

Rapport bibliographique, semaine du 19
avril au 29 avril par Sébastien Rouvière

Commodity option pricing efficiency before Black, Scholes and Merton

1. Contexte

Le modèle de Black-Scholes-Merton (BSM) est un modèle créé au début des années 1970 d'évaluation du prix des options qui a permis à de nombreux organismes de pouvoir mieux évaluer ces produits financiers. Toutefois, certaines données suggèrent que les traders d'option "commodities" du début du 20ème siècle avaient au minimum une intuition "juste" du prix de ces options bien avant que le modèle BSM ne soit créé. Le but de cette étude menée par David Chambers et Rasheed Saleuddin était donc de vérifier, avec de nouvelles données si les traders du début du 20ème siècle était capable de correctement évaluer le prix de ces options.

2. Introduction

2.1 État de l'art

Les options sont devenues des produits financiers très important au cours du dernier siècle, si bien que certains marchés ont même été créés pour s'échanger uniquement ces produits-là (Création du MONEP en 1987). Cette démocratisation de l'utilisation des options a permis aux investisseurs d'élaborer des portefeuilles de risque plus sûr, notamment en se "couvrant" face à des actifs qui peuvent souffrir d'une grande volatilité. La généralisation de l'utilisation des options a pu se faire notamment grâce à l'élaboration des formules de Black and Scholes (voir en annexe) et du modèle BSM. Toutefois, les options existaient bien avant de modèle et les historiens se sont demandé à quel point les marchés financiers étaient-ils efficaces avant l'arrivée de ce modèle. Les bulles spéculatives créée au cours des siècles tendent à nous faire conclure que ce n'était pas le cas. Toutefois, certaines études analysant d'autres caractéristiques des marché (notamment les cours acheteurs/vendeurs, les performances des fonds, évaluation d'action lors de l'entrée en bourse) suggèrent que les marchés du début du 20ème siècle n'étaient pas moins efficace que ceux du début du 21ème siècle. Évaluer cette efficacité se révèle toutefois assez difficile dû à l'absence de données sur les produits financier sur cette période.

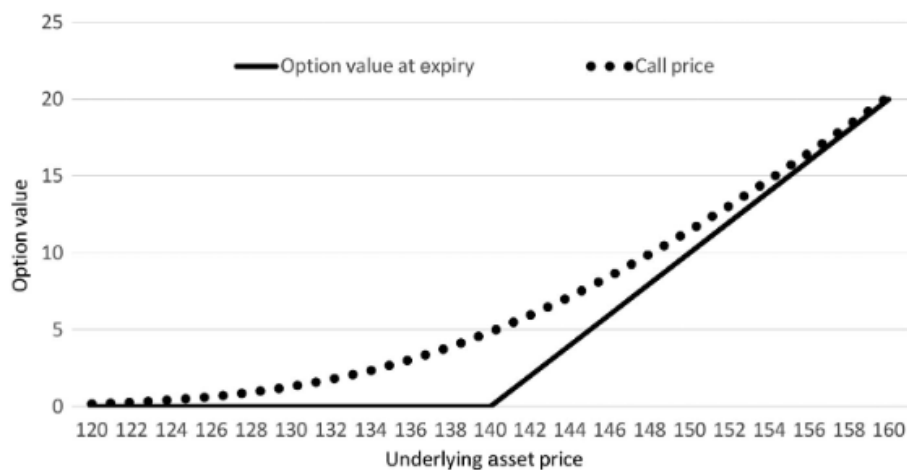
2.2 Données disponibles

Cette étude exploite le jeu de données de John Maynard Keynes, économiste britannique du début du 20ème siècle, majoritairement composé d'options commodities. D'autres études, antérieur à la nôtre, ont déjà analysé ce jeu dans le but de déterminer la stratégie d'investissement de Keynes. Cet article se contente d'étudier les prix payés par Keynes sur le marché de gré à gré durant l'entre-deux guerres. Anne Murphy, économiste du 20ème siècle a étudié la sophistication des (jeunes) marchés option de Londres du 17ème siècle. Elles se demandait comment de tels instruments financiers pouvaient influencer la révolution anglaise de 1690 et à quel point ces instruments ont été profitable pour les investisseurs. Mais le manque de données chiffrées sur cette période empêche de tirer des conclusions.

Les données historiques sont très rares : seulement 2 datasets de prix d'options ont été analysé ; la 1ère concluant que les prix pratiqués étaient loin d'être efficient et la 2ème affirmant les conclusions inverses.

Comme dit précédemment, cette étude porte sur le marché des commodities de l'entre-deux guerre, plus facile à analyser que le marché des stock-options.

3. Option pricing and the BSM model



Ici, une illustration d'une option call pour un future 3 mois sur du métal avec un strike fixé à trois mois (pour plus d'explication sur le fonctionnement d'un call, voir l'annexe)

La ligne en pointillé capture la combinaison d'une "time value" et d'une "intrinsic value". Elle correspond au prix à payer si l'on veut racheter l'option. Si l'"intrinsic value" était facile à estimer à l'époque (elle représente la différence entre le strike et le prix du sous-jacent, ce n'était pas le cas de la "time value" qui mélange les concepts de volatilité et de taux sans-risque, compris à l'époque. C'est avec le modèle BSM que toutes ces variables ont pu être correctement définies. Même si, selon Black and Scholes, la volatilité du sous-jacent pour l'évaluation du prix de l'option constitue "la plus grande inconnue de la formule". En effet, encore aujourd'hui, les traders essaient de l'estimer en utilisant la volatilité historique du sous-jacent (bien que celle-ci soit imparfaite). Dans le cadre de cette étude, et en suivant l'approche d'autres études antérieures, nous utiliserons la "volatilité réelle" définie comme la volatilité sur la durée complète de la vie de l'option, volatilité qui était donc inexploitable au moment des échanges.

Avec les volatilités réelles et historiques, un 3ème type de volatilité importante est la volatilité implicite. La volatilité implicite mesure l'amplitude des variations à court terme du prix du sous-jacent d'une option, telle qu'elle est anticipée par le marché.

Dans le reste de l'article, il a été défini une variable "efficience-BSM" qui mesure l'écart entre les prix pratiqués à cette époque et les prix théoriques dérivés du modèle BSM.

4. Prior studies of option pricing efficiency before BSM

Les études empiriques portant sur l'efficience des évaluations des prix d'options parues avant l'arrivée du modèle BSM souffrent d'un manque de données. Ces études évaluent les prix pratiqués par les traders et les profits/pertes réalisés dans le cas d'achats/ventes de ces dites-options. Mais ces données sont biaisées par la direction générale des marchés durant la période d'étude (exemple : exercer un grand nombre de call sur un marché qui "monte" fortement peut générer des profits même si les options sont surévaluées). D'autres études (décrites plus tard) ont été menées sur des marchés antérieurs à 1950 avec plus de données et sans le biais décrit ci-dessus. Elles concluent que les marchés de la fin du 19ème siècle affichent de nombreuses similarités avec les marchés actuels. Scott Mixon, dans son étude "Option market" a conclu que la grande différence entre les marchés antérieurs et les marchés actuels était l'écart de valeur entre les volatilités calculées en 1870 et 1970, qui suggéreraient donc que les marchés n'étaient pas efficients. D'autres études vont aussi dans ce sens affirmant que les marchés étaient loin d'être efficients. Cependant, certaines données utilisées dans cette étude ont créé des difficultés au moment de l'évaluation des prix d'options tel que :

- Les données n'étaient pas les prix échangés, mais des cotations annoncées dans les journaux de l'époque. Aucune preuve affirme que les options étaient échangées à ces prix-là. De plus ces cotations ont disparu des journaux, cinq ans après leurs créations ce qui peut indiquer que les investisseurs ne les utilisaient pas. Ces "indicateurs d'achats" ne marchaient que dans un seul sens i.e. il n'y avait pas de cotation de vente disponible.

- Les deux jeux de données utilisés souffrent du fait que les options contenues dedans n'étaient pas souvent des options "at-the-money" (atm). En effet les prix utilisant le modèle BSM seront estimés plus efficacement que lorsque on est en "out-of-the-money" (otm). Ceci est dû au fait que les options otm ont une valeur majoritairement définie par la time value qui, on le rappelle, avait du mal à être calculé par les investisseurs au début du 20ème siècle. Des warrants ont aussi été examinés avec toujours le même problème : ils étaient très loin d'être atm.

