

Heidelberg University  
Institute of Computer Science  
Visual Computing Group (VCG)

Master-Arbeit  
**Global Illumination Techniques for  
Tensor Field Visualization**

Sebastian Bek  
Matrikelnummer: 3481802  
Betreuer: Sebastian Bek  
Datum der Abgabe: 07.07.2019

*dt.:* Ich versichere, dass ich diese Master-Arbeit selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe und die Grundsätze und Empfehlungen “Verantwortung in der Wissenschaft” der Universität Heidelberg beachtet wurden.

*eng.:* I hereby declare/assure, that I drafted this thesis independently and only used the sources and materials labeled as references and that the conventions/principles and recommendations “Verantwortung in der Wissenschaft” of the Heidelberg University have been regarded/observed.

---

Abgabedatum / Due Date: 07.07.2019

# Zusammenfassung

Tensorfelder werden meistens in Verbindung mit mechanischen Spannungsverteilungen in 2D/3D-Gittern gebracht (vgl. Cauchy-Stress Tensor), haben aber auch andere praktische Bedeutungen in der Physik. Mithilfe von globalen Beleuchtungsmodellen/-techniken wird eine neue Methode entwickelt, um Tensorfelder zu visualisieren. Als Grundlage leiten wir ein einfaches Lichtausbreitungsschema für kartesische Gitter ab, dass die Prinzipien der Ausbreitungsdämpfung und Energieerhaltung beachtet und Lichtverteilung/en für gegebene Lichtquellenrichtung/en und -positionen bis zur Konvergenz approximieren kann. Als unterliegendes Modell werden die Transmissionsprofile innerhalb diesem Gitter als Kristallfaserstruktur angenommen (vgl. Edelsteine: Katzenaugeneffekt beim Tigerauge). Die folgende Aufgabe ist es, anisotrope Faserstrukturen mit der Orientierung und den Anisotropiemaßen des unterliegenden Tensorfelds zu modellieren. Dafür erstellen wir per Hauptachsentransformation (PCA) ein Eigensystem für jede Zelle des Tensorfelds und modellieren eine zugehörige Ellipsengleichung als (Transfer-/Wichtungs-) Transmissionsprofil. Wir messen Impulsantworten des Tensorfelds mit Delta-Pulsen an jeder Position und in jede Richtung um eine uniform gesampelte Map der globalen Lichtverteilungen zu erhalten. Diese Map wird als ein globales Energieflussfeld betrachtet. Wir lassen uns von der Technik FTLE aus dem Bereich Particle Tracing der Vector Field Visualization inspirieren, indem wir den Gradient des Flussfelds der resultierenden Lichtverteilungen analysieren und visualisieren. Ähnlich wie FTLE in Vektorfeldern Gräbe/Kämme/LCS detektiert, erfasst unsere Methode dieselben Strukturen, anziehende/abstoßende/sattelnde Tensorfeldlinien die häufig Schlüsselstrukturen in der Natur repräsentieren, in Tensorfeldern. Man beachte, dass das resultierende berechnete Skalarfeld (Betrag des Gradienten)  $(n + 1)$ -dimensional ( $x, y, z$  und Richtung  $\theta$ ) ist und in 3D für sinnvolle Visualisierung durch Mittelung/Projektion eine Dimension abgeflacht werden muss. Wir führen diese Größe als Global Illumination Gradient ein, der einen FTLE-verwandten Ansatz darstellt, um LCS in Tensorfeldern durch die Analyse des globalen, durch einen Imprint (Gravur in kristallinen Faserstrukturen) gerichteten Lichtflusses, zu visualisieren. Außerdem führen wir Deformation Ellipsoid Glyphen ein, die zusätzlich zur Darstellung der anisotropen Topologie die Richtung(Zug-/Druck) der Spannung durch Pfeile nach innen/außen darstellen.

