TS : Fonction Exponentielle : Exercice 13

Sébastien Harinck

www.cours-futes.com

Résoudre l'exercice suivant

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

Résoudre l'exercice suivant

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ et C sa courbe représentative.

1. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

Résoudre l'exercice suivant

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ et C sa courbe représentative.

1. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Les limites de $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

La fonction f est une fonction de la forme e^u où $u(x) = \frac{1}{x}$

Les limites de $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

La fonction f est une fonction de la forme e^u où $u(x) = \dfrac{1}{x}$

On utilise le théorème sur la limite d'un fonction composée :

Les limites de $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

La fonction f est une fonction de la forme e^u où $u(x) = \frac{1}{x}$

On utilise le théorème sur la limite d'un fonction composée :

Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ et $\lim\limits_{x \to b} g(x) = c$ alors $\lim\limits_{x \to a} g(f(x)) = c$

Les limites de $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

La fonction f est une fonction de la forme e^u où $u(x) = \frac{1}{x}$

On utilise le théorème sur la limite d'un fonction composée :

Si $\lim_{x \to a} f(x) = b$ et $\lim_{x \to b} g(x) = c$ alors $\lim_{x \to a} g(f(x)) = c$

Nous allons appliquer ce théorème :

Les limites de $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

La fonction f est une fonction de la forme e^u où $u(x) = \dfrac{1}{x}$

On utilise le théorème sur la limite d'un fonction composée :

Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ et $\lim\limits_{x \to b} g(x) = c$ alors $\lim\limits_{x \to a} g(f(x)) = c$

Nous allons appliquer ce théorème :

$\lim\limits_{x \to 0+} \dfrac{1}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ alors $\lim\limits_{x \to 0+} f(x) = +\infty$

Les limites de $f(x) = e^{1/x}$

Les limites de $f(x) = e^{1/x}$

Vous avez sûrement dû comprendre la logique.

Les limites de $f(x) = e^{1/x}$

Vous avez sûrement dû comprendre la logique. Essayez d'appliquer le théorème mais en $+\infty$.

Les limites de $f(x) = e^{1/x}$

Vous avez sûrement dû comprendre la logique. Essayez d'appliquer le théorème mais en $+\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ et

Les limites de $f(x) = e^{1/x}$

Vous avez sûrement dû comprendre la logique. Essayez d'appliquer le théorème mais en $+\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to 0} e^x = 1$ donc

Les limites de $f(x) = e^{1/x}$

Vous avez sûrement dû comprendre la logique. Essayez d'appliquer le théorème mais en $+\infty$.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \text{ et } \lim_{x \to 0} e^x = 1 \text{ donc } \lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$$

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u.

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$u' =$

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$$u' = \left(\frac{1}{x}\right)'$$

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$$u' = \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$$

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$u' = \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$

On en déduit que $f'(x) = \frac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$$u' = \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$$

On en déduit que $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

Comme x^2 est toujours positive sur $]0; +\infty[$.

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$u' = \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$

On en déduit que $f'(x) = \frac{-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

Comme x^2 est toujours positive sur $]0; +\infty[$. Donc $\frac{-1}{x^2}$ est toujours négative sur $]0; +\infty[$.

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$u' = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = \dfrac{-1}{x^2}$

On en déduit que $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2} e^{\dfrac{1}{x}}$

Comme x^2 est toujours positive sur $]0; +\infty[$. Donc $\dfrac{-1}{x^2}$ est toujours négative sur $]0; +\infty[$.

et comme $e^{\dfrac{1}{x}}$ sera toujours positive sur $]0; +\infty[$.

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$u' = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = \dfrac{-1}{x^2}$

On en déduit que $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

Comme x^2 est toujours positive sur $]0; +\infty[$. Donc $\dfrac{-1}{x^2}$ est toujours négative sur $]0; +\infty[$.

et comme $e^{\frac{1}{x}}$ sera toujours positive sur $]0; +\infty[$.
car l'exponentielle est toujours positive sur $\mathbb{R}$

Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f.

Comme annoncé précédemment, f est de la forme : e^u. Un de nos théorèmes est que la dérivée $(e^u)' = u'e^u$

$u' = \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$

On en déduit que $f'(x) = \frac{-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

Comme x^2 est toujours positive sur $]0;+\infty[$. Donc $\frac{-1}{x^2}$ est toujours négative sur $]0;+\infty[$.

et comme $e^{\frac{1}{x}}$ sera toujours positive sur $]0;+\infty[$.
car l'exponentielle est toujours positive sur $\mathbb{R}$
On déduit que la fonction f'(x) sera toujours négative sur $]0;+\infty[$
et que f(x) sera toujours décroissante sur ce même intervalle.