Il résulte donc des doutes quant à la nature des conclusions tirées par ces études dû à la faible confiance que l'on peut apporter à ces données.

Toutes les études précédentes examinaient les stocks options alors que celle-ci analyse options commodities. Cela offre de nombreux avantages car tous les futures échangés à cette époque étaient centralisés au London Market Exchange (LME) durant l'entre-deux guerre, ce qui est toujours le cas aujourd'hui. De plus le marché des options était similaire dans la structure au marché actuel dans le sens ou on pouvait aussi bien acheter/vendre une option que acheter/vendre à découvert le sous-jacent dans le but de se couvrir. De plus, la facilité de "shorter" les futures commodities a permis d'obtenir une meilleure efficience des prix de ces options. Les options commodities étudiées ont toujours été de style "européennes" et ne souffraient pas de "complications" comme leurs homologues américaines.

D'autres études antérieures qui ont analysé le marché des options commodities ont découvert que les puts étaient fréquents, suggérant que les traders faisaient profits et donc que les prix pratiqués n'étaient pas corrects. Cependant, les marchés analysés dans ces études étaient "à tendance baissière" sur la période comparée ce qui ne peut pas constituer une preuve de son inefficience. Cette étude offre des preuves directes de l'efficience des prix d'options commodities avant que le modèle BSM soit utilisé et ne souffre pas de tous les biais cités ci-dessus.

5. Metal option prices in the interwar period

Les données utilisées sont composées de prix pratiqués ou d'options "short-dated" sur les futures métal échangés sur le LME entre 1921 et 1931. L'étude possède toutes les variables nécessaires pour estimer les prix avec le modèle BSM. David Chambers et Rasheed Saleuddin ont aussi collecté à la main tous les prix échangés des options futur 3-mois sur deux métaux : le cuivre et l'étain. Le LME a commencé à échanger :

- Le cuivre et l'étain en 1877
- Le plomb en 1903
- Le zinc en 1915

Beaucoup d'échanges étaient pratiqués durant la première guerre mondiale, puis cela est devenu un peu plus calme par la suite. Durant l'entre-deux guerres, le LME était le marché d'échange dominant dans le monde. On négociait sur chaque métal deux fois par jour, la première fois à 12.00 am et la deuxième fois à 3.45 pm pendant 10 minutes (on commençait par le cuivre puis, suivait l'étain). 25 tonnes de cuivres et 5 tonnes d'étain étaient échangées chaque fois. Les options commercées étaient européennes avec trois mois d'expiration, délai qui correspondait au temps de transport depuis l'Asie du Sud-Est pour l'étain et du Chili pour le cuivre.

Les prix d'options commodities, ainsi que les dates de transactions et les détails du contrat sont pris depuis les comptes de Keynes. D'autres études ont documenté les échanges de commodities de Keynes, usant des mêmes données que cette étude, afin d'analyser sa stratégie d'investissement. Ces études décrivent aussi les différents caractères de ces marchés commodities sur le métal. L'étude de Chambers et Saleuddin ne se focalise pas là-dessus mais sur les prix pratiqués et dans quelle mesure ces prix-là étaient proches des prix annoncés par le modèle BSM.

Entre 1921 et 1931, Keynes a fait 241 échanges sur les métaux via la société Buckmaster&Moore qui était le courtier de Keynes. Son exposition était de 8670 dollars en moyenne. Cela correspondait à des échanges importants, mais pas massif non plus compte tenu du nombre d'échanges effectués sur le marché global.

Un exemple d'achat d'une option européenne de cuivre ci-dessous effectuée le 23/02/1922

We beg to report that we have to-day bought on your behalf a Call Option on:-
50 Tons Standard Copper ... for May 23rd, prompt, on the basis of £58. 10. 0 per ton
at the price of 27/6 per ton.⁶³

Puis l'option exercée juste avant la date d'expiration le 22/05/1922

We beg to report that we have to-day sold for you:-
50 Tons of Copper (23rd May delivery) at £62. 2. 6. per ton
Against Call Option on the same amount purchased on 23rd February.⁶⁴

L'étude a examiné tous les puts, calls et straddles pour ceux où, premièrement il existait un prix du future correspondant à l'expiration de l'option au moment de l'exécution de l'option. Puis deuxièmement ceux qui bénéficiaient de données historiques de prix sur 3 mois avant et après l'échange. Ces dernières données ont été collectés dans la section "Home commercial Market" du journal Times 1921-1931. Pour certains échanges, il y avait un manque de détails sur les transactions effectuées ou les prix des contrats futures (ce qui peut engendrer de petites erreurs dans l'estimation du prix par le modèle BSM). L'étude a donc exclu toutes ces données. L'échantillon final est composé de 135 échanges d'options pour le cuivre (40) et l'étain (95).

- Buying an option: 114 calls and 14 puts.
- Few short sales: 2 calls et 18 puts.
- Therefore, there were 13 straddle.

Toutes ces options étaient gardées jusqu'à la date d'expiration

6. Option pricing efficiency on the interwar LME

6.1 Premier test

Le premier test nous permet de mettre en lumière l'estimation moyenne des erreurs effectuées sur l'appréciation correcte ou non des prix d'options. Celle-ci se révèle être, dans cette étude de 15%, ce qui est un résultat beaucoup plus faible que ceux précédemment réalisés dans des études antérieures (résultats qui étaient plutôt de l'ordre de 30-50%). Les estimations réalisées dans cette étude ne prennent pas en compte les commissions réalisées sur les échanges : Kairys et Valerio les ont pris en compte et leurs résultats ont fournis une mauvaise évaluation des prix.

Table 2. *Pricing errors from prior historical studies*

<i>Study</i>	<i>Derivative type</i>	<i>Market</i>	<i>Period</i>	<i>Average error (multiple)</i>	<i>Average error (%)</i>
Kairys and Valerio	Calls and puts	US stocks	1873–5	2× to 4×	50–75
Mixon	Calls and puts	US stocks	1873–5	2×	50
Moore and Juh	Warrants	South African stocks	1908–22	1.6×	37
Moore and Juh	Call options	South African stocks	1908–11	1.5×	32
Mixon	Calls and puts	US stocks	2001–4	1.1×	12
This study	Calls and puts	Metal futures	1921–31	1.1×	15

Un graphique de point est visible ci-dessous pour comparer les prix échangés versus les prix théoriques. Nous pouvons observer certaines erreurs pour quelques exemple individuels mais elles ne sont pas surprenantes : en effet les traders ont toujours essayé de prédire les vraies valeurs et ont toujours fait des erreurs même actuellement.

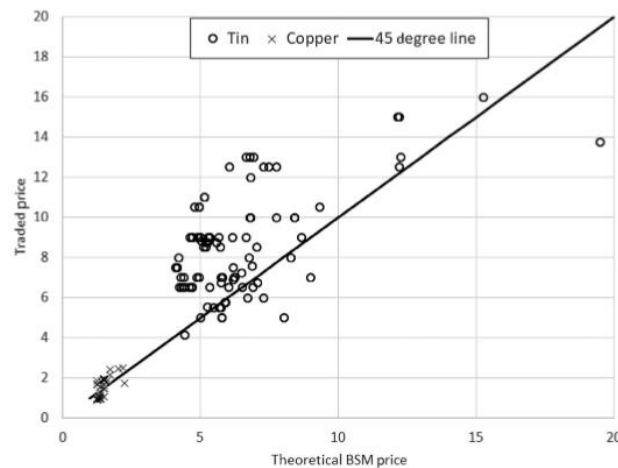


Figure 3. *Traded prices vs. theoretical prices of three-month tin and copper options, 1921–31*

L'étude porte une attention toute particulière sur l'erreur moyenne des prix négociés. Mixon l'avait évalué à 12% dans son étude sur les marchés modernes. Il y a toutefois des mises en garde à avoir lorsque l'on compare les erreurs moyennes de différents produits financiers (options, warrants, etc):

- La relation entre l'exactitude du prix et de la volatilité n'est pas linéaire
- L'existence d'options itm et/ou otm dans l'échantillon affecte les erreurs de prix due aux variations de la time value décrite plus haut.

6.2 Deuxième test

Le deuxième test utilise le modèle BSM pour calculer la volatilité implicite pour toutes les options échangées (la maturité, le taux sans risque et la date de l'échange étaient connues). Il a d'abord été regardé simultanément les mouvements de la volatilité implicite ainsi que l'historique avec trois mois de données collectés. Un graphique qui montre la BSM-volatilité implicite face à la volatilité historique sur 90 jours est affiché pour les deux métaux. Dans les deux cas, les volatilités sont très proches.

