Interpréter la Physique Quantique

Cours d'interpretation de la théorie quantique des champs

Sébastien Fauvel

Remerciements

Avant-propos

Les programmes de physique quantique des premier et second cycles universitaires, généralement organisés autour des thématiques “mécanique quantique”, “optique quantique”, “physique des particules”, “théorie statistique des champs” et “matière condensée”, laissent peu de place aux questions d’interprétation, pourtant passionnantes, soulevées par la théorie quantique. Les raisons en sont multiples. Manque de temps sans doute, priorité étant donnée à la transmission des outils et techniques de calcul, souvent très élaborés, ainsi qu’à celle de l’impressionnant corpus expérimental établi depuis la seconde moitié du XX^e siècle. Mais question de tradition également. La ligne pédagogique adoptée en France étant résolument non dogmatique, les éléments de formalisme mathématique de la théorie quantique sont introduits de manière très progressive, en s’appuyant sur les expériences fondatrices qui justifient l’usage qui en est fait, retraçant en cela les étapes de leur élaboration historique. La place logique d’un cours d’interprétation de la théorie quantique serait dès lors en fin de parcours, une fois le formalisme intégralement posé. Or, c’est dès les premiers contacts avec la mécanique quantique que le besoin d’une interprétation physique se fait sentir. C’est pour répondre à cette situation, parfois délicate pour les étudiants comme pour les enseignants, que le présent ouvrage a été conçu. Cours d’accompagnement pouvant être abordé à tout niveau d’études, il s’attache à présenter une interprétation de référence de la théorie quantique, mais également à dégager les notions clés permettant de mettre en perspective les nombreuses interprétations alternatives, plus ou moins populaires, qui ont été dévelopées depuis ses origines. Pour rendre les choses pleinement explicites, une régularisation physique de la théorie quantique des champs sert de base à cette interprétation, mais il n’est nullement nécessaire d’en saisir tous les détails mathématiques pour en comprendre l’interprétation physique. Ce cours d’interprétation ne saurait néanmoins se substituer à un cours intégral de physique quantique, ni à la connaissance des faits expérimentaux. Il n’en est que le complément qui, je l’espère, permettra aux lecteurs d’apprécier pleinement, au-delà du pur formalisme, toute la portée de la théorie quantique.

Bâle, Septembre 2014
Sébastien Fauvel

Table des matières

Première partie

Préliminaires épistémologiques

Chapitre 1

Qu'est-ce qu'interpréter ?

1.1 Interpréter des observations

1.2 Interpréter une théorie effective

1.3 Interpréter une théorie fondamentale

Chapitre 2

Que puis-je connaître ?

2.1 L'impasse solipsiste

2.2 L'objectivisme fondateur

2.3 La connaissance dans un monde aléatoire

Deuxième partie

Modéliser le monde matériel

Chapitre 3

Régulariser la théorie quantique des champs

> La première approximation que nous serons amenés à faire concerne l'existence même de la théorie.
>
> John Collins,
> *Renormalisation* [4]

3.1 Inexistence d'une théorie quantique des champs

3.2 Régularisation physique maximale

3.3 L'espace physique

Chapitre 4

L'espace des états quantiques

4.1 Etats localisés du champ

4.2 Opérateurs de création et d'annihilation

4.3 Ondes planes

Chapitre 5

Interactions physiques

5.1 Evolution hamiltonienne

5.2 Représentation d'interaction

5.3 Développement perturbatif

Troisième partie

Modéliser le monde mental

Chapitre 6

L'expérience subjective

6.1 Conscience déclarative

6.2 Subconscient

6.3 Expérience subjective

Chapitre 7

Le champ d'expériences subjectives

7.1 Objectivation des expériences subjectives

7.2 Réalisation physique d'un état mental

7.3 Indiscernabilité des sujets

Chapitre 8

Interactions psycho-physiques

8.1 Dynamique stochastique

8.2 Mesure quantique

8.3 Décohérence quantique

Quatrième partie

Applications

Chapitre 9

Electrodynamique quantique

9.1 Opérateurs de charge, de courant et de potentiel

9.2 Hamiltonien d'interaction

9.3 Exemple : La section efficace de Rutherford

Chapitre 10

Théorème de réincarnation

10.1 Un théorème de récurrence des états mentaux

10.2 Démonstration

10.3 Discussion

Cinquième partie

Appendices

Annexe A

Fonctions usuelles

A.1 La fonction sinus cardinal

Pour des raisons de simplicité, nous adopterons dans ce cours la convention suivante pour définir la fonction sinus cardinal :

$$\operatorname{sinc}(X) := \begin{cases} 1 & \text{en } X = 0 \\ \sin(\pi X)/(\pi X) & \text{pour } X \in \mathbb{R}^* \end{cases}$$

