9. Obținetі elongația, viteza și accelerația în mișcarea oscilatorie forțată în prezența amortizării, în regim staționar. Prezentați fenomenul de rezonanță

$$m\vec{a} = \vec{F_e} + \vec{R} + F_0 \cos \Omega t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \cos \Omega t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos \Omega t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega^2 x = \frac{F_0}{m}\cos \Omega t$$

$$b = \frac{r}{2m}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$x_p(t) = B\cos(\Omega t + \beta)$$

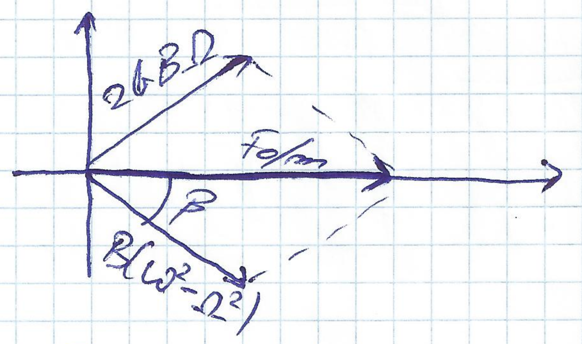
$$\dot{x}_p(t) = -B\Omega\cos(\Omega t + \beta) = B\Omega\cos(\Omega t + \beta + \frac{\pi}{2})$$

$$\ddot{x}_p(t) = -B\Omega^2\cos(\Omega t + \beta)$$

$$-B\Omega^2\cos(\Omega t + \beta) + 2bB\Omega\cos(\Omega t + \beta) + \omega^2 B\cos(\Omega t + \beta)$$

$$\Rightarrow B(\omega^2 - \Omega^2)\cos(\Omega t + \beta) + 2bB\Omega\cos(\Omega t + \beta) =$$

$$= \frac{F_0}{m}\cos \Omega t$$



$$\frac{F_0}{m} = B\sqrt{4b^2\Omega^2 + (\omega^2 - \Omega^2)^2} \Rightarrow B = \frac{F_0}{m\sqrt{4b^2\Omega^2 + (\omega^2 - \Omega^2)^2}}$$

$$tg\,\beta = \frac{-2b\Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$$

$$f(\Omega^2) = 4b^2\Omega^2 + (\omega^2 - \Omega^2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(\Omega^2) = \Omega^4 + \Omega^2\, 2(2b^2 - \omega^2) + \omega^4$$

$$\cancel{\Delta = 16b^4 - 16b^2\omega^2}$$

$$\cancel{\Omega^2_{min} = -\frac{\Delta}{4} = 4b^2\omega^2 + 4b^4}$$

$$\Omega^2_{min} = \omega^2 - 2b^2 = \Omega^2_{rezonanta}$$

$$B(\Omega^2_{rezonanta}) = \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega^2-\omega^2+2b^2)^2+4b^2(\omega^2-2b^2)}} =$$

$$= \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{4b^2\omega^2-4b^4}} = \frac{F_0}{m2b\sqrt{\omega^2-b^2}} = B_{max}$$

$$B_{max} = \frac{F_0}{2bm\omega\sqrt{1-\frac{b^2}{\omega^2}}}$$

- Cazul static $\quad B(\Omega=0) = B_{static} = \frac{F_0}{m\omega^2}$

$$\frac{B_{max}}{B_{static}} = \frac{\omega}{2b\sqrt{1-\frac{b^2}{\omega^2}}}$$