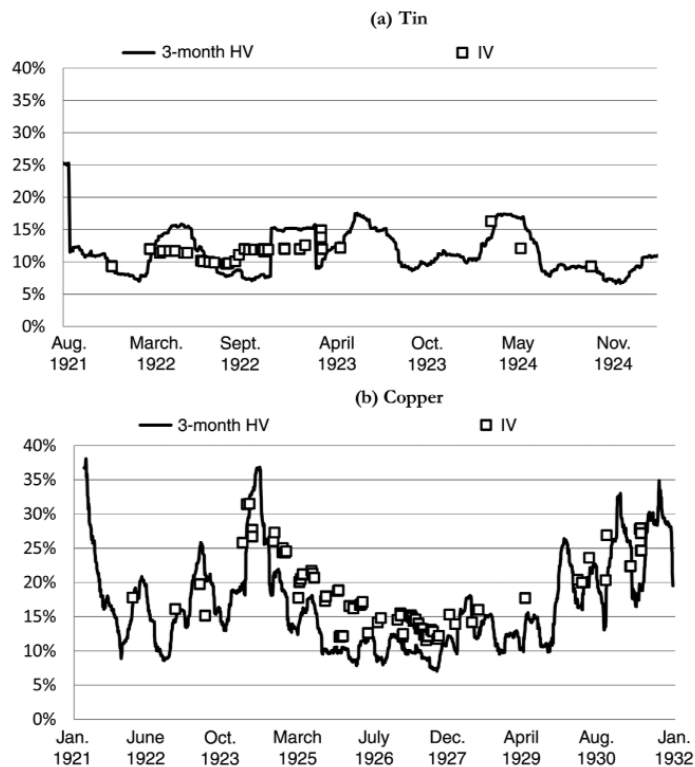


Figure 4. *Implied volatility versus historical volatility of three-month options on tin and copper futures, 1921–31*
(a) Tin; (b) Copper

Ces résultats suggèrent que les traders avaient dans un certain sens, employés une combinaison des volatilités historique et implicite pour fixer les prix d'options. Le marché de l'étain était sujet à de nombreuses manipulations dans les années 1920. Pour contrôler cela, ils ont rajouté une variable fictive sensé "annuler" ces manipulations de marché.

6.3 Limites

Un des principaux problèmes du dataset utilisé est que les données proviennent d'un seul et unique investisseur, Keynes qui en plus était un des meilleurs économiste et trader de son époque. Cependant, les échanges effectués étaient faits par sa compagnie de courtier. Les brokers pratiquaient des prix compétitifs et ne surestimaient pas les options. Il se peut que d'autres investisseurs moins intelligents que Keynes n'aurait pas trouver des prix aussi "juste" que lui mais l'étude se contente de prouver que cela était possible de les estimer correctement.

7. What interwar traders understood about pricing options

On pourrait conclure avec les études citées dans les sections précédentes que les options commodities étaient surrestimées en comparaison avec les marchés modernes. De plus, le prix des options fluctuait beaucoup en raison de l'environnement et du contexte du marché car le modèle BSM n'existait pas. Les traders comprenaient sûrement que l'évaluation du risque du sous-jacent était la clé pour avoir le prix de l'option correspondante juste. Des textes publiés très tôt montrent qu'ils avaient compris cela. Leonard Higgins dans son étude parue en 1906, pensait que la volatilité sur la durée de l'option influençait son prix. Conway le pensait également et ses travaux suggèrent que les traders de l'époque auraient pu comprendre qu'une augmentation de la volatilité causait une augmentation du risque pour le vendeur d'option. Higgins a suggéré une mesure plus précise de la fourchette de prix pour le calcul du prix des options. Il proposait ceci : *"the price of a written straddle should vary directly with the latter historical price ranges of the underlying asset"* ce qui montre bien que les prix pouvaient correctement être évalués dans la mesure où les traders avaient accès à ce genre d'études telles que celles d'Higgins ou de Louis Bachelier (mathématicien français, précurseur de la théorie moderne des probabilités, et fondateur des mathématiques financières). Toutefois, il n'y a pas d'évidences claires que les investisseurs du début du 20^{ème} siècle aient eu accès aux travaux de Bachelier (car très peu cité).

8. Conclusion

Dans cette étude, un nouveau jeu de données a été utilisé notamment en exploitant les prix et cotations sourcés dans les journaux. Les options utilisées sont short-dated, atm en comparaison options (et/ou warrants) long-dated et otm utilisées dans des études précédentes. L'échantillon de cette étude est plus simple à analyser pour calculer l'efficacité des prix. La découverte majeure de cette étude est que les traders d'options de cuivre et d'étain effectuant des transactions avec Keynes étaient très proches des valeurs théoriques prévues par le modèle BSM. L'estimation de l'erreur des prix est plus faible que celle trouvée dans d'autres études similaires. La seconde découverte majeure est que pour l'échantillon d'options échangées, toute modification de leurs valeurs théoriques, caractérisée par une volatilité implicite, était associée à des modifications des paramètres observables (volatilité historique) et des attentes (représentées par la volatilité réelle). Ces résultats valent pour les puts, les calls, les straddle atm ainsi que pour les options sur deux métaux différents.

Il existe cependant des limites évidentes. L'étude ne s'est portée que sur deux métaux (même si le cuivre et l'étain étaient les deux principaux métaux échangés sur le LME). Les échanges proviennent d'un seul investisseur intelligent ; les erreurs de prix n'auraient probablement pas été les mêmes avec d'autres investisseurs mais ils estiment que cela n'affaiblit pas leurs conclusions. Les différences affichées avec les précédentes études peuvent s'expliquer comme ceci : shorter des commodities durant l'entre-deux guerre était plus facile que sur le marché US en 1870 ou le marché Sud-Africain en 1900/1910. De plus, la structure des marchés n'était pas la même. Le marché LME de l'entre-deux guerre était un marché centralisé. Un marché décentralisé de stock-options contribue à un approvisionnement limité de vendeur d'options et donc, les prix augmentent nécessairement pour les acheteurs.

Il existe un certain nombre d'études empiriques sur l'efficience des prix d'options sur les stocks market en 1950/1960 mais les données de ces travaux ont été prises sur deux périodes distinctes : 1870 et la période 1900/1920. Il y a clairement un manque de connaissance sur la période qui se situe dans l'intervalle de ces deux dates.

Bien que l'étude ait montré que les prix pratiqués étaient efficients, elles ne sauraient toutefois expliquer la raison de cette efficience. Certains traders auraient pu avoir des notions intuitives avancées de volatilité et, étaient avertis de l'importance de la variation des prix.

Derivative Pricing 60 Years before Black–Scholes : Evidence from the Johannesburg Stock Exchange

1. Introduction

L'étude a utilisé les prix journaliers utilisés pour échanger des warrants sur le Johannesburg Stock Exchange (JSE) entre 1909 et 1922. Le but étant d'utiliser le modèle de Black-Scholes de 1973 (BSM) pour évaluer si les prix de ces warrants étaient "juste". L'étude a compilé les prix de 15 warrants récupérés dans les journaux locaux ainsi que les notes d'un broker qui avait enregistré les prix journaliers d'option call de 112 compagnies différentes entre janvier 1908 et mai 1911. Les résultats ont ensuite été comparé avec les données contemporaines du JSE et du marché US.

Le JSE ouvre ses portes en 1887 juste après la découverte d'un gisement d'or dans le pays. Il ferme brièvement durant la guerre des Boers en 1899 puis réouvre en 1901. Il y a eu une forte croissance de l'activité des stock-market et des opportunités de trading au début du 20ème siècle et de nouveaux produits financier ont émergé durant cette période. Le JSE était ouvert de 9:00 am jusqu'à 6:00 pm durant les jours de la semaine et seulement le samedi matin le week-end. Les options ont été utilisée dès le début de la ruée vers l'or afin de se couvrir le plus rapidement possible. Les compagnies minières ont émis des warrants gratuitement pour les actionnaires dans l'intention que ceux-ci soient exercés afin que les compagnies puissent augmenter leur capital et donc, leur développement.

