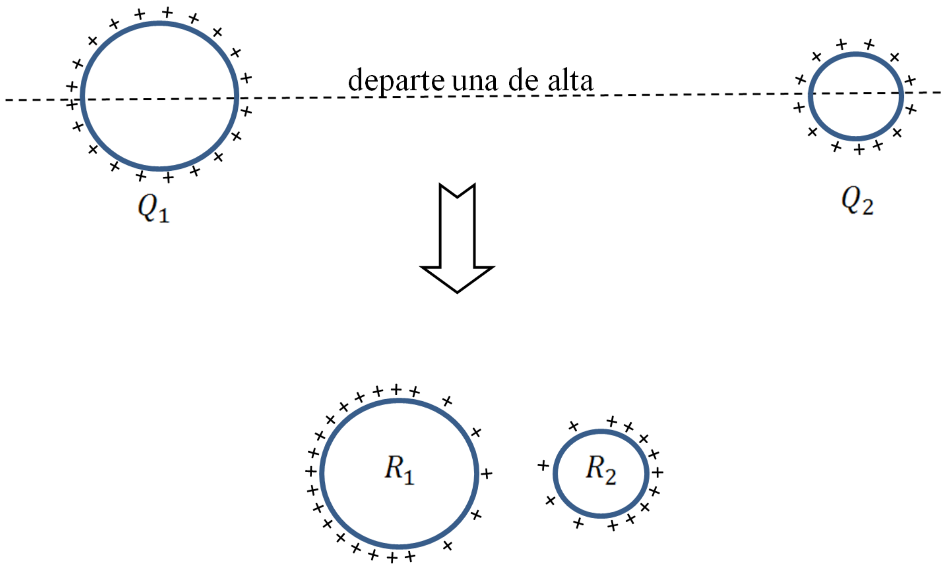
Distribuţia sarcinii pe suprafaţa conductorilor metalici la echilibru electrostatic. "Puterea vârfurilor"

