AUTOCALLABLE OPTIONS

PREMIÈRE ÉDITION

SÉBASTIEN HAAG

LIVRABLE I : AUTOCALLABLE OPTIONS

Nous étudions les caractéristiques d'un type spécifique d'options, connues sous le nom d'Autocallables, qui peuvent être automatiquement clôturées avant leur maturité si certaines conditions de barrière sont remplies concernant un ou plusieurs actifs sous-jacents.

Les institutions financières ont vu une hausse de l'utilisation des Produits Structurés pour la couverture et la spéculation clientèle au cours des deux dernières décennies. Développés par les équipes de structuration bancaire, ces instruments sont des agencements de divers produits financiers et incluent au moins un dérivé. Ils sont liés à un actif sous-jacent, qui pourrait être de diverses natures comme des actions ou des contrats à terme sur des matières premières.

Cependant, le sous-jacent est souvent relié à un indice boursier spécifique (tel que le CAC 40, SP 500, etc.). Ces produits sur mesure satisfont les besoins uniques des investisseurs, y compris les compagnies d'assurance et les banques privées. En dépit d'un ralentissement suite à la crise financière de 2008, les produits structurés se sont rétablis sur le marché grâce à des coupons attractifs malgré les taux d'intérêt bas.

Les options Autocallables sont très actives sur les échanges et sont un élément clé du marché des dérivés structurés, comme les certificats.

Dans le cas des titres financiers autocallables, certains produits dérivés émis sur le marché allemand ont capturé plus de 30 % de part de marché en 2008, notamment les certificats avec un unique sous-jacent (Single Express Certificates), tandis que d'autres comportaient plusieurs sous-jacents (Duo Express Certificates). Ces instruments financiers peuvent être mono ou multi-sous-jacents. L'appellation "autocallable" suggère qu'à l'instar des obligations remboursables classiques, ils peuvent être remboursés avant leur maturité. Toutefois, ils se distinguent par le fait que l'option autocallable peut être exercée automatiquement dès lors qu'une certaine condition de seuil liée à des dates d'observation spécifiques est remplie, nécessitant une action par l'émetteur de l'instrument. Pour illustrer davantage, l'instrument financier en question est régi par les moments d'observation suivants :

$$0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_N = T$$

Il est crucial de vérifier si le sous-jacent franchit un certain seuil. Si tel est le cas, l'acheteur de l'autocallable reçoit un flux de paiements constants prédéfinis (le payoff), et le certificat arrive à échéance. À l'inverse, si le seuil n'est pas atteint, l'instrument persiste jusqu'à la prochaine date d'observation, et ainsi de suite.

Dans certaines circonstances où une option autocallable survit jusqu'à sa maturité, le paiement est fonction de plusieurs facteurs sous-jacents et est généré selon la durée de vie de l'option. Ces options, considérées comme une variété d'options à barrière, ne possèdent pas une échéance prédéterminée. Au lieu de cela, leur 'maturité' correspond à la durée maximale pour laquelle l'option peut rester active.

L'évaluation de ces options autocallables s'effectue en se basant sur l'hypothèse que leur prix résulte du mouvement brownien géométrique corrélé, ce qui est un processus stochastique standard pour les actifs financiers. Les options autocallables, faisant partie d'une catégorie d'options variée, requièrent des méthodes d'évaluation sophistiquées comme la simulation de Monte Carlo pour déterminer leur valeur.

BÉNÉFICES DES OPTIONS AUTOCALLABLES

Ces instruments sont des produits structurés qui permettent des rendements fixes et une possibilité de remboursement anticipé du capital. Malgré les taux d'intérêt faibles, ils attirent les investisseurs grâce à des rendements plus attrayants que les taux standards, grâce à la combinaison de paiements élevés et d'un potentiel de rendement élevé grâce à une structure dénommée 'Phoenix'.

Le but est de calculer les prix pour deux variantes d'options Autocallables :

1. Les options Certificat à un ou plusieurs sous-jacents mentionnées auparavant.

2. L'option Phoenix et ses caractéristiques.

PHOENIX

Ce produit se caractérise par de multiples paramètres :

- Un sous-jacent S initialisé à S_0

- Un montant nominal Π_0

- Une maturité T

- Des moments d'observation $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_N = T$

- Une barrière supérieure B_{ph} , dénommée barrière Phoenix.

- Une barrière inférieure B_y, dénommée barrière Yéti.

