in the scene, up to a factor of scale. This radiance map will cover

[1] Computer Science Division, University of California at Berkeley, Berkeley, CA 94720-1776. Email: debevec@cs.berkeley.edu, malik@cs.berkeley.edu. More information and additional results may be found at: http://www.cs.berkeley.edu/~debevec/Research

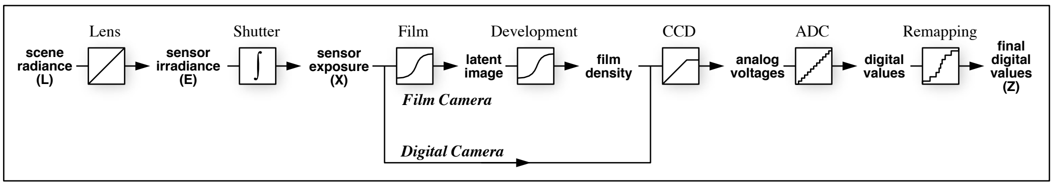


Figure 1: **Image Acquisition Pipeline** *shows how scene radiance becomes pixel values for both film and digital cameras. Unknown nonlinear mappings can occur during exposure, development, scanning, digitization, and remapping. The algorithm in this paper determines the aggregate mapping from scene radiance L to pixel values Z from a set of differently exposed images.*

the entire dynamic range captured by the original photographs.

1.1 Applications

Our technique of deriving imaging response functions and recovering high dynamic range radiance maps has many possible applications in computer graphics:

Image-based modeling and rendering

Image-based modeling and rendering systems to date (e.g. [11, 15, 2, 3, 12, 6, 17]) make the assumption that all the images are taken with the same exposure settings and film response functions. However, almost any large-scale environment will have some areas that are much brighter than others, making it impossible to adequately photograph the scene using a single exposure setting. In indoor scenes with windows, this situation often arises within the field of view of a single photograph, since the areas visible through the windows can be far brighter than the areas inside the building.

By determining the response functions of the imaging device, the method presented here allows one to correctly fuse pixel data from photographs taken at different exposure settings. As a result, one can properly photograph outdoor areas with short exposures, and indoor areas with longer exposures, without creating inconsistencies in the data set. Furthermore, knowing the response functions can be helpful in merging photographs taken with different imaging systems, such as video cameras, digital cameras, and film cameras with various film stocks and digitization processes.

The area of image-based modeling and rendering is working toward recovering more advanced reflection models (up to complete BRDF's) of the surfaces in the scene (e.g. [21]). These methods, which involve observing surface radiance in various directions under various lighting conditions, require absolute radiance values rather than the nonlinearly mapped pixel values found in conventional images. Just as important, the recovery of high dynamic range images will allow these methods to obtain accurate radiance values from surface specularities and from incident light sources. Such higher radiance values usually become clamped in conventional images.

Image processing

Most image processing operations, such as blurring, edge detection, color correction, and image correspondence, expect pixel values to be proportional to the scene radiance. Because of nonlinear image response, especially at the point of saturation, these operations can produce incorrect results for conventional images.

In computer graphics, one common image processing operation is the application of synthetic motion blur to images. In our results (Section 3), we will show that using true radiance maps produces significantly more realistic motion blur effects for high dynamic range scenes.

Image compositing

Many applications in computer graphics involve compositing image data from images obtained by different processes. For example, a background matte might be shot with a still camera, live action might be shot with a different film stock or scanning process, and CG elements would be produced by rendering algorithms. When there are significant differences in the response curves of these imaging processes, the composite image can be visually unconvincing. The technique presented in this paper provides a convenient and robust method of determining the overall response curve of any imaging process, allowing images from different processes to be used consistently as radiance maps. Furthermore, the recovered response curves can be inverted to render the composite radiance map as if it had been photographed with any of the original imaging processes, or a different imaging process entirely.

A research tool

One goal of computer graphics is to simulate the image formation process in a way that produces results that are consistent with what happens in the real world. Recovering radiance maps of real-world scenes should allow more quantitative evaluations of rendering algorithms to be made in addition to the qualitative scrutiny they traditionally receive. In particular, the method should be useful for developing reflectance and illumination models, and comparing global illumination solutions against ground truth data.

Rendering high dynamic range scenes on conventional display devices is the subject of considerable previous work, including [20, 16, 5, 23]. The work presented in this paper will allow such methods to be tested on real radiance maps in addition to synthetically computed radiance solutions.

1.2 Background

The photochemical processes involved in silver halide photography have been the subject of continued innovation and research ever since the invention of the daguerretype in 1839. [18] and [8] provide a comprehensive treatment of the theory and mechanisms involved. For the newer technology of solid-state imaging with charge coupled devices, [19] is an excellent reference. The technical and artistic problem of representing the dynamic range of a natural scene on the limited range of film has concerned photographers from the early days – [1] presents one of the best known systems to choose shutter speeds, lens apertures, and developing conditions to best coerce the dynamic range of a scene to fit into what is possible on a print. In scientific applications of photography, such as in astronomy, the nonlinear film response has been addressed by suitable calibration procedures. It is our objective instead to develop a simple self-calibrating procedure not requiring calibration charts or photometric measuring devices.

In previous work, [13] used multiple flux integration times of a CCD array to acquire extended dynamic range images. Since direct CCD outputs were available, the work did not need to deal with the problem of nonlinear pixel value response. [14] addressed the problem of nonlinear response but provide a rather limited method of recovering the response curve. Specifically, a parametric form of the response curve is arbitrarily assumed, there is no satisfactory treatment of image noise, and the recovery process makes only partial use of the available data.

2 The Algorithm

This section presents our algorithm for recovering the film response function, and then presents our method of reconstructing the high dynamic range radiance image from the multiple photographs. We describe the algorithm assuming a grayscale imaging device. We discuss how to deal with color in Section 2.6.

2.1 Film Response Recovery

Our algorithm is based on exploiting a physical property of imaging systems, both photochemical and electronic, known as *reciprocity*.

Let us consider photographic film first. The response of a film to variations in exposure is summarized by the characteristic curve (or Hurter-Driffield curve). This is a graph of the optical density D of the processed film against the logarithm of the exposure X to which it has been subjected. The exposure X is defined as the product of the irradiance E at the film and exposure time, Δt, so that its units are Jm^{-2}. Key to the very concept of the characteristic curve is the assumption that only the product $E\Delta t$ is important, that halving E and doubling Δt will not change the resulting optical density D. Under extreme conditions (very large or very low Δt), the reciprocity assumption can break down, a situation described as reciprocity failure. In typical print films, reciprocity holds to within $\frac{1}{3}$ stop[1] for exposure times of 10 seconds to 1/10,000 of a second.[2] In the case of charge coupled arrays, reciprocity holds under the assumption that each site measures the total number of photons it absorbs during the integration time.

