1. ____
2. Un metal aflat în stare de echilibru electrostatic este un sistem echipotenţial

Să ne amintim de relaţia dintre câmp şi potenţial într-un punct dintr-o zonă de câmp electrostatic: $\vec{E} = - gradV = - \left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$. Am văzut mai sus că în interiorul metalului aflat în stare de echilibru electrostatic câmpul total mediu este nul. În consecinţă, relaţia dintre câmp şi potenţial devine $0 = - gradV$ ceea ce înseamnă că funcţia potenţial este constantă: $V = const.$ La trecerea din interiorul metalului spre exterior putem presupune că dacă există un salt al potenţialului acesta este constant în toate zonele de trecere. Rezultă că potenţialul electric este constant în interiorul şi pe suprafaţa unui metal aflat în stare de echilibru electrostatic. Este similar cu a spune că un metal aflat în stare de echilibru electrostatic este un sistem echipotenţial.

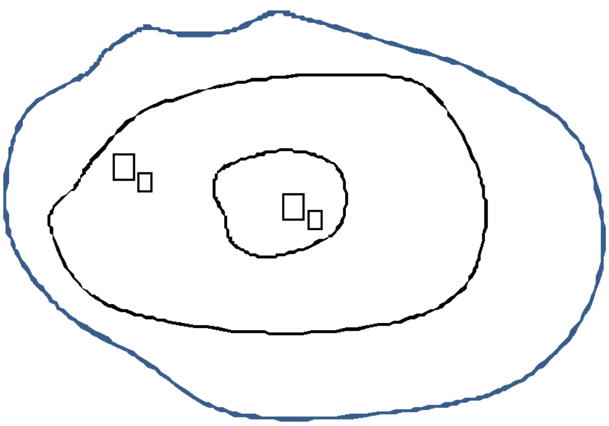
3. Sarcina electrică netă (în exces) cu care este electrizat un metal se distribuie, la echilibru electrostatic, numai pe suprafaţa acestuia

Am văzut în laborator că frecarea cu un material sintetic a unui izolator a dus la electrizarea acestuia local, în zona unde a avut loc frecarea. Izolatorul s-a încărcat cu sarcină netă în zona în care s-a produs frecarea. Celelalte zone ale suprafeţei izolatorului rămâneau neelectrizate. La metale am observat că prin frecare nu se producea electrizarea. Pentru a electriza bila am pus-o în contact cu vârful metalic electrizat conectat la o sursă de înaltă tensiune. Unde se distribuie sarcina netă cu care se încarcă metalul care a fost electrizat? Ne aşteptăm, desigur, că distribuţia este altfel decât la izolatoare. Putem presupune, de exemplu, că sarcina s-ar aşeza peste tot în interiorul metalului sau pe suprafaţa lui sau şi în interior şi pe suprafaţă. Legile electrostaticii ne ajută să răspundem la întrebare. Vom folosi legea lui Gauss. Conform acestei legi, fluxul câmpului electric Φ_Σ printr-o suprafaţă închisă (*gaussiană*) Σ este egal cu raportul dintre sarcina netă Q_{int} din interiorul acelei suprafeţe şi permitivitatea electrică a vidului ε_0 ,

$$\Phi_\Sigma = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

unde fluxul câmpului prin gaussiană este definit, după cum ne amintim, prin relaţia

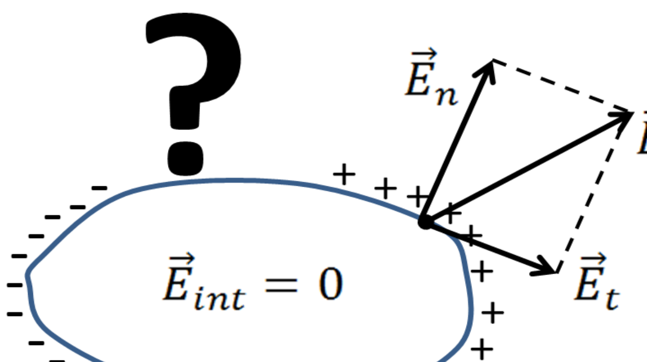
$\Phi_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{E}\vec{n}\, dS$. Cerculeţul de la integrală ne aminteşte că sumarea fluxurilor elementare $\vec{E}\vec{n}dS$ se face pe toată suprafaţa închisă Σ. Când ne vom referi la fluxul câmpului printr-o suprafaţă care nu este închisă vom scrie simplu $\Phi_\Sigma = \int_\Sigma \vec{E}\vec{n}\, dS$. Să ne imaginăm o bucată de metal masiv (care să nu aibă cavităţi în interior) aflat în stare de echilibru electrostatic şi două gaussiene Σ_1 şi Σ_2 care sunt aşezate complet în interiorul metalului. În figura de mai jos este reprezentată o secţiune prin metal, observându-se intersecţia dintre panul de secţiune



