Outline

Gramáticas LL(1)

Analisador descendente

Re-escrita de gramáticas LL(1)

Uma gramática livre de contexto diz-se LL(1) se:

- Não possui recursividade à esquerda
- Para todos os pares de regras do mesmo símbolo não terminal, $A \rightarrow \alpha$ e $A \rightarrow \beta$:

$$LOOKAHEAD(A \rightarrow \alpha) \cap LOOKAHEAD(A \rightarrow \beta) = \emptyset$$

Re-escrita de gramáticas LL(1)

Uma gramática livre de contexto diz-se LL(1) se:

- Não possui recursividade à esquerda
- Para todos os pares de regras do mesmo símbolo não terminal, $A \rightarrow \alpha$ e $A \rightarrow \beta$:

$$LOOKAHEAD(A \rightarrow \alpha) \cap LOOKAHEAD(A \rightarrow \beta) = \emptyset$$

Abordagem - Re-escrever a gramática de forma a:

- eliminar recursividade à esquerda
- factorizar à esquerda

Re-escrita de gramáticas LL(1)

- 0. Eliminação de singularidades e símbolos desnecessários
- 1. Eliminação da recursão mútua
- 2. Eliminação de cantos à esquerda
- 3. Eliminação da recusão à esquerda
- 4. Factorização à esquerda

Passo 0 - Eliminação de singularidades e símbolos desnecessários

Símbolos não terminais com uma única regra constituída apenas por um símbolo terminal (ou ϵ), e podem ser substituídos nas regras onde ocorrem.

Passo 0 - Eliminação de singularidades e símbolos desnecessários

Símbolos não terminais com uma única regra constituída apenas por um símbolo terminal (ou ϵ), e podem ser substituídos nas regras onde ocorrem.

Caso geral:

$$A \to B \alpha \mid \dots B \to b$$

Passo 0 - Eliminação de singularidades e símbolos desnecessários

Símbolos não terminais com uma única regra constituída apenas por um símbolo terminal (ou ϵ), e podem ser substituídos nas regras onde ocorrem.

- Caso geral:
- Transformação:

$$A \rightarrow B \alpha \mid \dots$$

$$B \rightarrow b$$

$$A \rightarrow b \alpha \mid \dots$$

$$B \rightarrow b$$

Passo 0 - Eliminação de singularidades e símbolos desnecessários

Símbolos não terminais com uma única regra constituída apenas por um símbolo terminal (ou ϵ), e podem ser substituídos nas regras onde ocorrem.

Caso geral:

$$A \rightarrow B \alpha \mid \dots$$

Transformação:

$$B \rightarrow b$$

$$A \rightarrow b \alpha \mid \dots$$

$$B \rightarrow b$$

Se um símbolo não terminal B é não atingível então pode ser removido.

Transformação:

$$A \rightarrow b \alpha \mid \dots$$

Nota: Nunca eliminar o símbolo inicial da gramática!

Passo 1 - Eliminação da recursão mútua

Se um símbolo não terminal A inicia uma regra de um símbolo não terminal B e vice-versa, B pode ser substituído em todas as ocorrências em A, pelas suas regras.

Passo 1 - Eliminação da recursão mútua

Se um símbolo não terminal A inicia uma regra de um símbolo não terminal B e vice-versa, B pode ser substituído em todas as ocorrências em A, pelas suas regras.

• Caso geral:

$$A \to \sigma \, \delta \mid B \, \gamma \mid \dots$$
$$B \to A \, \alpha \mid \epsilon$$

Passo 1 - Eliminação da recursão mútua

Se um símbolo não terminal A inicia uma regra de um símbolo não terminal B e vice-versa, B pode ser substituído em todas as ocorrências em A, pelas suas regras.

• Caso geral:

$$A \to \sigma \, \delta \mid B \, \gamma \mid \dots$$
$$B \to A \, \alpha \mid \epsilon$$

Transformação:

$$A \rightarrow \sigma \delta \mid A \alpha \gamma \mid \gamma \mid \dots$$

Passo 1 - Eliminação da recursão mútua

Se um símbolo não terminal A inicia uma regra de um símbolo não terminal B e vice-versa, B pode ser substituído em todas as ocorrências em A, pelas suas regras.

• Caso geral:

$$A \to \sigma \, \delta \mid B \, \gamma \mid \dots$$
$$B \to A \, \alpha \mid \epsilon$$

Transformação:

$$A \rightarrow \sigma \delta \mid A \alpha \gamma \mid \gamma \mid \dots$$

Nota: se A for símbolo inicial da gramática, não pode ser eliminado!