# Abstract

Tensor Fields, are most commonly associated with stress distributions (cnf. Cauchy-Stress Tensor) in 2D/3D grids, but also have some other meanings in practice in physics. By means of global illumination techniques we develop a new method to visualize tensor fields. As a basis, we derive a simple light propagation scheme for Cartesian grids, which satisfies propagation attenuation and energy-conservation principles and is able to approximate light distributions for given light source position(s) and direction(s) until convergence. The transmission profiles within this grid are considered as crystal fiber structures as an underlying physical model (eg. gemstones: tiger’s eye’s cat’s eye effect). The consequent task is to model anisotropic fibre structures with the orientation and anisotropy measures of the underlying tensor field in the grid. For this, we derive an eigenbasis by PCA (principal component analysis) for every cell of the tensor field and form an ellipsoid equation as transmission (transfer/weighting) function for the transmitted light profiles. We measure impulse responses of the tensor field with Delta-Pulses as light sources at any (sampled) position and in any direction to generate a uniform sampled map of the global illumination distributions. This map is considered as a global illumination energy flow field. We gain inspiration by vector field particle tracing’s FTLE approach for analyzing the gradient of the flow field of the resulting light distributions. Similar to how the FTLE detects ridges/LCS (Lagrangian Coherent Structures) in vector fields (flow fields), our approach captures these structures likewise, attracting/repelling/saddling tensor field lines (TFL) which frequently represent key structures in nature, in tensor fields. Note that the resulting scalar field is  $(n + 1)$ -dimensional ( $x, y, z$  and direction  $\theta$ ) and needs to be flattened by averaging or projection in 3D for proper visualization. We denote this entity a global illumination gradient which states an FTLE-related approach for visualizing LCS in tensor fields through analysis of the global and light transport directed by imprint/engraving in crystalline fiber structures. We also introduce Deformation Ellipsoid Glyphs which are, additionally to visualizing anisotropic topology, pointing inward/outward for compressive/tensile stresses visualizing orientation of mechanical stresses. We evaluate our approaches for plausibility and comparability within an extensive test campaign.

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Objectives . . . . .	2
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Grundlagen und verwandte Arbeiten</b>	<b>4</b>
2.1	(Beispiel) Tensoren . . . . .	4
2.2	(Beispiel) HAT . . . . .	4
2.3	Related Work . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Mein Beitrag</b>	<b>6</b>
3.1	Überblick und Zielsetzung . . . . .	6
3.2	Erster Teil . . . . .	6
3.3	Zweiter Teil . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Experimentelle Evaluation</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>8</b>

# 1 Introduction

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die Arbeit. Gerade der Abschnitt zur Motivation soll allgemein verständlich geschrieben werden. Die Einleitung sollte auch wichtige Referenzen enthalten.

## 1.1 Motivation

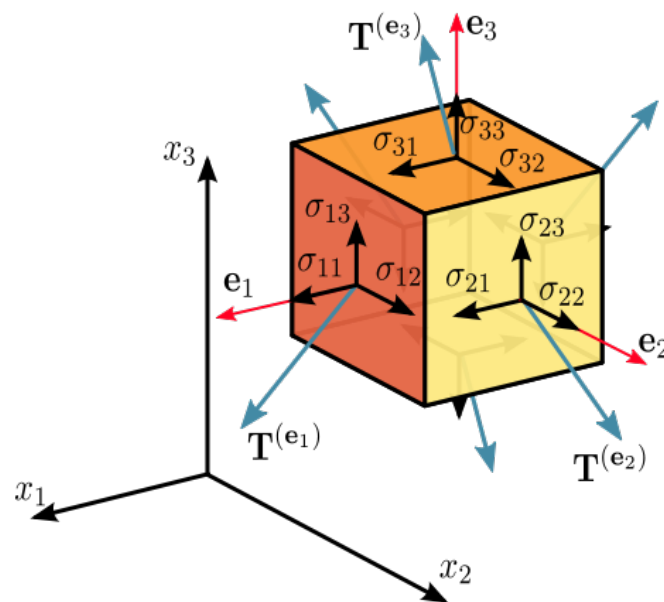


Figure 1.1: Cauchy-Spannungstensor

Tensor Field Visualization is gaining importance as a relevant tool for the analysis of fluid and solid mechanics. Tensors are found most commonly in medical, scientific and engineering applications. A tensor is a  $n$ -D generalization of a matrix and appears e.g. as Jacobi-Matrix in Flow Fields or as stress tensor in solid continuum mechanics. Basically, tensors describe stretchings, rotations and volume changes in both solid and fluid material. While most techniques focus on symmetric tensor field visualization (like Glyphs and Tensor Field Lines), some other recent works adress the problem of asymmetric tensor field visualization. The issue with asymmetric or antisymmetric tensors is

that they do not always yield real eigenvalues, which is needed to determine an eigenbasis to set up glyphs, hyperstreamlines or tensor field lines. [Zheng and Pang, 2005] et.al. proposed the concept of dual eigenvectors and [Lin et al., 2012] extended it to pseudo-eigenvectors and introduced eigenvector and eigenvalue manifold to visualize eigenvectors in the complex domain. The concept of Tensor Magnitude has been introduced by [Delmarcelle and Hesselink, 1995a] for means of physical interpretation. They also proposed an efficient glyph and hyperstreamline hybrid approach, which made dynamic interaction in real-time in 2D tensor fields feasible.

