

**Remarque préliminaire :** lorsque je ferai référence au « modèle du document », il s'agira du modèle page 2 du document *Review of mathematical models for biofilms* ci-joint dans le mail.

### Notre modèle

On considère un biofilm qui s'étend spatialement dans la seule direction  $z$  (même modèle que dans le document).

On considère une tranche de biofilm située entre les abscisses  $z$  et  $z+dz$  dans une section  $S$ . On établit un bilan de masse pour l'espèce  $i$  (il y a deux espèces microbiennes : les légionnelles et les amibes).

$$\begin{aligned} m_i(t+dt, z) - m_i(t, z) &= \mu_i m(t, z) + S dt (\rho_i(t, z)v(t, z) - \rho_i(t, z+dz)v(t, z+dz)) \\ dz S (\rho_i(t+dt, z) - \rho_i(t, z)) &= \mu_i S dz dt \rho_i(t, z) + S dt (\rho(t, z)v(t, z) - \rho(t, z+dz)v(t, z+dz)) \end{aligned}$$

Soit finalement :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \mu_i \rho_i - \frac{\partial \rho_i v}{\partial z}$$

- Les termes  $\mu_i$  sont les termes de croissance de Monod.
- Les termes  $\rho_i$  sont les masses volumiques
- $v(t, z)$  est la vitesse de déplacement des espèces dans le biofilm

Remarque : même équation de diffusion pour le substrat que celle dans le modèle du document « review of mathematical models for biofilm », i.e :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = D \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \mu S$$

Où :

$$\mu = -\left(\frac{k_1 A}{k_2 + A} + \frac{k_3 L}{k_4 + L}\right)$$

### Questions :

- Est-ce que le raisonnement ci-dessus est correct ? En particulier, est ce que le terme de croissance dans l'équation ci-dessus  $\mu$  est correct ?
- Est-ce que le terme de croissance des légionnelles  $\mu_i$  est bien donné par :  $\mu = \frac{k_1 S}{k_2 + S} + \frac{k_3 A}{k_4 + A}$  où  $A$  et  $S$  représentent respectivement les concentrations massiques du substrat et des amibes, et les  $k_i$  sont les constantes associées au modèle de Monod ?
- Est-ce que la vitesse  $v$  dépend des espèces ?

- Est-ce que la vitesse  $v$  que nous utilisons ici correspond à la vitesse  $u$  utilisée dans le document ? Je veux dire par là, est-ce qu'elles ont strictement les mêmes expressions ? Sinon, peut-on calculer  $v$  ?
- Dans le modèle du document, la vitesse  $u$  est déterminée grâce à la propriété  $\sum_i f_i = 1$ . Y a-t-il une explication physique à ce résultat ? (i.e.  $\frac{\partial u}{\partial z} = \mu o$ )
- Dans un premier temps, est-il pertinent de supposer que l'épaisseur du biofilm est finie ?
- Sinon, pourquoi le modèle proposé, i.e. de supposer que  $u(t, L(t)) = -\lambda L^2 + \int_0^z \mu o(t, z') dz'$ , est-il pertinent ? Ma question porte essentiellement sur le terme en  $\lambda L^2$
- Dans le modèle du document, est-il pertinent de supposer que la somme des masses des espèces bactériennes et des substrats est constante (principe de conservation de la masse) ? Ceci enlèverait le problème des quantités relatives.