Notez la présence du facteur π qui est généralement absent des définitions usuelles. Nous rencontrerons cette fonction sous la forme intégrale suivante, où vous aurez reconnu une transformation de Fourier :

$$\operatorname{sinc}(X) = \frac{1}{X} \int_{-X/2}^{X/2} \exp(\mathrm{i}2\pi x)\,\mathrm{d}x$$

Celle-ci est normalisée à l'unité par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc}(X)\,\mathrm{d}X = 1$$

A.2 La fonction esinc

Plus encore que le sinus cardinal lui-même, défini plus haut à l'annexe A.1, c'est la fonction suivante qui nous sera utile lors des développements perturbatifs :

$$\operatorname{esinc}(X) := \exp(\mathrm{i}\pi X)\operatorname{sinc}(X)$$

Nous la rencontrerons sous la forme intégrale suivante, où vous reconnaîtrez à nouveau une transformation de Fourier :

$$\operatorname{esinc}(X) = \frac{1}{X} \int_{0}^{X} \exp(\mathrm{i}2\pi x)\,\mathrm{d}x$$

Vous pourrez vérifier que, pour tout $X \in \mathbb{R}^*$, elle peut se mettre sous la forme canonique :

$$\mathrm{esinc}\,(X) = \frac{\sin 2\pi X}{2\pi X} + \mathrm{i}\frac{1-\cos 2\pi X}{2\pi X}$$

Vous en déduirez la propriété d'antisymétrie :

$$\mathrm{esinc}\,(-X) = \overline{\mathrm{esinc}\,(X)}$$

ainsi que son intégrale :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{esinc}\,(X)\,\mathrm{d}X = \frac{1}{2}$$

A.3 La fonction δ de Dirac

Toujours dans le cadre de développements perturbatifs, nous rencontrerons deux familles de fonctions convergeant, lorsque $t - t_0 \to +\infty$, vers la distribution δ introduite par Paul Dirac dans ses *Principes de la Mécanique Quantique* [5] :

$$\begin{aligned}
\delta^{(1)}_{t-t_0}\,(E) &:= \frac{t-t_0}{\mathrm{h}}\mathrm{sinc}\left(\frac{t-t_0}{\mathrm{h}}E\right)\\
\delta^{(2)}_{t-t_0}\,(E) &:= \frac{t-t_0}{\mathrm{h}}\mathrm{sinc}\left(\frac{t-t_0}{\mathrm{h}}E\right)^2
\end{aligned}$$

Ces fonctions sont exprimées ici à l'aide du sinus cardinal, défini plus haut à l'annexe A.1. Notons au passage qu'elles sont liées par la relation :

$$\delta^{(1)}_{t-t_0}\,(E)^2 = \frac{t-t_0}{\mathrm{h}}\delta^{(2)}_{t-t_0}\,(E)$$

Il peut être utile de rappeler que la convergence au sens des distributions signifie ici que, pour toute fonction continue ϕ à support compact (c'est-à-dire nulle en dehors d'un segment donné), nous avons :

$$\lim_{t-t_0\to+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(1)}_{t-t_0}\,(E)\,\phi(E)\mathrm{d}E = \phi(0)$$

$\phi(0)$ étant par définition l'action de la distribution de Dirac sur ϕ. Vous pourrez le démontrer aisément en utilisant la propriété de continuité de ϕ en 0, ce qui permet d'établir un encadrement de l'intégrale sur le domaine$[-\mathrm{h}/(t-t_0), \mathrm{h}/(t-t_0)]$ lorsque $t - t_0$ est assez grand, et d'en calculer la limite, puis en prenant en compte le fait que ϕ, en tant que fonction continue à support compact, soit bornée, ce qui permet de majorer l'intégrale sur le reste de son support.