cu marginea metalului şi cele două gaussiene. Câmpul electric este nul în interiorul metalului. Să presupunem că după ce metalul a fost electrizat sarcina netă s-a distribuit în aşa fel încât în interiorul gaussienei Σ_1 se va găsi o cantitate de sarcină pe care să o notăm cu Q_{int1}. Dacă aplicăm teorema lui Gauss pentru gaussiana Σ_1 obţinem că $Q_{int1} = 0$ deoarece câmpul este zero în toate punctele gaussienei Σ_1 şi fluxul câmpului va fi şi el nul. Produsul scalar $\vec{E}\vec{n}$ este zero în toate punctele gaussienei Σ_1 şi fluxul prin toată gaussiana va fi zero. Dar teorema lui Gauss ne spune că acest flux este egal cu raportul dintre Q_{int1} şi ε_0. Cum ε_0 este o constantă rezultă că Q_{int1} trebuie să fie zero. Deci sarcina netă din interiorul gaussienei Σ_1 este zero. Asta nu înseamnă că nu există sarcină în interiorul gaussienei ci că sarcina totală din interiorul ei este zero. Ştim că în metale există miliarde de miliarde de miliarde de atomi care au nuclee pozitiv încărcate şi învelişuri electronice cu sarcină negativă. Daca metalul nu ar fi electrizat atunci sarcina sa totală ar fi zero pentru că atomii sunt neutri din punct de vedere electric. Problema apare atunci când metalul este electrizat, pozitiv sau negativ, şi anume unde se distribuie sarcina în exces (pozitivă sau negativă)? Analiza de mai sus făcută cu ajutorul teoremei lui Gauss ne-a condus la concluzia că în interiorul gaussienei Σ_1 sarcina netă este zero, adică numărul de sarcini elementare pozitive este egal cu numărul de sarcini elementare negative în interiorul acestei gaussiene. Putem repeta raţionamentul pentru gaussiana Σ_2 şi vom obţine că sarcina netă este zero şi în interiorul ei deoarece şi ea este în interiorul metalului şi câmpul electric în punctele de pe ea este de asemenea nul. Putem să construim nenumărate gaussiene care să fie incluse în interiorul metalului şi pentru toate vom obţine acelaşi rezultat: sarcina netă din interiorul lor este zero. Acest rezultat ne spune că după ce un metal electrizat ajunge la echilibru electrostatic, sarcina netă cu care s-a încărcat în urma electrizării nu se poate distribui în interiorul metalului. Se va distribui pe suprafaţa acestuia, la această concluzie ne-au condus legile electrostaticii. Dacă metalul a fost electrizat negativ înseamnă că pe suprafaţa sa au venit electroni în exces. Dacă a fost electrizat pozitiv înseamnă că au plecat electroni din metal şi locurile de unde lipsesc electroni se găsesc de asemenea pe suprafaţa metalului. În ambele cazuri sarcina în exces se găseşte pe suprafaţa metalului. Interiorul metalului rămâne neutru. Acest rezultat este datorat, evident, faptului că in metale există electroni liberi care permit redistribuirea sarcinii în urma electrizării în aşa fel încât să se ajungă la echilibru electrostatic, moment în care câmpul total în metal se anulează iar sarcina în exces se localizează pe suprafaţă.

4. Vectorul câmp electric în vecinătatea din exteriorul unui metal aflat la echilibru electrostatic este perpendicular, local, pe suprafaţa acestuia

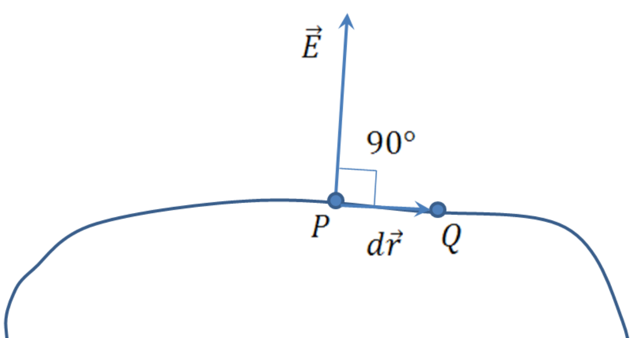
Câmpul electric este nul în interior la echilibru electrostatic, am văzut aceasta. Să vedem ce se întâmplă în vecinătatea din exteriorul metalului la echilibru electrostatic. Când spunem ″vecinătate″ ne referim la puncte din imediata apropiere a suprafeţei metalului, nu şi la punctele care sunt conţinute în suprafaţă. Am putea presupune că orientarea vectorului câmp în acele locuri este una arbitrară, după o direcţie oblică. În figura de mai jos este ilustrată această presupunere. Semnul întrebării de lângă figură semnifică întrebarea pe care ne-o punem cu privirea la dispunerea vectorului câmp electric în vecinătatea din exterior a