Le JSE a de nouveau fermé ses portes au début de la première guerre mondiale puis, a réouvert en 1915. A sa réouverture, chaque nouvelle émission de produit financier devait recevoir l'approbation de l'Imperial Treasury in London. Cette régulation incluait notamment les warrants ce qui explique leur disparition des données utilisées par les économistes entre 1911 et 1917.

2. Data

2.1 Warrants

15 warrants ont été utilisés dans l'échantillon. 11 ont été émis par les compagnies minières d'or, 2 pour l'argent, 1 pour le diamant et un dernier pour l'alcali (dérivé de la soude). Les données ont été récupérées sur l'intervalle 1909-1922 via le journal local qui publiait à cette époque, une liste des prix du JSE. Lyndon Moore and Steve Juh ont donc utilisé les données de ce journal qui était publié en début de matinée. Toutes les transactions étaient notées et les cotations étaient toujours utilisées quand elles étaient disponibles ; il se pouvait en effet que les prix n'étaient pas notés à l'heure indiquée, mais à un horaire différent. Ils se sont assurés que le warrant et le sous-jacent s'échangent sur la même période. Les heures de report n'étaient pas exactement les mêmes du jour au lendemain mais variaient légèrement. Si une transaction était enregistrée, ils l'utilisaient. S'il n'y en avait pas, ils prenaient la moyenne entre le bid et le ask noté sur le journal s'ils étaient enregistrés eux-aussi. Si seulement le bid était disponible, ils ajoutaient la moitié de la moyenne du bid-ask. Inversement pour le ask. Pour chaque warrant et sous-jacent associés, ils calculaient la moyenne du spread bid-ask comme la moyenne arithmétique de tous les spreads où l'observation était possible. Une petite part des observations sont basés sur des transactions. Le reste, c'est à dire plus de $\frac{3}{4}$ des observations sont basés sur des cotations bid-ask publiées dans les journaux. Les cotations changeaient souvent le même jour et très souvent d'un jour à l'autre. Le prix était en shilling et en pence. Les warrants collectés étaient américains donc, pouvaient être exercé à tout moment (jusqu'à l'expiration). Les données proviennent du "*Rand Daily Mail*", du "*South African Mining Journal*" et du "*The Star*". Le tableau ci-dessous montre les warrants collectés par l'étude.

Table I
JSE Warrant Specifications—1909 to 1922

Obs is the number of warrant price observations in our sample. Duration is the initial time to expiry of the warrant. We measure the mean stock price, mean warrant price, and strike price in shillings. We measure the mean stock price over the duration of the warrant. We define dilution as the number of warrants initially issued divided by the number of issued shares. % "in" is the percentage of warrant observations when the stock price is above the exercise price. The time period is the period during which we observe the warrant price on a daily basis.

Warrant	# Obs	Duration	Share	Warrant	Strike	Dilut.	% "in"	Time Period
Bantjes Consolidated	71	2 years	57.02	36.93	22.5	0.47	100	January 1909 to November 1910
Vogelstruis Cons. Deep	123	2 years	24.48	12.20	22.5	0.44	86.2	January 1909 to November 1910
South Randfontein Deep	105	2 years	7.58	1.99	10	0.51	27.6	January 1910 to November 1911
Daggafontein 3	412	3 years	24.32	7.58	20	0.04	97.8	August 1917 to March 1919
Daggafontein 4	149	4 years	18.63	2.72	22.5	0.19	32.9	September 1919 to June 1920
Daggafontein 5	321	5 years	13.95	3.75	25	0.19	0.3	September 1919 to April 1921
Modderfontein East 3	800	3 years	22.60	6.52	21.25	0.54	49.5	August 1917 to June 1920
Modderfontein East 4	1050	4 years	21.45	7.26	22.5	0.54	31.5	August 1917 to April 1921
West Springs	673	2.5 years	19.58	5.62	22.5	0.22	43.1	July 1918 to September 1921
Southern Van Ryn	30	1.5 years	10.41	1.50	20	0.63	0	August 1918 to December 1919
Geduld Proprietary	672	3 years	47.74	12.96	40	0.19	85.7	January 1919 to December 1921
Transvaal Silver	230	1 year	62.80	40.93	25	0.40	100	January 1920 to December 1920
Pretoria Silver	101	1 year	6.44	0.54	25	1.44	0	September 1921 to December 1922
Frank Smith Diamonds	455	3 years	6.89	3.59	7.5	0.18	28.6	March 1920 to December 1922
South African Alkali	209	1 year	20.97	8.19	25	0.21	44.5	July 1920 to November 1921

2.2 Call Options

Le RDM publiait les cotations de l'African Share Agency, généralement en listant les bid et les ask ou les prix des dernières ventes effectuées pour chaque action. Malheureusement, le prix strike exact pour certaines options n'était pas tout le temps publié. Cependant, ils ont trouvé des options call sur la période 1907-1908 où le prix strike était correctement mentionné. La plupart des strike obtenus étaient aux alentours des derniers échanges (1.75% en dessous du dernier échange, 12.5% au-dessus).

3. Pricing and Volatility Measures

3.1 Warrant Pricing

Black and Scholes (1973) and Galai and Schneller (1978) ont montré que des ajustements étaient nécessaires afin de permettre une meilleure évaluation des prix des warrants. Ils ont utilisé une variante de cette formule qui a été publiée par Lauterbach and Schultz's (1990) qui est affichée ci-dessous :

$$W = \left(\frac{N}{N+M} \right) \left[\left(S - \sum_i e^{-rt_i} D_i + \frac{M}{N} W \right) N(d_1) - e^{-rT} X N(d_2) \right], \quad (1)$$

where

$$d_1 = \frac{\ln \left(\frac{S - \sum_i e^{-rt_i} D_i + \frac{M}{N} W}{X} \right) + rT}{\sigma \sqrt{T}} + \frac{\sigma \sqrt{T}}{2}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

and

- W = the warrant price
- S = the stock price
- X = the exercise price
- N = the number of shares of outstanding stock
- M = the number of outstanding warrants
- $N(d)$ = the probability that a random draw from a standard normal distribution will be less than d
- D_i = the amount (per share) of the i^{th} dividend
- t_i = the time until the i^{th} dividend is paid, in years
- T = the time to expiry of the warrant, in years
- r = the risk-free interest rate, with the same time to expiry as the warrant
- σ = the standard deviation of the equity returns, $S + (M/N)W$, on an annualized basis.

Bien qu'ils aient utilisé une formule spécifique, les résultats sont similaires à ceux qu'ils auraient obtenus s'ils avaient utilisé la formule de Black and Scholes en considérant les warrants comme des options

Seulement une seule action a payé des dividendes (Geduld Proprietary) Les taxes sur les revenus étaient très faibles en Afrique du Sud (première taxe en 1904 de 2.5% qui montait à 5% pour les revenus supérieurs à 1000 dollars). Les charges de courtiers étaient faibles (0.5% pour l'acheteur, même chose pour le vendeur) Il n'y a donc logiquement, pas eu d'ajustement à faire pour calculer les prix des warrants selon le modèle BSM. Le modèle d'évaluation de BSM nécessitait que les investisseurs soient capables de faire du "short-selling". Bien qu'ils aient trouvé deux mentions de short-sell dans le JSE, ce n'est pas suffisant pour conclure qu'ils en étaient capables (cela peut être une explication des erreurs de prix qu'ils ont trouvé dans leurs résultats).

Le BSM modèle nécessite des inputs qui requiert du jugement (détermination du taux sans risque, de la volatilité, des rendements). Le taux sans risque a été fixé à 5% pour évaluer tous les warrants du dataset. La plus importante caractéristique dans le calcul du prix d'un warrant est la volatilité. Les warrants étaient émis avec une expiration supérieure à 5 ans, donc la volatilité changeait au cours du temps. Cette variation de la volatilité a posé problème pour évaluer les options avec le modèle BSM. Les investisseurs du début du 20ème siècle n'avait pas accès à ce modèle donc ils ne calculaient de manière explicite la volatilité mais ils étaient conscients que cela existait. Quelques compagnies seulement émettait des warrants (ou en possédait) donc il n'a pas été possible de récupérer des volatilités historiques. De plus, ces warrants ont été principalement émis durant des temps instables i.e. durant la première guerre mondiale et la fin du conflit a été une des explications de la montée du prix de l'or. L'or de l'Afrique du Sud était exporté vers l'Angleterre pour être frappé (fabrication de pièce). Le prix de l'or a donc augmenté ce qui s'est retrouvé sur la volatilité.