- Un taux de coupon Yéti C_y

- Un taux de coupon Phoenix C_{ph}

- Une autre barrière inférieure B_{put} , dénommée barrière Put.

L'investisseur ajoute une option Put à la structure autocallable pour augmenter le rendement (et par conséquent le coupon Yéti), impliquant que le capital n'est plus protégé.

La récompense liée à ces instruments financiers est déterminée par la position du sous-jacent par rapport à certaines limites prédéfinies aux dates d'observation et à l'échéance. Le principe de fonctionnement de ce produit est expliqué ci-dessous :

1. Premièrement, si à un moment d'observation donné t_i , la valeur du sous-jacent dépasse le seuil Phoenix, le produit est alors rappelé : l'investisseur récupère son capital initial Π_0 ainsi qu'un paiement bonus dénommé coupon Phoenix.

2. Tant que l'option autocallable n'est pas exercée avant terme, deux situations peuvent se présenter : soit le sous-jacent se maintient entre les seuils prédéfinis de Yéti et de Phoenix, permettant ainsi à l'investisseur de bénéficier d'un paiement fixe connu sous le nom de coupon Yéti, soit la valeur du sous-jacent chute en dessous du seuil Yéti, et dans ce cas, l'investisseur ne reçoit pas de coupon.

3. Si l'option autocallable n'a pas été exercée prématurément, plusieurs scénarios sont possibles à l'échéance : Si le sous-jacent dépasse le seuil Phoenix, l'investisseur récupère son investissement initial et reçoit également un coupon Phoenix. Si le sous-jacent est entre les seuils de Yéti et de Phoenix, l'investisseur reçoit son investissement initial plus un coupon Yéti. Si le sous-jacent est entre les seuils de Put et de Yéti, l'investisseur obtient seulement son investissement initial. Enfin, si le sous-jacent est inférieur au seuil de Put, l'investisseur ne récupère pas l'intégralité de son investissement initial mais seulement la performance relative du sous-jacent durant la période considérée.

Nous visons à évaluer le coût de deux catégories d'options autocallables :

1. Les options certificat exposées précédemment, y compris leurs variantes.

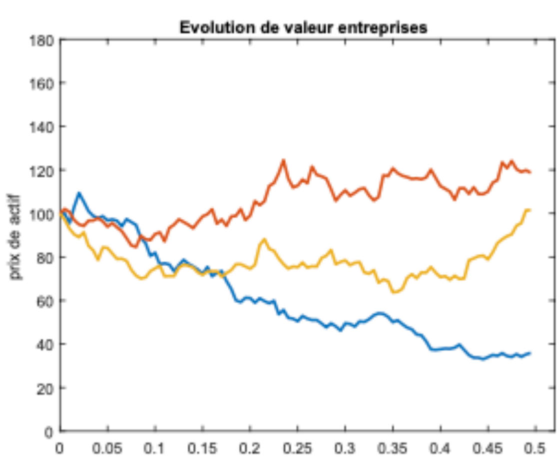
2. L'option Phoenix et ses réactivités.

Nos estimations s'appuient sur le modèle de Black et Scholes. Selon cette approche, l'évolution du prix de l'actif sous-jacent S, qui varie dans le temps t sur l'intervalle $[0,T]$, est décrite par le processus stochastique suivant :

$$dS_t = S_t(rdt + \sigma dW_t)$$

Le chemin d'un actif, selon le lemme d'Ito, est défini par un mouvement brownien géométrique :

$$S_{i+1} = S_i \exp\left((r - \frac{\sigma^2}{2})(t_{i+1} - t_i) + \sigma(W_{t_{i+1}} - W_{t_i})\right) = S_i \exp\left((r - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} \cdot N(0,1)\right), \quad i \leq N$$



Dans ces équations :

- W_t représente un mouvement brownien.

- σ est la volatilité de l'actif.

-$N(0,1)$ est une variable aléatoire suivant la distribution normale centrée réduite.

SPECIFICATIONS DU PROJET

Analyse Préliminaire : Option de Type Barrier Down-and-in Put.