suprafeţei metalului. Dispunerea sarcinii pe suprafaţa metalului aflat la echilibru electrostatic poate să fie în diverse moduri. În desen este arătată una din posibilităţi. Ar putea să existe numai sarcină pozitivă sau numai sarcină negativă pe suprafaţă la echilibru electrostatic. Desenul ar putea reprezenta, de exemplu, un metal plasat în câmp electric extern cu sarcina redistribuită pe suprafaţa sa în aşa fel încât după atingerea stării de echilibru electrostatic câmpul s-a anulat în interior iar potenţialul electric a devenit constant în interiorul şi pe suprafaţa metalului. Oricum ar fi distribuită sarcina, la echilibru electrostatic ea se va găsi pe suprafaţă. În interiorul metalului câmpul este nul, $\vec{E}_{int} = 0$. În exterior am presupus că există un câmp $\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_t$ care are o componentă $\vec{E}_n$ normală (perpendiculară) local pe suprafaţa metalului şi una $\vec{E}_t$ în planul tangent local la suprafaţa metalului în punctul respectiv. Însă o astfel de caracterizare nu poate fi validă pentru un metal aflat la echilibru electrostatic! Dacă ar exista o componentă tangenţială nenulă $\vec{E}_t \neq 0$ electronii liberi din apropierea suprafeţei metalului s-ar mişca sub acţiunea forţei tangenţiale şi vectorul viteză medie a mării de electroni n-ar mai fi zero, adică starea metalului nu ar mai fi de echilibru electrostatic iar noi am presupus că el este într-o astfel de stare. Înseamnă că rămâne doar componenta normală $\vec{E}_n$ care poate să fie nenulă şi $\vec{E} = \vec{E}_n$. Astfel am ajuns la concluzia că vectorul câmp electric în vecinătatea din exteriorul metalului este perpendicular local pe suprafaţa metalului. Evident că acest câmp acţionează asupra eventualelor sarcini electrice care ajung în zonă, pe o direcţie perpendiculară local pe suprafaţa metalului.

Sarcinile care se găsesc pe suprafaţă sunt şi ele acţionate de câmpul determinat de rezultanta câmpurilor create de toate celelalte sarcini în locurile în care se află ele. Acest câmp rezultant este diferit de câmpul din vecinătatea din exterior. Pentru a înţelege acest lucru să ne gândim că în vecinătatea din exterior câmpul este determinat de toate sarcinile din sistem, inclusiv de cele de pe suprafaţă. Dacă vrem, pe de altă parte, să evaluăm câmpul într-o mică zonă de *pe suprafaţă* în care se află o sarcină ΔQ trebuie să ţinem cont de faptul că ΔQ nu are contribuţie la câmp în locul în care se află ea. De aceea câmpul rezultant în locul în care se află sarcina ΔQ (sau, altfel spus, câmpul care acţionează asupra sarcinii ΔQ) este diferit de câmpul din vecinătatea din exterior. Acest câmp produs de restul sarcinilor din sistem este cel care acţionează asupra sarcinilor de pe suprafaţă şi creează astfel o *presiune electrostatică*. Forţa de presiune electrostatică coroborată cu influenţa altor factori determinaţi de condiţiile în care se află metalul pot duce la eliminarea sau intrarea electronilor în metal modificând astfel starea electrică a acestuia. Putem evalua mărimea acestei presiuni în funcţie de densitatea superficială de sarcină $\sigma\left(\vec{r}\right)$ din zona respectivă de pe suprafaţa metalului dar înainte de aceasta să urmărim un alt mod de a deduce perpendicularitatea câmpului pe suprafaţa metalului.

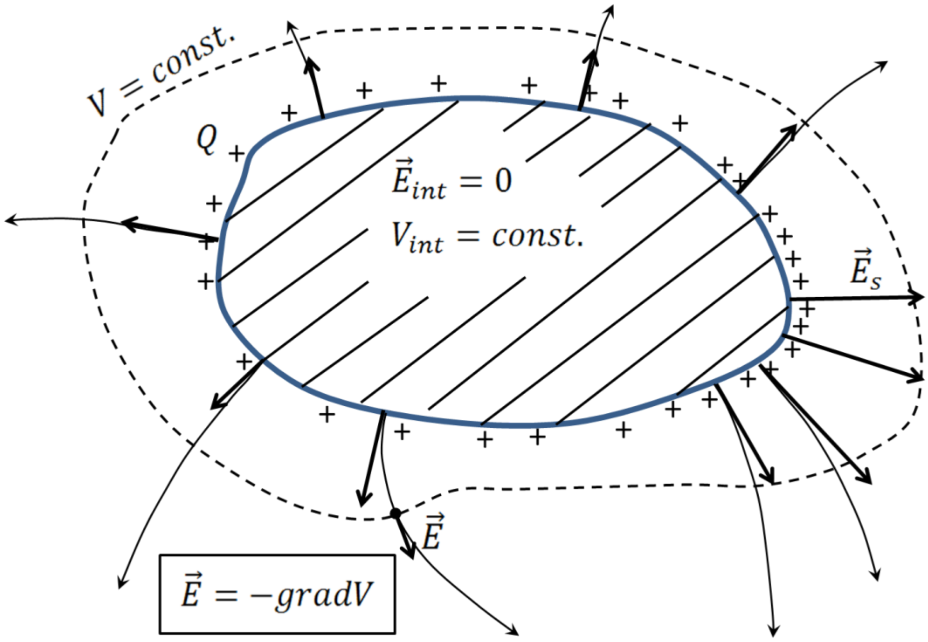
Ştim că variaţia infinitezimală a unei funcţii scalare $f(x, y, z)$ atunci când ne mutăm din punctul de coordonate (x, y, z) într-un punct învecinat de coordonate $(x + dx, y + dy, z + dz)$ se poate scrie $df(x, y, z) = gradf \cdot d\vec{r}$ (variaţia infinitezimală a funcţiei este egală cu produsul scalar dintre vectorul $gradf$ în punctul (x, y, z) şi vectorul deplasare infinitezimală $d\vec{r}$, unde $d\vec{r} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz$). În figura alăturată este reprezentată o secţiune printr-un metal aflat la echilibru electrostatic. Am văzut mai sus că metalul este un sistem echipotenţial într-o astfel de stare. Să