After the development, scanning and digitization processes, we obtain a digital number Z, which is a nonlinear function of the original exposure X at the pixel. Let us call this function f, which is the composition of the characteristic curve of the film as well as all the nonlinearities introduced by the later processing steps. Our first goal will be to recover this function f. Once we have that, we can compute the exposure X at each pixel, as $X = f^{-1}(Z)$. We make the reasonable assumption that the function f is monotonically increasing, so its inverse f^{-1} is well defined. Knowing the exposure X and the exposure time Δt, the irradiance E is recovered as $E = X/\Delta t$, which we will take to be proportional to the radiance L in the scene.[3]

Before proceeding further, we should discuss the consequences of the spectral response of the sensor. The exposure X should be thought of as a function of wavelength $X(\lambda)$, and the abscissa on the characteristic curve should be the integral $\int X(\lambda)R(\lambda)d\lambda$ where $R(\lambda)$ is the spectral response of the sensing element at the pixel location. Strictly speaking, our use of irradiance, a radiometric quantity, is not justified. However, the spectral response of the sensor site may not be the photopic luminosity function V_λ, so the photometric term *illuminance* is not justified either. In what follows, we will use the term irradiance, while urging the reader to remember that the quantities we will be dealing with are weighted by the spectral response at the sensor site. For color photography, the color channels may be treated separately.

The input to our algorithm is a number of digitized photographs taken from the same vantage point with different known exposure durations Δt_j.[4] We will assume that the scene is static and that this process is completed quickly enough that lighting changes can be safely ignored. It can then be assumed that the film irradiance values E_i for each pixel i are constant. We will denote pixel values by Z_{ij} where i is a spatial index over pixels and j indexes over exposure times Δt_j. We may now write down the film reciprocity equation as:

$$Z_{ij} = f(E_i \Delta t_j) \quad (1)$$

Since we assume f is monotonic, it is invertible, and we can rewrite (1) as:

$$f^{-1}(Z_{ij}) = E_i \Delta t_j$$

Taking the natural logarithm of both sides, we have:

$$\ln f^{-1}(Z_{ij}) = \ln E_i + \ln \Delta t_j$$

To simplify notation, let us define function $g = \ln f^{-1}$. We then have the set of equations:

$$g(Z_{ij}) = \ln E_i + \ln \Delta t_j \quad (2)$$

where i ranges over pixels and j ranges over exposure durations. In this set of equations, the Z_{ij} are known, as are the Δt_j. The unknowns are the irradiances E_i, as well as the function g, although we assume that g is smooth and monotonic.

We wish to recover the function g and the irradiances E_i that best satisfy the set of equations arising from Equation 2 in a least-squared error sense. We note that recovering g only requires recovering the *finite* number of values that $g(z)$ can take since the domain of Z, pixel brightness values, is finite. Letting Z_{min} and Z_{max} be the least and greatest pixel values (integers), N be the number of pixel locations and P be the number of photographs, we formulate the problem as one of finding the $(Z_{max} - Z_{min} + 1)$ values of $g(Z)$ and the N values of $\ln E_i$ that minimize the following quadratic objective function:

$$\mathcal{O} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} [g(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2 + \lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} g''(z)^2 \quad (3)$$

The first term ensures that the solution satisfies the set of equations arising from Equation 2 in a least squares sense. The second term is a smoothness term on the sum of squared values of the second derivative of g to ensure that the function g is smooth; in this discrete setting we use $g''(z) = g(z-1) - 2g(z) + g(z+1)$. This smoothness term is essential to the formulation in that it provides coupling between the values $g(z)$ in the minimization. The scalar λ weights the smoothness term relative to the data fitting term, and should be chosen appropriately for the amount of noise expected in the Z_{ij} measurements.

Because it is quadratic in the E_i's and $g(z)$'s, minimizing $\mathcal{O}$ is a straightforward linear least squares problem. The overdetermined

[1] 1 stop is a photographic term for a factor of two; $\frac{1}{3}$ stop is thus $2^{\frac{1}{3}}$

[2] An even larger dynamic range can be covered by using neutral density filters to lessen to amount of light reaching the film for a given exposure time. A discussion of the modes of reciprocity failure may be found in [18], ch. 4.

[3] L is proportional E for any particular pixel, but it is possible for the proportionality factor to be different at different places on the sensor. One formula for this variance, given in [7], is $E = L\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{f}\right)^2 cos^4\alpha$, where α measures the pixel's angle from the lens' optical axis. However, most modern camera lenses are designed to compensate for this effect, and provide a nearly constant mapping between radiance and irradiance at f/8 and smaller apertures. See also [10].

[4] Most modern SLR cameras have electronically controlled shutters which give extremely accurate and reproducible exposure times. We tested our Canon EOS Elan camera by using a Macintosh to make digital audio recordings of the shutter. By analyzing these recordings we were able to verify the accuracy of the exposure times to within a thousandth of a second. Conveniently, we determined that the actual exposure times varied by powers of two between stops ($\frac{1}{64}, \frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, 16, 32$), rather than the rounded numbers displayed on the camera readout ($\frac{1}{60}, \frac{1}{30}, \frac{1}{15}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, 1, 2, 4, 8, 15, 30). Because of problems associated with vignetting, varying the aperture is not recommended.

system of linear equations is robustly solved using the singular value decomposition (SVD) method. An intuitive explanation of the procedure may be found in Fig. 2.

We need to make three additional points to complete our description of the algorithm:

First, the solution for the $g(z)$ and E_i values can only be up to a single scale factor α. If each log irradiance value $\ln E_i$ were replaced by $\ln E_i + \alpha$, and the function g replaced by $g + \alpha$, the system of equations 2 and also the objective function $\mathcal{O}$ would remain unchanged. To establish a scale factor, we introduce the additional constraint $g(Z_{mid}) = 0$, where $Z_{mid} = \frac{1}{2}(Z_{min} + Z_{max})$, simply by adding this as an equation in the linear system. The meaning of this constraint is that a pixel with value midway between Z_{min} and Z_{max} will be assumed to have unit exposure.

Second, the solution can be made to have a much better fit by anticipating the basic shape of the response function. Since $g(z)$ will typically have a steep slope near Z_{min} and Z_{max}, we should expect that $g(z)$ will be less smooth and will fit the data more poorly near these extremes. To recognize this, we can introduce a weighting function $w(z)$ to emphasize the smoothness and fitting terms toward the middle of the curve. A sensible choice of w is a simple hat function:

$$w(z) = \begin{cases} z - Z_{min} & \text{for } z \leq \frac{1}{2}(Z_{min} + Z_{max}) \\ Z_{max} - z & \text{for } z > \frac{1}{2}(Z_{min} + Z_{max}) \end{cases} \quad (4)$$

Equation 3 now becomes:

$$\mathcal{O} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} \{w(Z_{ij}) \left[g(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j\right]\}^2 +$$
$$\lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} [w(z) g''(z)]^2$$

Finally, we need not use every available pixel site in this solution procedure. Given measurements of N pixels in P photographs, we have to solve for N values of $\ln E_i$ and $(Z_{max} - Z_{min})$ samples of g. To ensure a sufficiently overdetermined system, we want $N(P-1) > (Z_{max} - Z_{min})$. For the pixel value range $(Z_{max} - Z_{min}) = 255$, $P = 11$ photographs, a choice of N on the order of 50 pixels is more than adequate. Since the size of the system of linear equations arising from Equation 3 is on the order of $N \times P + Z_{max} - Z_{min}$, computational complexity considerations make it impractical to use every pixel location in this algorithm. Clearly, the pixel locations should be chosen so that they have a reasonably even distribution of pixel values from Z_{min} to Z_{max}, and so that they are spatially well distributed in the image. Furthermore, the pixels are best sampled from regions of the image with low intensity variance so that radiance can be assumed to be constant across the area of the pixel, and the effect of optical blur of the imaging system is minimized. So far we have performed this task by hand, though it could easily be automated.