Passo 2 - Eliminação de cantos à esquerda

Se um símbolo não terminal B inicia uma regra de um símbolo não terminal A, B pode ser substituído em todas as ocorrências em A, pelas suas regras.

Passo 2 - Eliminação de cantos à esquerda

Se um símbolo não terminal B inicia uma regra de um símbolo não terminal A, B pode ser substituído em todas as ocorrências em A, pelas suas regras.

• Caso geral:

$$A \to \sigma \, \delta \mid B \, \gamma \mid \dots B \to \alpha \mid \epsilon$$

Passo 2 - Eliminação de cantos à esquerda

Se um símbolo não terminal B inicia uma regra de um símbolo não terminal A, B pode ser substituído em todas as ocorrências em A, pelas suas regras.

• Caso geral:

$$A \to \sigma \, \delta \mid B \, \gamma \mid \dots$$
$$B \to \alpha \mid \epsilon$$

Transformação:

$$A \to \sigma \delta \mid \alpha \gamma \mid \gamma \mid \dots$$

Passo 3 - Eliminação de recursão à esquerda

Se um símbolo não terminal A iniciar algumas das suas regras, criar um novo símbolo A' da seguinte forma.

Passo 3 - Eliminação de recursão à esquerda

Se um símbolo não terminal A iniciar algumas das suas regras, criar um novo símbolo A' da seguinte forma.

Caso geral:

$$A \rightarrow A \alpha_1 \mid \ldots \mid A \alpha_n \mid \beta_1 \mid \ldots \mid \beta_m$$

Passo 3 - Eliminação de recursão à esquerda

Se um símbolo não terminal A iniciar algumas das suas regras, criar um novo símbolo A' da seguinte forma.

• Caso geral:

$$A \rightarrow A \alpha_1 \mid \ldots \mid A \alpha_n \mid \beta_1 \mid \ldots \mid \beta_m$$

• Transformação:

$$A \to \beta_1 A' \mid \dots \mid \beta_m A'$$

 $A' \to \alpha_1 A' \mid \dots \mid \alpha_n A' \mid \epsilon$

Passo 4 - Factorização à esquerda

Dada uma gramática *G* sem recursões à esquerda:

 G é ambígua se várias produções tiverem os mesmos conjuntos de LOOKAHEAD

Exemplo:

```
\begin{array}{rcl} \mathsf{stmt} & \to & \mathsf{if} \; \mathsf{expr} \; \mathsf{then} \; \mathsf{stmt} \\ & | & \mathsf{if} \; \mathsf{expr} \; \mathsf{then} \; \mathsf{stmt} \; \mathsf{else} \; \mathsf{stmt} \\ & | & \mathsf{other} \end{array}
```

Passo 4 - Factorização à esquerda

Dada uma gramática *G* sem recursões à esquerda:

 G é ambígua se várias produções tiverem os mesmos conjuntos de LOOKAHEAD

Exemplo:

```
stmt → if expr then stmt
| if expr then stmt else stmt
| other
```

Caso geral:

$$A \to \alpha \beta \mid \alpha \gamma$$

Passo 4 - Factorização à esquerda

Dada uma gramática *G* sem recursões à esquerda:

 G é ambígua se várias produções tiverem os mesmos conjuntos de LOOKAHEAD

Exemplo:

- Caso geral:
 - $A \to \alpha \beta \mid \alpha \gamma$
- Transformação:

$$A \to \alpha A'$$
$$A' \to \beta \mid \gamma$$

Exemplo

$$E \rightarrow E + T \mid E - T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid id$$

Exemplo

$$E \rightarrow E+T \mid E-T \mid T$$

$$T \rightarrow T*F \mid T/F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid id$$

Aplicação do passo 3 (Eliminação da recursão à esquerda):

$$\begin{array}{ccc} E & \rightarrow & T \; E' \\ E' & \rightarrow & + \; T \; E' \; | \; \text{-} \; T \; E' \; | \; \epsilon \end{array}$$

Exemplo

$$E \rightarrow E + T \mid E - T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid id$$

Aplicação do passo 3 (Eliminação da recursão à esquerda):

Exemplo

$$E \rightarrow E + T \mid E - T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid id$$

Aplicação do passo 3 (Eliminação da recursão à esquerda):