considerăm două puncte $P(x, y, z)$ şi $Q(x + dx, y + dy, z + dz)$ infinitezimal apropiate şi situate în vecinătatea din exterior a suprafeţei metalului şi să notăm cu $\vec{dr}$ vectorul deplasare infinitezimală între cele două puncte. Să remarcăm că vectorul $\vec{dr}$ determinat de cele două puncte în condiţiile specificate este conţinut într-un plan paralel cu planul tangent local la suprafaţa metalului. Variaţia infinitezimală a potenţialului electric între cele două puncte este $dV = gradV\cdot\vec{dr}$. Dar metalul este un sistem echipotenţial la echilibru electrostatic. Asta înseamnă că şi în punctele P şi Q care sunt situate în vecinătatea din exterior a suprafeţei metalului funcţia scalară potenţial electric are aceeaşi valoare şi variaţia infinitezimală a potenţialului este $dV = V_Q - V_P = 0$!. Obţinem că $0 = gradV\cdot\vec{dr}$, adică produsul scalar dintre vectorii $gradV$ şi $\vec{dr}$ este nul. Dar dacă doi vectori au produsul scalar nul ei sunt perpendiculari. Să ne amintim de legătura dintre câmpul şi potenţialul electrostatic într-un punct: $\vec{E} =- gradV$. Deci $\vec{E}$ şi $\vec{dr}$ sunt perpendiculari, $\vec{E}\perp\vec{dr}$. Asta înseamnă că vectorul $\vec{E}$ în vecinătatea din exterior a suprafeţei metalului este perpendicular local pe suprafaţa metalului în zona respectivă. Am ajuns astfel la aceeaşi concluzie ca mai sus, urmând acest raţionament. Sensul vectorului $\vec{E}$ poate fi şi spre interiorul metalului, depinzând de modul în care este distribuită sarcina electrică pe suprafaţa metalului dar direcţia este tot perpendiculară local pe suprafaţa metalului.

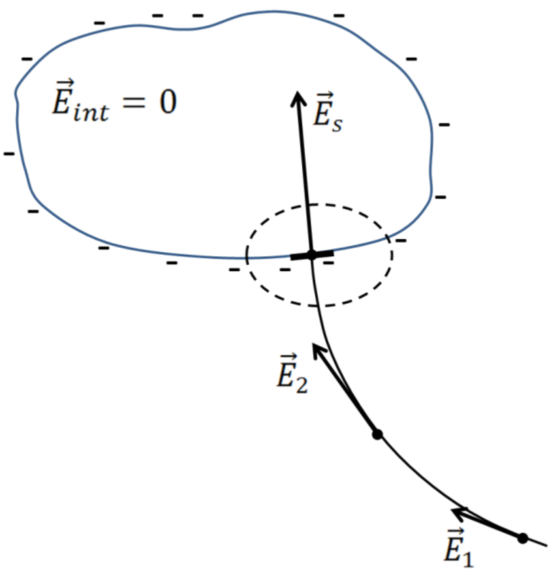
5. Mărimea câmpului electric din vecinătatea unei zone mici de pe suprafaţa unui metal aflat la echilibru electrostatic este proporţională cu modulul densităţii superficiale de sarcină electrică din zona respectivă. Presiunea electrostatică asupra sarcinii din zonă este proporţională cu pătratul acestei densităţi de sarcină

Având în vedere analiza de mai sus a proprietăţilor electrice ale metalelor la echilibru electrostatic, am putea ilustra grafic calitativ concluziile la care am ajuns printr-un desen ca în figura de mai jos. Am considerat un metal care este electrizat pozitiv având sarcina netă Q distribuită pe suprafaţă. În partea dreaptă metalul este uşor mai subţire şi mai ascuţit decât în stânga. Mai târziu vom vedea că această particularitate determină crearea unei densităţi superficiale de sarcină (C/m^2) ceva mai mare în partea din dreapta. Vom arăta imediat că intensitatea câmpului electric devine şi ea mai mare în locurile în care densitatea de sarcină este mai mare. De aceea mărimea vectorului câmp electric $\vec{E}_s$ în vecinătatea din exterior a suprafeţei metalului este reprezentat mai lung în partea dreaptă decât în stânga (vezi figura). Semnele plus sunt mai multe pe unitatea de arie în zona ascuţită

