L'ANALYSE DU MARCHÉ DES OPTIONS À LA BOURSE DE PARIS À LA BELLE ÉPOQUE, 1899-1914

PAR SÉBASTIEN ROUVIÈRE (STAGIAIRE)

JAE YUN JUN KIM & ANGELO RIVA (MAÎTRES DE STAGE)

CONTEXTE

- *Au début du XXème siècle que l'on nomme la Belle Époque, la « première mondialisation » s'accompagne d'un fort développement financier des économies européennes qui ne sera retrouvé que récemment. La Bourse de Paris est à cette époque un grand marché international très liquide où les volumes négociés rapportés au PIB ont un niveau comparable à celui atteint au début des années 2000.*
- *Il est couramment admis en finance que, depuis son élaboration au début des années 1970, la formule de Black&Scholes a permis aux traders de mieux évaluer les options (une option est un produit financier particulier). Pourtant, des études quantitatives portant sur les marchés options historiques montrent que les marchés évaluaient correctement les options bien avant l'élaboration de cette formule.*

Problématique : Les investisseurs du début du XXème siècle à la Bourse de Paris évaluaient-ils correctement les options ?

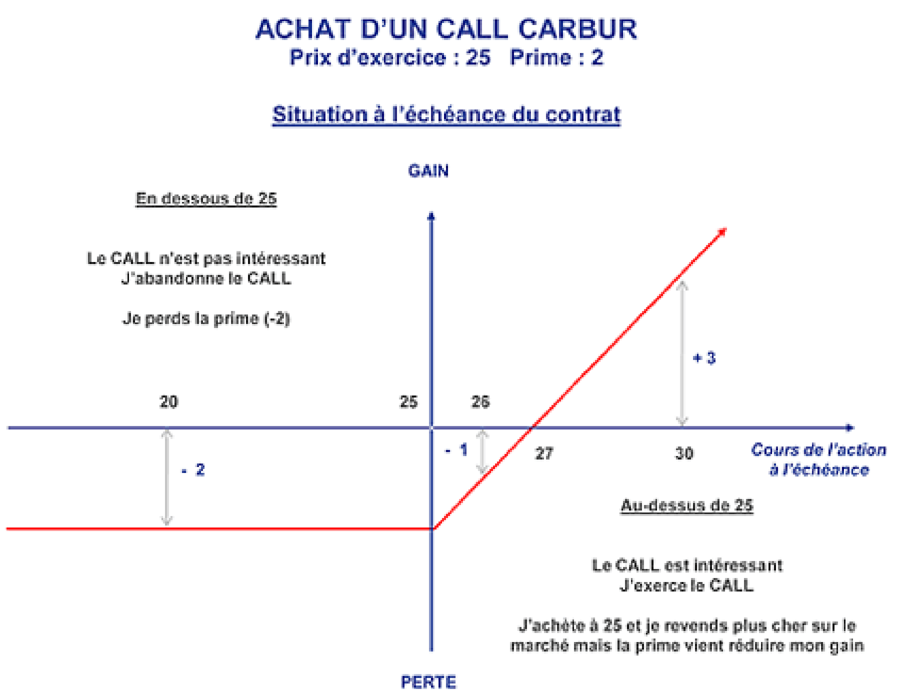


Fig1 : profit gain/perte d'une option call pour un acheteur

OBJECTIF:

- **Contribuer à la recherche bibliographique.**
- **Vérifier si le comportement des prix des options cotées à la Bourse de Paris correspond à la formule de Black&Scholes.**
- **Vérifier si les travaux de Louis Bachelier peuvent fournir une meilleure approximation du comportement des prix.**

Source des données: https://dfih.fr/

ÉTAT DE L'ART

	Période	Produit financier	Nombre	Volatilité utilisée	Dividendes	Fréquence
Chambers, D., & Saleuddin, R. (2020). Commodity option pricing efficiency before Black, Scholes, and Merton.	1921 - 1931	Commodities	135 option trades (40 copper + 95 tin)	• perfect foresight measure: the actual realized (ex post) annualized standard deviation of equity returns over the life of the warrant. • 90-day backward-looking measure: beginning when we have at least 10 observations of daily equity returns.	No.	Daily
Moore, L., & Juh, S. Derivative pricing 60 years before Black–Scholes: evidence from the Johannesburg Stock Exchange (Warrants)	1909 - 1922	Warrants	15 warrants	Looking at prices	Yes	weekly
Moore, L., & Juh, S. Derivative pricing 60 years before Black–Scholes: evidence from the Johannesburg Stock Exchange (Call)	1908 - 1911	Calls	10 Calls	Looking at prices	There was only one stock that paid dividends in their sample, Geduld Proprietary	Weekly
Joseph P. Kairys Jr. and Nicholas Valerio III. The Market for Equity Options in the 1870 s	1873 - 1875	American options (calls + puts)	12 stocks	Implied and realized volatility	No	Weekly
Mixon. Option markets and implied volatility: Past versus present	1873 - 1875	American options (calls + puts)	17 stocks	Implied and realized volatility	Yes	Weekly