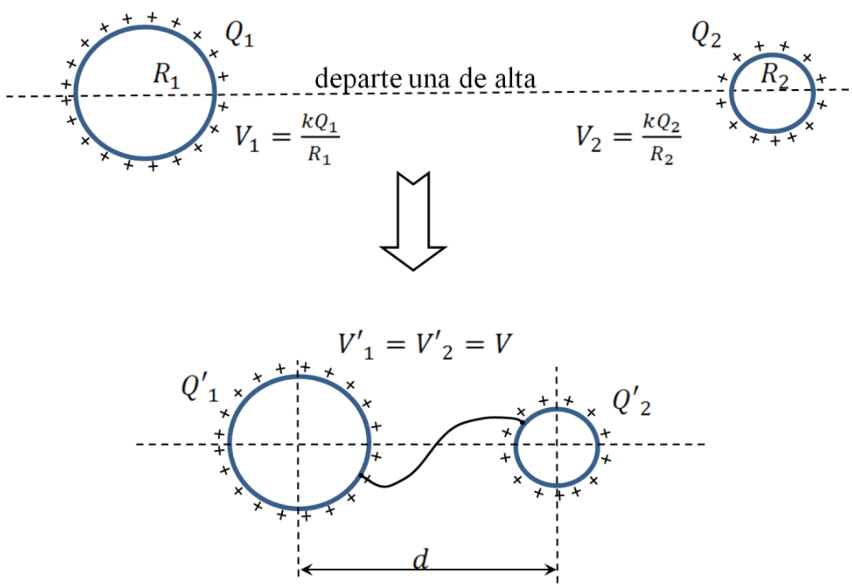


Ne vom referi la un metal fără cavităţi. Am văzut că sarcina se distribuie numai pe suprafaţa metalului la echilibru electrostatic. Potenţialul metalului este constant iar câmpul este nul în interior. În vecinătatea din exterior a suprafeţei metalului câmpul este perpendicular local pe suprafaţă. Cât de multă sarcină se distribuie în diversele zone ale suprafeţei depinde de forma concretă a conductorului. Vom ilustra calitativ acest lucru analizând un caz concret pentru care putem să facem câteva calcule. Să presupunem că avem două sfere metalice cu razele R_1 şi R_2 electrizate pozitiv cu sarcinile $Q_1 > 0$ şi $Q_2 > 0$. Fie $R_1 > R_2$. Dacă bilele ar fi foarte departe una de alta (distanţa dintre ele să fie mult mai mare decât dimensiunea oricăreia dintre ele) atunci câmpul creat de una din ele în zona în care se găseşte cealaltă ar fi neglijabil şi sarcinile s-ar distribui uniform pe suprafaţa fiecăreia. În acest caz potenţialul fiecărei bile este determinat doar de sarcina care se găseşte pe suprafaţa ei iar câmpul din vecinătatea suprafeţei este perpendicular local pe suprafaţă în fiecare punct având modulul constant. Când am analizat câmpul şi potenţialul unei distribuţii superficiale uniforme de sarcină electrică dispusă pe o suprafaţă sferică am găsit că în interiorul distribuţiei câmpul este zero (rezultat contraintuitiv) iar în exteriorul distribuţiei câmpul este identic cu cel pe care l-ar crea toată sarcina dacă ar fi plasată în centrul sferei. Potenţialul electric este constant în interiorul distribuţiei iar în exterior este identic cu cel pe care l-ar crea toată sarcina dacă ar fi plasată în centrul sferei. Bila 1 are sarcina Q_1 distribuită uniform pe suprafaţa sa şi putem să folosim rezultatele de care am vorbit mai sus pentru a scrie expresiile câmpului şi potenţialului în diverse puncte. Astfel, în interiorul bilei câmpul este zero, câmpul din vecinătatea din exterior a suprafeţei are modulul $\left|\vec{E}_{s1}\right| = \frac{k\left|Q_1\right|}{R_1^2}$ iar în exteriorul bilei, la distanţa r de centrul acesteia, câmpul are modulul $\left|\vec{E}_1\right| = \frac{k\left|Q_1\right|}{r^2}$ (expresia pentru câmpul creat de o sarcină punctiformă). Potenţialul bilei (în interior şi pe suprafaţă) este $V_1 = \frac{k\left|Q_1\right|}{R_1}$ iar în exterior are expresia $\frac{k|Q_1|}{r}$. Expresiile sunt similare pentru cealaltă bilă, schimbând indicele 1 cu 2. Acum să ne imaginăm că apropiem bilele una de alta până la o distanţă pentru care câmpul creat de sarcina de pe una din ele în zona în care se găseşte cealaltă începe să devină semnificativ. În figura de mai jos am desenat bilele în cele două ipostaze, partea de sus a desenului arată bilele îndepărtate şi cea de jos bilele apropiate. Câmpul produs de sarcina de pe o bilă în zona în care se găseşte cealaltă determină redistribuirea sarcinii. De exemplu, câmpul produs de $Q_1 > 0$ în zona în care se găseşte bila 2 este orientat spre dreapta. Acest câmp acţionează spre stânga asupra mării de electroni din bila 2 şi are loc, după cum ştim, o reanjare a sarcinii pe suprafaţa bilei 2 până când se ajunge la echilibru electrostatic şi câmpul total din interiorul bilei 2 se va anula. După atingerea stării de echilibru electrostatic potenţialul bilei 2 depinde de sarcinile de pe ambele bile şi de distanţa dintre ele. Înainte de apropierea bilelor sarcina era distribuită uniform pe suprafeţele lor. După apropierea lor, în partea stângă a bilei 2 va fi mai puţină sarcină pozitivă decât în partea ei dreaptă deoarece sarcina s-a rearanjat (s-au deplasat electronii liberi spre stânga făcând partea stângă mai puţin pozitivă decât era iar locurile din dreapta, de unde au plecat, au devenit pozitive şi împreună cu sarcina pozitivă care era deja acolo au determinat ca partea dreaptă a bilei să fie mai pozitivă decât era înainte). Evident că sarcina totală de pe bila 2 nu s-a modificat dar s-a rearanjat. Această rearanjare este ilustrată în figură prin reprezentarea mai multor plusuri pe partea dreaptă a bilei 2 decât pe partea stângă a ei. În mod similar, se va rearanja şi sarcina de pe bila 1 sub influenţa câmpului creat de sarcina de pe bila 2 astfel încât după ce se ajunge la echilibru electrostatic bila 1 va avea mai multă sarcină pozitivă în partea stângă decât în dreapta. Privind la desen am fi tentaţi să spunem că la apropierea bilelor ″plusurile″ s-au respins şi s-au deplasat, îngrămădindu-se spre marginile extreme ale bilelor dar ştim că nucleele nu se pot deplasa. Electronii sunt cei care s-au deplasat sub influenţa câmpurilor electrice. Dacă bilele ar fi fost încărcate negativ atunci ″minusurile″ chiar s-ar fi deplasat pentru că ele reprezintă electroni. Să observăm că atunci când bilele erau foarte departe una de alta, potenţialul uneia dintre ele depindea numai de sarcina ei (cealaltă era prea departe şi influenţa ei asupra primeia era neglijabilă). Acum, însă, când sunt aproape una de alta influenţele reciproce nu mai pot fi neglijate. Sarcina de pe fiecare din ele s-a reaşezat iar potenţialul uneia depinde şi de sarcina şi poziţia celeilalte. Câmpul este zero în interiorul ambelor bile, ca şi atunci când erau departe una de alta, dar potenţialele şi distribuţia sarcinilor s-au schimbat. Sarcina s-a reaşezat pe suprafeţele celor două bile în aşa fel încât după ce au ajuns la echilibru electrostatic câmpul rezultant creat de sarcina de pe ambele să fie zero în interiorul amândorura. Potenţialul într-un punct arbitrar P din bila 1, de exemplu, este dat de suma potenţialelor create de cele două sarcini $Q_1 > 0$ şi $Q_2 > 0$ în acel punct. Bila 1 este un sistem echipotenţial ceea ce înseamnă că această sumă are aceeaşi valoare oriunde ar fi situat punctul P în interiorul sau pe suprafaţa bilei 1. La fel se poate judeca despre bila 2 care este de asemenea un sistem echipotenţial dar suma (potenţialul) poate să aibă altă valoare. Dacă ar fi să ne referim la două metale electrizate, de formă arbitrară, putem acum să înţelegem calitativ ce se petrece când cele două metale se apropie unul de altul. Când sunt la distanţă foarte mare unul de altul câmpul este zero în interiorul lor, sarcina este distribuită pe suprafaţa lor într-un anumit mod şi fiecare are un potenţial care depinde de sarcina lui, neinfluenţat de sarcina de pe celălalt. Când le aducem aproape unul de altul sarcinile se redistribuie pe suprafeţele lor astfel încât într-un mod ″miraculos″ câmpul rezultant produs de ele să fie zero oriunde în interiorul ambelor metale şi potenţialul produs de ele să dea aceeaşi valoare în orice punct din interiorul şi de pe suprafaţa fiecărui metal (potenţialele celor două metale sunt diferite dar pot fi şi egale dacă, de exemplu, au aceeaşi sarcină iar forma şi aşezarea lor sunt simetrice).