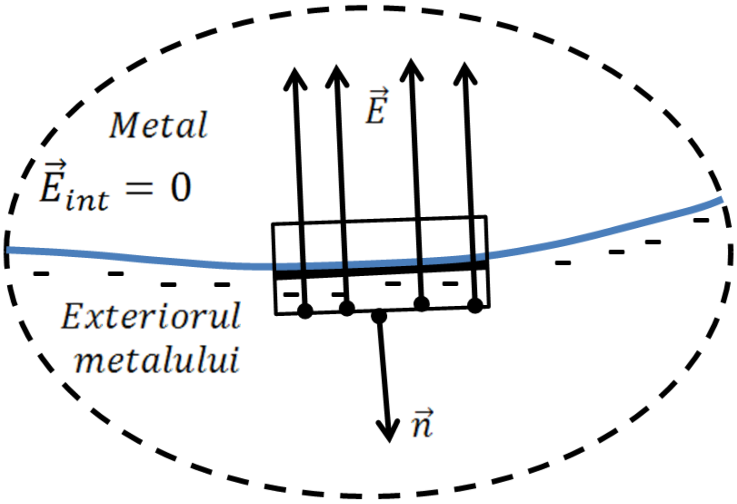


decât în stânga unde metalul este mai puţin ascuţit. Nu sunt mai multe ca număr ci mai multe pe metru pătrat. În apropierea suprafeţei câmpul este perpendicular local pe suprafaţă iar în lungul liniilor de câmp vectorul $\vec{E}$ este, după cum ştim, tangent la linia de câmp şi are modulul din ce în ce mai mic pe măsură ce ne deplasăm de-a lungul liniei de la metal către exterior. În partea de jos a figurii este arătat acest lucru calitativ. De asemenea ne mai amintim că de-a lungul liniei de câmp potenţialul descreşte în sensul liniei de câmp. În cazul de faţă potenţialul electric descreşte pe măsură ce ne îndepărtăm de metal deoarece liniile de câmp sunt orientate de la metal spre exterior, metalul fiind încărcat pozitiv. Dacă ar fi fost încărcat negativ atunci liniile de câmp ar fi avut sensul spre metal şi potenţialul electric ar fi crescut când ne-am fi îndepărtat de metal. Vectorul câmp electric are însă în ambele cazuri modulul maxim $\left|\vec{E}_s\right|$ în vecinătatea suprafeţei metalului diferind doar ca sens (în cazul metalului încărcat pozitiv este orientat de la metal către exterior, ca în figură, iar în cazul metalului încărcat negativ este orientat de la exterior către metal). În interiorul metalului câmpul este nul iar potenţialul este constant, atât în interior cât şi pe suprafaţă. În exteriorul metalului există o infinitate de *suprafeţe echipotenţiale.* O suprafaţă echipotenţială se caracterizează prin faptul că potenţialul electric are aceeaşi valoare în toate punctele care se găsesc pe această suprafaţă. O astfel de suprafaţă este perpendiculară pe toate liniile de câmp pe care le intersectează şi potenţialul electric V este constant în punctele conţinute de această suprafaţă. În figură este reprezentată cu linie întreruptă intersecţia dintre planul de secţiune şi o suprafaţă echipotenţială din jurul metalului, pentru care potenţialul este constant, $V = const.$. Evident că acest potenţial este mai mic decât potenţialul metalului deoarece liniile de câmp pleacă de la metal către exterior, în sensul descreşterii potenţialului. Se pot construi o infinitate de suprafeţe echipotenţiale în jurul metalului şi constantele au valori din ce în ce mai mici pe măsură ce ne îndepărtăm de metal. Este uşor de observat că dacă metalul ar avea formă sferică cu sarcina distribuită uniform pe suprafaţă atunci suprafeţele echipotenţiale ar avea formă sferică.

Acum să arătăm că mărimea câmpului electric din vecinătatea unei zone de pe suprafaţa unui metal aflat la echilibru electrostatic este proporţională cu modulul densităţii superficiale de sarcină electrică din zona respectivă. Să considerăm un metal încărcat negativ aflat la echilibru electrostatic (vezi figura alăturată). În partea de jos a figurii am reprezentat una din liniile de câmp care este orientată spre metal (deoarece este încărcat negativ). De-a lungul liniei de câmp potenţialul devine din ce în ce mai mic pe măsură ce ne apropiem de metal iar modulul vectorului câmp din ce în ce mai mare. Vectorul câmp este tangent la linia de câmp în fiecare punct şi când ajungem în vecinătatea suprafeţei metalului acesta capătă modulul maxim $\left|\vec{E}_s\right|$ iar direcţia devine perpendiculară local pe suprafaţa metalului. Vectorii intermediari $\vec{E}_1$ şi $\vec{E}_2$ sunt tangenţi la linia de câmp şi au modulele mai mici decât modulul câmpului de la suprafaţă, $\left|\vec{E}_1\right| < \left|\vec{E}_2\right| < \left|\vec{E}_s\right|$ (când folosim expresia ″ câmpul de la suprafaţă″ ne referim la câmpul $\vec{E}_s$ din vecinătatea din exterior a suprafeţei). În vecinătatea din interior a



