Calcul Numeric
Examen - proba scrisă – Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei, Anul I

INSTRUCŢIUNI:

1. Toate problemele sunt **obligatorii**.
2. **TIMP DE LUCRU: 2 ore**
3. Rezolvările problemelor corespunzătoare acestui test vor fi trimise prin email de pe adresa instituţională:
   - **ca fişier .pdf**, cu denumirea `Nume_Prenume_Grupa_Examen_Proba_Scrisa.pdf`
   - la adresele:
     - `razvan.sfetcu@unibuc.ro` şi;
     - `andreea-paula.marinescu@unibuc.ro`.
   - vor avea următoarea **linie de subiect**:
     `Examen CN - Nume şi prenume student, Grupa 16X`
4. **Termenul limită** de trimitere prin email a rezolvărilor problemelor: **18 iunie 2021, orele 12:00.**

Oficiu: 1 punct

Ex. 1 (2 puncte) Să se rezolve sistemul de mai jos, folosind *metoda Gauss cu pivotare totală*:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 6 \\ x + 2y + 3z = 4 \\ x + y + z = 7. \end{cases}$$

Ex. 2. (2 puncte) Determinaţi factorizarea LU, folosind *metoda Gauss fără pivotare*, pentru matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ex. 3. (1.5 puncte) Fie $f : [0, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2^x + 3 \cdot 4^x - 15 \cdot x^2.$$

Folosind *metoda Newton cu diferenţe divizate*, determinaţi polinomul Lagrange de interpolare $P_2(x)$ al funcţiei f, relativ la diviziunea $(0, 3, 5)$.

Ex. 4.

(a) (2 puncte) Aproximaţi integrala

$$I = \int_{-4}^{-1} \left(2 \cdot x^8 + 4 \cdot x^7 + \frac{2}{2} \cdot x^5 + 6 \cdot x^4\right) dx,$$

folosind formula de cuadratură sumată a trapezului, pentru $m = 3$.

(b) (0.5 puncte) Calculaţi eroarea absolută a aproximării de la punctul (a).

Ex. 5. Fie $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ o funcţie, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, $a = x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_{n+1} = b$ o diviziune a intervalului $[a, b]$ şi polinomul

$$P_n(x) = f[x_1] + f[x_1, x_2](x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2) + a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) + \cdots + a_{n+1}(x - x_1) \cdot \ldots \cdot (x - x_n)$$

astfel încât $P_n(x_3) = f(x_3)$.

(a) (0.75 puncte) Arătaţi că $f[x_1, x_2, x_3] = \dfrac{f[x_3] - f[x_1]}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} - \dfrac{f[x_1, x_2]}{(x_3 - x_2)}$.

(b) (0.25 puncte) Arătaţi că $a_3 = f[x_1, x_2, x_3]$.