În continuare să unim cele două bile electrizate cu un conductor metalic subţire astfel încât să putem neglija sarcina care se distribuie pe suprafaţa lui. Bilele împreună cu conductorul de legătură reprezintă acum un nou conductor care este un sistem echipotenţial la echilibru electrostatic. Are loc un transfer de sarcină (electroni) între cele două bile, prin intermediul conductorului de legătură, până când sistemul ajunge la echilibru electrostatic. În final, cele două bile şi conductorul de legătură vor avea acelaşi potenţial. Sarcina s-a redistribuit ca urmare a contactului. Să notăm cu $Q_1^{'}$ şi $Q_2^{'}$ sarcinile care se vor găsi pe suprafeţele celor două bile după stabilirea echilibrului electrostatic. Principiul conservării sarcinii ne spune că suma lor este egală cu suma sarcinilor Q_1 şi Q_2 înainte de conectare (neglijăm sarcina de pe suprafaţa conductorului de legătură). Distribuţia sarcinilor pe suprafeţele bilelor depinde de distanţa dintre ele. Dacă ar fi la distanţă foarte mare una de alta sarcina s-ar distribui uniform iar potenţialul unei bile va fi determinat doar de sarcina ei. Dacă aducem bilele din ce în ce mai aproape una de alta atunci sarcina s-ar distribui din ce în ce mai neuniform pe suprafaţa lor şi potenţialul uneia depinde din ce în ce mai mult de poziţia şi sarcina celeilalte. Pentru a face o analiză aproximativă cantitativă a câmpurilor, sarcinilor şi potenţialelor vom considera că bilele sunt situate la o distanţă d "nici prea mare, nici prea mică" (suficient de mică astfel încât potenţialul unei bile să fie influenţat de sarcina de pe cealaltă şi, suficient de mare astfel încât sarcinile $Q_1^{'}$ şi $Q_2^{'}$ să fie distribuite aproximativ uniform pe suprafeţele lor). Cu aceste consideraţii vom putea face calculele mai uşor. Chiar dacă soluţiile nu sunt exacte ele ne vor ajuta să înţelegem o idee de bază legată de distribuţia sarcinilor. În figura de mai jos sunt reprezentate schematic cele două bile înainte şi după conectarea lor. Principiul conservării sarcinii şi principiul superpoziţiei aplicate sistemului de bile conectate ne conduc la următoarele relaţii:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 \\ V'_1 = \frac{kQ'_1}{R_1} + \frac{kQ'_2}{d} \\ V'_2 = \frac{kQ'_2}{R_2} + \frac{kQ'_1}{d} \end{cases} \qquad (1)$$