suprafeţei câmpul este nul deoarece metalul este în stare de echilibru electrostatic. Să considerăm o zonă mică de arie ΔS de pe suprafaţa din partea de jos a metalului. Intersecţia acestei zone cu planul de secţiune este simbolizată în desen cu un segment îngroşat. Considerăm zona suficient de mică astfel încâ suprafaţa ei, de arie ΔS, să fie plană. Câmpul $\vec{E}_s$ este perpendicular pe această suprafaţă şi este orientat spre interiorul metalului. Să notăm cu ΔQ sarcina electrică (negativă) care este distribuită pe această suprafaţă. Să ne imaginăm că această zonă mică este poziţionată, faţă de un un sistem de coordonate arbitrar, prin vectorul de poziţie $\vec{r}$. Densitatea superficială de sarcină din zona respectivă este $\sigma(\vec{r}) = \frac{\Delta Q}{\Delta S}\left(\frac{C}{m^2}\right)$. Câmpul $\vec{E}_s$ este determinat, aşa cum ştim de la principiul superpoziţiei, de toate sarcinile din sistem. Vom folosi legea lui Gauss pentru a găsi relaţia dintre acest câmp şi densitatea superficială de sarcină din zonă. Pentru a ilustra aplicarea legii lui Gauss facem, separat, o reprezentare la scară mărită a zonei încercuite cu linie întreruptă din figura de mai sus. Ştim că forma gaussienei este irelevantă la aplicarea legii ceea ce ne permite să alegem o gaussiană convenabilă, adică una pentru care fluxul câmpului prin ea să poată fi calculat uşor. În figura cu zona mărită alegem o suprafaţă închisă sub formă de paralelipiped dreptunghic care are o faţă (faţa de sus) aşezată în întregime în interiorul metalului şi este paralelă cu suprafaţa zonei mici, având aria ΔS. Dreptunghiul din figură reprezintă intersecţia dintre planul de secţiune şi gaussiana sub formă de paralelipiped dreptunghic. Normalele (vectorii de modul 1 perpendiculari pe cele 6 feţe ale paralelipipedului) sunt orientate de la gaussiană spre exterior. În figură am reprezentat numai normala $\vec{n}$ pentru faţa inferioară a paralelipipedului. În interiorul metalului câmpul este zero. În exterior, pe faţa inferioară a gaussienei din apropierea suprafeţei metalului, câmpul este notat cu $\vec{E}$. Deşi vectorul $\vec{E}$ este reprezentat în figură în interiorul metalului el are punctul de aplicaţie pe faţa de jos a gaussienei care este situată în afara metalului. Fluxul câmpului electric prin gaussiana aleasă este egal cu suma fluxurilor prin cele şase feţe ale paralelipipedului:



$$\Phi_{\Sigma total} = \oint_{\Sigma} \vec{E}\vec{n}\, dS = \Phi_{stânga} + \Phi_{dreapta} + \Phi_{faţă} + \Phi_{spate} + \Phi_{sus} + \Phi_{jos}.$$

Indicii de la fluxurile din membrul drept al acestei relaţii se referă la cele şase feţe ale paralelipipedului. Acum să ne imaginăm că facem gaussiana din ce în ce mai îngustă apropiind feţele superioară şi inferioară una de alta, spre zona cu aria ΔS pe care se află sarcina ΔQ. Prin această operaţie ariile celor patru feţe laterale descresc tinzând la zero şi din acest motiv fluxul câmpului electric prin ele tinde şi el la zero. De asemenea, în urma acestei operaţii câmpul $\vec{E}$ de pe faţa de jos a gaussienei tinde la $\vec{E}_s$ deoarece ne apropiem de suprafaţa metalului, pe când câmpul de pe faţa superioară rămâne zero deoarece suntem încă în interiorul metalului aflat la echilibru electrostatic. Astfel, fluxul prin faţa superioară este zero pentru că valoarea câmpului este zero în metal şi fluxul prin faţa de jos tinde la valoarea $\vec{E}_s \cdot \vec{n}\,\Delta S$. Aceasta este singura contribuţie care rămâne la fluxul total dacă facem ca distanţa dintre faţa de sus şi cea de jos să tindă la zero. Pe de altă parte, în timpul acestei operaţii nu se modifică sarcina din interiorul gaussienei, ea rămâne egală cu ΔQ. Teorema lui Gauss ne spune că, în urma operaţiei pe care am făcut-o ajungem la egalitatea $\vec{E}_s \cdot \vec{n}\,\Delta S = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0}$. Să observăm că relaţia are sens, ambii membri fiind negativi. Produsul scalar $\vec{E}_s \cdot \vec{n}$ este negativ pentru că $\vec{E}_s$ este orientat în sus iar $\vec{n}$ este orientat în jos: $\vec{E}_s \cdot \vec{n} = \left|\vec{E}_s\right|\left|\vec{n}\right| \cos\pi = -\left|\vec{E}_s\right|$. Înlocuind în relaţia anterioară obţinem $-\left|\vec{E}_s\right|\Delta S = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0}$ sau, $\left|\vec{E}_s\right| = \frac{-\Delta Q}{\Delta S \varepsilon_0} = -\frac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0} = \frac{\left|\sigma(\vec{r})\right|}{\varepsilon_0}$. Relaţia aceasta ne spune că modulul câmpului electric din vecinătatea unei zone de pe suprafaţa unui metal aflat la echilibru electrostatic este proporţional cu modulul densităţii superficiale de sarcină electrică din zona respectivă. Observăm că mărimea câmpului este proporţională cu cât de *densă* este sarcina şi nu cu cât de multă sarcină se află în zonă! Relaţia poate fi folosită în ambele sensuri: dacă ştim densitatea de sarcină putem afla câmpul