Enfin, la plupart des compagnies qui émettaient des warrants étaient marginalement rentables et les entreprises de l'échantillon choisi devait faire face à des décisions d'investissement majeure tel que la fermeture ou non d'une mine.

Toutes ces explications pouvaient mener à une imperfection dans les résultats. Pour assurer la que les résultats soient le plus robuste possible, ils ont considéré deux mesures de la volatilité : une "perfect foresight" et une "90-d backward looking mesure".

- ② Perfect foresight : utilisation de l'écart-type annuel des rendements. Cette volatilité était utilisée pour calculer les prix théoriques des warrants selon le modèle BSM
- ② 90-d backward looking mesure : utilise les données des rendements pour les 90 derniers jours. Cela était possible pour quelques warrants seulement.

Le tableau ci-dessous montre les écarts, en shilling et en %, de prix entre le prix théorique du modèle BSM et les prix pratiqués sur le JSE au début du 20ème siècle.

	Perfect Foresight Volatility			Previous 90 Days' Volatility		
	Shillings	Percent	σ^2	Shillings	Percent	σ^2 (Range)
Bantjes Consolidated	0.9	2.4	0.39	1.1	3.1	0.19-0.54
Vogelstruis Cons. Deep	1.6	12.7	0.73	1.1	8.7	0.43-0.98
South Randfontein Deep	0.4	20.5	0.63	0.6	30.4	0.47-1.00
Daggafontein 3	1.8	23.3	0.31	1.8	23.2	0.15-0.51
Daggafontein 4	0.9	31.2	0.50	1.1	40.7	0.36-0.71
Daggafontein 5	1.1	28.6	0.62	1.8	46.8	0.36-1.27
Modderfontein East 3	1.0	16.0	0.40	1.2	18.5	0.20-0.68
Modderfontein East 4	1.5	20.0	0.43	1.7	23.9	0.20-0.74
West Springs	1.7	30.5	0.44	2.1	38.0	0.24-0.73
Southern Van Ryn	1.3	85.4	0.46	1.3	85.7	0.37-0.52
Geduld Proprietary	3.3	25.3	0.31	3.4	26.0	0.15-0.50
Transvaal Silver	1.5	3.7	0.88	1.1	2.7	0.54-1.89
Pretoria Silver	0.7	137.3	2.16	0.7	138.2	1.31-3.09
Frank Smith	0.6	17.0	0.90	0.6	17.8	0.50-1.31
South African Alkali	2.2	27.1	0.97	2.8	34.0	0.52-1.41
Average		23.7			27.4	

Nous pouvons voir une énorme différence d'erreurs de prix entre les différents warrants (de 2.4% jusqu'à 137%). L'erreur moyenne est de 23% pour la perfect foresight et de 27% pour la previous 90-day. Cela signifie que si les investisseurs avaient pu prévoir la perfect foresight volatilité, ils auraient été capables de moins "misspricer" les prix des warrants.

La valeur d'un warrant et/ou d'une option se base sur deux composantes : l'intrinsic value et la time value que nous avons déjà brièvement expliqué dans l'étude précédente. Les valeurs de warrants in-the-money (itm) (comme "Transvaal Silver" qui affiche un écart de 3.7%) dépendent majoritairement de l'intrinsic value qui, comme nous l'avons vu est très facile à calculer. En revanche les warrants out-of-the-money (otm) sont très difficile à estimer et les warrants comme "Pretorial Silver" affiche des valeurs aberrantes (137%). De plus, bien que les warrant otm soient plus mal évalués que les warrants itm, la moyenne de prix des warrants otm est beaucoup plus petites (moins d'une dizaine de shilling en moyenne) ce qui tend à augmenter l'erreur en %. Ils n'ont donc pas pu vraiment dire qu'elles étaient les raisons de ces énormes erreurs : Soit ils y en avaient parce que les investisseurs utilisaient des volatilités plus grandes que nécessaire, soit ils l'évaluaient bien mais ne pouvaient la traiter correctement car ils ne possédaient pas le modèle BSM.

3.2 Call Option Pricing

Deux différentes méthodes ont été utilisées pour évaluer l'équité d'une option call 30 jours :

- La première consiste en l'utilisation de la formule de Black and Scholes sur la vie de l'option avec un taux sans risque à 5%. Sur les 12 000 call options, 75% étaient surestimés selon le modèle BSM. On a défini l'erreur moyenne du prix en pourcentage comme :

$$\frac{|C_{ASA} - C_{BS}|}{C_{BS}} \times 100$$
 avec C_{ASA} le prix que proposait l'ASA pour une option call et C_{BS} le prix proposé par le modèle de Black and Scholes. Sur la 1ère période, l'erreur moyenne sur les calls était de 10.4% mais, est montée à 52% sur la deuxième période étudiée. Ils pensent que c'est dû à la compétitivité réduite des entreprises dû à des décisions politiques fortes prises courant octobre 1909.

- La deuxième méthode a permis de comparer les résultats avec ceux trouvés précédemment dans les travaux de Kairys et Valerio. Ils ont ensuite calculé le rendement pour un hypothétique investisseur qui suit la stratégie suivante : l'investisseur achète une des options call proposées. Si dans les 30 jours, l'option est itm, alors il l'exerce, sinon non. Les coûts et les gains qui résultent de cette stratégie sont affichés ci-dessous.

	Option Cost, £	Option Payoff, £	Payoff/Cost %
January 1908–September 1909	570.5	410.2	71.9
August 1910–May 1911	292.7	47.5	16.2
Whole period (1908–1911)	863.1	457.8	53.0

Un investisseur qui aurait donc suivi cette stratégie aurait gagné 457.8 dollars en exerçant ses options et aurait donc récupérer 53% de son argent investi ce qui est plus en comparaison des résultats trouvés par Kairys et Valerio (27% sur des calls options aux US).

Le tableau ci-dessous présente divers résultats pour les 10 plus importantes options call cotés sur le JSE :

Company	# Quotes	January 1908 to September 1909			August 1910 to May 1911		
		% Exercised	% Payoff	% Mispricing	% Exercised	% Payoff	% Mispricing
Randfontein Estates	409	39.8	85.2	24.2	41.7	27.8	53.3
African Farms	390	55.6	71.7	36.0	32.9	13.0	62.0
Cons. Main Reef	386	55.4	68.4	32.1	33.5	16.5	65.5
South African Land	366	47.1	64.5	33.9	17.9	7.9	51.1
Knight Central	342	46.3	62.0	33.1	14.8	8.7	55.7
Lace Proprietary	289	38.8	105.3	32.0	18.8	5.6	57.3
Lydenburg Farms	285	49.0	54.2	42.9	12.9	3.4	67.7
Jupiter	274	53.8	76.1	26.3	5.9	2.1	43.6
East Rand Central	264	53.7	82.0	32.6	26.1	12.9	48.1
Benoni	251	34.3	14.6	34.0	31.6	11.9	63.6

Le rendement moyen passe de 72% sur la première période à 16% sur la deuxième principalement dû à un fort “run-up” (inflation ? Je n’ai pas compris ce mot) en 1908 qui ne vient donc pas perturber les résultats de la première période qui semblent indiquer que les options étaient correctement évaluées en période stable.

4. Warrant Early Exercise

Dans le tableau ci-dessus, nous présentons différentes données qui permettent d’illustrer si les warrants étaient exercés ou non. Ces données proviennent du rapport annuel des entreprises publié dans le RDM. Le tableau n’est pas complet car certaines sources ne mentionnaient pas toujours combien de warrants étaient exercés.

Warrant	# Shares Outstanding	# Warrants Issued	# Exercised				
			1918	1919	1920	1921	1922
Modder East 3-year	690,459	373,979	0	0	251,855	–	–
Modder East 4-year	690,459	373,980	0	0	129	235	–
Daggafontein 3-year	648,033	250,000	1,732	248,268	–	–	–
Daggafontein 4-year	648,033	125,000	0	0	0	–	–
Daggafontein 5-year	648,033	125,000	0	0	0	0	–
Frank Smith	530,874	98,156	–	–	0	0	0
Geduld Proprietary	970,000	180,000	–	21,229	5,027	151,796	–
South African Alkali	82,500	35,000	–	–	0	7,817	0
Southern Van Ryn	274,000	180,000	16,724	0	–	–	–
Transvaal Silver	175,000	70,000	–	–	69,920	–	–
West Springs	531,978	115,000	0	0	0	0	–
Pretoria Silver	90,030	115,000	–	–	0	0	0

Basé sur le modèle de Black and Scholes, les décisions d’exercer ou non un warrants pour les investisseurs étaient très proches des recommandations actuelles. Pour la plupart des actions qui ne payaient pas de dividendes, les propriétaires de warrants retardaient la possibilité d’exercer le warrant jusqu’à la dernière possibilité. Quand ils exerçaient trop tôt, c’était généralement un ou deux mois avant la fin mais jamais plus d’un an avant.

