APPENDICES OF CLASSIFYING INTEGRAL GROTHENDIECK RINGS UP TO RANK 5 AND BEYOND

MAX A. ALEKSEYEV, WINFRIED BRUNS, JINGCHENG DONG, AND SEBASTIEN PALCOUX

Appendix A. Integral Drinfeld rings

A.1. **Up to rank 5.** This section presents the comprehensive list of integral Drinfeld rings up to rank 5—including their global FPdim, type, duality, formal codegrees, and fusion data. Copy-pastable data can be found in the file `GeneralUpToRank5DataOnly.txt`, located in the `Data/General` directory of [7]. For each case, either an explicit categorification is provided, or a reference is given to a theoretical result ruling out its existence.

A.1.1. *Rank 1.* Trivial case

A.1.2. *Rank 2.*

(1) FPdim 2, type $[1,1]$, duality $[0,1]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,2]$,
- Property: simple,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_2)$.

A.1.3. *Rank 3.*

(1) FPdim 3, type $[1,1,1]$, duality $[0,2,1]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,3]$,
- Property: simple,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_3)$.

(2) FPdim 6, type $[1,1,2]$, duality $[0,1,2]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&1&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,6]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(S_3)$.

A.1.4. *Rank 4.*

(1) FPdim 4, type $[1,1,1,1]$, duality $[0,1,2,3]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,4]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_2^2)$.

(2) FPdim 4, type $[1,1,1,1]$, duality $[0,1,2,3]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,4]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_4)$.

(3) FPdim 10, type $[1,1,2,2]$, duality $[0,1,2,3]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&1&0&1\\0&0&1&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&1&1\\1&1&1&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,5,10]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(D_5)$.

(4) FPdim 12, type $[1,1,1,3]$, duality $[0,2,1,3]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&1&1&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,12]$,
- Property: admits a braiding, by Lemma 5.6.
- Categorification: $\mathrm{Rep}(A_4)$.

(5) FPdim 42, type $[1,1,2,6]$, duality $[0,1,2,3]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&1&1&0\\0&0&0&2\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&2\\1&1&2&5\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,7,42]$,
- Property: **first excluded integral Drinfeld ring**, see also §2.4,
- Categorification: excluded by Lemma 5.4.

A.1.5. *Rank 5.*

(1) FPdim 5, type $[1,1,1,1,1]$, duality $[0,4,3,2,1]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[5,5,5,5,5]$,
- Property: simple,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_5)$.

(2) FPdim 8, type $[1,1,1,1,2]$, duality $[0,1,2,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\1&1&1&1&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,8,8]$,
- Property: near-group C_2^2+0,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(D_4)$, $\mathrm{Rep}(Q_8)$.

(3) FPdim 8, type $[1,1,1,1,2]$, duality $[0,1,3,2,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\1&1&1&1&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,8,8]$,
- Property: near-group C_4+0,
- Categorification: $TY(C_4)$.

(4) FPdim 14, type $[1,1,2,2,2]$, duality $[0,1,2,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\1&1&0&1&0\\0&0&1&0&1\\0&0&0&1&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&1\\1&1&0&0&1\\0&0&1&1&0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&1\\0&0&1&1&0\\1&1&1&0&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,7,7,7,14]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(D_7)$.

(5) FPdim 20, type $[1,1,1,1,4]$, duality $[0,1,2,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\1&1&1&1&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,5,20]$,
- Property: near-group C_2^2+3.
- Categorification: excluded by [3, Theorem 5.1], or alternatively, Lemma 5.7 with [1].

(6) FPdim 20, type $[1,1,1,1,4]$, duality $[0,1,3,2,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\1&1&1&1&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,5,20]$,
- Property: near-group C_4+3,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(F_5)$.

(7) FPdim 21, type $[1, 1, 1, 3, 3]$, duality $[0, 2, 1, 4, 3]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&2 \\ 1&1&1&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&2&1 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 7, 7, 21]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_7 \rtimes C_3)$.

(8) FPdim 24, type $[1, 1, 2, 3, 3]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&1&0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 1&1&1&0&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 4, 8, 24]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(S_4)$.

(9) FPdim 24, type $[1, 1, 2, 3, 3]$, duality $[0, 1, 2, 4, 3]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&1&0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 1&1&1&0&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 4, 8, 24]$,
- Property: (non-zesting) isotype variation of $\mathrm{Rep}(S_4)$,
- Categorification: done in [6, §4.4].

(10) FPdim 48, type $[1, 1, 1, 3, 6]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 1&1&1&2&0 \\ 0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&3 \\ 1&1&1&3&4 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 4, 16, 48]$,
- Categorification: excluded by Lemma 5.9.

(11) FPdim 60, type $[1, 3, 3, 4, 5]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4]$:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 1&1&0&0&1 \\ 0&0&0&1&1 \\ 0&0&1&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&0&1&0&1 \\ 0&1&0&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&1&1&1 \\ 0&1&0&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 0&1&1&1&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&1&1&1&1 \\ 0&1&1&1&1 \\ 0&1&1&1&2 \\ 1&1&1&2&2 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 5, 5, 60]$,
- Property: simple,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(A_5)$.

(12) FPdim 70, type $[1, 1, 4, 4, 6]$, duality $[0, 1, 3, 2, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&2 \\ 1&1&1&1&1 \\ 0&0&1&2&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&1&2 \\ 0&0&2&1&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&1&2&2 \\ 0&0&2&1&2 \\ 1&1&2&2&3 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2, 5, 7, 7, 70]$,
- Property: **first non-1-Frobenius**,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(13) FPdim 78, type $[1, 1, 2, 6, 6]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 1&1&1&0&0 \\ 0&0&0&2&0 \\ 0&0&0&0&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&2&0 \\ 1&1&2&2&3 \\ 0&0&0&3&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&2 \\ 0&0&0&3&3 \\ 1&1&2&3&2 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2, 3, 13, 13, 78]$,
- Categorification: excluded by Lemma 5.10.

(14) FPdim 110, type $[1, 1, 2, 2, 10]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 1&1&0&1&0 \\ 0&0&1&1&0 \\ 0&0&0&0&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&1&1&0 \\ 1&1&1&0&0 \\ 0&0&0&0&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&2 \\ 0&0&0&0&2 \\ 1&1&2&2&9 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2, 5, 5, 11, 110]$,
- Categorification: excluded by Lemma 5.11.

(15) FPdim 120, type $[1, 1, 1, 6, 9]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0 \\ 1&1&1&1&3 \\ 0&0&0&3&4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&3&4 \\ 1&1&1&4&6 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,5,8,120]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(16) FPdim 140, type $[1,1,5,7,8]$, duality $[0,1,2,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\1&1&0&1&2\\0&0&1&2&2\\0&0&2&2&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&2&2\\1&1&2&3&2\\0&0&2&2&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&2&2&2\\0&0&2&2&4\\1&1&2&4&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,4,7,10,140]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2 or Corollary 5.13.

(17) FPdim 156, type $[1,1,1,3,12]$, duality $[0,2,1,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\1&1&1&2&0\\0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&3\\1&1&1&3&11\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,13,156]$,
- Categorification: excluded by Lemma 5.8.

(18) FPdim 240, type $[1,1,2,3,15]$, duality $[0,1,2,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\1&1&1&0&0\\0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&2&0\\1&1&2&1&0\\0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&2\\0&0&0&0&3\\1&1&2&3&14\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,10,16,240]$,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2, or Corollary 5.13, or by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,3]$.

(19) FPdim 312, type $[1,1,2,9,15]$, duality $[0,1,2,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\1&1&1&0&0\\0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&2&0\\1&1&2&0&5\\0&0&0&5&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&2\\0&0&0&5&6\\1&1&2&6&11\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,8,26,312]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2, or Corollary 5.13.

(20) FPdim 1806, type $[1,1,2,6,42]$, duality $[0,1,2,3,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\1&1&1&0&0\\0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&2&0\\1&1&2&5&0\\0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&2\\0&0&0&0&6\\1&1&2&6&41\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,7,43,1806]$,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,6]$, see §A.1.4 (5).

A.2. **Rank 6.** This subsection presents the full list of all 58 integral 1-Frobenius Drinfeld rings of rank 6 in §A.2.1, as well as the list of 32 integral non-1-Frobenius Drinfeld rings of rank 6 with FPdim ≤ 200000 in §A.2.2. Copy-pastable data can be found in the files `1FrobR6.txt` and `N1FrobR6d200000`.txt, located in the `Data/General` directory of [7].

A.2.1. *1-Frobenius case.* Here is the comprehensive list of 58 integral 1-Frobenius Drinfeld rings of rank 6.

(1) FPdim 6, type $[1,1,1,1,1,1]$, duality $[0,1,2,3,5,4]$, fusion data: the group S_3, see the rest in §C.1.

(2) FPdim 6, type $[1,1,1,1,1,1]$, duality $[0,1,5,4,3,2]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[6,6,6,6,6,6]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_6)$.

(3) FPdim 12, type $[1,1,1,1,2,2]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0&1\\0&1&1&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&1&0&1&0\\1&0&0&1&0&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,6,6,12,12]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(D_6)$.

(4) FPdim 12, type $[1,1,1,1,2,2]$, duality $[0,1,2,3,5,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&2\\1&1&1&1&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\1&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,12,12,12]$,
- Categorification: $\mathcal{C}(A_4,1,C_2,1)$, apply `FindGroupSubgroup`, as for §6.4.

(5) FPdim 12, type $[1,1,1,1,2,2]$, duality $[0,1,3,2,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\1&1&0&0&0&1\\0&0&1&1&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&1&1&0\\1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,6,6,12,12]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(\mathrm{Dic}_3)$.

(6) FPdim 12, type $[1,1,1,1,2,2]$, duality $[0,1,3,2,5,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&2\\1&1&1&1&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\1&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,12,12,12]$,
- Categorification: [4, page 58]?

(7) FPdim 18, type $[1,1,2,2,2,2]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&1&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&0&0&1\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&1&1&0&0\\0&0&1&0&1&0\\0&0&0&1&0&1\\1&1&0&0&1&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,9,9,9,9,18]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(D_9)$.

(8) FPdim 18, type $[1,1,2,2,2,2]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0&1\\0&0&0&1&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&1\\0&0&1&0&0&1\\1&1&0&0&1&0\\0&0&1&1&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,9,9,9,9,18]$,
- Property: same type, duality, formal codegrees as $\mathrm{Rep}(D_9)$, but different fusion ring,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_3 \rtimes S_3)$.