$$\left|\vec{E}_s\right| = \frac{\left|\sigma(\vec{r})\right|}{\varepsilon_0}$$

şi dacă ştim câmpul putem afla densitatea de sarcină

$$\left|\sigma(\vec{r})\right| = \varepsilon_0\left|\vec{E}_s\right|.$$

Să mai amintim o dată că vectorul $\vec{E}_s$ reprezintă câmpul din vecinătatea din exterior a suprafeţei metalului şi că el este determinat de toate sarcinile din sistem. În acest sens relaţia $\left|\vec{E}_s\right| = \frac{\left|\sigma(\vec{r})\right|}{\varepsilon_0}$ este înşelătoare pentru că, uitându-ne la forma ei am putea crede că acest câmp este creat doar de sarcina superficială ΔQ dar nu este aşa. El este creat de toate sarcinile din sistem iar legea lui Gauss ne-a condus la relaţia respectivă. Dacă dorim să aflăm presiunea electrostatică ce se exercită asupra sarcinii ΔQ din zona de *pe suprafaţa* metalului atunci trebuie să aflăm câmpul chiar acolo unde se află ΔQ, adică *pe suprafaţă*. Acest câmp este diferit de $\vec{E}_s$ deoarece el nu mai este determinat de toate sarcinile din sistem. Sarcina ΔQ nu are contribuţie la acest câmp deoarece ea se află chiar acolo unde vrem să calculăm câmpul. Acest câmp va fi determinat de toate *celelalte* sarcini din sistem în locul în care se află ΔQ. Să notăm acest câmp cu $\vec{E}_{celelalte}$. El va acţiona asupra sarcinii ΔQ cu forţa $\vec{F} = \Delta Q\,\vec{E}_{celelalte}$ (sarcina ΔQ este plasată în câmpul $\vec{E}_{celelalte}$ şi este acţionată de forţa $\vec{F} = \Delta Q\,\vec{E}_{celelalte}$). Se creează astfel o presiune electrostatică asupra electronilor din zona respectivă iar presiunea poate fi calculată ca raportul dintre modulul acestei forţe şi aria zonei:

$$p_{el} = \frac{\left|\vec{F}\right|}{\Delta S} = \frac{\left|\Delta Q\,\vec{E}_{celelalte}\right|}{\Delta S} = \left|\sigma(\vec{r})\right|\left|\vec{E}_{celelalte}\right|\left(\frac{N}{m^2}\right)$$

Pentru a găsi câmpul $\vec{E}_{celelalte}$ vom folosi principiul superpoziţiei şi un rezultat pe care l-am obţinut într-unul din capitolele anterioare. În partea din stânga a figurii de mai jos am reprezentat o secţiune printr-un metal electrizat negativ iar intersecţia zonei care are sarcina ΔQ şi aria ΔS cu planul de secţiune este simbolizată prin segmentul îngroşat din partea de jos a metalului. Să considerăm un punct P în vecinătatea din exteriorul metalului şi lângă zona respectivă. Am determinat mai sus câmpul $\vec{E}_s$ din punctul P şi am văzut că are modulul

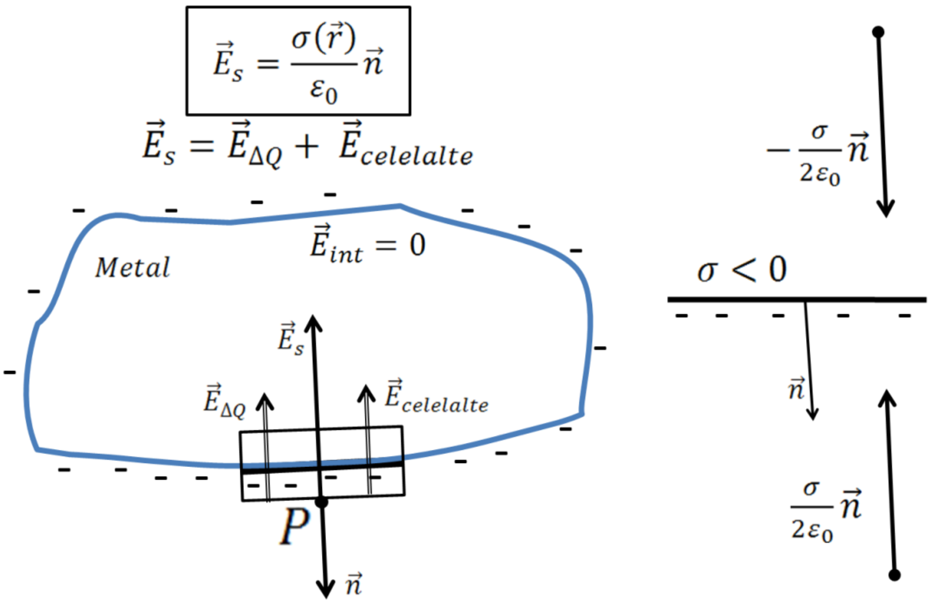
$\left|\vec{E}_s\right| = \frac{|\sigma(\vec{r})|}{\varepsilon_0}$ fiind orientat spre metal. Dacă folosim normala $\vec{n}$ la suprafaţa de arie ΔS, reprezentată în figură cu sensul de sus în jos, atunci putem scrie vectorul $\vec{E}_s$ sub forma