Note that we have not explicitly enforced the constraint that g must be a monotonic function. If desired, this can be done by transforming the problem to a non-negative least squares problem. We have not found it necessary because, in our experience, the smoothness penalty term is enough to make the estimated g monotonic in addition to being smooth.

To show its simplicity, the MATLAB routine we used to minimize Equation 5 is included in the Appendix. Running times are on the order of a few seconds.

2.2 Constructing the High Dynamic Range Radiance Map

Once the response curve g is recovered, it can be used to quickly convert pixel values to relative radiance values, assuming the exposure Δt_j is known. Note that the curve can be used to determine radiance values in any image(s) acquired by the imaging process associated with g, not just the images used to recover the response function.

From Equation 2, we obtain:

$$\ln E_i = g(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j \quad (5)$$

For robustness, and to recover high dynamic range radiance values, we should use all the available exposures for a particular pixel to compute its radiance. For this, we reuse the weighting function in Equation 4 to give higher weight to exposures in which the pixel's value is closer to the middle of the response function:

$$\ln E_i = \frac{\sum_{j=1}^{P} w(Z_{ij})(g(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j)}{\sum_{j=1}^{P} w(Z_{ij})} \quad (6)$$

Combining the multiple exposures has the effect of reducing noise in the recovered radiance values. It also reduces the effects of imaging artifacts such as film grain. Since the weighting function ignores saturated pixel values, "blooming" artifacts[5] have little impact on the reconstructed radiance values.

2.2.1 Storage

In our implementation the recovered radiance map is computed as an array of single-precision floating point values. For efficiency, the map can be converted to the image format used in the RADIANCE [22] simulation and rendering system, which uses just eight bits for each of the mantissa and exponent. This format is particularly compact for color radiance maps, since it stores just one exponent value for all three color values at each pixel. Thus, in this format, a high dynamic range radiance map requires just one third more storage than a conventional RGB image.

2.3 How many images are necessary?

To decide on the number of images needed for the technique, it is convenient to consider the two aspects of the process:

1. *Recovering the film response curve:* This requires a minimum of two photographs. Whether two photographs are enough can be understood in terms of the heuristic explanation of the process of film response curve recovery shown in Fig. 2. If the scene has sufficiently many different radiance values, the entire curve can, in principle, be assembled by sliding together the sampled curve segments, each with only two samples. Note that the photos must be similar enough in their exposure amounts that some pixels fall into the working range[6] of the film in both images; otherwise, there is no information to relate the exposures to each other. Obviously, using more than two images with differing exposure times improves performance with respect to noise sensitivity.
2. *Recovering a radiance map given the film response curve:* The number of photographs needed here is a function of the dynamic range of radiance values in the scene. Suppose the range of maximum to minimum radiance values that we are

[5]Blooming occurs when charge or light at highly saturated sites on the imaging surface spills over and affects values at neighboring sites.

[6]The *working range* of the film corresponds to the middle section of the response curve. The ends of the curve, in which large changes in exposure cause only small changes in density (or pixel value), are called the *toe* and the *shoulder*.

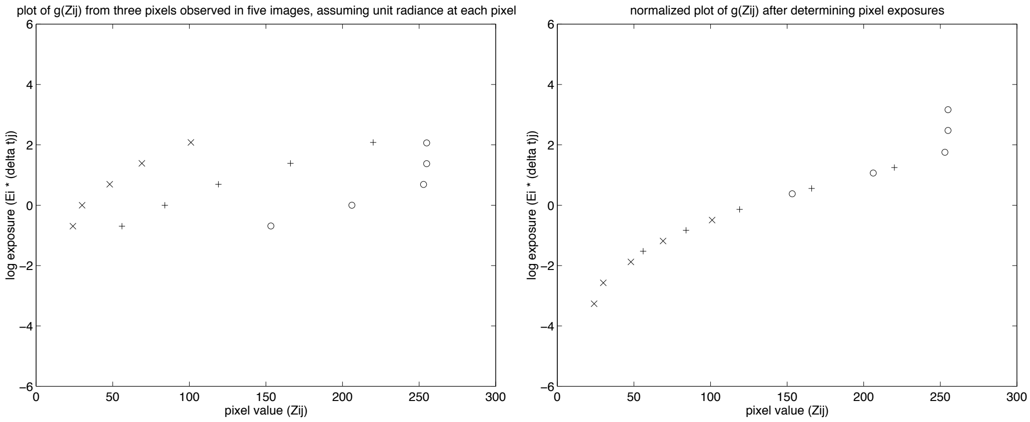


Figure 2: *In the figure on the left, the $\times$ symbols represent samples of the g curve derived from the digital values at one pixel for 5 different known exposures using Equation 2. The unknown log irradiance $\ln E_i$ has been arbitrarily assumed to be 0. Note that the shape of the g curve is correct, though its position on the vertical scale is arbitrary corresponding to the unknown $\ln E_i$. The $+$ and $\circ$ symbols show samples of g curve segments derived by consideration of two other pixels; again the vertical position of each segment is arbitrary. Essentially, what we want to achieve in the optimization process is to slide the 3 sampled curve segments up and down (by adjusting their $\ln E_i$'s) until they "line up" into a single smooth, monotonic curve, as shown in the right figure. The vertical position of the composite curve will remain arbitrary.*

interested in recovering accurately is R, and the film is capable of representing in its working range a dynamic range of F. Then the minimum number of photographs needed is $\lceil \frac{R}{F} \rceil$ to ensure that every part of the scene is imaged in at least one photograph at an exposure duration that puts it in the working range of the film response curve. As in recovering the response curve, using more photographs than strictly necessary will result in better noise sensitivity.

If one wanted to use as few photographs as possible, one might first recover the response curve of the imaging process by photographing a scene containing a diverse range of radiance values at three or four different exposures, differing by perhaps one or two stops. This response curve could be used to determine the working range of the imaging process, which for the processes we have seen would be as many as five or six stops. For the remainder of the shoot, the photographer could decide for any particular scene the number of shots necessary to cover its entire dynamic range. For diffuse indoor scenes, only one exposure might be necessary; for scenes with high dynamic range, several would be necessary. By recording the exposure amount for each shot, the images could then be converted to radiance maps using the pre-computed response curve.

2.4 Recovering extended dynamic range from single exposures

Most commericially available film scanners can detect reasonably close to the full range of useful densities present in film. However, many of these scanners (as well as the Kodak PhotoCD process) produce 8-bit-per-channel images designed to be viewed on a screen or printed on paper. Print film, however, records a significantly greater dynamic range than can be displayed with either of these media. As a result, such scanners deliver only a portion of the detected dynamic range of print film in a single scan, discarding information in either high or low density regions. The portion of the detected dynamic range that is delivered can usually be influenced by "brightness" or "density adjustment" controls.

The method presented in this paper enables two methods for recovering the full dynamic range of print film which we will briefly outline[7]. In the first method, the print negative is scanned with the scanner set to scan slide film. Most scanners will then record the entire detectable dynamic range of the film in the resulting image. As before, a series of differently exposed images of the same scene can be used to recover the response function of the imaging system with each of these scanner settings. This response function can then be used to convert individual exposures to radiance maps. Unfortunately, since the resulting image is still 8-bits-per-channel, this results in increased quantization.