(9) FPdim 24, type $[1,1,1,1,2,4]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\1&1&1&1&2&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,8,12,24]$,
- Categorification:

(10) FPdim 24, type $[1,1,1,1,2,4]$, duality $[0,1,3,2,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\1&1&1&1&2&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,8,12,24]$,
- Categorification:

(11) FPdim 30, type $[1,1,1,1,1,5]$, duality $[0,4,3,2,1,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\1&1&1&1&1&4\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[5,5,5,5,6,30]$,
- Property: near-group C_5+4,
- Categorification: excluded by [3, Theorem 5.1].

(12) FPdim 30, type $[1,1,1,3,3,3]$, duality $[0,2,1,3,5,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&0&1&1\\0&0&0&1&0&2\\0&0&0&1&2&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&2\\0&0&0&2&1&0\\1&1&1&0&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&2&0\\1&1&1&0&1&1\\0&0&0&2&0&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,6,15,15,30]$,
- Property: non-3-positive, non-Isaacs,
- Categorification: open, non-braided, non-unitary.

(13) FPdim 36, type $[1,1,1,1,4,4]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&2\\0&0&0&0&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&2&2\\1&1&1&1&2&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,9,9,36]$,
- Categorification:

(14) FPdim 36, type $[1,1,1,1,4,4]$, duality $[0,1,3,2,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&2\\0&0&0&0&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&2&2\\1&1&1&1&2&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,4,9,9,36]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_3^2 \rtimes C4)$.

(15) FPdim 60, type $[1,1,2,2,5,5]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&2&0&3\\0&0&0&0&3&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&3&2\\1&1&2&2&2&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,5,20,30,60]$,
- Property: non-3-positive, non-Isaacs,
- Categorification: open, non-braided, non-unitary,

(16) FPdim 60, type $[1,1,2,2,5,5]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\\1&0&1&1&2&2\\0&1&1&1&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\\0&1&1&1&2&2\\1&0&1&1&2&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,5,5,12,60]$,
- Categorification: $\mathcal{C}(A_5,1,D_5,1)$, apply `FindGroupSubgroup`, as for §6.4.

(17) FPdim 60, type $[1,1,2,2,5,5]$, duality $[0,1,2,3,5,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\\0&1&1&1&2&2\\1&0&1&1&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\\1&0&1&1&2&2\\0&1&1&1&2&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,5,5,12,60]$,
- Categorification:

(18) FPdim 60, type $[1,1,2,3,3,6]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&0&0&1\\0&1&1&0&0&1\\0&0&0&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&1&1&0&0&1\\1&0&1&0&0&1\\0&0&0&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&1&1&2\\0&0&0&1&1&2\\1&1&2&2&2&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,4,12,15,60]$,
- Property: **first non-Isaacs integral fusion category**, so non-braided,
- Categorification: $\mathcal{C}(A_5,1,S_3,1)$, see §6.5.

(19) FPdim 60, type $[1,1,2,3,3,6]$, duality $[0,1,2,4,3,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&1&1&0&0&1\\1&0&1&0&0&1\\0&0&0&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&0&0&1\\0&1&1&0&0&1\\0&0&0&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&1&1&2\\0&0&0&1&1&2\\1&1&2&2&2&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,4,12,15,60]$,
- Property: non-Isaacs, so non-braided.
- Categorification:

(20) FPdim 72, type $[1, 1, 1, 1, 2, 8]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\1&1&1&1&2&7\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4, 4, 4, 8, 9, 72]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(\mathrm{PSU}(3, 2))$.

(21) FPdim 72, type $[1, 1, 1, 1, 2, 8]$, duality $[0, 1, 3, 2, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\1&1&1&1&2&7\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4, 4, 4, 8, 9, 72]$,
- Categorification:

(22) FPdim 84, type $[1, 1, 1, 3, 6, 6]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&1&3\\0&0&0&0&3&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&3&3\\1&1&1&3&3&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 4, 28, 28, 84]$,
- Property: non-Isaacs,
- Categorification: open, non-braided.

(23) FPdim 84, type $[1, 1, 1, 3, 6, 6]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&1&2\\0&0&0&0&2&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&2\\1&1&1&1&2&3\\0&0&0&2&3&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&2&1\\0&0&0&2&3&2\\1&1&1&1&2&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 6, 12, 14, 84]$,
- Property: non-Isaacs,
- Categorification: open, non-braided.

(24) FPdim 84, type $[1, 1, 1, 3, 6, 6]$, duality $[0, 2, 1, 3, 5, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&2&4\\1&1&1&3&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\1&1&1&3&2&2\\0&0&0&0&4&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 4, 28, 28, 84]$,
- Categorification:

(25) FPdim 114, type $[1, 1, 2, 6, 6, 6]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&2&1&2\\0&0&0&1&2&3\\0&0&0&2&3&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&1&2&3\\1&1&2&2&2&1\\0&0&0&3&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&2&3&1\\0&0&0&3&1&2\\1&1&2&1&2&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2, 3, 19, 19, 19, 114]$,
- Categorification:

(26) FPdim 120, type $[1, 1, 1, 1, 4, 10]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&3&0\\0&0&0&0&0&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&4\\1&1&1&1&4&8\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4, 4, 4, 5, 24, 120]$,
- Categorification:

(27) FPdim 120, type $[1, 1, 1, 1, 4, 10]$, duality $[0, 1, 3, 2, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&3&0\\0&0&0&0&0&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&4\\1&1&1&1&4&8\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4, 4, 4, 5, 24, 120]$,
- Categorification:

(28) FPdim 168, type $[1,1,2,3,3,12]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&3\\1&1&2&3&3&10\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,4,8,28,168]$,
- Categorification:

(29) FPdim 168, type $[1,1,2,3,3,12]$, duality $[0,1,2,4,3,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&3\\1&1&2&3&3&10\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,4,8,28,168]$,
- Categorification:

(30) FPdim 168, type $[1,3,3,6,7,8]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&1&1\\0&0&0&1&1&1\\0&1&0&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&1\\0&1&0&1&0&0\\0&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&1&1\\0&1&0&0&1&1\\1&0&0&2&1&2\\0&1&1&1&2&2\\0&1&1&2&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1\\0&0&0&1&1&1\\0&1&1&1&2&2\\1&1&1&2&2&2\\0&1&1&2&2&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&1&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&1\\0&1&1&2&2&2\\0&1&1&2&2&3\\1&1&1&2&3&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,7,7,8,168]$,
- Property: simple,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(\mathrm{PSL}(2,7))$.

(31) FPdim 192, type $[1,1,1,3,6,12]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&4&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&6\\1&1&1&3&6&8\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,16,64,192]$,
- Categorification: excluded by fusion subring of type $[1,1,1,3,6]$, see §A.1.5(10).

(32) FPdim 210, type $[1,1,2,2,2,14]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&1&0&1&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&1&0&1&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\1&1&2&2&2&13\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,7,7,7,15,210]$,
- Categorification:

(33) FPdim 210, type $[1,1,2,2,10,10]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&2&3&6\\0&0&0&0&6&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&6&4\\1&1&2&2&4&5\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,5,15,35,210]$,
- Property: non-Isaacs,
- Categorification: open, non-braided.

(34) FPdim 210, type $[1,1,2,2,10,10]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&2&4&5\\0&0&0&0&5&5\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&5&5\\1&1&2&2&5&4\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,5,21,21,210]$,
- Categorification:

(35) FPdim 300, type $[1,1,1,3,12,12]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&5&6\\0&0&0&0&6&6\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&6&6\\1&1&1&3&6&5\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,25,25,300]$,
- Categorification:

(36) FPdim 420, type $[1, 1, 1, 1, 4, 20]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&3&0\\0&0&0&0&0&4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&4\\1&1&1&1&4&19 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4, 4, 4, 5, 21, 420]$,
- Categorification:

(37) FPdim 420, type $[1, 1, 1, 1, 4, 20]$, duality $[0, 1, 3, 2, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&3&0\\0&0&0&0&0&4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&4\\1&1&1&1&4&19 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4, 4, 4, 5, 21, 420]$,
- Categorification:

(38) FPdim 462, type $[1, 1, 1, 3, 3, 21]$, duality $[0, 2, 1, 4, 3, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&2&0\\1&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&0\\0&0&0&2&1&0\\0&0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&3\\1&1&1&3&3&20 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 7, 7, 22, 462]$,
- Categorification:

(39) FPdim 600, type $[1, 1, 2, 3, 3, 24]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&3\\1&1&2&3&3&23 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 4, 8, 25, 600]$,
- Categorification:

(40) FPdim 600, type $[1, 1, 2, 3, 3, 24]$, duality $[0, 1, 2, 4, 3, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&3\\1&1&2&3&3&23 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 4, 8, 25, 600]$,
- Categorification:

(41) FPdim 624, type $[1, 1, 1, 3, 6, 24]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&4&0\\0&0&0&0&0&6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&6\\1&1&1&3&6&22 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 4, 16, 52, 624]$,
- Categorification: excluded by fusion subring of type $[1, 1, 1, 3, 6]$, see §A.1.5(10).

(42) FPdim 924, type $[1, 1, 2, 6, 21, 21]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&0&0\\0&0&0&0&3&3\\0&0&0&0&3&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&3&3\\1&0&1&3&10&10\\0&1&1&3&10&10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&3&3\\0&1&1&3&10&10\\1&0&1&3&10&10 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 4, 7, 44, 924]$,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1, 1, 2, 6]$, see §A.1.4 (5).

(43) FPdim 924, type $[1, 1, 2, 6, 21, 21]$, duality $[0, 1, 2, 3, 5, 4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&0&0\\0&0&0&0&3&3\\0&0&0&0&3&3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&3&3\\0&1&1&3&10&10\\1&0&1&3&10&10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&3&3\\1&0&1&3&10&10\\0&1&1&3&10&10 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 4, 7, 44, 924]$,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1, 1, 2, 6]$, see §A.1.4 (5).