$$\vec{E}_s = \frac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

care este orientat în sus deoarece înmulţirea densităţii superficiale, care este un scalar negativ, cu vectorul $\vec{n}$ orientat în jos dă un vector orientat în sus (constanta ε_0 este pozitivă şi nu influenţează sensul vectorului $\vec{E}_s$). Folosind principiul superpoziţiei putem scrie că vectorul câmp în punctul P este suma dintre câmpul creat de sarcina ΔQ şi cel creat de celelalte sarcini din sistem:

$$\vec{E}_s = \vec{E}_{\Delta Q} + \vec{E}_{celelalte}$$

Câmpul $\vec{E}_{\Delta Q}$ poate fi evaluat dacă ţinem cont de faptul că punctul P este în vecinătatea suprafeţei pe care se află sarcina ΔQ . Este atât de apropiat de zona cu aria ΔS încât putem considera că nu are importanţă cât de întinsă este această zonă când ne referim la contribuţia adusă la câmpul electric în punctul P de sarcina de pe ea. Contribuţia depinde numai de densitatea superfială a sarcinii din zona respectivă şi coincide cu rezultatul pe care l-am obţinut când am analizat câmpul electric produs de o distribuţie plană infinită. Am găsit în această analiză că modulul câmpului are expresia $\frac{|\sigma(\vec{r})|}{2\varepsilon_0}$. Dacă alegem normala orientată în jos (vezi partea din dreapta a figurii) atunci expresia vectorială a câmpului de sub plan are forma



$\frac{\sigma(\vec{r})}{2\varepsilon_0}\vec{n}$ iar pentru câmpul de deasupra planului expresia este $-\frac{\sigma(\vec{r})}{2\varepsilon_0}\vec{n}$. Ne putem folosi de rezultatul acesta pentru că punctul P este în vecinătatea zonei despre care discutăm. Evident că dacă ne îndepărtăm cu punctul P de zonă începe să devină important cât de întinsă este aceasta atunci când ne punem problema contribuţiei la câmpul din P a sarcinii de pe ea. Revenind la problema noastră, observăm că pentru situaţia descrisă în partea stângă a figurii $\vec{E}_{\Delta Q}$ corespunde expresiei câmpului de sub plan: $\vec{E}_{\Delta Q} = \frac{\sigma(\vec{r})}{2\varepsilon_0}\vec{n}$. Folosind relaţia obţinută la aplicarea principiului superpoziţiei rezultă că:

$$\vec{E}_{celelalte} = \vec{E}_s - \vec{E}_{\Delta Q} = \frac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0}\vec{n} - \frac{\sigma(\vec{r})}{2\varepsilon_0}\vec{n} = \frac{\sigma(\vec{r})}{2\varepsilon_0}\vec{n}$$

Acest rezultat ne spune că toate celelalte sarcini din sistem creează în locul în care se află sarcina ΔQ un câmp cu modulul de două ori mai mic decât modulul câmpului creat de toate sarcinile din sistem în vecinătatea din exterior a metalului lângă zona cu sarcina ΔQ . Câmpul $\vec{E}_{celelalte}$ este orientat în sus, spre metal, şi este şi el perpendicular local pe suprafaţa metalului. Observăm că superpoziţia dintre $\vec{E}_{\Delta Q}$ şi $\vec{E}_{celelalte}$ dă zero în metal şi $\frac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0}\vec{n}\left(=\vec{E}_s\right)$ în punctul P din vecinătatea suprafeţei, lângă zona unde se află sarcina ΔQ. Putem calcula acum presiunea electrostatică:

$$p_{el} = \left|\sigma\left(\vec{r}\right)\right|\left|\vec{E}_{celelalte}\right| = \left|\sigma\left(\vec{r}\right)\right|\left|\frac{\sigma\left(\vec{r}\right)}{2\varepsilon_0}\vec{n}\right| = \frac{\left[\sigma\left(\vec{r}\right)\right]^2}{2\varepsilon_0}$$

Fiind orientat în sus câmpul $\vec{E}_{celelalte}$ acţionează asupra sarcinii negative ΔQ în jos (de la metal spre exterior) influenţând astfel eventualele procese de transfer de sarcină (electroni) între metal şi exterior.

Dacă metalul ar fi încărcat pozitiv, putem relua toate raţionamentele de mai sus şi obţinem că $\vec{E}_{celelalte}$ este orientat de la metal către exterior. Va exista o presiune electrostatică asupra sarcinii superficiale pozitive tot de la metal către exterior dar efectul nu este acelaşi ca asupra electronilor (în interiorul metalelor există electroni liberi dar nucleele nu sunt mobile). Se poate totuşi observa efectul presiunii electrostatice asupra sarcinii superficiale pozitive într-un experiment simplu: dacă umflăm un balon din material izolator şi apoi îl electrizăm prin frecare cu un material care să determine electrizarea cu sarcină pozitivă a balonului, diametrul balonului umflat va creşte puţin din cauza presiunii electrostatice.