In the second method, the film can be scanned twice with the scanner set to different density adjustment settings. A series of differently exposed images of the same scene can then be used to recover the response function of the imaging system at each of these density adjustment settings. These two response functions can then be used to combine two scans of any single negative using a similar technique as in Section 2.2.

2.5 Obtaining Absolute Radiance

For many applications, such as image processing and image compositing, the relative radiance values computed by our method are all that are necessary. If needed, an approximation to the scaling term necessary to convert to absolute radiance can be derived using the ASA of the film[8] and the shutter speeds and exposure amounts in the photographs. With these numbers, formulas that give an approximate prediction of film response can be found in [9]. Such an approximation can be adequate for simulating visual artifacts such as glare, and predicting areas of scotopic retinal response. If desired, one could recover the scaling factor precisely by photographing a calibration luminaire of known radiance, and scaling the radiance values to agree with the known radiance of the luminaire.

2.6 Color

Color images, consisting of red, green, and blue channels, can be processed by reconstructing the imaging system response curve for

[7]This work was done in collaboration with Gregory Ward Larson

[8]Conveniently, most digital cameras also specify their sensitivity in terms of ASA.

each channel independently. Unfortunately, there will be three unknown scaling factors relating relative radiance to absolute radiance, one for each channel. As a result, different choices of these scaling factors will change the color balance of the radiance map.

By default, the algorithm chooses the scaling factor such that a pixel with value Z_{mid} will have unit exposure. Thus, any pixel with the RGB value $(Z_{mid}, Z_{mid}, Z_{mid})$ will have equal radiance values for R, G, and B, meaning that the pixel is achromatic. If the three channels of the imaging system actually do respond equally to achromatic light in the neighborhood of Z_{mid}, then our procedure correctly reconstructs the relative radiances.

However, films are usually calibrated to respond achromatically to a particular color of light C, such as sunlight or fluorescent light. In this case, the radiance values of the three channels should be scaled so that the pixel value $(Z_{mid}, Z_{mid}, Z_{mid})$ maps to a radiance with the same color ratios as C. To properly model the color response of the entire imaging process rather than just the film response, the scaling terms can be adjusted by photographing a calibration luminaire of known color.

2.7 Taking virtual photographs

The recovered response functions can also be used to map radiance values back to pixel values for a given exposure Δt using Equation 1. This process can be thought of as taking a virtual photograph of the radiance map, in that the resulting image will exhibit the response qualities of the modeled imaging system. Note that the response functions used need not be the same response functions used to construct the original radiance map, which allows photographs acquired with one imaging process to be rendered as if they were acquired with another.[9]

3 Results

Figures 3-5 show the results of using our algorithm to determine the response curve of a DCS460 digital camera. Eleven grayscale photographs filtered down to 765×509 resolution (Fig. 3) were taken at f/8 with exposure times ranging from $\frac{1}{30}$ of a second to 30 seconds, with each image receiving twice the exposure of the previous one. The film curve recovered by our algorithm from 45 pixel locations observed across the image sequence is shown in Fig. 4. Note that although CCD image arrays naturally produce linear output, from the curve it is evident that the camera nonlinearly remaps the data, presumably to mimic the response curves found in film. The underlying registered $(E_i \Delta t_j, Z_{ij})$ data are shown as light circles underneath the curve; some outliers are due to sensor artifacts (light horizontal bands across some of the darker images.)

Fig. 5 shows the reconstructed high dynamic range radiance map. To display this map, we have taken the logarithm of the radiance values and mapped the range of these values into the range of the display. In this representation, the pixels at the light regions do not saturate, and detail in the shadow regions can be made out, indicating that all of the information from the original image sequence is present in the radiance map. The large range of values present in the radiance map (over four orders of magnitude of useful dynamic range) is shown by the values at the marked pixel locations.

Figure 6 shows sixteen photographs taken inside a church with a Canon 35mm SLR camera on Fuji 100 ASA color print film. A fisheye 15mm lens set at f/8 was used, with exposure times ranging from 30 seconds to $\frac{1}{1000}$ of a second in 1-stop increments. The film was developed professionally and scanned in using a Kodak PhotoCD film scanner. The scanner was set so that it would not individually

[9]Note that here we are assuming that the spectral response functions for each channel of the two imaging processes is the same. Also, this technique does not model many significant qualities of an imaging system such as film grain, chromatic aberration, blooming, and the modulation transfer function.

Figure 3: **(a)** *Eleven grayscale photographs of an indoor scene acquired with a Kodak DCS460 digital camera, with shutter speeds progressing in 1-stop increments from $\frac{1}{30}$ of a second to 30 seconds.*

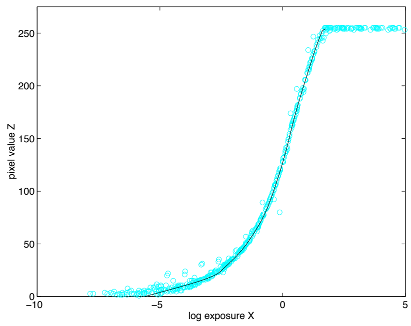


Figure 4: *The response function of the DCS460 recovered by our algorithm, with the underlying $(E_i \Delta t_j, Z_{ij})$ data shown as light circles. The logarithm is base e.*

Figure 5: *The reconstructed high dynamic range radiance map, mapped into a grayscale image by taking the logarithm of the radiance values. The relative radiance values of the marked pixel locations, clockwise from lower left: 1.0, 46.2, 1907.1, 15116.0, and 18.0.*

Figure 6: *Sixteen photographs of a church taken at 1-stop increments from 30 sec to* $\frac{1}{1000}$ *sec. The sun is directly behind the rightmost stained glass window, making it especially bright. The blue borders seen in some of the image margins are induced by the image registration process.*