5. Warrant Extensions

Sur les 15 warrants de l’échantillon, 7 ont eu leur date d’expiration étendue. La raison est que les compagnies pensaient que les warrants finiraient itm et donc qu’ils ne seraient pas exercés. Cependant, pour obtenir les fonds nécessaires pour continuer le développement des mines, elles ont augmenté la durée de vie de certains warrants espérant que le prix de ceux-ci augmenterait. Malheureusement sur les 7 warrants qui possédaient des extensions, aucun n’a finis itm car les mines n’étaient tout simplement pas rentables.

6. Modern Derivative Pricing

Ils ont comparé les produits dérivés du début du 20ème siècle avec un dataset plus contemporain qui date de 2003. Cette analyse a permis de déterminer si l'erreur de prix qu'ils ont trouvé était dû à un manque de données de model de prix pour produits dérivés. Les données modernes proviennent de différentes banques Sud-Africaines.

Les options modernes et un warrant ont un prix légèrement plus bas que les warrants au début du 20ème siècle, avec une erreur absolue moyenne pondérée des produits dérivés de 36,2% en utilisant la perfect foresight volatilité et de 29,7% en utilisant la volatilité historique.

Call Option/Warrant	Perfect Foresight			Previous 90 Days' Volatility		
	Rand	Percent	σ^2	Rand	Percent	σ^2 (Range)
Anglo Gold CB	13.8	52.7	0.39	10.1	38.8	0.38–0.46
Durban Roodepoort CA	3.0	39.5	0.75	2.0	26.6	0.56–1.27
Durban Roodepoort CB	4.2	57.6	0.73	2.9	40.2	0.56–1.18
Goldfields CA	7.1	43.4	0.61	4.5	27.5	0.49–1.00
Goldfields CD	6.6	62.2	0.54	5.8	54.4	0.49–0.64
Goldfields CE–SB	0.9	5.0	0.54	1.0	6.0	0.49–0.64
Harmony Warrant	4.3	6.4	0.67	5.0	7.3	0.33–1.01
Harmony CA–IB	9.6	40.4	0.63	5.7	24.1	0.45–1.01
Harmony CB	10.2	34.0	0.55	5.7	27.6	0.45–0.65
Anglo American CB	3.6	43.0	0.43	2.1	25.8	0.31–0.58
Anglo American CE–IB	5.5	46.7	0.39	2.8	23.8	0.31–0.58
Anglo American CE–SB	4.3	41.0	0.34	3.9	37.0	0.31–0.45
Ang.Amer. Platinum CB–IB	17.8	51.4	0.35	16.8	48.4	0.28–0.51
Ang.Amer. Platinum CC	17.6	45.5	0.39	24.0	62.0	0.28–0.42
Ang.Amer. Platinum CD	8.1	46.3	0.39	12.2	69.7	0.28–0.42
BHP Billiton CA	1.3	56.9	0.33	1.0	44.4	0.32–0.39
Impala Platinum CA	7.6	9.5	0.46	7.1	9.1	0.35–0.53
Impala Platinum CC	12.5	28.1	0.44	19.7	43.5	0.35–0.46
Kumba Resources C1	1.8	56.4	0.44	1.7	51.7	0.30–0.54
Average		36.2			29.7	

7. Conclusion

Le jeu de données de cette étude comporte 15 warrants échangés au début du 20ème siècle sur le JSE. Il comporte aussi des propositions de call options écrites sur 112 différentes actions. En utilisant les théories récentes, Lyndon Moore and Steve Juh a analysé comment les investisseurs évaluaient ces sécurités. Ils ont trouvé que les prix des warrants étaient très fidèles aux prix annoncés par le modèle BSM avec une erreur moyenne autour de 25% (+/- 2% selon la volatilité utilisée). Si on compare ces erreurs avec les warrants échangés au début du 21ème siècle, nous constatons les mêmes erreurs de prix. Le développement des théories modernes ne permet donc pas d'avoir améliorer les performances des investisseurs (ou très peu) sur le JSE. Cependant, ils ont aussi constaté que les extensions de warrants n'étaient pas correctement évaluées (probablement car c'était des instruments financiers nouveaux et très peu connus). La théorie de Black et Scholes est inestimable pour comprendre comment bien évaluer des options mais les investisseurs Sud-Africains ont été capable de relever les informations importantes pour déterminer des prix justes pour ces warrants.

The Pricing of Options and Corporate Liabilities

1. Introduction

Une option est une sécurité donnant le droit d'acheter ou vendre un actif sous certaines conditions à une période de temps donné. Une option Américaine peut être exercée à n'importe quelle date avant expiration alors qu'une option européenne pourra être exercée seulement à expiration. Le prix payé pour l'actif quand l'option est exercée est appelé "striking price" (souvent abrégé K). Le dernier jour où l'option peut être exercée se nomme la "maturité" de l'option. Le type d'option le plus simple est celui qui donne le droit d'acheter une action "ordinaire" : une "call option".

Plus le prix de l'action est élevé, plus la valeur de l'option augmentera mécaniquement. Quand le prix de l'action actuel est plus élevé que le "striking price", l'option est exercée. La valeur de l'option sera alors $(S - K)$. Inversement si le prix de l'action est inférieur au prix d'exercice, l'option ne sera pas exercée (elle sera donc nulle). Si la date d'expiration est lointaine dans le futur, le prix d'une obligation qui paye le prix d'exercice à maturité sera très bas et la valeur de l'option sera quasi égale au prix d'exercice. Si la date d'expiration est très proche, la valeur de l'option sera quasi égale à $\max(0, S - K)$. Normalement, la valeur d'une option baisse au fur et à mesure que l'on se rapproche de la date de maturité, si la valeur de l'action ne change pas.

La volatilité d'une option est plus importante que celle du sous-jacent : un petit changement dans le prix de l'action, avec une maturité constante va entraîner un plus grand changement dans la valeur de l'option. Cette volatilité n'est pas constante : elle dépendra du prix d'exercice et de la maturité.

Des formules ont déjà été produites pour calculer les prix d'options mais elles n'étaient généralement pas complètes ou imparfaites

$$kxN(b_1) - k^*cN(b_2),$$

$$b_1 = \frac{\ln kx/c + \frac{1}{2}v^2(t^* - t)}{v\sqrt{(t^* - t)}},$$

$$b_2 = \frac{\ln kx/c - \frac{1}{2}v^2(t^* - t)}{v\sqrt{(t^* - t)}}.$$

Ci-dessus un exemple de la formule calculée par Sprenkle en 1961. Ici les paramètres k et k^* sont des paramètres inconnus : ils dépendent du “risque” du produit. Sprenkle a essayé d’estimer ces paramètres avec des valeurs empiriques mais il s’est avéré que cela était trop difficile. Fisher Black et Myron Scholes se sont donc efforcés de trouver une nouvelle formule pour calculer le prix des options qui ne souffrirait plus de ces limites là

2. The Valuation Formula

Black et Scholes ont donc imposé des conditions qui assument des conditions “idéales” pour l’évaluation de ces produits financiers. Les conditions sont :

- Les intérêts à court termes (taux sans risque) sont connus et constants.
- Le prix de l'action suit un mouvement brownien ("random walk") avec une variance proportionnelle au carré du prix de l'action. La distribution des valeurs possibles de S (prix du sous-jacent) à la fin est log-normale. Le taux du retour sur investissement est nul.
- L'action ne paie pas de dividendes.
- Les options sont de type européen.
- Il n’y a pas de coûts de transaction.
- Tous les sous-jacents sont parfaitement divisibles (on peut par exemple acheter 1/100e d'une action).
- Il est possible d'effectuer des ventes à découvert.