Exemplo

Exemplo

Aplicação do passo 2 (Eliminação de cantos à esquerda):

$$E \rightarrow F T' E'$$

Exemplo

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' \mid -TE' \mid \epsilon$$

$$T \rightarrow FT'$$

$$T' \rightarrow *FT' \mid /FT' \mid \epsilon$$

$$F \rightarrow (E) \mid id$$

Aplicação do passo 2 (Eliminação de cantos à esquerda):

Exemplo

Exemplo

$$E \rightarrow F T' E'$$

$$E' \rightarrow + T E' \mid -T E' \mid \epsilon$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$T' \rightarrow *F T' \mid /F T' \mid \epsilon$$

$$F \rightarrow (E) \mid id$$

Aplicação do passo 2 (Eliminação de cantos à esquerda):

$$E \rightarrow (E)T' E' \mid id T' E'$$

$$E' \rightarrow + T E' \mid - T E' \mid \epsilon$$

Exemplo

$$E \rightarrow F T' E'$$

$$E' \rightarrow + T E' \mid - T E' \mid \epsilon$$

$$T \rightarrow F T'$$

$$T' \rightarrow *F T' \mid / F T' \mid \epsilon$$

$$F \rightarrow (E) \mid id$$

Aplicação do passo 2 (Eliminação de cantos à esquerda):

Outline

Gramáticas LL(1)

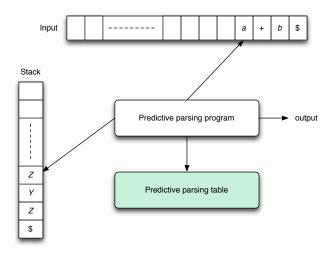
Analisador descendente

Analisador descendente

- Começar com símbolo inicial como símbolo alvo
- Se símbolo alvo é terminal:
 - Se entrada condiz, passar ao próximo símbolo na entrada, e passar ao símbolo alvo seguinte
- Caso contrário:
 - Escolher regra para mudar símbolo alvo
- Se sem símbolo alvo e sem input, então backtrack
- Nota: Parsing sem backtrack (e sem escolhas) é denominado parsing preditivo
 - Objectivo: parsing preditivo utilizando tabela de análise

Parsing preditivo

Abordagem



Parsing preditivo

Tabela de análise - Construção

Dada uma gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$, construir uma tabela de análise T:

- Colunas uma por cada símbolo em $\Sigma \cup \{\$\}$
- Linhas uma por cada símbolo não terminal em V

Parsing preditivo

Tabela de análise - Construção

Dada uma gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$, construir uma tabela de análise T:

- Colunas uma por cada símbolo em $\Sigma \cup \{\$\}$
- ullet Linhas uma por cada símbolo não terminal em V

Algoritmo

Para cada produção $A \rightarrow \alpha$:

- 1. Para cada $a \in \mathsf{FIRST}(\alpha)$, adicionar $A \to \alpha$ a T[A, a]
- 2. Se $\epsilon \in \mathsf{FIRST}(\alpha)$, para cada $b \in \mathsf{FOLLOW}(A)$ adicionar $A \to \alpha$ a T[A, b] Se $\epsilon \in \mathsf{FIRST}(A)$ e $\$ \in \mathsf{FOLLOW}(A)$, então adicionar $A \to \alpha$ a T[A, \$]

Tabela de análise - Construção

Dada uma gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$, construir uma tabela de análise T:

- Colunas uma por cada símbolo em $\Sigma \cup \{\$\}$
- ullet Linhas uma por cada símbolo não terminal em V

Algoritmo

Para cada produção $A \rightarrow \alpha$:

- 1. Para cada $a \in \mathsf{FIRST}(\alpha)$, adicionar $A \to \alpha$ a T[A, a]
- 2. Se $\epsilon \in \mathsf{FIRST}(\alpha)$, para cada $b \in \mathsf{FOLLOW}(A)$ adicionar $A \to \alpha$ a T[A, b] Se $\epsilon \in \mathsf{FIRST}(A)$ e $\$ \in \mathsf{FOLLOW}(A)$, então adicionar $A \to \alpha$ a T[A, \$]
 - Entradas vazias representam um erro de parsing
- Entradas duplicadas significam que gramática é ambígua, não é LL(1)

Tabela de análise - Construção

Dada uma gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$, construir uma tabela de análise T:

- Colunas uma por cada símbolo em $\Sigma \cup \{\$\}$
- ullet Linhas uma por cada símbolo não terminal em V

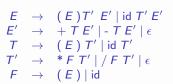
Algoritmo

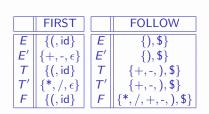
Para cada produção $A \rightarrow \alpha$:

- 1. Para cada $a \in \mathsf{FIRST}(\alpha)$, adicionar $A \to \alpha$ a T[A, a]
- 2. Se $\epsilon \in \mathsf{FIRST}(\alpha)$, para cada $b \in \mathsf{FOLLOW}(A)$ adicionar $A \to \alpha$ a T[A, b] Se $\epsilon \in \mathsf{FIRST}(A)$ e $\$ \in \mathsf{FOLLOW}(A)$, então adicionar $A \to \alpha$ a T[A, \$]
- Entradas vazias representam um erro de parsing
- Entradas duplicadas significam que gramática é ambígua, não é LL(1)
- Se tabela sem entradas duplicadas, então gramática é LL(1)

	FIRST
Ε	{(, id}
E'	$\{+, -, \epsilon\}$
T	{(, id}
T'	$\{*,/,\epsilon\}$
F	{(, id}

	FIRST		FOLLOW
Ε	{(, id}	Ε	{),\$}
E'	$\{+, -, \epsilon\}$	E'	{),\$}
T	{(, id}	T	{+,-,),\$}
T'	$\{*,/,\epsilon\}$	T'	{+,-,),\$}
F	{(, id}	F	 {*, /, +, -,), \$}





	+	-	*	/	()	id	\$
F								

	FIRST		FOLLOW
Ε	{(, id}	Ε	{),\$}
E'	$\{+,-,\epsilon\}$	E'	{),\$}
T	{(, id}	T	$\{+,-,),\$\}$
T'	$ \{*,/,\epsilon\} $	T'	{+,-,),\$}
F	{(, id}	F	\[\{\dagger*,/,+,-,),\dagger\}\]

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E o \operatorname{id} T' E'$	
E'								

	FIRST		FOLLOW
Ε	{(, id}	Ε	{),\$}
E'	$\{+,-,\epsilon\}$	E'	{),\$}
T	{(, id}	T	$\{+,-,),\$\}$
T'	$ \{*,/,\epsilon\} $	T'	$\{+,-,),\$\}$
F	{(, id}	F	* ,/,+,-,), * }

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E o \operatorname{id} T' E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \to \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
T								

	FIRST		FOLLOW
E	$ \begin{cases} \{(,id\} \\ \{+,-,\epsilon\} \\ \{(,id\} \\ \{*,/,\epsilon\} \\ \{(,id\} \end{cases} $	E	{),\$}
E'		E'	{),\$}
T		T	{+,-,),\$}
T'		T'	{+,-,),\$}

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E o \operatorname{id} T' E'$	
E'	$E' \rightarrow +TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \to \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
T					T o (E)T'		$T o \operatorname{id} T'$	
T'				•	'			

	FIDOT		5011.011
	FIRST		FOLLOW
Ε	{(, id}	Ε	{),\$}
E'	$ \{+,-,\epsilon\} $	E'	{),\$}
T	{(, id}	T	{+,-,),\$}
T'	$ \{*,/,\epsilon\} $	T'	{+,-,),\$}
F	{(, id}	F	* ,/,+,-,), * }

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E o \operatorname{id} T' E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \to \epsilon$		$E' \to \epsilon$
T					T o (E)T'		$T o \operatorname{id} T'$	
T'	$T' ightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \to \epsilon$		$T' o \epsilon$
F					•			

	FIRST		FOLLOW
Ε	{(, id}	Ε	{),\$}
E'	$\{+, \text{-}, \epsilon\}$	E'	{),\$}
T	{(, id}	T	{+,-,),\$}
T'	$\{*,/,\epsilon\}$	T'	{+,-,),\$}
F	{(, id}	F	\[\{*,/,+,-,),\\$\}\]

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E o \operatorname{id} T' E'$	
E'	$E' \rightarrow +TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \to \epsilon$		$E' \to \epsilon$
T					$T \rightarrow (E)T'$		$T o \operatorname{id} T'$	
T'	$T' ightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \to \epsilon$		$T' \to \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

	FIRST		1	FOLLOW
	111/21			TOLLOV
Ε	{(, id}	Ε		{),\$}
E'	$\{+, -, \epsilon\}$	E		{),\$}
T	{(, id}	T	1	$\{+,-,),\$\}$
T'	$ \{*,/,\epsilon\} $	T	'	$\{+,-,),\$\}$
F	{(, id}	F		 {*, /, +, -,), \$}

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					(1)		(2)	
E'	(3)	(5)				(5)		(5)
Т					(6)		(7)	
T'	(10)	(10)	(8)	(9)		(10)		(10)
F					(11)		(12)	