L'option Barrier Down-and-in Put, également connue sous le nom de Put Down and In (PDI), est un type de contrat d'option qui offre à son détenteur le droit, mais pas l'obligation, de vendre un actif sous-jacent à une date ultérieure à un prix préétabli, à condition que l'actif ait atteint un certain seuil inférieur pendant la durée de l'option. Le coût de l'option est fonction du parcours de l'actif sous-jacent. Par conséquent, il est nécessaire de simuler N_{mc} trajectoires de prix de l'actif sous-jacent. La fonction de gain (pay-off) de l'option est exprimée comme suit :

$$\Phi(S) = \max(K - S(T), 0)$$

Pour le processus d'analyse, on choisit une discrétisation du temps de $0 = t_0$ à $t_N = T$ sur l'intervalle $[0, T]$.

Simuler un grand nombre N_{mc} de trajectoires de l'actif sous-jacent $\{S_k(t_i)\}_{i=0}^{N}$ sur l'intervalle [0, T]. Chaque chemin est une suite $S_k(t_i)$, avec $i = 0, \ldots, N$ et $k = 1, \ldots, N_{mc}$.

- Soit $S_k(T)$, $k = 1$ au moment de départ de l'option (à $t = 0$).

- Vérifier à chaque instant t_i, si $S_i(t_i)$ touche la barrière B. Si à un instant t_i, $S(t_i) \leq B$, l'option est activée et le pay-off est $\Phi(S) = \max(K - S(T), 0)$.

- Si $S(t_i) > B$ pour tout t_i, le contrat n'a jamais été activé et le pay-off est nul, donc $\Phi(S_k(T)) = 0$.

- Évaluer pour chaque chemin k le prix de l'actif sous-jacent $\{S_k(t_i)\}_{i=0}^{N}$ avec la condition initiale $S_0 > B$.

- Calculer la moyenne empirique de $\Phi(S_k(0))$, pour $k = 1, \ldots, N_{mc}$ et en déduire une estimation du prix de l'option.

- Tracer le graphique S_0 contre $\Phi(t = 0, S_0)$.

- Prix initial de l'option $S_0 = 100$

- Valeur initiale de l'actif $S_0 = 100$

- Valeur du strike $K = 100$

- Taux d'intérêt $r = 0.04$

- Volatilité $\sigma = 0.3$

- Valeur de la barrière $B = 80$

- Maturité $T = 5$

Etude des Grecques

- Le Delta Δ d'une option européenne est approché par les Différences Finies :

$$\Delta \approx \frac{V(S+h) - V(S-h)}{2h}$$

- À $t = 0$, le Delta est calculé par :

$$\Delta(S_0,0) = e^{-rT}\left[\frac{\Phi(S^+(T)) - \Phi(S^-(T))}{2h}\right]$$

- Où $S^+(t)$ et $S^-(t)$ sont des trajectoires de l'actif qui commencent respectivement à $S_0 + h$ et $S_0 - h$, avec :

$$- S^+(i+1) = S^+(i)\exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\cdot g_i\right), \quad S_0^+ = S(0) + h$$

$$- S^-(i+1) = S^-(i)\exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\cdot g_i\right), \quad S_0^- = S(0) - h$$

Où h est un petit nombre.

La Gamma d'une option européenne peut être estimée par les Différences Finies :

$$\Gamma \approx \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \approx \frac{V(S+h) - 2V(S) + V(S-h)}{h^2}$$

Au temps initial $t = 0$, Gamma est donné par :

$$\Gamma(S_0,0) = e^{-rT}\mathbb{E}\left[\frac{\Phi(S^+(T)) - 2\Phi(S(T)) + \Phi(S^-(T))}{h^2}\right]$$

où $S^+(t)$ et $S^-(t)$sont des actifs qui commencent à $S_0 + h$ et $S_0 - h$, respectivement.

On calcule Delta par simulation pour un grand nombre de paires de chemins, utilisant le même petit nombre h et le même ensemble de nombres aléatoires pour S^+ et S^-.

On évalue ensuite la moyenne empirique de Δ pour estimer la valeur de Delta, en prenant en compte que $S(t_{i+1})$ doit être beaucoup plus petit que la barrière B.

- Dessiner le graphique de S_0 contre $\Delta(t = 0, S_0)$.

Option Autocallable Univariée : Certificats

Le pay-off actualisé d'une option autocallable univariée est défini par :

$$\Phi(S_1, \ldots, S_N) = \begin{cases} e^{-(r(t_N - t_0))} Q & \text{si } S_i/S_{ref} < B \leq S_i/S_{ref}, \forall j < i, \\ e^{-(r(t_N - t_0))} \cdot (g(S_N/S_{ref})) & \text{si } S_i/S_{ref} < B \quad \text{pour } i = 1, \ldots, N \end{cases}$$

où Q représente le gain anticipé et $g(S_N/S_{ref})$ est le gain fonction de la performance finale S_N/S_{ref} par rapport à la barrière B.

