10. Calculați puterea activă și puterea reactivă în cazul mișcării oscilatorii forțate în prezența amortizării, în regim staționar.

a) Puterea activă

$$\left.\begin{aligned} P_a &= \frac{dL}{dt} = L'(t) \\ dL &= F\,dx \end{aligned}\right\} \Rightarrow P_a = F\frac{dx}{dt} = F x'(t) = F\dot{x}(t) = F v(t)$$

$$P_a = \overline{Fv} = \frac{1}{T}\int_0^T F v\, dt. \qquad T = \frac{2\pi}{\Omega}$$

$$\frac{1}{T} F_0 \int_0^T \cos(\Omega t)(-B)\Omega \cos(\Omega t + \beta)\, dt =$$

$$= -\frac{F_0 B \Omega}{T}\int_0^T \cos\Omega t \cdot \cos(\Omega t + \beta)\, dt =$$

$$= -\frac{F_0 B \Omega}{2T}\int_0^T \cos(2\Omega t + \beta) + \cos\beta\, dt =$$

$$= -\frac{F_0 B \Omega}{2T} T \sin\beta =$$

$$= -\frac{F_0 B \Omega \sin\beta}{2} \Rightarrow P_a = -\frac{F_0 B \Omega \sin\beta}{2}$$

b) Puterea reactivă

$$P_r = \overline{F_r \cdot v} = -r\overline{v^2} = -2bm\overline{v^2} = -\frac{2bm}{T}B^2\Omega^2\int_0^T \sin^2(\Omega t + \beta)\, dt = -\frac{2bm}{T}B^2\Omega^2\int_0^T \sin^2(\Omega t + \beta)\, dt =$$

$$= -\frac{2bm}{T}B^2\Omega^2\int_0^T \frac{1 - \cos(2\Omega + 2\beta)}{2}\, dt =$$

$$= -bmB^2\Omega^2 = bmB\Omega\frac{F_0 \sin\beta}{2bm} =$$

$$= \frac{B\Omega F_0 \sin\beta}{2} \Rightarrow P_r = \frac{F_0 B \Omega \sin\beta}{2}$$