Column Generation zum Anordnen der Bins und der Jobgruppen in den Bins

Mengen

$M = \{1, \ldots, m\}$	Bins
K_i	mögliche Konstellationen der Jobgruppen in Bin $i \in M$

Parameter

B		Größe der Bins
G_i		Anzahl der Jobgruppen in Bin i
$l_{\pi g}$	$\pi \in K_i, 1 \leq g \leq G_i, i \in M$	Gruppengröße
$c^k_{\pi\rho}$	$\pi \in K_i, \rho \in K_j, k,i,j \in M, i \neq j$	Kosten zwischen Konstellationen
$p^d_{\pi g}$	$\pi \in K_i, 1 \leq g \leq G_i, d \in \{1,2\}, i \in M$	Prozesszeiten von Gruppen
$p^d_{\pi\iota}$	$\pi \in K_i, 1 \leq \iota \leq B, d \in \{1,2\}, i \in M$	Prozesszeiten von Einzeljobs

Variablen

$\lambda^k_{\pi\rho} \in \{0,1\}$	$\pi \in K_i, \rho \in K_j, k \in M$	
y^{kd}_{jg}	$k, j \in M, 1 \leq g \leq G_j, d \in \{1,2\}$	duale Variablen zu 2
z^i_1	$i \in M$	duale Variablen zu 3
z^k_2	$k \in M$	duale Variablen zu 4

Masterproblem

$$\min \quad \sum_{k\in M} \sum_{\substack{i,j\in M\\ i\neq j}} \sum_{\substack{\pi\in K_i\\ \rho\in K_j}} c^k_{\pi\rho}\lambda^k_{\pi\rho} \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{\substack{i\in M\\ i\neq j}} \sum_{\pi\in K_i} \sum_{\rho\in K_j} \lambda^k_{\pi\rho} p^d_{\rho g} = \sum_{\rho\in K_j} \sum_{\substack{h\in M\\ h\neq j}} \sum_{\sigma\in K_h} \lambda^{k \bmod m+1}_{\rho\sigma} p^d_{\rho g} \qquad j,k \in M, 1 \leq g \leq G_j, d \in \{1,2\} \tag{2}$$

$$\sum_{k\in M} \sum_{\pi\in K_i} \sum_{\substack{j\in M\\ j\neq i}} \sum_{\rho\in K_j} \lambda^k_{\pi\rho} \geq 1 \qquad i \in M \tag{3}$$

$$\sum_{i\in M} \sum_{\pi\in K_i} \sum_{\substack{j\in M\\ j\neq i}} \sum_{\rho\in K_j} \lambda^k_{\pi\rho} \geq 1 \qquad k \in M \tag{4}$$

Es ist $\lambda^k_{\pi\rho} = 1$ (mit $\pi \in K_i, \rho \in K_j$) genau dann, wenn Bin i mit Konstellation π an Position k steht und Bin j mit Konstellation ρ an Position $k \bmod m + 1$. Zu jedem $\lambda^k_{\pi\rho}$ gibt es Kosten $c^k_{\pi\rho}$, die in die Zielfunktion (1) eingehen. Jeder Bin soll mit einer Konstellation an einer Position sein (3) und an jeder Position soll ein Bin mit einer Konstellation sein (4). (2) bewirkt, dass für alle Positionen k und ein σ $\lambda^{k \bmod m+1}_{\rho\sigma} = 1$, wenn für ein π $\lambda^k_{\pi\rho} = 1$ ist. Die Parameter $p^d_{\rho g}$ geben die Prozesszeit der g-ten Jobgruppe in Konstellation ρ auf Maschine d an. Um die Konstellationen ρ zu vergleichen, werden stattdessen diese Prozesszeiten