Potenţialul în centrul bilei 1 este determinat de *ambele sarcini* Q'_1 şi Q'_2. Dacă sarcina Q'_1 este distribuită uniform pe suprafaţa bilei ea creează, după cum ştim, un potenţial constant în interiorul şi pe suprafaţa bilei dat de expresia $\frac{kQ'_1}{R_1}$. Dacă nu ar fi distribuită uniform atunci în centrul bilei potenţialul creat de Q'_1 ar rămâne în continuare $\frac{kQ'_1}{R_1}$ pentru că chiar dacă nu este distribuită uniform distanţa de la orice zonă punctiformă de pe suprafaţă până la centru este aceeaşi, R_1, şi suma termenilor de tip $\frac{k\Delta Q}{R_1}$ dă



tot valoarea $\frac{kQ'_1}{R_1}$. Însă în alte puncte decât centrul bilei potenţialul creat de sarcina distribuită neuniform nu ar mai avea valoarea $\frac{kQ'_1}{R_1}$. Sarcina Q'_2 creeză în centrul bilei 1 potenţialul $\frac{kQ'_2}{d}$ numai dacă este distribuită uniform pe suprafaţa bilei 2 (ne amintim că o distribuţie superficială uniformă sferică generează într-un punct din afara distribuţiei un potenţial identic cu cel pe care l-ar crea în acelaşi punct toată sarcina condensată în centrul sferei, adică ar avea expresia dată de potenţialul creat de o sarcină punctiformă). Dacă Q'_2 nu este distribuită uniform atunci potenţialul creat *de ea* în centrul bilei 1 nu mai este $\frac{kQ'_2}{d}$. Noi lucrăm în ipoteza că ambele sarcini sunt distribuite uniform dar am văzut că de fapt nu este chiar aşa şi rezultatul va fi unul aproximativ. Calculând în acest mod potenţialul V'_1creat de sarcinile Q'_1 şi Q'_2 în centrul bilei 1 şi ţinând cont de faptul că bila este un sistem echipotenţial la echilibru electrostatic rezultă că în toate punctele din interiorul şi de pe suprafaţa bilei 1 potenţialul are valoarea V'_1 dată de a doua relaţie din sistemul (1). În mod similar putem judeca despre centrul bilei 2 rezultând că în toate punctele din interiorul şi de pe suprafaţa bilei 2 potenţialul are valoarea V'_2 dată de a treia relaţie din sistemul (1). Dar cele două potenţiale sunt egale deoarece bilele sunt conectate şi, împreună cu conductorul de legătură formează un sistem echipotenţial la echilibru electrostatic. Să notăm cu V potenţialul comun astfel încât $V'_1 = V'_2 = V$. Egalând cele două potenţiale în sistemul (1) obţinem:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 \\ \frac{kQ'_1}{R_1} + \frac{kQ'_2}{d} = \frac{kQ'_2}{R_2} + \frac{kQ'_1}{d} \end{cases} \qquad (2)$$

Aceste relaţii ne permit să calculăm sarcinile Q'_1 şi Q'_2 pe care le capătă bilele după conectare în funcţie de sarcinile pe care le-au avut înainte de conectare. Simplificând prin k a doua relaţie şi rearanjând termenii rezultă:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 \\ Q'_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{d}\right) = Q'_2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{d}\right) \end{cases} \qquad (3)$$

Substituim pe Q'_2 din a doua relaţie în (3)

$$Q'_2 = Q'_1 \frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{d}}{\frac{1}{R_2} - \frac{1}{d}} \qquad (4)$$