Annexe B

Matrices de Dirac et de Pauli

B.1 Matrices de Pauli

Pour décrire le spin de l'électron dans la limite non-relativiste, Paul Dirac et Wolfgang Pauli a été amenés, indépendamment l'un de l'autre, à introduire trois automorphismes de $\mathcal{H}^2$, notés $\widehat{\sigma}_1$, $\widehat{\sigma}_2$ et $\widehat{\sigma}_3$, dont la propriété essentielle est de vérifier les relations d'anticommutation suivantes :

$$\{\widehat{\sigma}_a, \widehat{\sigma}_b\} := \widehat{\sigma}_a\widehat{\sigma}_b + \widehat{\sigma}_b\widehat{\sigma}_a = 2\delta_{a,b}\mathbb{1}$$

Il existe une infinité de familles d'automorphismes vérifiant ces relations algébriques, le choix de l'une d'entre-elles en particulier n'ayant aucune influence sur les prédictions de la théorie. La famille de matrices suivantes :

$$\sigma_1 := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 := \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

représente canoniquement une famille d'automorphismes de $\mathcal{H}^2$ qui vérifie ces relations d'anticommutation. C'est pour cette convention que nous optons dans ce cours pour définir les matrices de Pauli.

B.2 Matrices de Dirac

De manière similaire, dans le but d'établir und équation d'onde du premier ordre décrivant la propagation libre d'un électron relativiste, Paul Dirac a été amené à introduire quatre automorphismes de $\mathcal{H}^4$, notés $\widehat{\gamma}^0$, $\widehat{\gamma}^1$, $\widehat{\gamma}^2$ et $\widehat{\gamma}^3$, dont la propriété essentielle est de vérifier les relations d'anticommutation suivantes :

$$\{\widehat{\gamma}^\mu, \widehat{\gamma}^\nu\} := \widehat{\gamma}^\mu\widehat{\gamma}^\nu + \widehat{\gamma}^\nu\widehat{\gamma}^\mu = 2g^{\mu\nu}\mathbb{1}$$

Dans cette expression, vous aurez reconnu le tenseur de Minkowski, pour lequel nous choisissons dans ce cours la signature suivante :

$$\boldsymbol{g} := diag(1, -1, -1, -1)$$

Ici encore, il existe une infinité de familles d'automorphismes vérifiant ces relations algébriques, le choix de l'une d'entre-elles en particulier n'ayant aucune influence sur les prédictions de la théorie. La famille de matrices suivantes, construites par blocs à l'aide des matrices de Pauli :

$$\gamma^0 := \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \quad \gamma^1 := \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^2 := \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^3 := \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix}$$

représente canoniquement une famille d'automorphismes de $\mathcal{H}^4$ qui vérifie ces relations d'anticommutation. C'est pour cette convention que nous optons dans ce cours pour définir les matrices de Dirac. Nous serons également amenés à faire usage de la notation vectorielle condensée :

$$\boldsymbol{\gamma} := \begin{pmatrix} \gamma^1 \\ \gamma^2 \\ \gamma^3 \end{pmatrix}$$

pour exprimer le Hamiltonien d'interaction de l'électrodynamique quantique.

Annexe C

Opérateurs spinoriels

C.1 Opérateurs de polarisation photoniques

C.2 Opérateurs d'antisymétrisation fermioniques

C.3 Opérateurs spinoriels de Dirac

Bibliographie

[1] Aspect, A. (2000). *Bell's Theorem : The naive view of an experimentalist.* In : Bertlmann, R. A. (éd.), Zeilinger, A. (éd.). *Quantum [Un]speakables – From Bell to Quantum information.* Berlin (Allemagne) : Springer, 2002.

[2] Balian, R. *La physique quantique à notre échelle.*

[3] Basdevant, J.-L., Dalibard, J. *Mécanique Quantique : Cours de l'Ecole polytechnique.*

[4] Collins, J. (1984). *Renormalization: An introduction to renormalization, the renormalization group and the operator product expansion*. Cambridge (Royaume Uni) : Cambridge University Press, 1984.

[5] Dirac, P. A. M. (1930). *The Principles of Quantum Mechanics.* Londres (Royaume-Uni) : Oxford University Press, 1930.

[6] Kragh, H. *Paul Dirac and The Principles of Quantum Mechanics.*

[7] Kragh, H. (1990). *Dirac : A Scientific Biography.* Cambridge (Royaume-Uni) : Cambridge University Press, 1990.

[8] Álvarez-Gaumé, L., Vázquez-Mozo, M. A. (2005). *Introductory Lectures on Quantum Field Theory*. arXiv :hep-th/0510040v4, 2013.

[9] Weidenbaum, J. (2014) *Ethics and the Question of Personal Identity : A Jamesean Perspective.*