verglichen, die sich dann im Pricing wiederfinden.
Pricing

$$
\begin{aligned}
&\min_{\substack{k,i,j\in M\\ i\neq j\\ \pi\in K_i\\ \rho\in K_j}} c^k_{\pi\rho} - \sum_{g=1}^{G_j} y^{k1}_{jg}p^1_{\rho g} + y^{k2}_{jg}p^2_{\rho g} + \sum_{g=1}^{G_i} y^{(k-1)1}_{ig}p^1_{\pi g} + y^{(k-1)2}_{ig}p^2_{\pi g} - z^i_1 - z^k_2 \\
&\quad = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{\iota=1}^{B} \max\{p^2_{\pi\iota}, p^1_{\rho\iota}\} \quad (k<m) \\ \sum_{\iota=0}^{B} \max\{p^2_{\pi\iota}, p^1_{\rho(\iota+1)}\} \quad (k=m) \end{array} \right\} \\
&\quad - \sum_{g=1}^{G_j} y^{k1}_{jg}p^1_{\rho g} + y^{k2}_{jg}p^2_{\rho g} \\
&\quad + \sum_{g=1}^{G_i} y^{(k-1)1}_{ig}p^1_{\pi g} + y^{(k-1)2}_{ig}p^2_{\pi g} \quad - z^i_1 - z^k_2 \\
&\quad = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_{\iota=1}^{B} \max\{p^2_{\pi\iota}, p^1_{\rho\iota}\} & (k<m) \\ \sum_{\iota=0}^{B} \max\{p^2_{\pi\iota}, p^1_{\rho(\iota+1)}\} & (k=m) \end{array} \right\} \\
&\quad - \sum_{\iota=1}^{B} \frac{y^{k1}_{jg(\iota)}}{l_{\rho g(\iota)}} p^1_{\rho g(\iota)} + y^{k2}_{jg(\iota)}p^2_{\rho g(\iota)} \\
&\quad + \sum_{\iota=1}^{B} \frac{y^{(k-1)1}_{ig(\iota)}}{l_{\pi g(\iota)}} p^1_{\pi g(\iota)} + y^{(k-1)2}_{ig(\iota)}p^2_{\pi g(\iota)} \quad - z^i_1 - z^k_2 \\
&\quad = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{\iota=1}^{B} \max\{p^2_{\pi\iota}, p^1_{\rho\iota}\} - \frac{y^{k1}_{jg(\iota)}}{l_{\rho g(\iota)}} p^1_{\rho g(\iota)} + \frac{y^{k2}_{jg(\iota)}}{l_{\rho g(\iota)}} p^2_{\rho g(\iota)} \quad (k<m) \\ \sum_{\iota=0}^{B} \max\{p^2_{\pi\iota}, p^1_{\rho(\iota+1)}\} - \frac{y^{k1}_{jg(\iota)}}{l_{\rho g(\iota)}} p^1_{\rho g(\iota)} + \frac{y^{k2}_{jg(\iota)}}{l_{\rho g(\iota)}} p^2_{\rho g(\iota)} \quad (k=m) \end{array} \right\} \\
&\quad + \left\{ \begin{array}{l} \frac{y^{(k-1)1}_{ig(\iota)}}{l_{\pi g(\iota)}} p^1_{\pi g(\iota)} + \frac{y^{(k-1)2}_{ig(\iota)}}{l_{\pi g(\iota)}} p^2_{\pi g(\iota)} \quad (k>1) \\ \frac{y^{m1}_{ig(\iota)}}{l_{\pi g(\iota)}} p^1_{\pi g(\iota)} + \frac{y^{m2}_{ig(\iota)}}{l_{\pi g(\iota)}} p^2_{\pi g(\iota)} \quad (k=1) \end{array} \right\} - z^i_1 - z^k_2
\end{aligned}
$$

Im Pricing müssen neue Konstellationen π und ρ erzeugt werden. Dazu müssen für alle Kombinationen von k, i, j Konstellationen der Jobgruppen in den Bins i und j berechnet werden (mit gewichtetem bipartiten Matching möglich?). Diese Konstellationen werden durch die $p^d_{\pi g}$ beschrieben.
Die Funktion g bildet die Position eines einzelnen Jobs im Bin ι auf die Position der entsprechenden Jobgruppe g ab. Es sei $p^2_{\pi 0} = p^1_{\pi(B+1)} = 0 \ \forall i \in M, \pi \in K_i$, um im Fall $k = m$ auch die Prozesszeiten des ersten und letzten Jobs im Gesamtschedule zu berücksichtigen.