La valeur $V(S_0, t_0)$ d'une telle option, à l'instant courant t_0, est donnée par son gain actualisé :

$$V(S_0, t_0) = \mathbb{E}[\Phi(S_1, \ldots, S_N)]$$

L'estimateur de Monte Carlo standard pour $V(S_0, t_0)$ est calculé en échantillonnant une séquence de réalisations $\{S_k(1), \ldots, S_k(N)\}_{k=1}^{N_{mc}}$ et en approximant $V(S_0, t_0)$ par la moyenne des gains :

$$V(S_0, t_0) = \frac{1}{N_{mc}} \sum_{k=1}^{N_{mc}} \Phi(S_k(1), \ldots, S_k(N))$$

INSTRUCTIONS POUR LES OPTIONS AUTOCALLABLES ET MULTIVARIÉES

Option Autocallable Simple:

Évaluez le prix de l'option autocallable pour une valeur initiale de l'actif de $S_0 = 350$.

Dessinez le graphique montrant la relation entre la valeur initiale S_0 et la valeur de l'option $V(S_0, t_0)$.

Calculez et illustrez graphiquement le Delta de l'option en fonction de S_0.

Données Fournies :

- Nombre d'observations: $N = 5$ avec t_i spécifiés.

- Valeur initiale de l'actif: $S_0 = 350$.

- Taux d'intérêt: $r = 0.04$.

- Volatilité: $\sigma = 0.3$.

- Pay-off et remboursements anticipés spécifiés par Q_i.

- Valeur de référence: $S_{ref} = 400$.

- Coupon de remboursement: $q(s) = 100 \cdot s$.

- Valeur de barrière: $B = 1$.

Option Autocallable Multivariées :

Déterminez le prix pour $S_0^{(1)} = 350$ et $S_0^{(2)} = 700$.

Tracez le graphique reliant $(S_0^{(1)}, S_0^{(2)})$ à $V(S_0^{(1)}, S_0^{(2)}, t_0)$.

Calculez et représentez le Delta multivarié en fonction de $(S_0^{(1)}, S_0^{(2)})$.

Données Fournies :

- Nombre d'observations: $N = 5$ avec t_i spécifiés.

- Valeurs initiales de l'actif: $S_0^{(1)} = 350, S_0^{(2)} = 700$.

- Taux d'intérêt: $r = 0.04$.

- Corrélation: $\rho = 0.5$.

Modélisation des Trajectoires d'Actifs :

Pour un actif S, la trajectoire est modélisée par l'équation différentielle stochastique suivante:

$$S_{i+1} = S_i \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} B_{\Delta t}\right), \quad i \leq N$$

où $B_{\Delta t}$ représente un mouvement brownien, et pour deux actifs corrélés $S^{(1)}$ et $S^{(2)}$:

$$B_t^{(1)} = W_t^{(1)}$$

$$B_t^{(2)} = \rho W_t^{(1)} + \sqrt{1-\rho^2} W_t^{(2)}$$

Pay-off de l'Option Autocallable Univariée :

Le pay-off actualisé est donné par la formule:

$$\Phi(S_1, \ldots, S_N) = \begin{cases} e^{-r(t_N - t_0)} Q_i & \text{si } \frac{S_i}{S_{ref}} < B \text{ et } \frac{S_j}{S_{ref}} \geq B \text{ pour tout } j < i, \\ e^{-r(t_N - t_0)} g\left(\frac{S_N}{S_{ref}}\right) & \text{si } \frac{S_i}{S_{ref}} < B \text{ pour tout } i \end{cases}$$

où $g(\cdot)$ est une fonction de remboursement dépendant de la performance finale de l'actif par rapport à sa valeur de référence et Q_i représente le gain anticipé.