(44) FPdim 960, type $[1,3,3,4,5,30]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&1&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&0&1&0\\0&1&0&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&0\\1&1&1&1&1&0\\0&1&1&1&2&0\\0&0&0&0&0&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&1&1&1&2&0\\1&1&1&2&2&0\\0&0&0&0&0&5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&5\\1&3&3&4&5&28\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,5,5,64,960]$,
- Property: **first perfect non-simple**,
- Categorification:

(45) FPdim 1260, type $[1,1,2,2,5,35]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&2&3&0\\0&0&0&0&0&5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&5\\1&1&2&2&5&34\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,5,14,36,1260]$,
- Categorification: excluded by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,2,5]$.

(46) FPdim 2352, type $[1,1,1,3,6,48]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&4&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&6\\1&1&1&3&6&47\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,16,49,2352]$,
- Categorification: excluded by fusion subring of type $[1,1,1,3,6]$, see §A.1.5(10).

(47) FPdim 3570, type $[1,1,2,6,42,42]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&0&0\\0&0&0&0&6&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&6&0\\1&1&2&6&20&21\\0&0&0&0&21&21\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&21&21\\1&1&2&6&21&20\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,7,85,85,3570]$,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,6]$, see §A.1.4 (5).

(48) FPdim 3660, type $[1,3,3,4,5,60]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&1&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\1&0&1&0&1&0\\0&1&0&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&0\\1&1&1&1&1&0\\0&1&1&1&2&0\\0&0&0&0&0&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&1&1&1&1&0\\0&1&1&1&2&0\\1&1&1&2&2&0\\0&0&0&0&0&5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&5\\1&3&3&4&5&59\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,5,5,61,3660]$,
- Property: Perfect non-simple,
- Categorification:

(49) FPdim 3840, type $[1,1,2,3,15,60]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&1&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&2&3&14&0\\0&0&0&0&0&15\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&15\\1&1&2&3&15&56\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,10,16,256,3840]$,
- Categorification: excluded by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,3]$.

(50) FPdim 5040, type $[1,1,5,7,8,70]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&2&0\\0&0&1&2&2&0\\0&0&2&2&2&0\\0&0&0&0&0&5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&2&2&0\\1&1&2&3&2&0\\0&0&2&2&4&0\\0&0&0&0&0&7\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&2&2&2&0\\0&0&2&2&4&0\\1&1&2&4&3&0\\0&0&0&0&0&8\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&5\\0&0&0&0&0&7\\0&0&0&0&0&8\\1&1&5&7&8&68\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,4,7,10,144,5040]$,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,5,7,8]$, see §A.1.5 (16).

(51) FPdim 6162, type $[1,1,2,6,6,78]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&2&3&0\\0&0&0&3&3&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&3&3&0\\1&1&2&3&2&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&0&6\\1&1&2&6&6&77\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,13,13,79,6162]$,
- Categorification: excluded by fusion subring of type $[1,1,2,6,6]$, see §A.1.5(13).

(52) FPdim 6240, type $[1,1,1,3,12,78]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&11&0\\0&0&0&0&0&12\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&12\\1&1&1&3&12&76\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,13,160,6240]$,
- Categorification: excluded by fusion subring of type $[1,1,1,3,12]$, see §A.1.5(17).

(53) FPdim 12210, type $[1,1,2,2,10,110]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&2&9&0\\0&0&0&0&0&10\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&10\\1&1&2&2&10&109\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,5,11,111,12210]$,
- Categorification: excluded by fusion subring of type $[1,1,2,2,10]$, see §A.1.5(14).

(54) FPdim 14640, type $[1,1,2,3,15,120]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&1&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&2&3&14&0\\0&0&0&0&0&15\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&15\\1&1&2&3&15&118\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,10,16,244,14640]$,
- Categorification: excluded by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,3]$.

(55) FPdim 24492, type $[1,1,1,3,12,156]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&11&0\\0&0&0&0&0&12\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&12\\1&1&1&3&12&155\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,13,157,24492]$,
- Categorification: excluded by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,3]$.

(56) FPdim 57840, type $[1,1,2,3,15,240]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&1&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&2&3&14&0\\0&0&0&0&0&15\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&15\\1&1&2&3&15&239\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,10,16,241,57840]$,
- Categorification: excluded by fusion subring of type $[1,1,2,3,15]$, see §A.1.5(18).

(57) FPdim 233772, type $[1,1,2,6,21,483]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&0&0\\0&0&0&0&6&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&6&0\\1&1&2&6&19&0\\0&0&0&0&0&21\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&0&21\\1&1&2&6&21&482\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,7,46,484,233772]$,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,6]$, see §A.1.4 (5).

(58) FPdim 3263442, type $[1,1,2,6,42,1806]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&0&0\\0&0&0&0&6&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&6&0\\1&1&2&6&41&0\\0&0&0&0&0&42\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&0&42\\1&1&2&6&42&1805\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,7,43,1807,3263442]$,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,6]$, see §A.1.4 (5).

A.2.2. *non-1-Frobenius case.* Below is the complete list of the 32 integral, non-1-Frobenius Drinfeld fusion rings of rank 6 with Frobenius-Perron dimension up to 200000. Since the Isaacs property implies the 1-Frobenius property (see [2]), all fusion rings listed here are automatically non-Isaacs, so we omit this detail in what follows.

(1) FPdim 234, type $[1,1,2,8,8,10]$, duality $[0,1,2,4,3,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&3&0&4\\1&1&2&3&3&1\\0&0&0&1&4&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&3&3&1\\0&0&0&0&3&4\\0&0&0&4&1&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&1&4&4\\0&0&0&4&1&4\\1&1&2&4&4&3\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,9,39,39,234]$,
- Property: non-1-Frobenius, non-3-positive, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,

- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(2) FPdim 330, type $[1,1,2,8,8,14]$, duality $[0,1,2,4,3,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&1&0&4\\1&1&2&1&1&3\\0&0&0&3&4&4\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&1&1&3\\0&0&0&0&1&4\\0&0&0&4&3&4\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&3&4&4\\0&0&0&4&3&4\\1&1&2&4&4&9\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,15,15,33,330]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(3) FPdim 420, type $[1,1,1,10,11,14]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&3&1&4\\0&0&0&1&4&4\\0&0&0&4&4&4\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&4&4\\1&1&1&4&2&4\\0&0&0&4&4&5\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&4&4&4\\0&0&0&4&4&5\\1&1&1&4&5&7\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,5,12,21,420]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(4) FPdim 462, type $[1,1,8,10,10,14]$, duality $[0,1,2,4,3,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&1&3\\0&0&1&2&1&3\\0&0&1&1&2&3\\0&0&3&3&3&2\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&2&1&3\\0&0&1&2&3&3\\1&1&2&2&2&3\\0&0&3&3&3&4\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&1&2&3\\1&1&2&2&2&3\\0&0&1&3&2&3\\0&0&3&3&3&4\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&3&3&3&2\\0&0&3&3&3&4\\0&0&3&3&3&4\\1&1&2&4&4&7\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,6,7,7,22,462]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(5) FPdim 480, type $[1,1,1,3,12,18]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&2&6\\0&0&0&0&6&8\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&6&8\\1&1&1&3&8&12\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,20,32,480]$,
- Property: **first non-1-Frobenius with induction matrices** (see Remark 5.1), extension of $\mathrm{ch}(A_4)$,
- Categorification: open.

(6) FPdim 672, type $[1,1,2,9,12,21]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&0&1&3\\0&0&0&1&3&3\\0&0&0&3&3&6\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&1&3&3\\1&1&2&3&4&3\\0&0&0&3&3&9\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&3&3&6\\0&0&0&3&3&9\\1&1&2&6&9&13\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,14,16,32,672]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(7) FPdim 780, type $[1,1,2,3,18,21]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&1&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&2&3&9&7\\0&0&0&0&7&12\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&7&12\\1&1&2&3&12&10\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,10,20,65,780]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,3]$.

(8) FPdim 1320, type $[1,9,10,11,21,24]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&1&1&2\\0&0&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&3&4\\0&2&2&2&4&3\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&1&1&2\\1&1&0&0&2&2\\0&1&0&1&2&2\\0&1&2&2&3&4\\0&2&2&2&4&4\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&1&1&1&1&2\\0&1&0&1&2&2\\1&1&1&1&2&2\\0&1&2&2&4&4\\0&2&2&2&4&5\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&3&4\\0&1&2&2&3&4\\0&1&2&2&4&4\\1&3&3&4&7&8\\0&4&4&4&8&9\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&2&2&2&4&3\\0&2&2&2&4&4\\0&2&2&2&4&5\\0&4&4&4&8&9\\1&3&4&5&9&11\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,5,8,11,1320]$,
- Property: **first simple and non-1-Frobenius**,
- Categorification:

(9) FPdim 1320, type $[1,9,10,11,21,24]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&1&1&2\\0&0&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&3&4\\0&2&2&2&4&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&1&1&2\\1&1&1&1&1&2\\0&1&1&2&1&2\\0&1&1&1&4&4\\0&2&2&2&4&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&1&1&1&1&2\\0&1&1&2&1&2\\1&1&2&2&1&2\\0&1&1&1&5&4\\0&2&2&2&4&5\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&3&4\\0&1&1&1&4&4\\0&1&1&1&5&4\\1&3&4&5&6&8\\0&4&4&4&8&9\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&2&2&2&4&3\\0&2&2&2&4&4\\0&2&2&2&4&5\\0&4&4&4&8&9\\1&3&4&5&9&11\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,5,11,24,1320]$,
- Property: simple, non-1-Frobenius, non-3-positive
- Categorification:

(10) FPdim 1860, type $[1,1,2,2,25,35]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&2&0\\1&1&2&2&5&14\\0&0&0&0&14&15\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&14&15\\1&1&2&2&15&24\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,5,12,62,1860]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(D_5)$,
- Categorification:

(11) FPdim 2340, type $[1,1,2,17,26,37]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&4&4&3\\0&0&0&4&3&8\\0&0&0&3&8&10\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&4&3&8\\1&1&2&3&11&9\\0&0&0&8&9&16\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&3&8&10\\0&0&0&8&9&16\\1&1&2&10&16&21\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,9,26,60,2340]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(12) FPdim 2436, type $[1,1,2,23,26,35]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&3&4&10\\0&0&0&4&6&10\\0&0&0&10&10&9\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&4&6&10\\1&1&2&6&7&10\\0&0&0&10&10&12\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&10&10&9\\0&0&0&10&10&12\\1&1&2&9&12&20\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,12,14,87,2436]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(13) FPdim 3192, type $[1,1,2,24,33,39]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&3&9\\0&0&0&3&10&10\\0&0&0&9&10&10\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&3&10&10\\1&1&2&10&9&14\\0&0&0&10&14&15\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&9&10&10\\0&0&0&10&14&15\\1&1&2&10&15&20\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,8,42,57,3192]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(14) FPdim 3612, type $[1,1,1,3,36,48]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&9&20\\0&0&0&0&20&21\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&20&21\\1&1&1&3&21&32\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,14,86,3612]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(A_4)$,
- Categorification:

(15) FPdim 3720, type $[1,1,1,6,9,60]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&1&3&0\\0&0&0&3&4&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&3&4&0\\1&1&1&4&6&0\\0&0&0&0&0&9\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&0&9\\1&1&1&6&9&58\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,5,8,124,3720]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,1,6,9]$, see §A.1.5 (15).