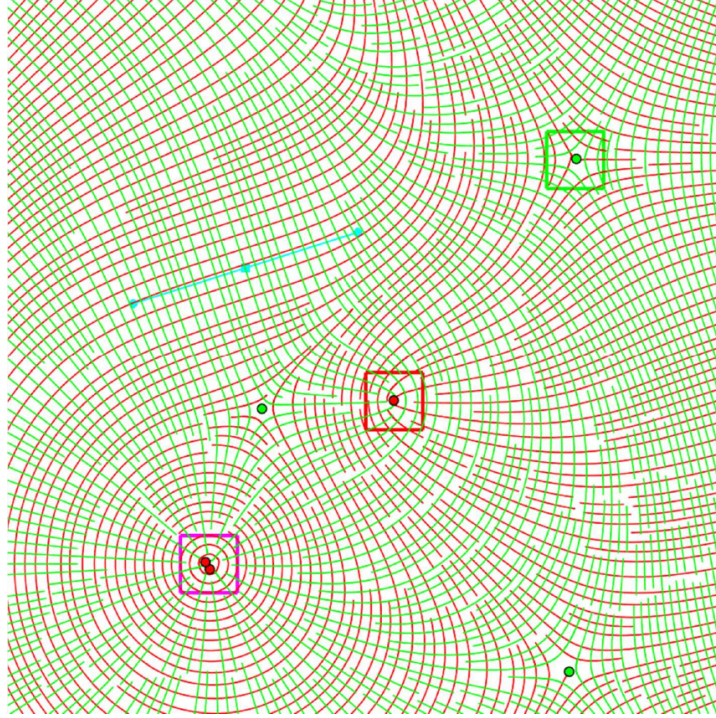


Figure 1.2: Hyperstreamlines in Tensor Field Visualization

Worum geht es? Beispiel(e)! Illustrationen sind hier meist sinnvoll zum Verständnis. Warum ist das Thema wichtig? In welchem Kontext?

## 1.2 Objectives

The problem setting encompasses the visualization of tensor fields, i.e. mostly 2D/3D-grids consisting of mainly second-order tensors (cnf. Cauchy-Stress Tensor). The main purpose of visualization in general is to reduce or encode some set of numbers in some readable, explorable and more intuitive representation. This implies e.g. clustering, structuring or projection techniques. The objective of this work is to implement a

FTLE-related approach in tensor field visualization (both symmetric and asymmetric) for detecting ridges/LCS (Lagrangian Coherent Structures). These structures can be identified as repelling, attracting and saddling (forming a saddle) local features, which frequently represent key structures in nature. The real part of the eigenvalues is exploited for sign change (contractions/tensions) which leads to the concept of deformation glyphs w. attached arrows pointing inward/outward for the two types of normal stresses. Practically, in its eigenbasis there are no shear stresses existent for the stress tensor just the principal normal stresses.

In diesem Abschnitt sollen neben den Herausforderungen und der Problemstellung insbesondere die Ziele der Arbeit beschrieben werden.

### 1.3 Aufbau der Arbeit

Dieser Abschnitt wird meist recht kurz gehalten und beschreibt im Prinzip nur den Aufbau des Rests der Arbeit. Zum Beispiel: In Kapitel 2 geben wir einen Überblick über die Grundlagen zu der Arbeit sowie über verwandte Arbeiten. In Kapitel 3 stellen wir dann ... vor. ... etc.



## 2 Grundlagen und verwandte Arbeiten

Die ersten paar Abschnitte in diesem Kapitel führen in die Grundlagen zur Arbeit ein. Das können beispielsweise Grundlagen zu Netzwerken oder zur Informationsextraktion sein.

### 2.1 (Beispiel) Tensoren

### 2.2 (Beispiel) HAT

### 2.3 Related Work

There has been extensive recent work on symmetric tensors but not on asymmetric ones. Since we aren't able to cover the whole scope in this work, we will focus on the most relevant works about tensor field visualization.

#### **Symmetric Tensor Field Visualization**

[Zheng and Pang, 2005] et.al. proposed a texture-based visualization approach called HyperLIC, which extends the concept of LIC to symmetric tensor fields by using an anisotropic 2D-filter kernel oriented along the major/minor eigenvectors. The notion of tensor field topology and the concept of Hyperstreamlines was first introduced by [Delmarcelle and Hesselink, 1995b]. The placement of tensor field lines as hyperstreamlines was recently improved by [?] et.al. for glyph packing. A good overview of seeding strategies is given by [?]. [Feng et al., 2008] et. al. used Voronoi Tesselation for placing the glyphs. Superquadric glyphs have been proposed by [?] for general (non-positive definite) tensors. [?] visualize the partial derivative gradient, the Jacobian of the tensor field to sense the local properties of the field.

