Zusammenfassung.md 7/6/2023

Moderne Theoretische Informatik - Zusammenfassung

2 - NP (in polynomieller Zeit nicht deterministisch lösbare Probleme)

Probleme in NP

Haben schwer zu findende Lösungen, Korrektheit ist aber leicht zu überprüfen. Folgende Probleme existieren in NP:

- k-Färbbarkeit von Graphen (k-Color)
- Hamilton'scher Pfad
- Erfüllbarkeit logischer Formeln (SAT)
- Graph Isomorphismus

Reduzierbarkeit von NP-Probleme

Probleme sollen aufeinander reduzierbar sein, heißt: Problem A & B existieren, Lösung für Problem B existiert, Eingabe von A wird auf Eingabe von B abgebildet \$ \rightarrow \$ Lösung für A gefunden: \$ A \leq_p B \$

NP-Vollständigkeit

Sprache B ist NP-vollständig, wenn gilt:

- \$ B \in NP \$
- \$\forall A \in NP: A \leq_p B \$

Alle NP-vollständigen Probleme sind Elemente von NPC.

In NPC existieren:

- Graphprobleme: Längster Pfad, Graphfärbbarkeit
- Optimierungsprobleme: Bin Packing, Traveling Salesman
- Formale Sprachen: Längste gemeinsame Teilsequenz
- Spiele und Puzzles: Super Mario Bros, Minesweeper
- SAT (Erfüllbarkeit logischer Ausdrücke)

Zur Lösung wichtig: Approximationsverfahren, da sehr wahrscheinlich keine effiziente Lösung für Probleme in NPC existiert.

Satz von Cook und Levin: Für jedes Problem \$ A \in NP \$ gilt \$ A \leq_p SAT \$

Satz von Ladner: \$ P \neq NP \Rightarrow NP - P \neq NPC \$

NP-Optimierungsproblem

NPO Optimierungsprobleme bestehen aus 4-Tupel \$ F = (I_F, S_F, m_F, opt) \$

- I: Menge von Eingabeinstanzen (z.B. Menge der Graphen)
- S: Funktion, die Eingabeinstanzen auf Lösungswörter abbildet (z.B. Bildung der Teilgraphen aus Graph)
- m: eine Zielfunktion, die das Maß der Lösung berechnet (z.B. Zählen der Knoten in Teilgraphen)

Zusammenfassung.md 7/6/2023

• opt: Optimierungsziel (max / min) (z.B. maximal viele Cliquen in Menge aller Graphen I)

NP-Intermediate

Alle Probleme von NP, die weder in P, noch in NPC enthalten sind, nennt man **NPI** oder NP-Intermediate Probleme.

3 - Möglichkeiten udn Grenzen randomisierter Algorithmen

Min-Cut

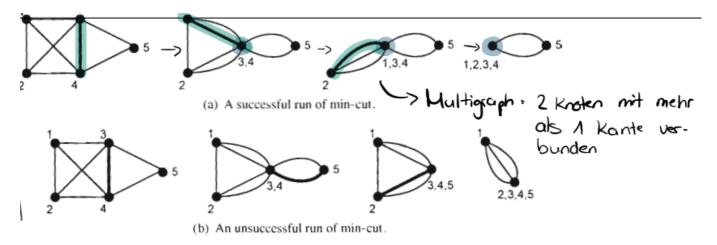
Definition: ungerichteter, ungewichteter Graph soll in zwei Teile aufgespalten werden, so dass möglichst wenige Kanten durchtrennt werden.

Karger'scher Algorithmus:

- zufällige Kante mit Knoten {u, v} auswählen
- Knoten {u, v} zu neuem Knoten <u.v> zusammensetzen
- Kanten zwischen *u* und *v* entfernen
- wiederholen, bis 2 Teile übrig sind

Erfolgreicher Durchlauf: Minimale Verbindung zwischen 2 Knoten

Fehlerhafter Durchlauf: 2 Knoten sind mit mehr als der minimalen Kantenmenge verbunden



Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

Elementar-Ergebnisse: Alle in einem Zufallsprozess möglicherweise vorkommenden Ergebnisse \$ \Omega \$

Ereignisse: Menge \$F\$ aller erlaubten Ereignisse, jedes Ereignis \$F_i\$ hat eine Wahrscheinlichkeit \$ P(F_i) \$

Probabilistische Methode

Probabilistische Methode liefert Existenzbeweis für Objekte mit bestimmten Eigenschaften. Wenn die Wahrscheinlichkeit für die Wahl eines Objekts aus einem Ereignisraum > 0 ist, existiert das Objekt.

Vorgehensweise:

- Ereignisraum mit geeigneten Objekten konstruieren
- Zeigen, dass gewünschtes Objekt mit Wahrscheinlichkeit > 0 auftritt

Zusammenfassung.md 7/6/2023

Monte Carlo / Las Vegas Algorithmen

Monte Carlo:

- vorab bestimmte Laufzeit
- Fehlerhaftes Resultat mit \$ P > 0 \$, Fehler kann ein- oder zweiseitig sein

Las Vegas:

- variierende Laufzeit
- **niemals** fehlerhaftes Resultat