(16) FPdim 3740, type $[1,1,20,32,33,35]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&3&2&3&5\\0&0&2&6&6&6\\0&0&3&6&6&6\\0&0&5&6&6&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&2&6&6&6\\1&1&6&9&8&10\\0&0&6&8&10&10\\0&0&6&10&10&10\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&3&6&6&6\\0&0&6&8&10&10\\1&1&6&10&9&10\\0&0&6&10&10&11\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&5&6&6&6\\0&0&6&10&10&10\\0&0&6&10&10&11\\1&1&6&10&11&12\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,4,10,11,17,3740]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification:

(17) FPdim 4920, type $[1,1,2,32,41,47]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&1&8&14\\0&0&0&8&12&12\\0&0&0&14&12&12\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&8&12&12\\1&1&2&12&12&17\\0&0&0&12&17&18\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&14&12&12\\0&0&0&12&17&18\\1&1&2&12&18&23\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,8,30,123,4920]$,
- Property: non-1-Frobenius, non-3-positive, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(18) FPdim 4920, type $[1,1,2,33,39,48]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&3&8&14\\0&0&0&8&9&14\\0&0&0&14&14&12\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&8&9&14\\1&1&2&9&14&14\\0&0&0&14&14&18\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&14&14&12\\0&0&0&14&14&18\\1&1&2&12&18&25\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,8,30,123,4920]$,
- Property: non-1-Frobenius, non-3-positive, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(19) FPdim 4970, type $[1,1,4,4,6,70]$, duality $[0,1,3,2,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&2&0\\1&1&1&1&1&0\\0&0&1&2&2&0\\0&0&0&0&0&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&1&1&0\\0&0&0&1&2&0\\0&0&2&1&2&0\\0&0&0&0&0&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&2&2&0\\0&0&2&1&2&0\\1&1&2&2&3&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&6\\1&1&4&4&6&69\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,5,7,7,71,4970]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,4,4,6]$, see §A.1.5 (12).

(20) FPdim 8364, type $[1,1,1,3,36,84]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&2&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&1&3&3&14\\0&0&0&0&14&30\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&14&30\\1&1&1&3&30&71\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,4,17,41,8364]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(A_4)$,
- Categorification:

(21) FPdim 9548, type $[1,1,33,35,56,64]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&3&4&6&8\\0&0&4&5&6&8\\0&0&6&6&12&12\\0&0&8&8&12&14\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&4&5&6&8\\1&1&5&6&6&8\\0&0&6&6&14&12\\0&0&8&8&12&16\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&6&6&12&12\\0&0&6&6&14&12\\1&1&12&14&15&22\\0&0&12&12&22&24\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&8&8&12&14\\0&0&8&8&12&16\\0&0&12&12&22&24\\1&1&14&16&24&27\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,4,7,11,62,9548]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification:

(22) FPdim 12210, type $[1,1,2,42,66,78]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&7&8&12\\0&0&0&8&18&16\\0&0&0&12&16&22\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&8&18&16\\1&1&2&18&19&30\\0&0&0&16&30&32\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&12&16&22\\0&0&0&16&30&32\\1&1&2&22&32&39\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,11,15,111,12210]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(23) FPdim 14520, type $[1,1,1,6,9,120]$, duality $[0,2,1,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&1&1&1&3&0\\0&0&0&3&4&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&3&4&0\\1&1&1&4&6&0\\0&0&0&0&0&9\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&0&9\\1&1&1&6&9&119\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,5,8,121,14520]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,1,6,9]$, see §A.1.5 (15).

(24) FPdim 19740, type $[1,1,5,7,8,140]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&2&0\\0&0&1&2&2&0\\0&0&2&2&2&0\\0&0&0&0&0&5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&2&2&0\\1&1&2&3&2&0\\0&0&2&2&4&0\\0&0&0&0&0&7\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&2&2&2&0\\0&0&2&2&4&0\\1&1&2&4&3&0\\0&0&0&0&0&8\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&5\\0&0&0&0&0&7\\0&0&0&0&0&8\\1&1&5&7&8&139\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,4,7,10,141,19740]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,5,7,8]$, see §A.1.5 (16).

(25) FPdim 24648, type $[1,1,2,9,15,156]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&0&5&0\\0&0&0&5&6&0\\0&0&0&0&0&9\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&5&6&0\\1&1&2&6&11&0\\0&0&0&0&0&15\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&9\\0&0&0&0&0&15\\1&1&2&9&15&154\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,8,26,316,24648]$,
- Property: non-1-Frobenius, non-3-positive
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,9,15]$, see §A.1.5 (19).

(26) FPdim 28536, type $[1,1,2,81,87,120]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&15&20&30\\0&0&0&20&21&30\\0&0&0&30&30&39\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&20&21&30\\1&1&2&21&26&30\\0&0&0&30&30&45\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&30&30&39\\0&0&0&30&30&45\\1&1&2&39&45&61\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,8,41,58,28536]$,
- Property: non-1-Frobenius, extension of $\mathrm{ch}(S_3)$,
- Categorification:

(27) FPdim 32640, type $[1,1,2,3,120,135]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&1&0&0\\0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&3&0\\1&1&2&3&49&63\\0&0&0&0&63&64\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&63&64\\1&1&2&3&64&78\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,10,17,128,32640]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,3]$.

(28) FPdim 47058, type $[1,1,2,66,90,186]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&7&6&18\\0&0&0&6&12&24\\0&0&0&18&24&48\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&6&12&24\\1&1&2&12&15&32\\0&0&0&24&32&66\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&18&24&48\\0&0&0&24&32&66\\1&1&2&48&66&137\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,11,23,31,47058]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification:

(29) FPdim 53592, type $[1,1,2,9,12,231]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&3&4&0\\0&0&0&4&6&0\\0&0&0&0&0&9\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&4&6&0\\1&1&2&6&7&0\\0&0&0&0&0&12\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&9\\0&0&0&0&0&12\\1&1&2&9&12&230\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,11,14,232,53592]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the non-Drinfeld fusion subring of type $[1,1,2,9,12]$.

(30) FPdim 75012, type $[1,1,2,6,147,231]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&0&0\\0&0&0&0&6&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&6&0\\1&1&2&6&43&66\\0&0&0&0&66&105\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&66&105\\1&1&2&6&105&164\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,7,76,94,75012]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,6]$, see §A.1.4 (5).

(31) FPdim 78540, type $[1,1,2,6,63,273]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&5&0&0\\0&0&0&0&6&0\\0&0&0&0&0&6\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&6&0\\1&1&2&6&6&13\\0&0&0&0&13&60\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&6\\0&0&0&0&13&60\\1&1&2&6&60&259\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,7,68,110,78540]$,
- Property: non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,6]$, see §A.1.4 (5).

(32) FPdim 97656, type $[1,1,2,9,15,312]$, duality $[0,1,2,3,4,5]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&0&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&2&0&0\\1&1&2&0&5&0\\0&0&0&5&6&0\\0&0&0&0&0&9\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&2&0\\0&0&0&5&6&0\\1&1&2&6&11&0\\0&0&0&0&0&15\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&9\\0&0&0&0&0&15\\1&1&2&9&15&311\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[2,3,8,26,313,97656]$,
- Property: non-1-Frobenius, non-3-positive
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1,1,2,9,15]$, see §A.1.5 (19).

A.3. **Rank 7.**

A.3.1. 1-*Frobenius case.* The file `1FrobR7d10^5.txt`, located in the `Data/General` directory of [7], contains all 241 integral 1-Frobenius Drinfeld rings of rank 7 with FPdim $\leq 10^5$. Among them, exactly 5 are simple, and they are listed below:

(1) FPdim 7, type $[1,1,1,1,1,1,1]$, duality $[0,6,5,4,3,2,1]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[7,7,7,7,7,7,7]$,
- Property: simple,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_7)$.

(2) FPdim 210, type $[1,5,5,5,6,7,7]$, duality $[0,1,2,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&1&0&1&0&1&1\\0&0&1&0&1&1&1\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&1&1&1\\1&1&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&0&1&1&1&1\\1&0&1&1&0&1&1\\0&1&1&0&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&0&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&2&1\\0&1&1&1&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&2&1\\1&1&1&1&2&1&2\\0&1&1&1&1&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&2&2\\1&1&1&1&2&2&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[5,5,6,7,7,7,210]$,
- Property: **first simple, 1-Frobenius and exotic**,
- Categorification: excluded in [5].

(3) FPdim 210, type $[1,5,5,5,6,7,7]$, duality $[0,1,2,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&1&0&1&0&1&1\\0&0&1&0&1&1&1\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&1&1&1\\1&1&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&0&1&1&1&1\\1&0&1&1&0&1&1\\0&1&1&0&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&0&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&2&1\\0&1&1&1&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&2&1\\1&1&1&1&2&0&3\\0&1&1&1&1&3&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&3&1\\1&1&1&1&2&1&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,6,7,7,7,15,210]$,
- Property: simple, non-3-positive, non-Isaacs,
- Categorification: excluded in [5].

(4) FPdim 360, type $[1,5,5,8,8,9,10]$, duality $[0,1,2,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&1&1&0\\1&0&1&0&0&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\1&1&1&1&2&1&2\\0&1&1&2&0&2&2\\0&1&1&1&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&2&0&2&2\\1&1&1&0&3&1&2\\0&1&1&2&1&2&2\\0&1&1&2&2&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&2&2&2\\0&1&1&2&1&2&2\\1&1&1&2&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&1&1&1&2\\0&0&1&1&1&1&2\\0&1&1&2&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&3\\1&2&2&2&2&3&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,4,8,9,9,15,360]$,
- Property: simple, non-3-positive, non-Isaacs
- Categorification: open, non-unitary, non-braided.