şi introducem expresia în prima relaţie din (3):

$$Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_1 \frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{d}}{\frac{1}{R_2} - \frac{1}{d}} \qquad (5)$$

Rezultă

$$Q'_1 = \left(Q_1 + Q_2\right)\frac{1}{1+\frac{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}}} = \left(Q_1 + Q_2\right)\frac{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}} \qquad (6)$$

Revenind la (3) obţinem

$$Q'_2 = Q'_1\frac{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}} = \left(Q_1 + Q_2\right)\frac{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}} \bullet \frac{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}} = \left(Q_1 + Q_2\right)\frac{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}} \qquad (7)$$

Cu ajutorul relaţiilor (5) şi (6) putem calcula potenţialul bilelor cu relaţia a doua sau a treia din (1):

$$V = V'_1 = \frac{kQ'_1}{R_1} + \frac{kQ'_2}{d} = \frac{k\left(Q_1+Q_2\right)}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}}\left(\frac{1}{R_1R_2} - \frac{1}{R_1d} + \frac{1}{R_1d} - \frac{1}{d^2}\right) \qquad (8)$$

$$V = V'_1 = \frac{kQ'_1}{R_1} + \frac{kQ'_2}{d} = \frac{k\left(Q_1+Q_2\right)}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}}\left(\frac{1}{R_1R_2} - \frac{1}{d^2}\right) \qquad (9)$$

În aproximaţia în care am lucrat am obţinut aceste rezultate:

$$\{Q'_1 = \left(Q_1 + Q_2\right)\frac{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}} \; Q'_2 = \left(Q_1 + Q_2\right)\frac{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}} \; V = \frac{k\left(Q_1+Q_2\right)}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{2}{d}}\left(\frac{1}{R_1R_2} - \cdots \qquad (10)$$

Să facem câteva observaţii pe baza rezultatelor de mai sus. Raportul celor două sarcini Q'_1 şi Q'_2 are expresia:

$$\frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}} \qquad (11)$$

Raportul este supraunitar $\frac{Q'_1}{Q'_2} > 1$ deoarece $R_2 < R_1 \Rightarrow \frac{1}{R_2} > \frac{1}{R_1} \Rightarrow \frac{1}{R_2} - \frac{1}{d} > \frac{1}{R_1} - \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}} > 1$, ceea ce înseamnă că după conectare se va distribui mai multă sarcină pe sfera mai mare decât pe cea mai mică, $Q'_1 > Q'_2$. Să observăm că după conectare raportul sarcinilor nu depinde de cât de multă sarcină aveau bilele înainte de conectare. Dacă vrem să vedem cât de mare este densitatea superficială de sarcină σ(numărul de Coulombi pe unitatea de arie) împărţim sarcinile la ariile suprafeţelor pe care sunt distribuite:

$$\{\sigma_1 = \frac{Q'_1}{4\pi R_1^2} \; \sigma_2 = \frac{Q'_2}{4\pi R_2^2} \qquad (12)$$

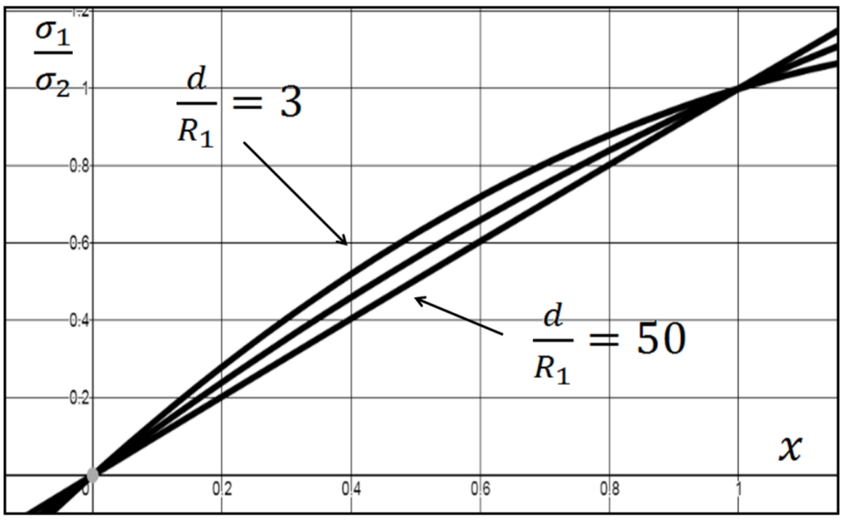
Folosind relaţia (11) obţinem raportul densităţilor superficiale

