

# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO

Esame di Analisi Matematica – 24/03/2022

Docenti: P. Di Gironimo; G. Iovane; E. Benedetto

C.d.L. in Informatica

1) Data la funzione

$$y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

studiare: Dominio, simmetrie, intersezioni, segno, asintoti, intervalli di monotonia, eventuali massimi e minimi e grafico

Il campo di esistenza della funzione è  $\mathbb{R} - \{0\}$ . Nessuna simmetria

$$f(-x) \neq f(x) \text{ e } f(-x) \neq -f(x).$$

Una intersezione nel punto (1,0). Positiva per  $x > 1$  e negativa per  $x < 1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{x-1}{x^2} = -\infty$$

La retta  $x = 0$  è asintoto verticale.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x^2} = 0.$$

La retta  $y = 0$  è asintoto orizzontale.

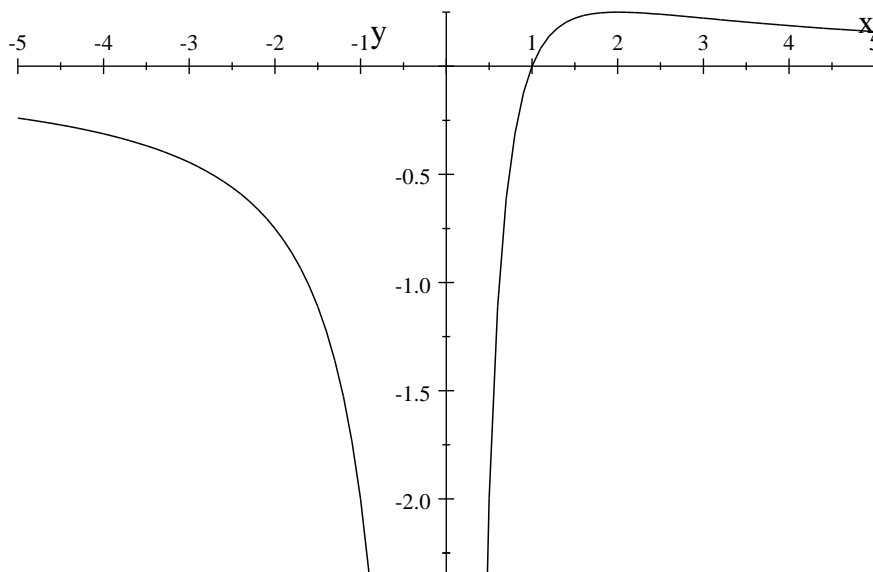
$$y'(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x^4} = \frac{-x + 2}{x^3}.$$

La derivata prima è maggiore di zero per  $0 < x < 2$  e la funzione presenta un massimo relativo nel punto  $(2, \frac{1}{4})$ .

$$y''(x) = \frac{2x^3 - 6x^2}{x^6} = \frac{2x - 6}{x^4}.$$

$$y''(x) > 0 \quad \forall x \in (3, +\infty)$$

La funzione, quindi, è convessa per  $x > 3$  e concava per  $x < 3$ . Il punto  $F(3, \frac{2}{9})$  è un punto di flesso.



2) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{5x - 1}{x^2 - x - 2} dx$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 - x - 2} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 2}.$$

Si ricava  $A = 2$  e  $B = 3$ . Pertanto

$$\int \frac{5x - 1}{x^2 - x - 2} dx = \int \left( \frac{2}{x + 1} + \frac{3}{x - 2} \right) dx = 2 \ln|x + 1| + 3 \ln|x - 2| + c.$$

3) Siano  $z = 8 \left( \cos \frac{9}{16} \pi + i \sin \frac{9}{16} \pi \right)$  e

$w = 4 \left( \cos \frac{5}{16} \pi + i \sin \frac{5}{16} \pi \right)$  due numeri complessi. Calcolare  $z : w$ .

$$z_1 : z_2 = \frac{8}{4} \left[ \cos \left( \frac{9}{16} \pi - \frac{5}{16} \pi \right) + i \sin \left( \frac{9}{16} \pi - \frac{5}{16} \pi \right) \right] = 2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

4) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + e^x + 3x^2 - 1 + \operatorname{tg}^3 x + \ln(1 + 4x)}{2 \operatorname{tg} x + 3 \sin^2 x + 3 \sin x}$$

Con limiti notevoli esce 1

**5) ( Per esame da 12 CFU )** Studiare la seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{2}} - 1 = 1$$