(5) FPdim 360, type $[1,5,5,8,8,9,10]$, duality $[0,1,2,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&1&1&0\\1&0&1&0&0&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\1&1&1&2&1&1&2\\0&1&1&1&1&2&2\\0&1&1&1&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&2&2\\1&1&1&1&2&1&2\\0&1&1&2&1&2&2\\0&1&1&2&2&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&2&2&2\\0&1&1&2&1&2&2\\1&1&1&2&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&1&1&1&2\\0&0&1&1&1&1&2\\0&1&1&2&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&2\\0&1&1&2&2&2&3\\1&2&2&2&2&3&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,5,5,8,9,9,360]$,
- Property: simple,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(A_6)$.

A.3.2. *non-1-Frobenius case.* The file `N1FrobR7d5000.txt`, located in the `Data/General` directory of [7], contains all 113 integral non-1-Frobenius Drinfeld rings of rank 7 with FPdim ≤ 5000. Among them, exactly 5 are simple, and they are listed below:

(1) FPdim 560, type $[1,6,7,7,10,10,15]$, duality $[0,1,2,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&0&1&2\\0&1&1&1&1&0&2\\0&1&1&1&2&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&1&1&1\\1&1&0&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&2&2&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\1&1&1&0&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&2&2&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\1&0&1&1&0&4&3\\0&1&1&1&4&1&2\\0&2&2&2&3&2&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&0&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&4&1&2\\1&0&1&1&1&3&3\\0&2&2&2&2&3&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&1&1&1&2&2&2\\0&1&1&1&2&2&3\\0&1&1&1&2&2&3\\0&2&2&2&3&2&4\\0&2&2&2&2&3&4\\1&2&3&3&4&4&6\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,5,5,16,28,560]$,
- Property: simple, non-3-positive, non-1-Frobenius,
- Categorification: open, non-unitary, non-braided.

(2) FPdim 560, type $[1,6,7,7,10,10,15]$, duality $[0,1,2,3,5,4,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&0&1&2\\0&1&1&1&1&0&2\\0&1&1&1&2&2&2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&1&1&1\\1&1&0&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&2&2&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\1&1&1&0&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&2&2&3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&2&3&2\\1&0&1&1&2&2&3\\0&2&2&2&3&2&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&1&0&2\\0&1&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&1&2\\1&0&1&1&2&2&3\\0&1&1&1&3&2&2\\0&2&2&2&2&3&4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&1&1&1&2&2&2\\0&1&1&1&2&2&3\\0&1&1&1&2&2&3\\0&2&2&2&3&2&4\\0&2&2&2&2&3&4\\1&2&3&3&4&4&6\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,5,5,7,7,16,560]$,
- Property: simple, non-1-Frobenius,
- Categorification: open, non-braided.

(3) FPdim 2860, type $[1,11,12,12,15,25,40]$, duality $[0,1,2,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1&1&2\\0&0&1&0&1&1&2\\0&0&0&1&1&1&2\\0&1&1&1&0&2&2\\0&1&1&1&2&2&4\\0&2&2&2&2&4&6\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&1&1&2\\1&1&0&1&1&1&2\\0&0&1&1&1&1&2\\0&1&1&1&1&2&2\\0&1&1&1&2&3&4\\0&2&2&2&2&4&7\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&1&2\\0&0&1&1&1&1&2\\1&1&1&0&1&1&2\\0&1&1&1&1&2&2\\0&1&1&1&2&3&4\\0&2&2&2&2&4&7\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&2&2\\0&1&1&1&1&2&2\\0&1&1&1&1&2&2\\1&0&1&1&3&3&2\\0&2&2&2&3&4&4\\0&2&2&2&2&4&10\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&2&2&4\\0&1&1&1&2&3&4\\0&1&1&1&2&3&4\\0&2&2&2&3&4&4\\1&2&3&3&4&6&8\\0&4&4&4&4&8&15\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&2&2&2&2&4&6\\0&2&2&2&2&4&7\\0&2&2&2&2&4&7\\0&2&2&2&2&4&10\\0&4&4&4&4&8&15\\1&6&7&7&10&15&21\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,5,5,13,44,2860]$,
- Property: simple, non-1-Frobenius,
- Categorification: open, non-braided.

(4) FPdim 3192, type $[1,15,16,17,18,24,39]$, duality $[0,1,2,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&1&1&3&3\\0&0&1&1&1&3&3\\0&1&1&1&1&3&3\\0&1&1&1&1&2&4\\0&3&3&3&2&1&4\\0&3&3&3&4&4&7\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&3&3\\1&1&1&1&1&3&3\\0&1&1&2&1&3&3\\0&1&1&1&2&2&4\\0&3&3&3&2&2&4\\0&3&3&3&4&4&8\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&1&1&1&1&3&3\\0&1&1&2&1&3&3\\1&1&2&2&1&3&3\\0&1&1&1&3&2&4\\0&3&3&3&2&3&4\\0&3&3&3&4&4&9\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&1&1&1&1&2&4\\0&1&1&1&2&2&4\\0&1&1&1&3&2&4\\1&1&2&3&2&3&3\\0&2&2&2&3&2&6\\0&4&4&4&3&6&8\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&3&3&3&2&1&4\\0&3&3&3&2&2&4\\0&3&3&3&2&3&4\\0&2&2&2&3&2&6\\1&1&2&3&2&7&7\\0&4&4&4&6&7&12\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&3&3&3&4&4&7\\0&3&3&3&4&4&8\\0&3&3&3&4&4&9\\0&4&4&4&3&6&8\\0&4&4&4&6&7&12\\1&7&8&9&8&12&18\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,6,8,42,57,3192]$,
- Property: simple, non-1-Frobenius, non-3-positive
- Categorification: open, non-braided, non-unitary

(5) FPdim 4284, type $[1, 17, 17, 20, 28, 35, 36]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&1&2&2&2&2&2 \\ 1&1&1&1&2&2&3 \\ 0&1&2&1&2&3&3 \\ 0&2&2&2&3&4&4 \\ 0&2&2&3&4&5&5 \\ 0&3&2&3&4&5&5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0&0 \\ 1&1&1&1&2&2&3 \\ 0&2&1&2&2&2&2 \\ 0&2&1&1&2&3&3 \\ 0&2&2&2&3&4&4 \\ 0&2&2&3&4&5&5 \\ 0&2&3&3&4&5&5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&1&2&1&2&3&3 \\ 0&2&1&1&2&3&3 \\ 1&1&1&3&2&3&4 \\ 0&2&2&2&6&4&4 \\ 0&3&3&3&4&6&6 \\ 0&3&3&4&4&6&6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&2&2&2&3&4&4 \\ 0&2&2&2&3&4&4 \\ 0&2&2&2&6&4&4 \\ 1&3&3&6&1&7&8 \\ 0&4&4&4&7&8&8 \\ 0&4&4&4&8&8&8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&2&2&3&4&5&5 \\ 0&2&2&3&4&5&5 \\ 0&3&3&3&4&6&6 \\ 0&4&4&4&7&8&8 \\ 1&5&5&6&8&10&10 \\ 0&5&5&6&8&10&11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&3&2&3&4&5&5 \\ 0&2&3&3&4&5&5 \\ 0&3&3&4&4&6&6 \\ 0&4&4&4&8&8&8 \\ 0&5&5&6&8&10&11 \\ 1&5&5&6&8&11&11 \end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 4, 7, 7, 9, 51, 4284]$,
- Property: simple, non-1-Frobenius, non-3-positive
- Categorification: open, non-braided, non-unitary

These fusion rings also invite questions in the spirit of Question 1.13.

A.4. **Ranks 8 and 9.** There are 792 integral 1-Frobenius Drinfeld rings of rank 8 with FPdim ≤ 25000, and 1292 such rings of rank 9 with FPdim ≤ 2000. Copy-pastable data can be found in the files `1FrobR8d25000.txt` and `1FrobR9d2000.txt`, located in the `Data/General` directory of [7].

A.5. **Addressing divisibility.** The classification at rank r begins with the list of length r Egyptian fractions representing the possible

$$\sum_V \sum_{i=1}^{n_V^2} \frac{1}{n_V f_V} = 1,$$

where the (f_V) are the formal codegrees of the Drinfeld ring; see §2.2. Under the Drinfeld assumption, each formal codegree f_V divides f_1. Moreover, the Drinfeld ring is commutative if and only if $n_V = 1$ for all V. In this case, we can restrict to Egyptian fractions of length r satisfying the divisibility condition $f_V \mid f_1$ for all V.

In the noncommutative setting, it may happen that $n_V f_V$ does not divide f_1 for some V. However, as verified in Appendix C, no such exceptions occur up to rank 8 (but they do appear at rank 9; see §2.2). Therefore, for ranks $r \leq 8$, it is safe to restrict to Egyptian fractions of length r that satisfy the divisibility condition.

At rank 9, Lemma 9.3 shows that the complexified noncommutative Drinfeld ring must be isomorphic to either $\mathbb{C} \oplus M_2(\mathbb{C})^2$ or $\mathbb{C}^5 \oplus M_2(\mathbb{C})$. The exception corresponds to Egyptian fractions of length 5 or 7 with one or two terms having $n_V = 2$, and at least one violating the divisibility condition $n_V f_V \mid f_1$.

We verified that for FPdim ≤ 32000, the values arising from these exceptional cases are already covered by those for the Egyptian fractions of length 9 satisfying the divisibility condition. Details of this computation can be found in the file `InvestNCRank9Except.txt` of the `Data/EgyptianFractionsDiv/Except` folder of [7].

Appendix B. MNSD Drinfeld rings

As established in §8, the Grothendieck ring of any odd-dimensional integral fusion category over $\mathbb{C}$ is an MNSD integral Drinfeld ring (Definition 8.6). This section provides a complete classification of such rings up to rank 9.

B.1. **Up to rank 5.** There are four MNSD integral Drinfeld rings up to rank 5, contained in §A.1, namely the Grothendieck rings of $\mathrm{Rep}(G)$, with $G = C_1,\ C_3,\ C_5,\ C_7 \rtimes C_3$.