Processamento da entrada

Algoritmo:

- Seja:
 - M a tabela de parsing de uma gramática G.
 - a o primeiro símbolo da string de entrada w.
 - X o símbolo no topo da pilha (inicializada com o símbolo inicial de G seguido de \$).
- Enquanto $X \neq \$$:
 - Se entrada condiz (X == a) \rightarrow Retirar X do topo da pilha e a da entrada.
 - Caso contrário:
 - Se X é um símbolo terminal → Rejeitar (erro)
 - ▶ Caso contrário, se não existe entrada na tabela de parsing M[X, a] → Rejeitar (erro)
 - ▶ Caso contrário, se $M[X, a] = X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_k \rightarrow \text{Retirar } X$ to topo da pilha e pushar o corpo da produção (fincando Y_1 como o novo topo da ilha)

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + T E'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
T					$T \rightarrow (E) T'$		$T o \operatorname{id} T'$	
T'	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		$F \rightarrow id$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \rightarrow \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \to \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		$F \rightarrow id$	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	E \$	id + id * id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \to \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \rightarrow \operatorname{id} T'$	
T'	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		$F \rightarrow id$	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \rightarrow \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \to \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		$F \rightarrow id$	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow +TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow +TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow +TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow +TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T'E'\$	* id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \rightarrow \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \to \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		$F \rightarrow id$	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow + TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T' E'\$	* id \$	$T' \rightarrow *FT'$
9	*FT'E'\$	* id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow + TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T' E'\$	* id \$	$T' \rightarrow *FT'$
9	*FT'E'\$	* id \$	(*)
10	FT'E'\$	id\$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \to \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \to \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow +TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T' E'\$	* id \$	$T' \rightarrow *FT'$
9	*FT'E'\$	* id \$	(*)
10	FT'E'\$	id\$	F o id
11	id <i>T' E'</i> \$	id \$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \to \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
T					$T \rightarrow (E) T'$		$T o \operatorname{id} T'$	
T'	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow + TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T' E'\$	* id \$	$T' \rightarrow *FT'$
9	*FT'E'\$	* id \$	(*)
10	FT'E'\$	id\$	F o id
11	id <i>T' E'</i> \$	id\$	(id)
12	T' E' \$	\$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \to \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \to \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow +TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T' E'\$	* id \$	$T' \rightarrow *FT'$
9	*FT'E'\$	* id \$	(*)
10	FT'E'\$	id\$	F o id
11	id <i>T' E'</i> \$	id\$	(id)
12	T' E' \$	\$	$T' o \epsilon$
13	E'\$	\$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \rightarrow \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' \rightarrow \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \rightarrow \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow +TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T' E'\$	* id \$	$T' \rightarrow *FT'$
9	*FT'E'\$	* id \$	(*)
10	FT'E'\$	id\$	$F o \mathrm{id}$
11	id <i>T' E'</i> \$	id\$	(id)
12	T' E' \$	\$	$T' o \epsilon$
13	E' \$	\$	$E' \rightarrow \epsilon$
14	\$	\$	

	+	-	*	/	()	id	\$
Е					$E \rightarrow (E)T'E'$		$E \rightarrow idT'E'$	
E'	$E' \rightarrow + TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \epsilon$		$E' \to \epsilon$
Т					$T \rightarrow (E) T'$		$T \to \operatorname{id} T'$	
T'	$T' o \epsilon$	$T' o \epsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \epsilon$		$T' \to \epsilon$
F					$F \rightarrow (E)$		F o id	

Passo	Pilha	Entrada	Acção
1	<i>E</i> \$	id + id * id \$	$E \rightarrow idT'E'$
2	id <i>T' E'</i> \$	id + id * id \$	(id)
3	T'E'\$	+ id * id \$	$T' o \epsilon$
4	E'\$	+ id * id \$	$E' \rightarrow + TE'$
5	+ T E'\$	+ id * id \$	(+)
6	T E'\$	id * id \$	$T o \operatorname{id} T'$
7	id <i>T' E'</i> \$	id * id \$	(id)
8	T' E'\$	* id \$	$T' \rightarrow *FT'$
9	*FT'E'\$	* id \$	(*)
10	FT'E'\$	id\$	F o id
11	id <i>T' E'</i> \$	id\$	(id)
12	T' E' \$	\$	$T' o \epsilon$
13	E'\$	\$	$E' \to \epsilon$
14	\$	\$	ACCEPT