Considérant toutes ces suppositions, la valeur de l'option dépendra uniquement du prix S du sous-jacent, du temps et des variables supposées constantes. Il est possible donc de créer une position dite “couverte” en achetant des actions "long position" et "short position" en option. En écrivant

$w(x, t)$ la valeur de l'option comme une fonction du stock price x , et du temps t , the number of options that must be sold short against one share of stock long is:

$$1/w_1(x, t).$$

Où w_1 représente la dérivée partielle de w .

2. Démonstration de la formule de Black and Scholes

Je n'ai malheureusement pas eu le temps d'installer et de maîtriser l'outil LaTeX la semaine dernière. Je compléterai ce rapport avec la démonstration une fois que je serai capable d'en maîtriser toutes les subtilités. Toutefois j'ai étudié et compris toutes les étapes de cette formule et je serai capable de la réexpliquer en présentation

Nous arrivons donc à cette formule :

$$w(x, t) = xN(d_1) - ce^{r(t-t^*)}N(d_2),$$
$$d_1 = \frac{\ln x/c + \left(r + \frac{1}{2}v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t^* - t}},$$
$$d_2 = \frac{\ln x/c + \left(r - \frac{1}{2}v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t^* - t}}.$$

Qui est une des bases des mathématiques financières et un pilier du calcul du prix des options depuis 1973.

Notons que les rendements de l'action n'apparaissent pas dans la formule : la valeur de l'option comme une fonction du prix de l'action est indépendante de son rendement. Les rendements de l'option dépendront des rendements de l'action.

Notons aussi que la maturité dans la formule est multipliée par le taux d'intérêt ou la volatilité, donc une augmentation de la maturité a le même effet sur la valeur de l'option qu'une augmentation égale du taux sans risque r et en même temps, de la volatilité au carré v^2 .

Si nous prenons les dérivées partielles des équations de Black and Scholes et que nous les simplifions, nous obtenons $w_1(x, t) = N(d_1)$. Cela est donc clair que xw_1/w est toujours supérieur à 1 et donc, cela montre que l'option aura toujours une volatilité plus importante que le sous-jacent auquel elle est reliée.

Les formules de Black and Scholes ont été trouvées sous l'assumption que les options pouvaient seulement être exercées à maturité. Merton a montré que la valeur d'une option est toujours plus grande que la valeur qu'elle aurait pu avoir si elle était exercée immédiatement. Cela implique qu'un investisseur rationnel ne va pas exercer son option call avant la maturité et la valeur d'une option américaine devient alors similaire à la valeur d'une option européenne.

Démonstration des formules d'une option put :

Il s'agit du même procédé que précédemment mais nous sommes cette fois-ci dans le cas d'une vente. Nous avons donc l'assertion suivante :

$$u(x, t) = -xN(-d_1) + ce^{-rt^*}N(-d_2).$$

Nous pouvons aussi noter que cette équation $w(x, t) - u(x, t) = x - ce^{r(t-t^*)}$ nous donne une relation directe entre le call et le put européen. Nous constatons que si un investisseur voulait acheter un call et vendre un put, son rendement serait exactement le même que s'il avait acheté l'action en empruntant $c^*e^{r(t-t^*)}$.

Merton a aussi montré que la valeur d'une option put américaine serait plus grande que la valeur d'une option put européenne. Toutefois cela peut être considéré comme normale dans la mesure où il y a des avantages à exercer son put avant la maturité.

Nous devons noter que si on commence à entrer comme paramètre les dividendes, des problèmes sont à signaler dans la formule et la démonstration de Merton sur les calls eur/US n'est plus valide : les deux auront des valeurs différentes. Actuellement quand on verse des dividendes, le prix d'exercice d'une call option est réduit de ces dividendes mais dans le cas d'une compagnie versant beaucoup de div, le call ne vaudrait plus rien.

3. Warrant valuation

Le warrant est une option qui est liée à une entreprise. Le propriétaire d'un warrant a le droit d'acheter des actions de l'entreprise sous certaines conditions. L'analyse des warrants est plus compliquée que l'analyse d'une simple option car :

- La vie d'un warrant est mesurée en année au lieu de mois, et donc la variance du rendement peut fortement changer.
- Le prix d'exercice du warrant n'est pas ajusté des dividendes. La possibilité que les dividendes soient versés modifie l'évaluation de la formule.
- Le prix d'exercice du warrant change en fonction de certaines dates et cela requiert encore des modifications dans la formule.
- Si la compagnie est impliquée dans une fusion-acquisition, les termes qui sont ajustés dans le warrant vont modifier sa valeur.
- Le prix d'exercice peut être payé en utilisant des obligations d'entreprises.
- La possibilité d'exercer ou non un grand nombre de warrant peut des fois entraîner une augmentation importante du nombre d'action.

Avec toutes ces conditions nouvelles, Black and Scholes ont conclu que leur formule ne pourrait pas marcher dans tous les cas possibles pour pricer les warrants et que donc, il fallait faire des modifications si l'on voulait correctement les évaluer (exemple : définissons la valeur d'une entreprise comme la somme de la valeur de ses warrants et de ses actions. Si les warrants sont exercés à maturité, le capital de l'entreprise va augmenter par l'agrégat monétaire verser par les propriétaires de warrants quand ils les exerceront. Les propriétaires posséderont la moitié du nouveau capital de l'entreprise qui est égale à l'ancien capital plus "the exercise money".

Nous en concluons donc que, à maturité les propriétaires de warrants ne recevront rien ou la moitié du nouveau capitale – l'"exercice money". Nous pouvons donc voir les warrants comme une option d'acheter des parts dans le capital au lieu de part dans les "actions". Il faut donc changer dans l'équation le terme σ^2 qui sera la volatilité du rendement du capital au lieu d'être le rendement des actions.

4. Common Stock and Bond Valuation

Les suppositions à faire pour évaluer les bonds émis par une compagnie sont :

- La compagnie a pour seuls actifs des parts dans une seule deuxième compagnie.
- Les bonds n'ont pas de coupons et donne le droit au possédant de recevoir une somme fixe dans 10 ans
- Les bonds ne contiennent pas de restrictions sauf le fait que les compagnies ne doivent pas verser de dividendes tant que le bond n'est pas remboursé.
- La compagnie prévoit de vendre toutes ses actions à la fin des 10 années, à rembourser les bonds si possible et versé les sommes restantes en dividendes aux actionnaires.

5. Empirical Tests

Black and Scholes ont évalués leur formule sur plusieurs jeux de donnée d'options calls. Les tests indiquent que les prix actuels auxquelles les options étaient achetées et vendues, dévient souvent de la valeur prédite par la formule. Les acheteurs d'options payent plus cher que ce qui est indiqué par la formule. Les "créateurs" d'options reçoivent cependant le prix juste. Il y aussi une différence entre le prix payé par un acheteur d'option et la valeur donnée par la formule qui est bien plus grande pour des actions low-risks que pour des high-risks. Le marché sous-estime l'effet des différentes volatilités sur la valeur d'une option. Cela n'implique toutefois pas d'opportunité d'arbitrage pour les spéculateurs du marché option.

Relations intra journalières entre l'indice CAC 40 et les options sur indice : Quel est le marché préféré des investisseurs informés ?

1. Introduction

À quelles fins est utilisé le marché des options en France ? Est-il véritablement dominé par la présence d'investisseurs informés ou davantage utilisé pour couvrir les positions des investisseurs sur le marché sous-jacent ?

Pour répondre à la question posée, l'étude menée par Mr Capelle-Blancard et Vandelanoite examine les relations intra journalières entre l'indice CAC40 au comptant et les options européennes sur indice CAC 40 (contrats PXL) négociées sur le MONEP (Marché des Options Négociables de Paris), ainsi que leur comportement respectif dans le processus de découverte du prix.

Si les investisseurs informés font du marché des options le lieu principal de leurs interventions, alors les variations de prix des options sur indice devraient permettre d'améliorer les prévisions concernant les variations futures de l'indice au comptant, autrement dit, un transfert d'information du marché dérivé vers le marché au comptant devrait être détecté. L'étude propose aussi, pour la première fois, d'examiner la présence de causalité non linéaire entre les variations de prix des options et du sous-jacent.

2. Impact des options sur le process de découverte des prix

Le Tableau ci-dessous recense quatorze études de ce type. Onze d'entre elles concernent le Chicago Board of Option Exchange (CBOE) et, à leur connaissance, deux seulement portent sur des marchés européens (le marché hollandais et le marché allemand). Globalement, ces études ne permettent pas de conclure que le marché des options incorpore plus rapidement de nouvelles informations,

autrement dit, qu'il joue un rôle de leader dans la révélation d'information : moins de la moitié d'entre elles suggèrent en effet une causalité du marché des options vers le marché sous-jacent.