B.2. **Rank 7.** Here is the complete list of 4 MNSD integral Drinfeld ring of rank 7. Copy-pastable data can be found in the file `MNSDRank7DataOnly.txt`.txt, located in the `Data/Odd` directory of [7].

(1) FPdim 7, type $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, duality $[0, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$, fusion data: see §A.3.1.

(2) FPdim 39, type $[1, 1, 1, 3, 3, 3, 3]$, duality $[0, 2, 1, 6, 5, 4, 3]$, fusion data:

$$\begin{matrix} 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&2 \\ 0&0&0&1&1&0&1 \\ 0&0&0&1&1&1&0 \\ 1&1&1&0&1&1&0 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&1 \\ 0&0&0&1&0&2&0 \\ 1&1&1&1&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1&1&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&1&1&1&0 \\ 1&1&1&1&0&0&1 \\ 0&0&0&0&2&0&1 \\ 0&0&0&1&0&1&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 1&1&1&0&1&1&0 \\ 0&0&0&0&1&1&1 \\ 0&0&0&1&0&1&1 \\ 0&0&0&2&1&0&0 \end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 13, 13, 13, 13, 39]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_{13} \rtimes C_3)$.

(3) FPdim 55, type $[1, 1, 1, 1, 1, 5, 5]$, duality $[0, 4, 3, 2, 1, 6, 5]$, fusion data:

$$\begin{matrix} 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&0&1&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&2&3 \\ 1&1&1&1&1&2&2 \end{matrix}, \begin{matrix} 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1 \\ 1&1&1&1&1&2&2 \\ 0&0&0&0&0&3&2 \end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[5, 5, 5, 5, 11, 11, 55]$,
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_{11} \rtimes C_5)$.

(4) FPdim 903, type $[1,1,1,3,3,21,21]$, duality $[0,2,1,4,3,6,5]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&2&0&0\\1&1&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\1&1&1&1&1&0&0\\0&0&0&2&1&0&0\\0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&10&11\\1&1&1&3&3&10&10\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&3\\1&1&1&3&3&10&10\\0&0&0&0&0&11&10\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3,3,7,7,43,43,903]$,
- Property: extension of $\mathrm{ch}(C_7 \rtimes C_3)$,
- Categorification: excluded by §6.4.

B.3. **Rank 9.** Among the MNSD Drinfeld rings of rank 9, there are 10 that are 1-Frobenius, and 2 that are neither perfect nor 1-Frobenius. Copy-pastable data can be found in the files `MNSD1FrobRank9DataOnly.txt` and `N1FrobMNSDRank9.txt`, located in the `Data/odd` directory of [7].

B.3.1. *1-Frobenius case.* Here is the complete list of 10 MNSD integral 1-Frobenius Drinfeld ring of rank 9:

(1) FPdim 9, type $[1,1,1,1,1,1,1,1,1]$, duality $[0,8,7,6,5,4,3,2,1]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: [9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9],
- Property: pointed
- Categorification: $\mathrm{Vec}(C_3^2)$.

(2) FPdim 9, type $[1,1,1,1,1,1,1,1,1]$, duality $[0,8,7,6,5,4,3,2,1]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: [9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9],
- Property: pointed,
- Categorification: $\mathrm{Vec}(C_9)$.

(3) FPdim 57, type $[1,1,1,3,3,3,3,3,3]$, duality $[0,2,1,8,7,6,5,4,3]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&2\\0&0&0&0&1&0&1&0&1\\0&0&0&1&1&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1&0\\1&1&1&0&0&1&1&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&1&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&2&0\\0&0&0&1&0&1&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&1&1&0\\1&1&1&1&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&1&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&1&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&2&0&0\\1&1&1&0&1&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&1&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&1&1&0\\1&1&1&0&1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&2&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&1&0&1\\0&0&0&0&1&0&0&1&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&1&1&0\\1&1&1&1&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&1&0&1\\0&0&0&0&2&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&1&0&1&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\1&1&1&0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&0&1&0&1&0\\0&0&0&2&1&0&0&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: [3, 3, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 57],
- Categorification: $\mathrm{Rep}(C_{19} \rtimes C_3)$.

(4) FPdim 105, type $[1,1,1,1,1,1,1,7,7]$, duality $[0,6,5,4,3,2,1,8,7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&4\\1&1&1&1&1&1&1&3&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\1&1&1&1&1&1&1&3&3\\0&0&0&0&0&0&0&4&3\end{matrix}$$

- Formal codegrees: [7, 7, 7, 7, 7, 7, 15, 15, 105],
- Categorification:

(5) FPdim 105, type $[1,1,1,1,1,5,5,5,5]$, duality $[0,4,3,2,1,8,7,6,5]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&2&3\\0&0&0&0&0&2&1&0&2\\0&0&0&0&0&2&2&1&0\\1&1&1&1&1&0&2&2&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&2&1&0&2\\0&0&0&0&0&2&1&2&0\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&1&2&2\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&2&2&1&0\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&2&1&2\\0&0&0&0&0&2&0&1&2\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\1&1&1&1&1&0&2&2&0\\0&0&0&0&0&0&1&2&2\\0&0&0&0&0&2&0&1&2\\0&0&0&0&0&3&2&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: [5, 5, 5, 5, 15, 15, 35, 35, 105],
- Property:
- Categorification:

(6) FPdim 1785, type $[1,1,1,3,3,21,21,21,21]$, duality $[0,2,1,4,3,8,7,6,5]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&2&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&2&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&4&3&6&8\\0&0&0&0&0&6&6&3&6\\0&0&0&0&0&6&6&6&3\\1&1&1&3&3&4&6&6&4\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&6&6&3&6\\0&0&0&0&0&6&4&8&3\\1&1&1&3&3&6&4&4&6\\0&0&0&0&0&3&6&6&6\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&6&6&6&3\\1&1&1&3&3&6&4&4&6\\0&0&0&0&0&3&8&4&6\\0&0&0&0&0&6&3&6&6\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\1&1&1&3&3&4&6&6&4\\0&0&0&0&0&3&6&6&6\\0&0&0&0&0&6&3&6&6\\0&0&0&0&0&8&6&3&4\end{matrix}$$

- Formal codegrees: [3, 3, 7, 7, 85, 85, 85, 85, 1785],

- Property:
- Categorification:

(7) FPdim 1785, type $[1, 1, 1, 3, 3, 21, 21, 21, 21]$, duality $[0, 2, 1, 4, 3, 8, 7, 6, 5]$, fusion data:

$$\begin{smallmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&2&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&2&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&6&6&7&2\\0&0&0&0&0&4&4&6&7\\0&0&0&0&0&4&7&4&6\\1&1&1&3&3&6&4&4&6\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&4&4&6&7\\0&0&0&0&0&7&6&2&6\\1&1&1&3&3&4&6&6&4\\0&0&0&0&0&6&4&7&4\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&4&7&4&6\\1&1&1&3&3&4&6&6&4\\0&0&0&0&0&6&2&6&7\\0&0&0&0&0&7&6&4&4\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\1&1&1&3&3&6&4&4&6\\0&0&0&0&0&6&4&7&4\\0&0&0&0&0&7&6&4&4\\0&0&0&0&0&2&7&6&6\end{smallmatrix}$$

- Formal codegrees: [3, 3, 7, 7, 85, 85, 85, 85, 1785],
- Property:
- Categorification:

(8) FPdim 3081, type $[1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 39, 39]$, duality $[0, 2, 1, 6, 5, 4, 3, 8, 7]$, fusion data:

$$\begin{smallmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&2&0&0\\0&0&0&1&1&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0&0&0\\1&1&1&0&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&1&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&2&0&0&0\\1&1&1&1&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&1&0&0&0\\1&1&1&1&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&2&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\1&1&1&0&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&1&0&1&1&0&0\\0&0&0&2&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&19&20\\1&1&1&3&3&3&3&19&19\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\1&1&1&3&3&3&3&19&19\\0&0&0&0&0&0&0&20&19\end{smallmatrix}$$

- Formal codegrees: [3, 3, 13, 13, 13, 13, 79, 79, 3081],
- Property:
- Categorification:

(9) FPdim 6105, type $[1, 1, 1, 1, 1, 5, 5, 55, 55]$, duality $[0, 4, 3, 2, 1, 6, 5, 8, 7]$, fusion data:

$$\begin{smallmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&2&3&0&0\\1&1&1&1&1&2&2&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&5&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&5\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\1&1&1&1&1&2&2&0&0\\0&0&0&0&0&3&2&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&5&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&5\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&5&0\\0&0&0&0&0&0&0&5&0\\0&0&0&0&0&0&0&27&28\\1&1&1&1&1&5&5&27&27\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&5\\0&0&0&0&0&0&0&0&5\\1&1&1&1&1&5&5&27&27\\0&0&0&0&0&0&0&28&27\end{smallmatrix}$$

- Formal codegrees: [5, 5, 5, 5, 11, 11, 111, 111, 6105],
- Property: extension of $\mathrm{ch}(C_{11} \rtimes C_5)$,
- Categorification:

(10) FPdim 1631721, type $[1, 1, 1, 3, 3, 21, 21, 903, 903]$, duality $[0, 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7]$, fusion data:

$$\begin{smallmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&2&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&2&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&10&11&0&0\\1&1&1&3&3&10&10&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&21&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&21\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\1&1&1&3&3&10&10&0&0\\0&0&0&0&0&11&10&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&21&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&21\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&21&0\\0&0&0&0&0&0&0&21&0\\0&0&0&0&0&0&0&451&452\\1&1&1&3&3&21&21&451&451\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&21\\0&0&0&0&0&0&0&0&21\\1&1&1&3&3&21&21&451&451\\0&0&0&0&0&0&0&452&451\end{smallmatrix}$$

- Formal codegrees: [3, 3, 7, 7, 43, 43, 1807, 1807, 1631721],
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1, 1, 1, 3, 3, 21, 21]$, see §B.2 (4).