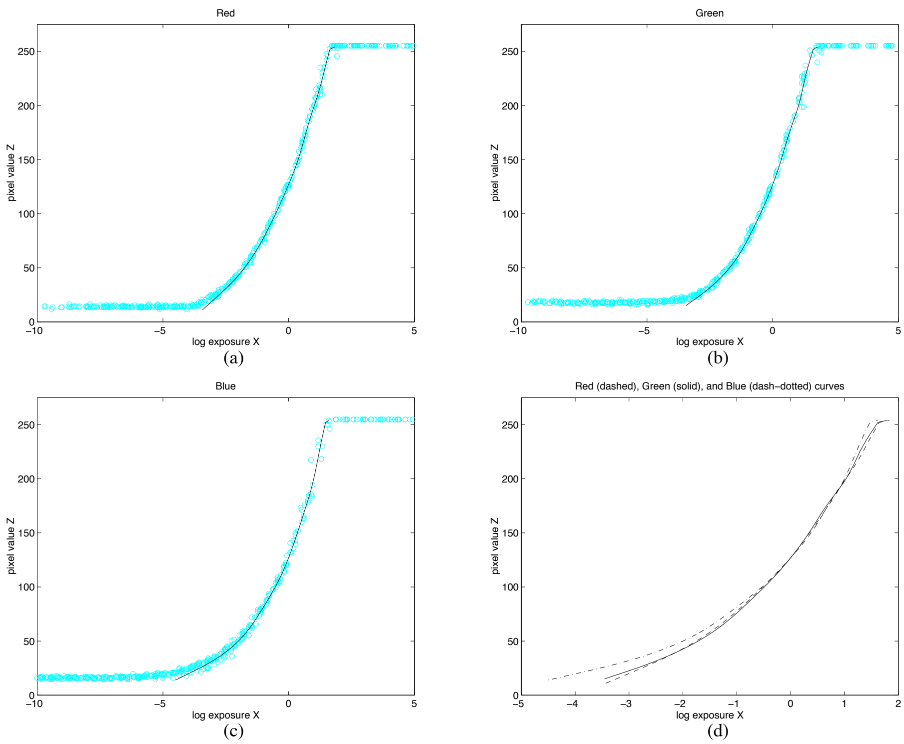


Figure 7: *Recovered response curves for the imaging system used in the church photographs in Fig. 8.* **(a-c)** *Response functions for the red, green, and blue channels, plotted with the underlying* $(E_i\Delta t_j, Z_{ij})$ *data shown as light circles.* **(d)** *The response functions for red, green, and blue plotted on the same axes. Note that while the red and green curves are very consistent, the blue curve rises significantly above the others for low exposure values. This indicates that dark regions in the images exhibit a slight blue cast. Since this artifact is recovered by the response curves, it does not affect the relative radiance values.*

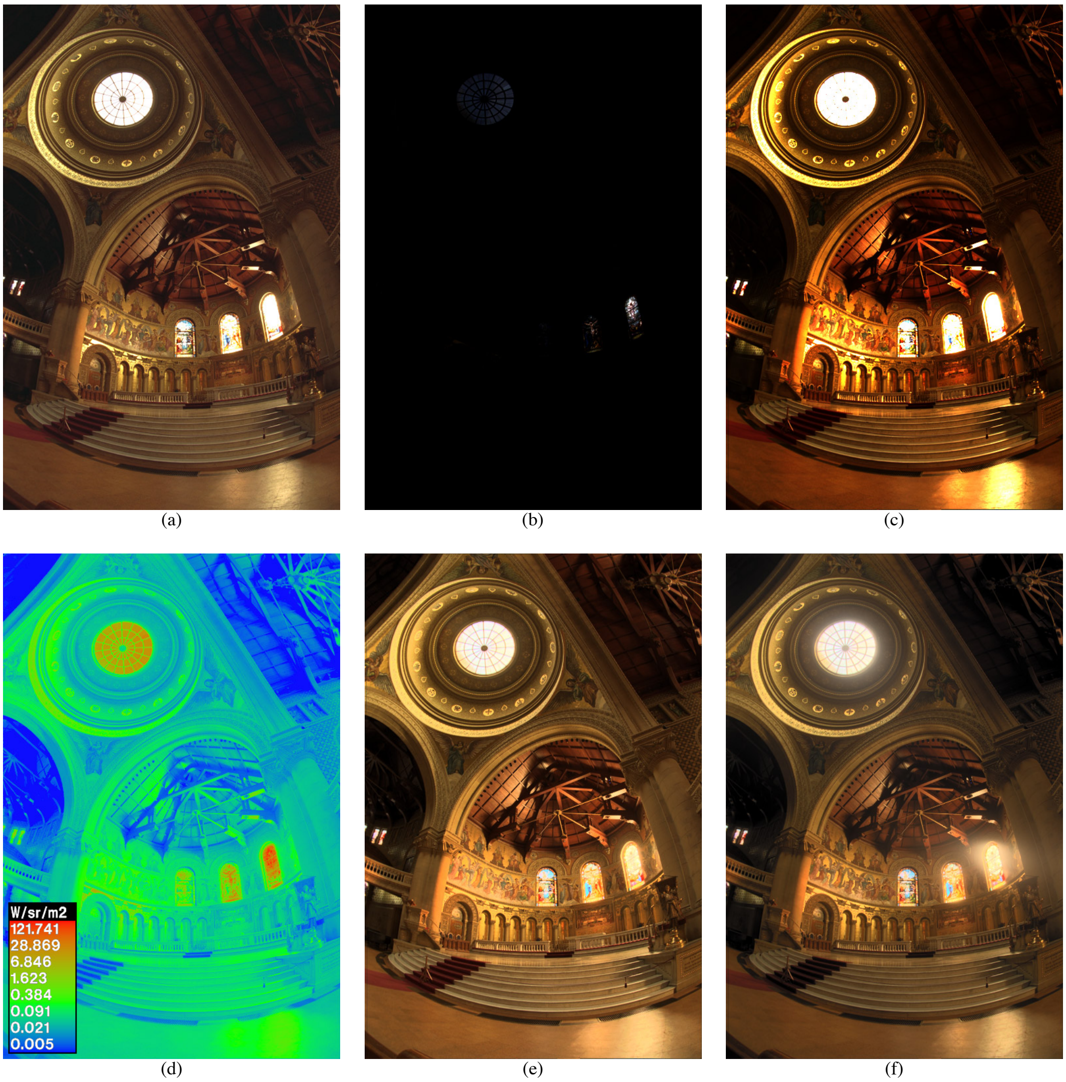


Figure 8: **(a)** *An actual photograph, taken with conventional print film at two seconds and scanned to PhotoCD.* **(b)** *The high dynamic range radiance map, displayed by linearly mapping its entire dynamic range into the dynamic range of the display device.* **(c)** *The radiance map, displayed by linearly mapping the lower* 0.1% *of its dynamic range to the display device.* **(d)** *A false-color image showing relative radiance values for a grayscale version of the radiance map, indicating that the map contains over five orders of magnitude of useful dynamic range.* **(e)** *A rendering of the radiance map using adaptive histogram compression.* **(f)** *A rendering of the radiance map using histogram compression and also simulating various properties of the human visual system, such as glare, contrast sensitivity, and scotopic retinal response. Images (e) and (f) were generated by a method described in [23]. Images (d-f) courtesy of Gregory Ward Larson.*

adjust the brightness and contrast of the images[10] to guarantee that each image would be digitized using the same response function.

An unfortunate aspect of the PhotoCD process is that it does not scan precisely the same area of each negative relative to the extents of the image.[11] To counteract this effect, we geometrically registered the images to each other using a using normalized correlation (see [4]) to determine, with sub-pixel accuracy, corresponding pixels between pairs of images.

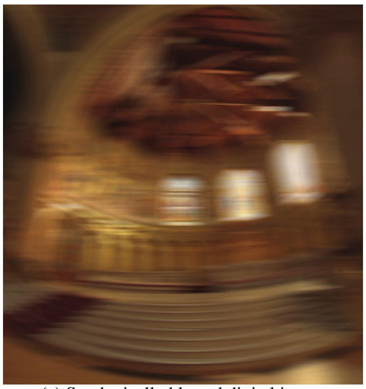
Fig. 7(a-c) shows the response functions for the red, green, and blue channels of the church sequence recovered from 28 pixel locations. Fig. 7(d) shows the recovered red, green, and blue response curves plotted on the same set of axes. From this plot, we can see that while the red and green curves are very consistent, the blue curve rises significantly above the others for low exposure values. This indicates that dark regions in the images exhibit a slight blue cast. Since this artifact is modeled by the response curves, it will not affect the relative radiance values.