TABLEAU 1
Comparatif des précédentes études

Auteurs	Données	Méthodologies	Intervalles	Résultats
Manaster-Rendleman (1982)	prix de clôture CBOE 04/73 :06/76	Stratégie de placement simulée	journalier	le marché des options précède le marché sous-jacent d'une journée
Bhattacharya (1987)	transactions intrajournalières CBOE 06/77 :08/78	Stratégie de placement simulée	15 min.	le marché des options précède le marché sous-jacent d'une journée
Anthony (1988)	volumes quotidiens CBOE 01/82 :06/83	ARIMA	journalier	le marché des options précède le marché sous-jacent d'une journée
Stephan-Whaley (1990)	transactions intrajournalières CBOE 01/86 :03/86	Causalité linéaire (Granger-Sims) Analyse multivariée	5 min.	le marché sous-jacent précède le marché des options de 45 min.
Chan-Chung-Johnson (1993)	cotations intrajournalières CBOE 01/86 :03/86	Causalité linéaire (Granger-Sims)	5 min.	aucun lien de causalité
Fase (1994)	volumes quotidiens AEX 01/88 :12/88	ARIMA bivarié	journalier	le marché des options précède le marché sous-jacent d'une journée
Stucki-Wasserfallen (1994)	transactions intrajournalières SOFEX 01/89 :12/89	Causalité linéaire (Granger-Sims) Causalité linéaire (Granger-Sims)	5 min.	le marché sous-jacent précède le marché des options de 10 min.
Diltz-Kim (1996)	cotations journalières CBOE 01/86 :03/86	Modèle à Correction d'Erreur	journalier	causalité bi-directionnelle
Fleming-Ostdiek-Whaley (1996)	cotations intrajournalières CBOE 03/91	Causalité linéaire (Granger-Sims)	5 min.	le marché des options précède le marché sous-jacent
De Jong-Donders (1998)	cotations intrajournalières AEX 01/92 :07/92-01/93 :06/93	Analyse des corrélations	5 min.	aucun lien de causalité
Easley-O'Hara-Srinivas (1998)	volumes intrajournaliers CBOE 10/90 :11/90	ARIMA bivarié	5 min.	le marché des options précède le marché sous-jacent
Finucane (1999)	cotations intrajournalières CBOE 11/90 :12/90	Causalité linéaire (Granger-Sims) Causalité linéaire (Granger-Sims)	5 min. variables	le marché sous-jacent précède le marché des options de qlq. min.
Booth-So-Tse (1999)	cotations intrajournalières DTB 01/92 :03/94	Var MCE	variables	le marché sous-jacent précède le marché des options
Jarnecic (1999)	volumes intrajournaliers ASX 11/94 :01/96	Causalité linéaire (Granger-Sims)	15 min	aucun lien de causalité
O'Connor (1999)	cotations intrajournalières CBOE 11/90 :12/90	Modèle à Correction d'Erreur	5 min.	le marché sous-jacent précède le marché des options

3. Le cadre institutionnel et les données

L'indice CAC40 est défini comme la moyenne arithmétique, pondérée par la capitalisation boursière, des derniers prix de transactions de 40 valeurs industrielles, commerciales et financières du Premier Marché parmi les plus importantes et les plus liquides. Parmi les différents contrats proposés sur le MONEP, nous retenons les options à long terme sur indice CAC 40. La base de données contient toutes les transactions effectuées sur le MONEP entre le 2 janvier 1997 et le 30 décembre 1998. Pour chaque transaction, le prix de l'option, son prix d'exercice, sa maturité, ainsi que la date, l'heure et le nombre de lots échangés sont indiqués. La base de données comprend également l'indice CAC40 calculé toutes les 30 secondes. Les données couvrent une période assez longue : 2 ans, soit 464 jours ouvrables. Le calcul des rendements nécessite qu'il soit défini au préalable un pas d'échantillonnage. Ils ont donc choisi de calculer nos rendements sur des intervalles de 10 minutes. En complément des rendements calculés à intervalles fixes, ils calculent également des rendements en utilisant un pas de temps variable. Ceci peut en effet permettre de capter des réactions inférieures à 10 minutes sans introduire de biais dû à un manque de liquidité. Pour une série donnée, les rendements sont obtenus en prenant le logarithme du rapport des prix successifs, soit : $rT = \ln(pT/p(T-1))$.

4. Méthodologie

La méthodologie adoptée est celle de l'analyse de causalité au sens de Granger. Je n'ai pas bien compris et pas eu le temps d'analyser cette méthodologie, tout ce que je peux c'est que c'est un test d'hypothèses/statistiques

Pour la causalité linéaire, les différentes hypothèses sont :

- H1 : Le rendement de l'indice de marché reflète l'information en premier ($B-1 > 0$ et $B+1 = 0$).
- H2 : Le rendement de l'indice implicite reflète l'information en premier ($B-1 = 0$ et $B+1 > 0$).
- H3 : Aucun des deux marchés ne reflète systématiquement l'information en premier ($B-1 > 0$ et $B+1 > 0$).

5. Les résultats empiriques

Le résultat selon lequel le marché des options devance le marché au comptant, soit en raison de coûts de transaction plus faible, soit en raison d'un effet de levier plus important, est rejeté dans le cas français. L'hypothèse selon laquelle le MONEP serait dominé par la présence d'investisseurs informés n'est donc pas vérifiée.

5.1 cas linéaire

L'hypothèse H2 est donc validée : l'indice de marché précède l'indice implicite. Les résultats obtenus avec ces intervalles de 10 minutes suggèrent par ailleurs que le processus de découverte des prix est relativement long, de l'ordre de 20 minutes.

5.2 cas non linéaire

Qu'il s'agisse de l'hypothèse selon laquelle l'indice implicite ne cause pas l'indice au comptant, ou de l'hypothèse opposée, les valeurs de TV AL sont pratiquement toutes significatives au seuil de 1% ce qui suggère une dépendance non-linéaire forte entre les deux marchés. On remarquera en outre que l'effet est plus important dans le cas de la causalité de l'indice au comptant vers l'indice implicite ce qui tend à confirmer les résultats précédents. Ces résultats peuvent sembler paradoxaux au vu de ceux obtenus dans le cadre de la causalité linéaire. Pour autant, ils ne remettent pas en cause le fait que l'information se transmet davantage de l'indice CAC40 vers le marché des options, mais suggèrent simplement des interactions importantes entre les deux marchés. Les précédents tests ne "capturent" en effet qu'une partie de la dynamique entre les marchés ; ils sont notamment

incapables de tenir compte de l'influence des coûts de transaction sur l'activité des arbitragistes, coûts de transaction qui impliquent que les différences de prix entre les marchés ne sont arbitrées que lorsqu'elles sont supérieures, en valeur absolue, à la fourchette de prix. Les résultats sont donc incompatibles avec l'hypothèse selon laquelle les options, en raison de l'effet de levier, sont des instruments attractifs pour les investisseurs informés.

5.3 deux hypothèses

Une première explication de ce décalage entre les marchés peut être liée à leurs modes d'organisation respectifs. Il est donc probable que l'exécution d'un ordre sera assurée plus rapidement sur le marché des actions que sur le marché des options

Une seconde explication tient aux différences de coûts de transaction entre les marchés. Les coûts de transaction semblent, a priori, plus élevés sur le MONEP que sur le marché au comptant.

6. Conclusion

Dans l'ensemble, les résultats indiquent que le marché des options n'est pas dominé par la présence d'investisseurs informés. Il semble en effet que l'indice CAC40 intègre les nouvelles informations environ 20 minutes avant le marché des options, ce qui correspond en moyenne à une transaction, et ce malgré l'effet de levier propre à ces instruments. Les résultats suggèrent également la présence de liens non linéaires significatifs entre les deux marchés, signe de l'activité des arbitragistes. Si cette étude a permis de mieux comprendre comment se transmet l'information entre le marché au comptant et le marché des options, elle n'en comporte pas moins certaines limites, tant conceptuelles que méthodologiques. Notamment, sur le plan théorique, les économistes disent qu'ils sont encore à la recherche de modèles plus complets, intégrant à la fois l'effet de levier, les différences de coûts de transaction et de liquidité entre les deux marchés, et les techniques d'évaluation propres aux options.