MÉTHODOLOGIE

I - MODÈLES UTILISÉS

Modèle de Black&Scholes:

$$C(S,K,r,T,q,\sigma) = e^{-qT}SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2)$$

Avec :

- $N(x) = \int_{\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$ La fonction de répartition de la loi normale centrée réduite N (0, 1).
- $d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}}\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - q + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right]$
- $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Modèle de Bachelier:

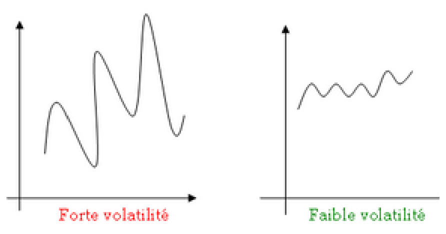
$$C = (Se^{q-rT} - K)N(d_n) + Se^{q-rT}\sqrt{T}\, n(d_n)$$

Avec :

- $N(x) = \int_{\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$ La fonction de répartition de la loi normale centrée réduite N (0, 1).
- $n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ La densité de probabilité.
- $d_n = \frac{Se^{q-rT} - K}{\sigma Se^{q-rt}\sqrt{T}}$

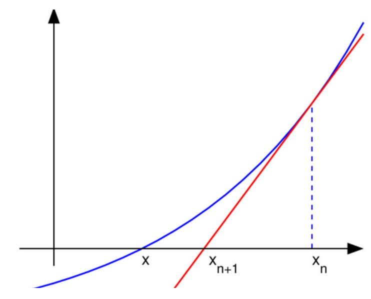
II - CALCUL DES VOLATILITÉS

VOLATILITÉ RÉALISÉE



VOLATILITÉ IMPLICITE

$$e^{-qT}SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2) - C_{obs} = 0$$



Formellement, on part d'un point x_0 appartenant à l'ensemble de définition de la fonction et on construit par récurrence la suite :

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)},$$

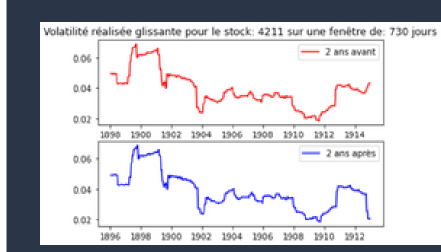
où f' désigne la dérivée de la fonction f. Le point x_{k+1} est bien la solution de l'équation affine $f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k) = 0$.

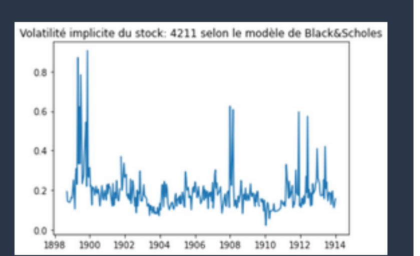
RÉSULTATS ET DISCUSSION

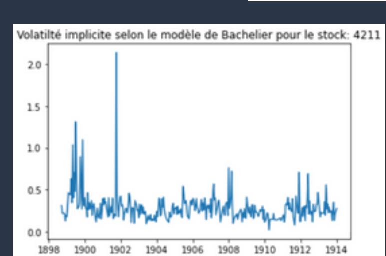
Les trois graphiques ci-dessous sont issus d'un agrégat de résultats sur différents stocks étudiés. On peut donc observer dans l'ordre les volatilités réalisées (passé et future), ainsi que les volatilités implicites selon le modèle de Black&Scholes ainsi que celui de Bachelier. On peut remarquer 2 choses:

- *les tendances entre les volatilités réalisés et les volatilités implicites sont similaires.*
- *les volatilités implicites selon le modèle de Black&Scholes et selon le modèle de Bachelier sont extrêmement proche.*

Principale limite: le calcul de la volatilité réalisée n'est pas rigoureusement exact.







TRAVAUX FUTURES:

De plus sérieux tests mathématiques restent à être effectués sur ces données (exemple: test de corrélation, test de Student, test du Khi-2) pour pouvoir en tirer des conclusions définitives.

RÉFÉRENCES:

- https://fr.wikipedia.org/wiki/Méthode_de_Newton
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. In Annales scientifiques de l'École normale supérieure (Vol. 17, pp. 21-86)
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Call
- https://people.math.ethz.ch/~jteichma/finalversion301204.pdf

Stage financé par l'EBS

REMERCIEMENTS À GÜNTHER CAPELLE BLANCARD ET RAPHAEL HEKIMIAN