B.3.2. *Non-1-Frobenius.* The two non-perfect, non-1-Frobenius MNSD Drinfeld rings of rank 9 are as follows:

(1) FPdim 23529, type $[1, 1, 1, 33, 33, 45, 45, 93, 93]$, duality $[0, 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7]$, fusion data:

$$\begin{smallmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&4&2&2&4&4\\1&1&1&1&1&1&1&5&5\\0&0&0&1&2&4&2&6&6\\0&0&0&1&2&2&4&6&6\\0&0&0&5&4&6&6&12&12\\0&0&0&5&4&6&6&12&12\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&1&1&5&5\\0&0&0&4&1&2&2&4&4\\0&0&0&2&1&4&2&6&6\\0&0&0&2&1&2&4&6&6\\0&0&0&4&5&6&6&12&12\\0&0&0&4&5&6&6&12&12\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&2&4&2&6&6\\0&0&0&2&1&4&2&6&6\\0&0&0&2&2&3&6&8&8\\1&1&1&4&4&3&3&8&8\\0&0&0&6&6&8&8&17&16\\0&0&0&6&6&8&8&16&17\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&2&2&4&6&6\\0&0&0&2&1&2&4&6&6\\1&1&1&4&4&3&3&8&8\\0&0&0&2&2&6&3&8&8\\0&0&0&6&6&8&8&17&16\\0&0&0&6&6&8&8&16&17\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&5&4&6&6&12&12\\0&0&0&4&5&6&6&12&12\\0&0&0&6&6&8&8&17&16\\0&0&0&6&6&8&8&17&16\\0&0&0&12&12&16&16&34&35\\1&1&1&12&12&17&17&34&34\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&5&4&6&6&12&12\\0&0&0&4&5&6&6&12&12\\0&0&0&6&6&8&8&16&17\\0&0&0&6&6&8&8&16&17\\1&1&1&12&12&17&17&34&34\\0&0&0&12&12&16&16&35&34\end{smallmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 11, 11, 23, 23, 31, 31, 23529]$,
- Categorification:

(2) FPdim 389865, type $[1, 1, 1, 3, 3, 189, 189, 399, 399]$, duality $[0, 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7]$, fusion data:

$$\begin{smallmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&2&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&2&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&10&27&36&36\\1&1&1&3&3&10&10&40&40\\0&0&0&0&0&40&36&77&76\\0&0&0&0&0&40&36&76&77\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\0&0&0&0&0&0&3&0&0\\1&1&1&3&3&10&10&40&40\\0&0&0&0&0&27&10&36&36\\0&0&0&0&0&36&40&77&76\\0&0&0&0&0&36&40&76&77\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&0&0&3&0\\0&0&0&0&0&40&36&77&76\\0&0&0&0&0&36&40&77&76\\0&0&0&0&0&76&76&163&164\\1&1&1&3&3&77&77&163&163\end{smallmatrix},\ \begin{smallmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&40&36&76&77\\0&0&0&0&0&36&40&76&77\\1&1&1&3&3&77&77&163&163\\0&0&0&0&0&76&76&164&163\end{smallmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3, 3, 7, 7, 47, 47, 395, 395, 389865]$,
- Categorification:

B.4. **Rank 11.** There are 24 integral 1-Frobenius, non-perfect MNSD Drinfeld rings of rank 11 with FPdim $\leq 10^9$. Copy-pastable data can be found in the file `MNSD1FrobRank11DataOnly.txt`, located in the `Data/odd` directory of [7].

Appendix C. Noncommutative integral Drinfeld rings

Recall from Proposition 9.2 that 6 is the smallest possible rank for a noncommutative fusion ring. This section provides a complete list of all 1+3+25 noncommutative integral Drinfeld rings of rank at most 8. The corresponding data can be found in the files `InvestNCRank6DataOnly.txt`, `InvestNCRank7DataOnly.txt`, and `InvestNCRank8DataOnly.txt`, located in the `Data/Noncommutative` directory of [7].

Note that the notation m_n for a formal codegree indicates a value equal to m arising from an n-dimensional irreducible representation. For simplicity, m_1 is written as m.

C.1. **Rank 6.**

- FPdim 6, type $[1,1,1,1,1,1]$, duality $[0,1,2,3,5,4]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,6,6]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: $\mathrm{Vec}(S_3)$.

C.2. **Rank 7.**

(1) FPdim 24, type $[1,1,1,2,2,2,3]$, duality $[0,2,1,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&1\\0&0&0&1&1&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&1&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&1&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&1&1&1&0\\1&1&1&0&0&0&2\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,4,24,24]$,
- Property: noncommutative, isotype of $\mathrm{Rep}(\mathrm{SL}(2,3))$
- Categorification: $\mathrm{Rep}(H)$ with H the Kac algebra in [4, Theorem 14.40 (VI)].

(2) FPdim 42, type $[1,1,1,1,1,1,6]$, duality $[0,1,2,3,5,4,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1\\1&1&1&1&1&1&5\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,6,7,42]$,
- Property: noncommutative, near-group S_3+5
- Categorification: excluded by [3, Theorem 5.1].

(3) FPdim 60, type $[1,1,1,3,4,4,4]$, duality $[0,2,1,3,4,5,6]$, fusion data:

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&1&1&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&1\\1&0&0&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\1&0&0&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&0&1&1&1&1&1\\1&0&0&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,4,15,60]$,
- Property: noncommutative, single possible induction matrix
- Categorification: $\mathcal{C}(A_5,1,A_4,1)$, group-theoretical, Morita equivalent to $\mathrm{Vec}(A_5)$, see §6.2.

C.3. **Rank 8.**

This subsection provides the complete list of 25 noncommutative integral Drinfeld rings of rank 8, splitted into two parts: the non-1-Frobenius ones (5 items), and the 1-Frobenius ones (20 items).

C.3.1. *Non-1-Frobenius.*

Here are the 5 noncommutative non-1-Frobenius integral Drinfeld rings of rank 8:

(1) FPdim 312, type $[1,1,1,1,1,1,9,15]$, duality $[0,1,2,3,5,4,6,7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&1&0&5\\0&0&0&0&0&0&5&6\end{matrix},\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&5&6\\1&1&1&1&1&1&6&11\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,6,8,26,312]$,
- Property: noncommutative, non-1-Frobenius, non-3-positive,
- Categorification: non-unitary (if any).

(2) FPdim 1320, type $[1, 1, 1, 10, 10, 10, 21, 24]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&1&1&1&1&2\\0&1&0&1&1&1&1&2\\0&0&1&1&1&1&1&2\\0&0&0&1&1&1&4&4\\0&0&0&2&2&2&4&4\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&1&2\\1&0&0&1&1&1&1&2\\0&1&0&1&1&1&1&2\\0&0&0&1&1&1&4&4\\0&0&0&2&2&2&4&4\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&1&1&1&1&2\\0&0&1&1&1&1&1&2\\1&0&0&1&1&1&1&2\\0&0&0&1&1&1&4&4\\0&0&0&2&2&2&4&4\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&4&4\\0&0&0&1&1&1&4&4\\0&0&0&1&1&1&4&4\\1&1&1&4&4&4&6&8\\0&0&0&4&4&4&8&9\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&2&2&2&4&4\\0&0&0&2&2&2&4&4\\0&0&0&2&2&2&4&4\\0&0&0&4&4&4&8&9\\1&1&1&4&4&4&9&11\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 5, 11, 24, 1320]$,
- Property: noncommutative, non-1-Frobenius,
- Categorification:

(3) FPdim 1320, type $[1, 1, 1, 6, 9, 20, 20, 20]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&1&3&0&0&0\\0&0&0&3&4&0&0&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&3&4&0&0&0\\1&1&1&4&6&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&0&0&0&0&3&3&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&3&3&3\\1&0&0&2&3&6&6&6\\0&1&0&2&3&6&6&6\\0&0&1&2&3&6&6&6\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&0&1&2&3&6&6&6\\1&0&0&2&3&6&6&6\\0&1&0&2&3&6&6&6\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&1&0&2&3&6&6&6\\0&0&1&2&3&6&6&6\\1&0&0&2&3&6&6&6\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 5, 8, 132, 1320]$,
- Property: noncommutative, non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1, 1, 1, 6, 9]$, see §A.1.5 (15).

(4) FPdim 2508, type $[1, 1, 1, 3, 20, 20, 20, 36]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\1&0&0&1&3&3&3&6\\0&1&0&1&3&3&3&6\\0&0&1&1&3&3&3&6\\0&0&0&0&6&6&6&10\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&1&1&3&3&3&6\\1&0&0&1&3&3&3&6\\0&1&0&1&3&3&3&6\\0&0&0&0&6&6&6&10\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&1&3&3&3&6\\0&0&1&1&3&3&3&6\\1&0&0&1&3&3&3&6\\0&0&0&0&6&6&6&10\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&6&6&6&10\\0&0&0&0&6&6&6&10\\0&0&0&0&6&6&6&10\\1&1&1&3&10&10&10&19\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 4, 19, 33, 2508]$,
- Property: noncommutative, non-1-Frobenius,
- Categorification:

(5) FPdim 4920, type $[1, 1, 1, 6, 9, 40, 40, 40]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&1&3&0&0&0\\0&0&0&3&4&0&0&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&3&4&0&0&0\\1&1&1&4&6&0&0&0\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&0&0&0&0&3&3&3\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&3&3&3\\1&0&0&2&3&13&13&13\\0&1&0&2&3&13&13&13\\0&0&1&2&3&13&13&13\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&0&1&2&3&13&13&13\\1&0&0&2&3&13&13&13\\0&1&0&2&3&13&13&13\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&3&3&3\\0&1&0&2&3&13&13&13\\0&0&1&2&3&13&13&13\\1&0&0&2&3&13&13&13\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 5, 8, 123, 4920]$,
- Property: noncommutative, non-1-Frobenius,
- Categorification: excluded by the fusion subring of type $[1, 1, 1, 6, 9]$, see §A.1.5 (15).

C.3.2. *1-Frobenius.* Here are the 20 noncommutative 1-Frobenius integral Drinfeld rings of rank 8:

(1) FPdim 8, type $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, duality $[0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 6]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[4_2, 8, 8, 8, 8]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: $\mathrm{Vec}(D_4)$.

(2) FPdim 8, type $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, duality $[0, 1, 7, 6, 5, 4, 3, 2]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},\ \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix},\ \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[4_2, 8, 8, 8, 8]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: $\mathrm{Vec}(Q_8)$.

(3) FPdim 20, type $[1,1,1,1,2,2,2,2]$, duality $[0,1,2,3,4,5,7,6]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0\\0&1&1&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0\\1&0&0&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&1\\0&1&1&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&1\\0&1&1&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&0&0\\1&0&0&1&0&1&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&1&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&1\\1&0&0&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,5_2,20,20]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: $\mathcal{C}(F_5,1,D_5,1)$, $\mathcal{C}(F_5,1,C_2,1)$.