Fig. 8 interprets the recovered high dynamic range radiance map in a variety of ways. Fig. 8(a) is one of the actual photographs, which lacks detail in its darker regions at the same time that many values within the two rightmost stained glass windows are saturated. Figs. 8(b,c) show the radiance map, linearly scaled to the display device using two different scaling factors. Although one scaling factor is one thousand times the other, there is useful detail in both images. Fig. 8(d) is a false-color image showing radiance values for a grayscale version of the radiance map; the highest listed radiance value is nearly 250,000 times that of the lowest. Figs. 8(e,f) show two renderings of the radiance map using a new tone reproduction algorithm [23]. Although the rightmost stained glass window has radiance values over a thousand times higher than the darker areas in the rafters, these renderings exhibit detail in both areas.

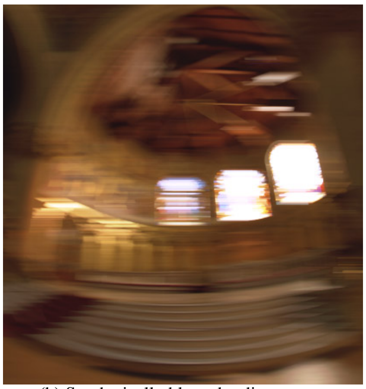
Figure 9 demonstrates two applications of the techniques presented in this paper: accurate signal processing and virtual photography. The task is to simulate the effects of motion blur caused by moving the camera during the exposure. Fig. 9(a) shows the results of convolving an actual, low-dynamic range photograph with a 37×1 pixel box filter to simulate horizontal motion blur. Fig. 9(b) shows the results of applying this same filter to the high dynamic range radiance map, and then sending this filtered radiance map back through the recovered film response functions using the same exposure time Δt as in the actual photograph. Because we are seeing this image through the actual image response curves, the two left images are tonally consistent with each other. However, there is a large difference between these two images near the bright spots. In the photograph, the bright radiance values have been clamped to the maximum pixel values by the response function. As a result, these clamped values blur with lower neighboring values and fail to saturate the image in the final result, giving a muddy appearance.

In Fig. 9(b), the extremely high pixel values were represented properly in the radiance map and thus remained at values above the level of the response function's saturation point within most of the blurred region. As a result, the resulting virtual photograph exhibits several crisply-defined saturated regions.

Fig. 9(c) is an actual photograph with real motion blur induced by spinning the camera on the tripod during the exposure, which is equal in duration to Fig. 9(a) and the exposure simulated in Fig. 9(b). Clearly, in the bright regions, the blurring effect is qualitatively similar to the synthetic blur in 9(b) but not 9(a). The precise shape of the real motion blur is curved and was not modeled for this demonstration.



(a) Synthetically blurred digital image



(b) Synthetically blurred radiance map

(c) Actual blurred photograph

Figure 9: **(a)** *Synthetic motion blur applied to one of the original digitized photographs. The bright values in the windows are clamped before the processing, producing mostly unsaturated values in the blurred regions.* **(b)** *Synthetic motion blur applied to a recovered high-dynamic range radiance map, then virtually rephotographed through the recovered film response curves. The radiance values are clamped to the display device* after *the processing, allowing pixels to remain saturated in the window regions.* **(c)** *Real motion blur created by rotating the camera on the tripod during the exposure, which is much more consistent with (b) than (a).*

[10] This feature of the PhotoCD process is called "Scene Balance Adjustment", or SBA.

[11] This is far less of a problem for cinematic applications, in which the film sprocket holes are used to expose and scan precisely the same area of each frame.

4 Conclusion

We have presented a simple, practical, robust and accurate method of recovering high dynamic range radiance maps from ordinary photographs. Our method uses the constraint of sensor reciprocity to derive the response function and relative radiance values directly from a set of images taken with different exposures. This work has a wide variety of applications in the areas of image-based modeling and rendering, image processing, and image compositing, a few of which we have demonstrated. It is our hope that this work will be able to help both researchers and practitioners of computer graphics make much more effective use of digitized photographs.

Acknowledgments

The authors wish to thank Tim Hawkins, Carlo Séquin, David Forsyth, Steve Chenney, Chris Healey, and our reviewers for their valuable help in revising this paper. This research was supported by a Multidisciplinary University Research Initiative on three dimensional direct visualization from ONR and BMDO, grant FDN00014-96-1-1200.

References

[1] ADAMS, A. *Basic Photo*, 1st ed. Morgan & Morgan, Hastings-on-Hudson, New York, 1970.

[2] CHEN, E. QuickTime VR - an image-based approach to virtual environment navigation. In *SIGGRAPH '95* (1995).

[3] DEBEVEC, P. E., TAYLOR, C. J., AND MALIK, J. Modeling and rendering architecture from photographs: A hybrid geometry- and image-based approach. In *SIGGRAPH '96* (August 1996), pp. 11–20.

[4] FAUGERAS, O. *Three-Dimensional Computer Vision*. MIT Press, 1993.

[5] FERWERDA, J. A., PATTANAIK, S. N., SHIRLEY, P., AND GREENBERG, D. P. A model of visual adaptation for realistic image synthesis. In *SIGGRAPH '96* (1996), pp. 249–258.

[6] GORTLER, S. J., GRZESZCZUK, R., SZELISKI, R., AND COHEN, M. F. The Lumigraph. In *SIGGRAPH '96* (1996), pp. 43–54.

[7] HORN, B. K. P. *Robot Vision*. MIT Press, Cambridge, Mass., 1986, ch. 10, pp. 206–208.

[8] JAMES, T., Ed. *The Theory of the Photographic Process*. Macmillan, New York, 1977.

[9] KAUFMAN, J. E., Ed. *IES Lighting Handbook; the standard lighting guide*, 7th ed. Illuminating Engineering Society, New York, 1987, p. 24.

[10] KOLB, C., MITCHELL, D., AND HANRAHAN, P. A realistic camera model for computer graphics. In *SIGGRAPH '95* (1995).

[11] LAVEAU, S., AND FAUGERAS, O. 3-D scene representation as a collection of images. In *Proceedings of 12th International Conference on Pattern Recognition* (1994), vol. 1, pp. 689–691.

[12] LEVOY, M., AND HANRAHAN, P. Light field rendering. In *SIGGRAPH '96* (1996), pp. 31–42.

[13] MADDEN, B. C. Extended intensity range imaging. Tech. rep., GRASP Laboratory, University of Pennsylvania, 1993.

[14] MANN, S., AND PICARD, R. W. Being 'undigital' with digital cameras: Extending dynamic range by combining differently exposed pictures. In *Proceedings of IS&T 46th annual conference* (May 1995), pp. 422–428.

[15] MCMILLAN, L., AND BISHOP, G. Plenoptic Modeling: An image-based rendering system. In *SIGGRAPH '95* (1995).

[16] SCHLICK, C. Quantization techniques for visualization of high dynamic range pictures. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering (Darmstadt, Germany)* (June 1994), pp. 7–18.

[17] SZELISKI, R. Image mosaicing for tele-reality applications. In *IEEE Computer Graphics and Applications* (1996).

[18] TANI, T. *Photographic sensitivity : theory and mechanisms*. Oxford University Press, New York, 1995.