LIVRABLE II : OPTION PHOENIX

Pricing de l'Option Phoenix

Le pay-off de l'option Phoenix est structuré comme suit :

$$\Phi(S_1, \ldots, S_N) = \sum_{i=1}^{N-1} e^{-r(t_i - t_0)} \cdot (I_0 + C_{\mathrm{PH}}) \cdot \mathbf{1}_{\{S_i > B_{\mathrm{PH}}\}} + \sum_{i=1}^{N-1} e^{-r(t_i - t_0)} \cdot C_Y \cdot \mathbf{1}_{\{\max_{j=1,\ldots,i-1} S_j < B_{\mathrm{PH}}\}} \cdot \mathbf{1}_{\{S_i > B_Y\}} + e^{-r(t_N - t_0)} \cdot (I_0 + C_{\mathrm{PH}}) \cdot \mathbf{1}_{\{\max_{j=1,\ldots,N-1} S_j < B_{\mathrm{PH}}\}} + e^{-r(t_N - t_0)} \cdot \max\left(K - \frac{S_N}{S_0}, 0\right) \cdot \mathbf{1}_{\{\max_{j=1,\ldots,N-1} S_j < B_{\mathrm{PH}}\}} \cdot \mathbf{1}_{\{S_N < B_{\mathrm{Put}}\}}$$

Une autre version du pay-off pour $S_N < B_{Put}$ est :

$$e^{-r(t_N - t_0)} \cdot \frac{S_N}{S_0} \cdot \mathbf{1}_{\{\max_{j=1,\ldots,N-1} S_j < B_{\mathrm{PH}}\}} \cdot \mathbf{1}_{\{S_N < B_{\mathrm{Put}}\}}$$

Étude de Phénomènes

Les barrières sont proportionnelles à S_0.

Calculez le prix de l'option pour $S_0 = 100$ en utilisant les deux structures de pay-off.

Tracez le graphique illustrant la relation entre S_0 et $V(S_0, t_0)$pour les deux structures de pay-off.

Les barrières sont fixées : $B_{PH} = 120$, $B_Y = 80$, $B_{Put} = 70$.

Calculez le prix de l'option pour $S_0 = 100$ avec ces barrières fixes et tracez le graphique correspondant.

Utilisez les données suivantes pour vos calculs :

- Volatilité $\sigma_1 = 0.3$, $\sigma_2 = 0.4$.

- Pay-off et remboursement anticipé Q_i spécifiés.

- Valeur de référence $S^1_{ref} = 400$, $S^2_{ref} = 800$.

- Coupon de remboursement $q(s_1, s_2) = 100 \cdot \min(s_1, s_2)$.

- Valeur de la Barrière $B = 1$.

Données pour l'Évaluation de l'Option Phoenix

Cas 1 :

- Investissement initial (I_0) : 100% du montant investi.

- Maturité (T) : entre 5 et 10 ans.

- Fréquence d'observation (Δt) : annuelle.

- Barrière Phoenix (B_{PH}) : 120% de S_0.

- Coupon Phoenix (C_{PH}) : 10% de I_0.

- Barrière Yéti (B_Y) : 80% de S_0.

- Coupon Yéti (C_Y) : 5% de I_0.

- Barrière Put (B_{Put}) : 70% de S_0.

- Prix d'exercice de l'option Put Down and In (K) : 100% de S_0.

- Prix initial de l'actif (S_0) : 100.

- Volatilité (σ) : 0.3.

- Taux sans risque (r) : 2% par an.

Cas 2 :

- Les mêmes données que dans le cas 1, mais avec des valeurs ajustées pour la barrière Phoenix, le coupon Phoenix, la barrière Yéti, et la barrière Put.

Sensibilité aux Paramètres de l'Option Phoenix

a) Sensibilité aux coupons :

Tracez le graphique reliant le coupon Phoenix (C_{PH}) à la valeur de l'option (V).

Faites de même pour le coupon Yéti (C_Y).

b) Sensibilité aux barrières :

Tracez le graphique reliant la barrière Phoenix (B_{PH}) à la valeur de l'option (V).

Faites de même pour la barrière Yéti (B_Y) et la barrière Put (B_{Put}).

Sensibilité aux Paramètres du Marché

L'analyse d'un produit financier doit inclure un examen de la sensibilité de la valeur de l'option aux variations des paramètres du marché. Cela implique le calcul des grecques pour évaluer l'impact des changements de marché sur le prix de l'option, pour déterminer si le produit est adéquat ou non pour intégration dans une stratégie d'investissement donnée.

Instructions pour l'évaluation d'options financières et la mesure du risque

Cas d'étude :

Étude de deux cas où les barrières sont exprimées soit en pourcentage du spot, soit en termes de valeurs fixes.

