Sebastian Bednarski, 261662

zadanie 7

$$T(1) = 1$$
$$T(N) = c(\lg N) + T\left(\frac{N}{2}\right), \quad \text{dla } N \geq 2$$

Niech $N = 2^k$. Wtedy

$$T(2^k) = T\left(\frac{2^k}{2}\right) + c(\lg 2^k) = T(2^{k-1}) + ck\lg 2 =$$
$$= T(2^{k-2}) + c(k-1)\lg 2 + ck\lg 2 = \ldots \quad [\text{podstaw } k=2]$$
$$= T(2^0) + c\lg 2 + c2\lg 2 + \ldots + c(k-1)\lg 2 + ck\lg 2 =$$
$$= T(1) + c\sum^k k\lg 2 = 1 + c\left(\frac{k+1}{2} \cdot k\right)\lg 2 =$$
$$= 1 + c\left(\frac{k^2+k}{2}\right)\lg 2 = 1 + \frac{ck\lg 2 + ck^2\lg 2}{2} =$$
$$= 1 + \frac{1}{2}ck\lg 2 + \frac{1}{2}ck^2\lg 2$$

$$T(N) = \Theta(1 + \lg n + \lg^2 n) = \Theta(\lg^2 n)$$