[19] THEUWISSEN, A. J. P. *Solid-state imaging with charge-coupled devices*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht; Boston, 1995.

[20] TUMBLIN, J., AND RUSHMEIER, H. Tone reproduction for realistic images. *IEEE Computer Graphics and Applications 13*, 6 (1993), 42–48.

[21] WARD, G. J. Measuring and modeling anisotropic reflection. In *SIGGRAPH '92* (July 1992), pp. 265–272.

[22] WARD, G. J. The radiance lighting simulation and rendering system. In *SIGGRAPH '94* (July 1994), pp. 459–472.

[23] WARD, G. J., RUSHMEIER, H., AND PIATKO, C. A visibility matching tone reproduction operator for high dynamic range scenes. Tech. Rep. LBNL-39882, Lawrence Berkeley National Laboratory, March 1997.

A Matlab Code

Here is the MATLAB code used to solve the linear system that minimizes the objective function $\mathcal{O}$ in Equation 3. Given a set of observed pixel values in a set of images with known exposures, this routine reconstructs the imaging response curve and the radiance values for the given pixels. The weighting function $w(z)$ is found in Equation 4.

```
%
% gsolve.m - Solve for imaging system response function
%
% Given a set of pixel values observed for several pixels in several
% images with different exposure times, this function returns the
% imaging system's response function g as well as the log film irradiance
% values for the observed pixels.
%
% Assumes:
%
%  Zmin = 0
%  Zmax = 255
%
% Arguments:
%
%  Z(i,j) is the pixel values of pixel location number i in image j
%  B(j)   is the log delta t, or log shutter speed, for image j
%  l      is lamdba, the constant that determines the amount of smoothness
%  w(z)   is the weighting function value for pixel value z
%
% Returns:
%
%  g(z)   is the log exposure corresponding to pixel value z
%  lE(i)  is the log film irradiance at pixel location i
%

function [g,lE]=gsolve(Z,B,l,w)

n = 256;

A = zeros(size(Z,1)*size(Z,2)+n+1,n+size(Z,1));
b = zeros(size(A,1),1);

%% Include the data-fitting equations

k = 1;
for i=1:size(Z,1)
  for j=1:size(Z,2)
    wij = w(Z(i,j)+1);
    A(k,Z(i,j)+1) = wij;  A(k,n+i) = -wij;       b(k,1) = wij * B(i,j);
    k=k+1;
  end
end

%% Fix the curve by setting its middle value to 0

A(k,129) = 1;
k=k+1;

%% Include the smoothness equations

for i=1:n-2
  A(k,i)=l*w(i+1);        A(k,i+1)=-2*l*w(i+1);  A(k,i+2)=l*w(i+1);
  k=k+1;
end

%% Solve the system using SVD

x = A\b;

g = x(1:n);
lE = x(n+1:size(x,1));
```

A.2. Verwendete Algorithmen

A.2.1. MTB-Algorithmus, vgl. [War03, S.9 f]

Dem MTB Verfahren (vgl. [War03]) wird eine Serie von N Bildern als Eingabe geliefert. Diese werden zunächst in ein Grauwert-Bild umgerechnet. Aus diesen Bildern wird der Algorithmus dann ausgehend von einem gewähltem Bild $N-1$ Offsets (x, y) ausgeben, sodass die Bilder exakt übereinander gelegt werden können (vgl. [RWPD05, S. 123f]). Eine Alignierung von rotierten Bildern ist somit mit diesem Verfahren nicht möglich.

Das Verfahren arbeitet dabei im Gegensatz zu vielen konventionellen Algorithmen nicht mit Kanten-Detektion im Bild um die Alignierung durchzuführen, da diese sehr anfällig auf unterschiedliche Belichtungswerte in Bildern sind. Es kommt hingegen ein Schwellwert-Verfahren auf einer Bilderpyramide zum Einsatz, dass dann mit schnellen Bit-Operationen die Verschiebung der Bilder berechnet (vgl. [War03]). Der Code dazu befindet sich im Anhang (siehe Listing **??**).

Listing A.1 Hilfsfunktionen in C Funktion zur Berechnung der Alignierung

```c
/** Subsample the image img by a factor of two in each dimension
 * and put the result into a newly allocated image img_ret.*/
ImageShrink2(const Image *img, Image *img_ret)

/** Allocate and compute the threshold bitmap tb and the exclusion bitmap eb for the image
    img.
 * (The threshold and tolerance to use are included in the Image struct.)*/
ComputeBitmaps(const Image *img, Bitmap *tb, Bitmap *eb)

/** Shift a bitmap by (xo,yo) and put the result into the preallocated
 * bitmap bm_ret, clearing exposed border areas to zero. */
BitmapShift(const Bitmap *bm, int xo, int yo, Bitmap *bm_ret)

/** Compute the exclusive-or of bm1 and bm2 and put the result into bm_ret. */
BitmapXOR(const Bitmap *bm1, const Bitmap *bm2, Bitmap *bm_ret)

/** Compute the sum of all 1 bits in the bitmap. */
BitmapTotal(const Bitmap *bm)
```

Listing A.2 Rekursive C Funktion zur Berechnung der notwendigen Verschiebung zwischen den Bildern um diese zu alignieren

```
/** Computes the shift between two images img1 and img2.**/
GetExpShift(const Image *img1, const Image *img2, int shift_bits, int shift_ret[2])
{
    int min_err;
    int cur_shift[2]; Bitmap tb1, tb2; Bitmap eb1, eb2;
    int i, j;
    if (shift_bits > 0) {
        Image sml_img1, sml_img2;
        ImageShrink2(img1, &sml_img1);
        ImageShrink2(img2, &sml_img2);
        GetExpShift(&sml_img1, &sml_img2, shift_bits-1, cur_shift); ImageFree(&sml_img1);
        ImageFree(&sml_img2);
        cur_shift[0] *= 2;
        cur_shift[1] *= 2;
    } else
    cur_shift[0] = cur_shift[1] = 0;
    ComputeBitmaps(img1, &tb1, &eb1);
    ComputeBitmaps(img2, &tb2, &eb2);
    min_err = img1->xres * img1->yres;
    for (i = -1; i < = 1; i++)
    for (j = -1; j <= 1; j++) {
        int xs = cur_shift[0] + i;
        int ys = cur_shift[1] + j;
        Bitmap shifted_tb2;
        Bitmap shifted_eb2;
        Bitmap diff_b;
        int err;
        BitmapNew(img1->xres, img1->yres, &shifted_tb2); BitmapNew(img1->xres, img1->yres,
            &shifted_eb2); BitmapNew(img1->xres, img1->yres, &diff_b); BitmapShift(&tb2, xs,
            ys, &shifted_tb2); BitmapShift(&eb2, xs, ys, &shifted_eb2); BitmapXOR(&tb1,
            &shifted_tb2, &diff_b); BitmapAND(&diff_b, &eb1, &diff_b); BitmapAND(&diff_b,
            &shifted_eb2, &diff_b);
        err = BitmapTotal(&diff_b);
        if (err < min_err) {
            shift_ret[0] = xs;
            shift_ret[1] = ys;
            min_err = err;
        }
        BitmapFree(&shifted_tb2);
        BitmapFree(&shifted_eb2);
    }
    BitmapFree(&tb1); BitmapFree(&eb1);
    BitmapFree(&tb2); BitmapFree(&eb2);
}
```