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2}\frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{d}}{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{d}}\frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{d-R_2}{d-R_1} \bullet \frac{R_2}{R_1} \qquad (13)$$

În relaţia (13) fracţia $\frac{d-R_2}{d-R_1}$ este supraunitară (deoarece $R_2 < R_1$ iar d este mai mare decât ambele raze) iar fracţia $\frac{R_2}{R_1}$ este subunitară. Pentru a observa cum depinde raportul $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ de geometria sistemului o să facem o prelucrare a relaţiei (13) astfel încât să evidenţiem dependenţa lui $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ de o singură variabilă. Să notăm cu $x = \frac{R_2}{R_1}$ raportul dintre raza mică şi cea mare. Atunci x este un număr pozitiv subunitar, $x < 1$. Putem exprima $R_2 = xR_1$. Introducem această relaţie în (13) şi obţinem

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{d-xR_1}{d-R_1}\cdot x = \frac{x\left(\frac{d}{R_1}-x\right)}{\frac{d}{R_1}-1} \qquad (14)$$

Dacă fixăm valoarea lui $\frac{d}{R_1}$ şi reprezentăm grafic dependenţa lui $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ în funcţie de x se observă (vezi figura de mai jos) că pentru o plajă destul de largă de valori ale lui $\frac{d}{R_1}$ valoarea raportului $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ este subunitară, $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1$, sau $\sigma_1 < \sigma_2$. În grafic se poate observa că atunci când $x = \frac{R_2}{R_1}$ descreşte spre zero, şi valoarea raportului $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ descreşte spre zero. Dacă fixăm raza R_1 a bilei 1, care are initial sarcina Q_1, şi o conectăm la o distanţă fixă cu o bilă cu rază variabilă, R_2, dar mereu mai mică decât R_1, şi care are iniţial sarcina Q_2 , rezultatele de mai sus ne spun că în urma transferului de sarcină dintre cele două bile sistemul va ajunge într-o stare în care bila mare va avea sarcină mai multă decât bila mică , $Q'_1 > Q'_2$.



Cu densităţile de sarcină lucrurile stau invers. Analiza grafică ne spune că dacă bila mică devine din ce în ce mai mică (x descreşte) atunci densitatea de sarcină de pe ea devine din ce în ce mai mare faţă de densitatea sarcinii de pe bila mare , $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1 \Leftrightarrow \sigma_1 < \sigma_2$. Dacă $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ tinde la zero înseamnă că σ_2 devine mult mai mare decât σ_1 ($\sigma_2 \gg \sigma_1$). Să observăm că relaţia $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{d-R_2}{d-R_1} \bullet \frac{R_2}{R_1}$ ne arată că raportul densităţilor de sarcină după conectare nu depinde de

cât de multă sarcină aveau bilele înainte de conectare . Acest raport depinde doar de distanţa dintre ele şi de cât de mari sunt razele lor.
Într-un capitol anterior am văzut că într-un punct din vecinătatea din exterior a suprafeţei unui metal electrizat câmpul electric este proporţional cu densitatea de sarcină de pe suprafaţa metalului în zona de lângă punctul respectiv:

$$\left|\vec{E}_s\right| = \frac{\left|\sigma(\vec{r})\right|}{\varepsilon_0} \qquad (15)$$

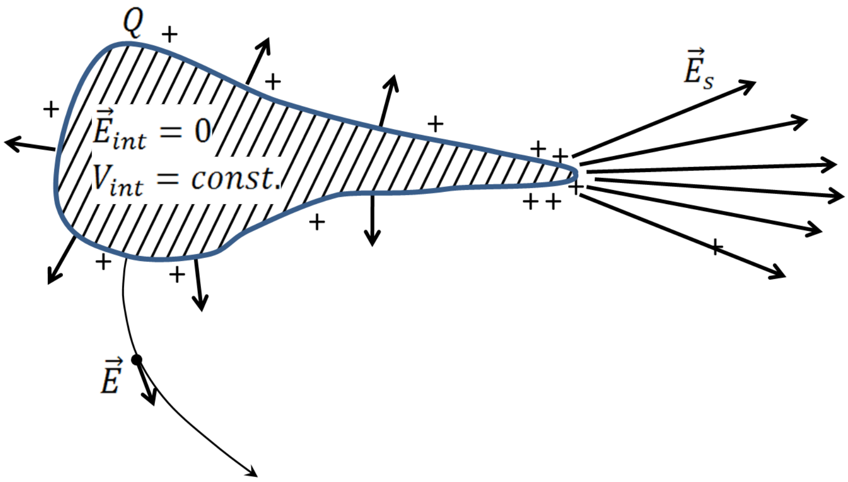
Asta înseamnă că raportul densităţilor superficiale pentru cele două bile este egal cu raportul modulelor câmurilor din vecinătăţile bilelor:

$$\frac{\left|\vec{E}_{s2}\right|}{\left|\vec{E}_{s1}\right|} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \qquad (16)$$

Câmpul este mai intens lângă suprafaţa bilei mici decât lângă suprafaţa celei mari pentru că densitatea de sarcină pe bila mică este mai mare decât pe bila mare. Chiar dacă bila mică are sarcină netă mai puţină decât bila mare, numărul de Coulombi de pe un centimetru pătrat de pe suprafaţa ei este mai mare decât numărul de Coulombi de pe un centimetru pătrat de pe suprafaţa bilei mari. Dacă bila mică devine din ce în ce mai mică atunci câmpul din vecinătatea ei devine din ce în ce mai intens faţă de câmpul din vecinătatea bilei mari. Presiunea electrostatică $p_{el} = \frac{\sigma_2^2}{2\varepsilon_0}$ exercitată asupra sarcinii de pe suprafaţa bilei mici devine şi ea mai mare decât presiunea exercitată asupra sarcinii de pe bila mare. Dacă raza bilei mici devine suficient de mică este posibil ca în vecinătatea ei câmpul să devină suficient de intens pentru a produce descărcări electrice în aerul din preajma ei. Câmpul accelerează sarcinile mobile existente în aer care pot căpăta energii suficiente pentru ca în urma ciocnirilor cu moleculele de aer să iasă electroni din ele. Apar astfel electroni şi ioni pozitivi liberi care de asemenea vor fi acceleraţi sub influenţa câmpului şi , la rândul lor, vor produce mai departe ionizări prin ciocnirile ulterioare. Fenomenele acestea sunt însoţite de emisia de lumină determinată de tranziţiile electronilor între diferite niveluri energetice. Minifulgerele care iau naştere vor înceta în momentul când câmpul electric nu mai este suficient de intens ca să producă ionizări. Înţelegem astfel că o bilă plasată în aer nu poate fi electrizată cu o sarcină oricât de mare deoarece atunci când densitatea de sarcină şi câmpul din vecinătate ajung la o valoare critică încep procesele de ionizare în aer şi va avea loc un transfer de sarcină între bilă şi aer care limitează sarcina netă care se poate acumula pe suprafaţa bilei (dacă este pozitivă vor veni electroni spre ea, dacă este negativă vor veni ioni pozitivi spre ea). O valoare uzuală pentru câmpul de străpungere a aerului (câmpul pentru care încep să apară din ce în ce mai mulţi electroni şi ioni liberi şi aerul devine conductiv electric local) este de $3\text{x}10^6$ V/m . Putem face un calcul estimativ al sarcinii şi potenţialului pe care le poate căpăta o bilă metalică plasată într-o zonă din atmosferă în care câmpul de străpungere a aerului are această valoare. După ce câmpul din vecinătatea bilei atinge valoarea câmpului de străpungere a aerului din zonă încep procesele de ionizare şi nu se mai poate acumula sarcină suplimentară pe bilă. În consecinţă nici câmpul din vecinătate nu mai poate creşte şi rămâne la o valoare egală cu câmpul de străpungere $\left|\vec{E}_s\right| = 3\cdot10^6\frac{V}{m}$. Dar câmpul din vecinătatea sferei are expresia $\left|\vec{E}_s\right| = \frac{kQ}{R^2}$. Rezultă că sarcina maximă cu care s-a putut încărca sfera este

$Q = \frac{|\vec{E}_s| R^2}{k}$. Pentru o bilă cu raza $R = 2cm$, şi ştiind valoarea lui $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$, se obţine sarcina maximă $Q \approx 1,3 \cdot 10^{-7} C$. Potenţialul maxim este $V = \frac{kQ}{R} \approx 60 kV$ iar densitatea de sarcină pe suprafaţa bilei $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} = \varepsilon_0 |\vec{E}_s| = 2,7 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^2}$. Dacă folosim o bilă cu rază mai mică decât doi centimetri atunci potenţialul maxim pe care poate să-l capete bila va fi mai mic decât 60 kV.