(4) FPdim 20, type $[1,1,1,1,2,2,2,2]$, duality $[0,1,3,2,4,5,7,6]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&1&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0\\0&0&1&1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&0&0\\1&1&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&1\\0&0&1&1&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&1\\0&0&1&1&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&0&0\\1&1&0&0&0&1&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&1&1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&1\\1&1&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[4,4,5_2,20,20]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(5) FPdim 24, type $[1,1,1,1,1,1,3,3]$, duality $[0,1,2,3,5,4,6,7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&0&0&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&1&1&0&0&1&1\\1&0&0&0&1&1&1&1\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,8,12,12,24]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: excluded by Lemma 5.3.

(6) FPdim 24, type $[1,1,1,1,1,1,3,3]$, duality $[0,1,2,3,5,4,6,7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&1&1&0&2\\0&1&1&1&0&0&2&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&1&1&1&0&0&2&0\\1&0&0&0&1&1&0&2\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,8,8,24,24]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: $\mathcal{C}(S_4,1,A_4,1)$, $\mathcal{C}(S_4,1,S_3,1)$.

(7) FPdim 24, type $[1,1,1,1,1,1,3,3]$, duality $[0,1,2,3,5,4,7,6]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&1&1&1&0&0&1&1\\1&0&0&0&1&1&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&1&1&1&1\\0&1&1&1&0&0&1&1\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,8,12,12,24]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(8) FPdim 78, type $[1,1,1,1,1,1,6,6]$, duality $[0,1,2,3,5,4,6,7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&1&2&3\\0&0&0&0&0&0&3&3\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&3&3\\1&1&1&1&1&1&3&2\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2,6,13,13,78]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: excluded by Lemma 5.2.

(9) FPdim 96, type $[1,1,1,3,4,4,4,6]$, duality $[0,2,1,3,4,5,6,7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\1&0&0&1&0&0&0&2\\0&1&0&1&0&0&0&2\\0&0&1&1&0&0&0&2\\0&0&0&0&2&2&2&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&1&1&0&0&0&2\\1&0&0&1&0&0&0&2\\0&1&0&1&0&0&0&2\\0&0&0&0&2&2&2&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&1&0&0&0&2\\0&0&1&1&0&0&0&2\\1&0&0&1&0&0&0&2\\0&0&0&0&2&2&2&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&2&2&2&0\\0&0&0&0&2&2&2&0\\0&0&0&0&2&2&2&0\\1&1&1&3&0&0&0&4\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 4, 16, 96, 96]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(10) FPdim 168, type $[1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 12]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&0&0&3\\1&1&1&2&2&2&3&10\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 4, 24, 28, 168]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(11) FPdim 168, type $[1, 1, 1, 3, 3, 7, 7, 7]$, duality $[0, 2, 1, 4, 3, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&2&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&1&1&1&1&0&0&0\\0&0&0&2&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\1&0&0&1&1&2&2&2\\0&1&0&1&1&2&2&2\\0&0&1&1&1&2&2&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&2&2&2\\1&0&0&1&1&2&2&2\\0&1&0&1&1&2&2&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&1&0&1&1&2&2&2\\0&0&1&1&1&2&2&2\\1&0&0&1&1&2&2&2\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 7, 7, 24, 168]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification: $\mathcal{C}(\mathrm{PSL}(2, 7), 1, C_7 \rtimes C_3, 1)$.

(12) FPdim 240, type $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 15]$, duality $[0, 1, 2, 3, 5, 4, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&3\\1&1&1&1&1&1&3&14\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 6, 10, 16, 240]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(13) FPdim 240, type $[1, 1, 1, 3, 6, 8, 8, 8]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\1&1&1&3&4&0&0&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\1&0&0&1&2&2&2&2\\0&1&0&1&2&2&2&2\\0&0&1&1&2&2&2&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&1&1&2&2&2&2\\1&0&0&1&2&2&2&2\\0&1&0&1&2&2&2&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&1&0&1&2&2&2&2\\0&0&1&1&2&2&2&2\\1&0&0&1&2&2&2&2\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 4, 16, 60, 240]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(14) FPdim 600, type $[1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 24]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&0&2&0\\0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&0&0&2\\0&0&0&0&0&0&0&3\\1&1&1&2&2&2&3&23\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 4, 24, 25, 600]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(15) FPdim 816, type $[1, 1, 1, 3, 6, 16, 16, 16]$, duality $[0, 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7]$, fusion data:

$$\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\1&1&1&3&4&0&0&0\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&0&0&0&2&2&2\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\1&0&0&1&2&5&5&5\\0&1&0&1&2&5&5&5\\0&0&1&1&2&5&5&5\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&0&1&1&2&5&5&5\\1&0&0&1&2&5&5&5\\0&1&0&1&2&5&5&5\end{matrix}, \begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&2&2&2\\0&1&0&1&2&5&5&5\\0&0&1&1&2&5&5&5\\1&0&0&1&2&5&5&5\end{matrix}$$

- Formal codegrees: $[3_2, 4, 16, 51, 816]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(16) FPdim 960, type $[1,1,1,3,4,4,4,30]$, duality $[0,2,1,3,4,5,6,7]$, fusion data:

$$
\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\1&0&0&1&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1&0\\1&0&0&1&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1&0\\1&0&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&0&0&4\\1&1&1&3&4&4&4&28\end{matrix}
$$

- Formal codegrees: $[3_2,4,15,64,960]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(17) FPdim 1806, type $[1,1,1,1,1,1,6,42]$, duality $[0,1,2,3,5,4,6,7]$, fusion data:

$$
\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&1&5&0\\0&0&0&0&0&0&0&6\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&6\\1&1&1&1&1&1&6&41\end{matrix}
$$

- Formal codegrees: $[3_2,6,7,43,1806]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(18) FPdim 2184, type $[1,1,1,3,12,26,26,26]$, duality $[0,2,1,3,4,5,6,7]$, fusion data:

$$
\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\1&1&1&3&11&0&0&0\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&0&0&0&0&4&4&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&4&4&4\\1&0&0&1&4&8&8&8\\0&1&0&1&4&8&8&8\\0&0&1&1&4&8&8&8\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&0&1&1&4&8&8&8\\1&0&0&1&4&8&8&8\\0&1&0&1&4&8&8&8\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&1&0&1&4&8&8&8\\0&0&1&1&4&8&8&8\\1&0&0&1&4&8&8&8\end{matrix}
$$

- Formal codegrees: $[3_2,4,13,168,2184]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(19) FPdim 3660, type $[1,1,1,3,4,4,4,60]$, duality $[0,2,1,3,4,5,6,7]$, fusion data:

$$
\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&3\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\1&0&0&1&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1&0\\1&0&0&1&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&1&1&0\\0&0&1&1&1&1&1&0\\1&0&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&3\\0&0&0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&0&0&4\\0&0&0&0&0&0&0&4\\1&1&1&3&4&4&4&59\end{matrix}
$$

- Formal codegrees: $[3_2,4,15,61,3660]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

(20) FPdim 8268, type $[1,1,1,3,12,52,52,52]$, duality $[0,2,1,3,4,5,6,7]$, fusion data:

$$
\begin{matrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\1&1&1&2&0&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&3&0&0&0\\1&1&1&3&11&0&0&0\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&0&0&0&0&4&4&4\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&4&4&4\\1&0&0&1&4&17&17&17\\0&1&0&1&4&17&17&17\\0&0&1&1&4&17&17&17\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&0&1&1&4&17&17&17\\1&0&0&1&4&17&17&17\\0&1&0&1&4&17&17&17\end{matrix},
\begin{matrix}0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&4&4&4\\0&1&0&1&4&17&17&17\\0&0&1&1&4&17&17&17\\1&0&0&1&4&17&17&17\end{matrix}
$$

- Formal codegrees: $[3_2,4,13,159,8268]$,
- Property: noncommutative,
- Categorification:

C.4. **Rank 9.** There are 83 integral 1-Frobenius, noncommutative Drinfeld rings of rank 9 with FPdim ≤ 10000. Copy-pastable data can be found in the file `1FrobR9NCd10000DataOnly.txt`, located in the `Data/Noncommutative` directory of [7].

References

[1] P. Bruillard, C.M. Ortiz-Marrero, *Classification of rank 5 premodular categories.* J. Math. Phys. 59 (2018), no. 1, 011702, 8 pp.

[2] S. Burciu, S. Palcoux, *Structure constants, Isaacs property and extended Haagerup fusion categories.* Comm. Algebra 53 (2025), no. 4, 1438–1452.

[3] M. Izumi, *A Cuntz algebra approach to the classification of near-group categories.* Proceedings of the 2014 Maui and 2015 Qinhuangdao conferences in honour of Vaughan F. R. Jones' 60th birthday, 222–343, Proc. Centre Math. Appl. Austral. Nat. Univ., 46, Austral. Nat. Univ., Canberra, 2017.

[4] M. Izumi, H. Kosaki, *Kac algebras arising from composition of subfactors: general theory and classification.* Mem. Amer. Math. Soc. 158 (2002), no. 750, 198 pp.

[5] Z. Liu, S. Palcoux, Y. Ren, *Triangular prism equations and categorification*, arXiv:2203.06522 (2022).

[6] Z. Liu, S. Palcoux, Y. Ren, *Classification of Grothendieck rings of complex fusion categories of multiplicity one up to rank six*. Lett. Math. Phys. 112 (2022), no. 3, Paper No. 54, 37 pp.

[7] S. Palcoux, *Fusion Categories Repository*, GitHub, https://github.com/sebastienpalcoux/Fusion-Categories/tree/main/IntegralPaper

M.A. Alekseyev, Department of Mathematics, George Washington University, Washington, DC, USA
Email address: maxal@gwu.edu

W. Bruns, Institut für Mathematik, Universität Osnabrück, 49069 Osnabrück, Germany
Email address: wbruns@uos.de

J. Dong, College of Mathematics and Statistics Nanjing University of Information Science and Technology Nanjing 210044, China
Email address: jcdong@nuist.edu.cn

S. Palcoux, Beijing Institute of Mathematical Sciences and Applications, Huairou District, Beijing, China
Email address: sebastien.palcoux@gmail.com
URL: https://sites.google.com/view/sebastienpalcoux