A.2.2. LU-Zerlegung

Algorithmus A.1 Lösen von $A \cdot x = b$ mittels LU-Zerlegung (A ist pentadiagonal)

function LUDecomposition(A)
  if !isPentadiagonale(A) **then**
    return error
  end if
  $m_0 \leftarrow A_{0,0}, \qquad r_0 \leftarrow A_{0,1}, \qquad l_0 \leftarrow A_{1,0}/m_0, \qquad m_1 \leftarrow A_{1,1} - l_1 r_0$
  for all $i \in [2, n]$ **do**
    $p_i \leftarrow A_{i-2,i}$
    $k_i \leftarrow A_{i,i-2}/m_{i-2}$
    $r_{i-1} \leftarrow A_{i-1,i} - l_{i-1} p_{i-2}$
    $m_i \leftarrow A_{i,i} - k_i p_{i-2} - l_i r_{i-1}$
    $l_i \leftarrow (A_{i,i-1} - k_i r_{i-2})/m_{i-1}$
  end for
  $L \leftarrow$generateL(l, k) // Generiert die Matrix L und U
  $U \leftarrow$generateU(m, r, p) // nach obigem Schema (siehe Gleichung 5.60)
  return [L, U]
end function
function forwardElimination(b,L)
  $y_0 \leftarrow b_0$
  $y_1 \leftarrow b_1 - L_{1,0} y_0$
  for $i = 2$ to $size(b)$ **do**
    $y_i \leftarrow b_i - L_{i,i-2} y_{i-2} - L_{i,i-1} y_{i-1}$
  end forreturn y
end function
function backwardSubstitution(U,y)
  $x_{n-1} \leftarrow y_{n-1}/U_{n-1,n-2}$
  $x_{n-2} \leftarrow (y_{n-2} - U_{n-2,n-1} x_{n-1})/U_{n-2,n-2}$
  $y_1 \leftarrow b_1 - L_{1,0} y_0$
  for $i = size(b) - 3$ to 0 **do**
    $x_i \leftarrow (U_{i,i+1} x_{i+1} - U_{i,i+2} x_{i+2} - y_i)/U_{i,i}$
  end forreturn x
end function
function Solve(A, b)
  if size(A) != size(b) **then**
    return error
  end if
  [L,U] = LUDecomposition(A);
  $y \leftarrow$forwardElimination(b, L) // forward elimination L*y = b
  $x \leftarrow$backwardSubstitution(U,y) // backward substitution U*x = y
  return x
end function

A.3. Programmcode

Glossary

Belichtungszeit
—. 14

CMOS
Complementary Metal Oxide Semiconductor. 15

Dynamikumfang
Verhältnis von größter und kleinster Leuchtdichte.. 13, 14

GUI
grafische Benutzerschnittstelle (engl. graphical user interface). 41, 42

HDR
High Dynamic Range. 5, 9, 10, 13–16, 19, 20, 25

JRE
Java Runtime Environment. 42

Kamera Antwortkurve
Test test. 22

LDR
Low Dynamic Range. 15

LGS
Lineares Gleichungssystem. 5, 21, 22, 25, 26, 29, 33, 38

Monotonie
Test test. 10, 43

MTB
Mean Threshold Bitmap Alignment. 16, 58

Radiance Map
Test test. 13, 14, 21, 25

RAW
. 14

RGB-Farbraum
test. 13

Robustheit
Test test. 43

Salt & Pepper Rauschen
Das sog. Salt & Pepper Rauschen beschreibt eine Verkörnung des Bildes, bei Pixel auf weiß oder schwarz gesetzt sind. Dies kann durch Sensor- oder Messfehler entstehen oder durch Übertragungs- oder Abspeicherungsfehler. Salt & Pepper Rauschen kann künstlich sehr leicht produziert werden, indem einzelne Bildpunkte zufällig auf weiß oder schwarz gesetzt werden. . 34

SOR
Successive Over-Relaxation (dt. Überrelaxationsverfahren). 35, 38, 39

SVD
singular value decomposition (dt. Singulärwertzerlegung). 21

Tone-Mapping
Test test. 5, 10, 13, 41

Literaturverzeichnis

[BGH+06] J. Burghartz, H.-g. Graf, C. Harendt, W. Klingler, H. Richter, M. Strobel. HDR CMOS imagers and their applications. In *International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology Proceedings*, S. 528–531. IEEE Press, 2006. (Zitiert auf Seite 15)

[Blo12] C. Bloch. *Das HDRI-Handbuch 2.0 - High Dynamic Range Imaging für Fotografen und Computergrafiker*. dpunkt, Heidelberg, 2012. (Zitiert auf Seite 16)

[Bru06] A. Bruhn. *Variational Optic Flow Computation: Accurate Modelling and Efficient Numerics*. Dissertation, Department of Mathematics and Computer Science, Saarland University, 2006. (Zitiert auf Seite 23)

[Deb08] P. Debevec. Rendering Synthetic Objects into Real Scenes: Bridging Traditional and Image-based Graphics with Global Illumination and High Dynamic Range Photography. In *ACM SIGGRAPH 2008 Classes*, S. 32:1–32:10. ACM Press, 2008. (Zitiert auf Seite 15)

[DM97] P. Debevec, J. Malik. Recovering high dynamic range radiance maps from photographs. In *ACM SIGGRAPH 1997*, S. 369–378. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1997. (Zitiert auf den Seiten 5, 6, 7, 9, 10, 19, 20, 22, 43, 47, 49, 51, 53, 55 und 57)

[FJ04] M. D. Fairchild, G. M. Johnson. The iCAM framework for image appearance, image differences, and image quality. *Journal of Electronic Imaging*, 13:126–138, 2004. (Zitiert auf Seite 13)

[LZR12] Z. G. Li, J. H. Zheng, S. Rahardja. Detail-enhanced exposure fusion. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21(11):4672–4676, 2012. (Zitiert auf Seite 15)

[RWPD05] E. Reinhard, G. Ward, S. Pattanaik, P. Debevec. *High Dynamic Range Imaging: Acquisition, Display, and Image-Based Lighting*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2005. (Zitiert auf den Seiten 7, 13, 14 und 58)

[War03] G. Ward. Fast, robust image registration for compositing high dynamic range photographs from handheld exposures. *Journal of Graphics Tools*, 8:17–30, 2003. (Zitiert auf Seite 58)

[Wes08] T. Westermann. *Mathematik für Ingenieure - Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch*. Springer, 6 Auflage, 2008. (Zitiert auf Seite 40)

[YGFT99] D. X. D. Yang, A. E. Gamal, B. Fowler, H. Tian. A 640 512 CMOS image sensor with ultrawide dynamic range floating-point pixel-level ADC. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 34:1821–1834, 1999. (Zitiert auf Seite 14)

Alle URLs wurden zuletzt am 27. 11. 2013 geprüft.

Erklärung

Ich versichere, diese Arbeit selbstständig verfasst zu haben. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommene Aussagen als solche gekennzeichnet. Weder diese Arbeit noch wesentliche Teile daraus waren bisher Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens. Ich habe diese Arbeit bisher weder teilweise noch vollständig veröffentlicht. Das elektronische Exemplar stimmt mit allen eingereichten Exemplaren überein.

Ort, Datum, Unterschrift