I. Analiza topologică a unei mulțimi din $\mathbb{R}$

Definiția 1. Fie $A \subseteq \mathbb{R}$. Vom spune că A este **compactă** dacă A este închisă și mărginită.

Definiția 2. O mulțime este conexă într-un spațiu topologic dacă și numai dacă nu este reuniunea a doua mulțimi nevide, deschise, disjuncte.

Propoziție 3. O mulțime $A \subseteq \mathbb{R}$ este conexă dacă și numai dacă este interval.

II. Exerciții

1. Determinați $\mathring{A}, \bar{A}, A', FrA$ și decideți dacă A este închisă, deschisă, mărginită, compactă sau conexă:

   (a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$

   (b) $A = (0, 5] \cup \{7\}$

   (c) $A = \mathbb{Q}$

   (d) $A = [1, 2) \cap \mathbb{Q}$

   (e) $A = \{\frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}^*\}$

   (f) $A = [0, 1) \cup \{-\frac{1}{4^n} : n \in \mathbb{N}\}$

   (g) $A = [-4, 7) \cup \{10, 11\} \cup [(-9, -8) \cap \mathbb{Q}]$

   (h) $A = (-3, 0] \cup \{\frac{n+\sqrt{2}}{3n+\sqrt{3}} : n \in \mathbb{N}\}$