TS : Fonction Exponentielle : Exercice 13

Sébastien Harinck

www.cours-futes.com

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$
3. Etudier la position de C par rapport à D.

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$
3. Etudier la position de C par rapport à D.
4. Déterminer la limite de f en $+\infty$

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$
3. Etudier la position de C par rapport à D.
4. Déterminer la limite de f en $+\infty$
5. Démontrer que la droite D' d'équation y $=$ x - 3 est asymptote à la courbe C en $en + \infty$

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$
3. Etudier la position de C par rapport à D.
4. Déterminer la limite de f en $+\infty$
5. Démontrer que la droite D' d'équation y = x - 3 est asymptote à la courbe C en $en + \infty$
6. Etudier la position de C par rapport à D'

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$
3. Etudier la position de C par rapport à D.
4. Déterminer la limite de f en $+\infty$
5. Démontrer que la droite D' d'équation y = x - 3 est asymptote à la courbe C en $en + \infty$
6. Etudier la position de C par rapport à D'
7. Calculer f'(x) et montrer que, pour tout réel x,
   $$f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$$

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$
3. Etudier la position de C par rapport à D.
4. Déterminer la limite de f en $+\infty$
5. Démontrer que la droite D' d'équation y = x - 3 est asymptote à la courbe C en $en + \infty$
6. Etudier la position de C par rapport à D'
7. Calculer f'(x) et montrer que, pour tout réel x,
   $f'(x) = \left(\dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$
8. Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f.

Exercice type bac

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ et C sa courbe représentatitve.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$
3. Etudier la position de C par rapport à D.
4. Déterminer la limite de f en $+\infty$
5. Démontrer que la droite D' d'équation y = x - 3 est asymptote à la courbe C en $en + \infty$
6. Etudier la position de C par rapport à D'
7. Calculer f'(x) et montrer que, pour tout réel x,
   $$f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$$
8. Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f.
9. Tracer la courbe et ses asymptotes

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

$$\lim_{x \to -\infty} x + 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} 4e^x =$$

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

$$\lim_{x \to -\infty} x + 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} 4e^x = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^x + 1 =$$

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

$$\lim_{x \to -\infty} x + 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} 4e^x = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^x + 1 = 1$$

D'où $\displaystyle \lim_{x \to -\infty} \frac{4e^x}{e^x + 1} =$

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

$$\lim_{x \to -\infty} x + 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} 4e^x = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^x + 1 = 1$$

D'où $\lim_{x \to -\infty} \frac{4e^x}{e^x + 1} = 0$

Par somme,

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

$$\lim_{x \to -\infty} x + 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} 4e^x = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^x + 1 = 1$$

D'où $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = 0$

Par somme, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

Théorème :

Si, pour tout x de

Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

Théorème :

Si, pour tout x de $]-\infty; c]$, f peut s'écrire sous la forme

Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

Théorème :

Si, pour tout x de $]-\infty; c]$, f peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b + g(x)$,

Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

Théorème :

Si, pour tout x de $]-\infty; c]$, f peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b + g(x)$, avec a non nul et

Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

Théorème :

Si, pour tout x de $]-\infty; c]$, f peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b + g(x)$, avec a non nul et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 0$,

Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

Théorème :

Si, pour tout x de $]-\infty; c]$, f peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b + g(x)$, avec a non nul et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 0$, alors la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique à Cf en $-\infty$

Résolution :

La fonction f est écrite sous la forme $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ avec $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = 0$

Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

Théorème :

Si, pour tout x de $]-\infty; c]$, f peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b + g(x)$, avec a non nul et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 0$, alors la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique à Cf en $-\infty$

Résolution :

La fonction f est écrite sous la forme $f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ avec

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = 0$

Donc la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote à C en $-\infty$

3) Etudier la position de C par rapport à D.

Pour étudier la position de C par rapport à D, on étudie le signe de la différence f(x) - (x+1).

3) Etudier la position de C par rapport à D.

Pour étudier la position de C par rapport à D, on étudie le signe de la différence f(x) - (x+1).

Soit $f(x) - (x-1) = -\frac{4e^x}{e^x+1}$

3) Etudier la position de C par rapport à D.

Pour étudier la position de C par rapport à D, on étudie le signe de la différence f(x) - (x+1).

Soit $f(x) - (x-1) = -\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

Or nous savons que $\forall x$,

3) Etudier la position de C par rapport à D.

Pour étudier la position de C par rapport à D, on étudie le signe de la différence f(x) - (x+1).

Soit $f(x) - (x-1) = -\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

Or nous savons que $\forall x, e^x > 0$,

3) Etudier la position de C par rapport à D.

Pour étudier la position de C par rapport à D, on étudie le signe de la différence f(x) - (x+1).

Soit $f(x) - (x - 1) = -\dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

Or nous savons que $\forall x, e^x > 0$, Donc $-\dfrac{4e^x}{e^x + 1} < 0$

3) Etudier la position de C par rapport à D.

Pour étudier la position de C par rapport à D, on étudie le signe de la différence f(x) - (x+1).

Soit $f(x) - (x - 1) = -\dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

Or nous savons que $\forall x, e^x > 0$, Donc $-\dfrac{4e^x}{e^x + 1} < 0$

Par conséquent,

3) Etudier la position de C par rapport à D.

Pour étudier la position de C par rapport à D, on étudie le signe de la différence f(x) - (x+1).

Soit $f(x) - (x - 1) = -\frac{4e^x}{e^x + 1}$

Or nous savons que $\forall x, e^x > 0$, Donc $-\frac{4e^x}{e^x + 1} < 0$

Par conséquent, la courbe C est toujours située sous la droite D.

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1} =$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 -$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} =$$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} =$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \dfrac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} =$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \dfrac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \dfrac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \dfrac{4}{1 + e^{-x}}$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \frac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \frac{4}{1 + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} x + 1 =$$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \frac{4}{1 + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} x + 1 = +\infty$$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \frac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \frac{4}{1 + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} x + 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} =$$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$$x + 1 - \frac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \frac{4}{1 + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} x + 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \dfrac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \dfrac{4}{1 + e^{-x}}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x + 1 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4}{1 + e^{-x}} = 4$

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \dfrac{4}{1 + e^{-x}}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x + 1 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4}{1 + e^{-x}} = 4$

Par somme,

Déterminer la limite de f en $+\infty$

$f(x) = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

FORME INDETERMINEE -¿ Transformer l'écriture

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1} = x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + \dfrac{1}{e^x})} = \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})}$

Rmq : $e^x \times e^{-x} = e^x \times \dfrac{1}{e^x} = 1$

Nous pouvons désormais simplifier :

$x + 1 - \dfrac{4e^x}{e^x(1 + e^{-x})} = x + 1 - \dfrac{4}{1 + e^{-x}}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x + 1 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4}{1 + e^{-x}} = 4$

Par somme, on en déduit que :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$