Graphiques de sensibilité :

- **Delta :** Tracez le graphique de la relation entre le prix spot (S_0) et le Delta de l'option pour les barrières fixes.

- Gamma : Tracez le graphique de la relation entre le prix spot (S_0) et le Gamma de l'option pour les barrières fixes.

- Vega : Tracez des graphiques pour Vega en fonction de S_0 pour des barrières fixes.

Instructions spécifiques pour tracer des graphiques :

- La valeur de l'option (V) en fonction de S_0, T, et r (le taux sans risque), pour un prix spot initial (S_0) de 100.

- La sensibilité de l'option par rapport à S_0 pour Delta, Gamma et Vega, avec des barrières fixes spécifiées.

Value at Risk (VaR)

La VaR répond à l'affirmation que la probabilité de ne pas perdre plus que la VaR euros sur les T prochains jours est de 90%.

Simuler les pay-offs aléatoires de l'option Phoenix et tracer la fonction de répartition de $V_T - V_0$.

- Marquer la VaR sur le graphique de la fonction de répartition pour $\alpha = 10\,\%$ et $\alpha = 1\,\%$.

Vérification de l'algorithme :

Vérifier que l'algorithme d'ordonnancement donne le même résultat que la méthode utilisée pour la fonction de répartition.

Annexe : Quantile

Définissons le quantile par x_α. Lorsque la fonction de distribution cumulative est strictement croissante, la relation $F_X(x_\alpha) = \alpha$ est vraie. Voici la procédure à suivre :

Considérez un échantillon $X_1, X_2, \ldots, X_{N_{mc}}$ de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées selon la variable aléatoire X avec la fonction de distribution F_X.

Ordonnez cet échantillon de sorte que $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \ldots \leq X_{(N_{mc})}$.

La fonction de distribution empirique basée sur cet échantillon est donnée par $F_X(x) = \frac{1}{N_{mc}} \sum_{i=1}^{N_{mc}} \mathbf{1}_{X_i \leq x}$, pour tout x réel.

Déterminez un indice k tel que $\frac{k-1}{N_{mc}} < \alpha \leq \frac{k}{N_{mc}}$. On cherche x_α tel que $F_X(x_\alpha) = P(X \leq x_\alpha) = \alpha = \frac{k}{N_{mc}}$.

Pour un x_α réel, $F_X(x_\alpha)$ est la proportion des observations dans l'échantillon qui sont inférieures ou égales à $F_X(x_\alpha) = P(X \leq x_\alpha) = \alpha = \frac{k}{N_{mc}}$.

De là, on déduit que la Value at Risk (VaR) est égale à $X_{(k)}$.

Par conséquent, $VAR = X_{(k)}$ où k satisfait $k - 1 < N_{mc} \cdot \alpha \leq k$.

Algorithme pour le calcul du quantile :

Définissez une fonction `**Quantile(α)**` qui simule un échantillon X et l'ordonne.

Calculez l'indice $k = \text{Int}[N_{mc} \cdot \alpha]$.

Trouvez le quantile $x_\alpha = X_{(k)}$.

BIBLIOGRAPHIE

1. M. Bouzoubaa,& Osseiran, A. (2010). Exotic Options and Hybrids: A Guide to Structuring, Pricing and Trading. John Wiley & Sons.

2. Classerman, P. (2004). Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Springer.

3. Alm, T., et al. (2013). A Monte Carlo pricing algorithm for autocallables that allows for stable differentiation. The Journal of Computational Finance, 17(1), 43-70.

4. TEAMS Projects MF. (2023). Code de l'équipe TEAMS Projects MF -22-23 est …

Ce travail d'analyse et d'évaluation des options financières, ainsi que l'étude approfondie de la Value at Risk, a été une entreprise solitaire qui a non seulement renforcé mes compétences analytiques, mais m'a également offert un immense plaisir et satisfaction intellectuelle. Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à Mme Kortchemski, enseignante émérite du pôle mathématiques à CY Tech, dont les orientations pédagogiques et l'expertise ont été inestimables tout au long de ce projet. Son aide, alliant rigueur et clarté, a grandement facilité mon parcours à travers les complexités des mathématiques financières. L'opportunité d'explorer ce domaine sous sa tutelle a été non seulement éducative mais aussi extrêmement passionnante, nourrissant davantage ma curiosité et mon appétence pour les applications mathématiques dans le monde de la finance.