#### **Asymmetric Tensor Field Visualization**

[Zheng and Pang, 2005] et.al. proposed the concept of dual eigenvectors and [Lin et al., 2012] extended it to pseudo-eigenvectors and introduced the eigenvector/eigenvalue manifolds to visualize eigenvectors in the complex domain. [Palke et al., 2011] et.al. focused on the efficient implementation and visualization of these structures and provided an interac-

tive visualization system for asymmetric tensors applicable in fluid and solid dynamics. In this work, we will use the singular vectors yielded from singular value decomposition to avoid complex values yielded from eigenvalue decomposition. This will allow us to set up glyphs representing the major/minor axis of the underlying transformation for every kind of (asymmetric/symmetric) tensor. We will then use global-illumination techniques to take it one step further and to generate a flow map, permitting us to compute an FTLE-like field on the tensor fields.

Typischerweise im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird dann auf verwandte Arbeiten eingegangen. Entsprechende Arbeiten sind geeignet zu zitieren. Beispiel: Die wurde erstmalig in den Arbeiten von Spitz und Gertz [?] gezeigt ... Details dazu werden in dem Buch von Newman zu Netzwerken [?] erläutert ....

## **3 Mein Beitrag**

Dieses Kapitel stellt meist den Hauptteil der Arbeit dar. Vor dem ersten Abschnitt sollte ein kurzer Überblick (ein paar wenige Sätze mit Verweise auf nachfolgende Abschnitte) gegeben werden. Beispiel: Im nachfolgenden Abschnitt 3.1 wird ein Überblick über die Anforderungen an das Modell gegeben.

### **3.1 Überblick und Zielsetzung**

Knapp zwei Seiten, in dem die Anforderungen, die Zielsetzung und die Methoden überblicksartig beschrieben werden. Hier sollte die Beschreibung “technischer” bzw. “formaler” sein als in der Einleitung, da der Leser nun mit den Grundlagen und verwandten Arbeiten vertraut ist.

### **3.2 Erster Teil**

In diesem und den nachfolgenden Abschnitten werden die Beiträge der Arbeit motiviert, formal sauber (oft mathematisch, sprich mit Definitionen etc.) beschrieben, und bei Bedarf mithilfe von Beispielen verdeutlicht. Die Beschreibungen in diesem Kapitel sind meist unabhängig von einer konkreten Realisierung und Daten; diese werden im nachfolgenden Kapitel detailliert.

### **3.3 Zweiter Teil**

Usw.

## 4 Experimentelle Evaluation

Der Aufbau dieses Kapitels oder dessen Aufteilung in zwei Kapiteln ist stark von dem Thema und der Bearbeitung des Themas abhängig. Beschrieben werden hier Daten, die für eine Evaluation verwendet wird (Quellen, Beispiele, Statistiken), die Zielsetzung der Evaluation und die verwendeten Maße sowie die Ergebnisse (u.a. mithilfe von Charts, Diagrammen, Abbildungen etc.)

Dieses Kapitel kann auch mit einer Beschreibung der Realisierung eines Systems beginnen (kein Quellcode, maximal Klassendiagramme!).

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Hier werden noch einmal die wichtigsten Ergebnisse und Erkenntnisse der Arbeit zusammengefasst (nicht einfach eine Wiederholung des Aufbaus der vorherigen Kapitel!), welche neuen Konzepte, Methoden und Werkzeuge Neues entwickelt wurden, welche Probleme nun (effizienter) gelöst werden können, und es wird ein Ausblick auf weiterführende Arbeiten gegeben (z.B. was Sie machen würden, wenn Sie noch 6 Monate mehr Zeit hätten).

# Bibliography

- [Delmarcelle and Hesselink, 1995a] Delmarcelle, T. and Hesselink, L. (1995a). Visualizing second order tensor fields with hyperstreamlines.
- [Delmarcelle and Hesselink, 1995b] Delmarcelle, T. and Hesselink, L. (1995b). Visualizing second order tensor fields with hyperstreamlines.
- [Feng et al., 2008] Feng, L., Hotz, I., Hamann, B., and Joy, K. (2008). Anisotropic noise samples. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 14(2):342–354.
- [Lin et al., 2012] Lin, Z., Yeh, H., Laramée, R., and Zhang, E. (2012). 2d asymmetric tensor field topology.
- [Palke et al., 2011] Palke, D., Lin, Z., Chen, G., Yeh, H., Vincent, P., Laramée, R., and Zhang, E. (2011). Asymmetric tensor field visualization for surfaces. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 17(12):1979–1988.
- [Zheng and Pang, 2005] Zheng, X. and Pang, A. (2005). 2d asymmetric tensor analysis. pages 3– 10.