Analiza celor două bile electrizate conectate a scos în evidenţă că în vecinătatea unei bile metalice electrizate câmpul este cu atât mai intens cu cât raza este mai mică. Am putea să ne gândim la un fel de modelare foarte aproximativă a unui metal care are o formă arbitrară cu zone de curburi diferite. În figura de mai jos este reprezentată schematic o secţiune printr-un metal care are partea din stânga mai puţin curbată iar partea dreaptă este mai ascuţită arătând ca un vârf. Nu avem chiar două sfere conectate dar sistemul este echipotenţial şi partea stângă are raze de curbură mai mari decât în zona ascuţită. Rezultatul obţinut pentru sfere ne ajută să realizăm, prin analogie, că în vecinătatea zonei sub formă de vârf câmpul este mult mai intens decât în vecinătatea zonelor aplatizate. Acest câmp este cu atât mai intens cu cât vârful este mai ascuţit (corespunde, prin analogie, bilei 2 despre care ştim că are în vecinătate un câmp cu atât mai intens cu cât raza R_2 este mai mică). Sintagma *"puterea vârfurilor"* se referă la acest efect de creştere foarte semnificativă a valorii câmpului lângă vârfurile metalelor electrizate. Forma geometrică a metalului are, după cum vedem, o influenţă esenţială asupra intesităţii câmpului din vecinătatea suprafeţei. Un vârf metalic din ce în ce mai ascuţit determină apariţia unui câmp din ce în ce mai intens în vecinătatea sa. Acest fenomen are aplicaţii în tehnică. De exemplu, dacă are loc o descărcare electrică între un nor şi Pământ se creează canale de curgere a sarcinii prin atmosferă având loc un transfer de sarcină între nor şi Pământ. Aceşti curenţi electrici pot fi mortali dacă trec prin corpul uman. O bară metalică cu un capăt ascuţit poate fi folosită pentru a devia aceşti curenţi evitând electrocutarea. Înainte de trăsnet pe suprafaţa Pământului se redistribuie sarcină de semn opus celei din nor. Acoperişul unei case are acelaşi potenţial cu Pământul şi are şi el sarcină redistribuită pe suprafaţă. Când are loc descărcarea electrică între nor şi Pământ curentul de sarcini preferă să circule prin acoperiş pentru că este mai aproape de nor decât pământul din curte. Acesta este un aspect. Un alt aspect este legat de faptul că pe acoperişul electrizat există forme ascuţite sau colţuri care determină apariţia unor câmpuri intense ce vor acţiona asupra sarcinilor mobile direcţionând astfel curentul electric. Astfel, dacă legăm la Pământ lângă clădire o bară metalică şi o montăm cu capătul ascuţit deasupra atunci sarcina redistribuită pe suprafaţa barei se va aşeza în aşa fel încât în zona vârfului câmpul se va intensifica şi va direcţiona curentul de sarcini din aer. Dacă bara este mai lungă decât înălţimea clădirii atunci curentul va trece prin bară spre Pământ şi devine neglijabil pe alte trasee posibile. Folosind puterea vârfului s-a obţinut evitarea trecerii curentului pe trasee nedorite. Am parat trăsnetul cu ajutorul metalului ascuţit (paratrăsnet). În



tehnică există diverse forme constructive ale sistemelor care joacă rol de paratrăsnet. Să ne amintim de cuşca Faraday care este un ecran unidirecţional care nu permite câmpurilor din exterior să producă schimbări ale câmpului din interior. Evident că suntem feriţi de trăsnet şi în interiorul unei cuşti Faraday şi am putea să-i spunem şi ei paratrăsnet. Dacă suntem într-o maşină şi afară încep ″ fulgere şi tunete ″ este mai bine să rămânem în maşină pentru că suntem într-un ecran electric care nu permite apariţia de câmpuri care să deplaseze sarcinile din corp şi să producă electrocutarea. Denumirea de paratrăsnet se foloseşte, totuşi, pentru sisteme care folosesc *″puterea vârfurilor″*.