

Nome e Cognome, email:

Matricola:

Firma:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
							SI NO

Leggere le tracce con attenzione!

Giustificare le risposte, risposte non giustificate non saranno valutate.

La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.

È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning domenica 11 febbraio, con possibile convocazione anche lunedì 12 febbraio.

È consentita la descrizione ad alto livello delle macchine di Turing utilizzate.

1. (15 punti)

- Dare la definizione di espressione regolare, indicando anche il linguaggio rappresentato.
- Definire un'espressione regolare E che denoti il linguaggio $L(\mathcal{A})$ riconosciuto dall'automa finito non deterministico $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, dove $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $F = \{q_2\}$ e δ è descritta dalla tabella riportata di seguito (cioè definire un'espressione regolare E tale che $L(E) = L(\mathcal{A})$).

	a	b	c
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_0\}$
q_1	\emptyset	$\{q_0\}$	\emptyset
q_2	$\{q_2\}$	\emptyset	$\{q_3\}$
q_3	\emptyset	$\{q_2\}$	\emptyset

2. (15 punti)

- Fornire le definizioni delle seguenti operazioni sui linguaggi
 - concatenazione,
 - potenza,
 - star.
- Esiste un linguaggio L tale che $L^* = \emptyset$? Motivare la risposta.
- Sia L il linguaggio riconosciuto dall'automa finito deterministico $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$, dove $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{q_3\}$ e δ è descritta dalla tabella riportata di seguito.

	a	b
q_1	q_2	q_3
q_2	q_3	q_1
q_3	q_3	q_2

Usando la procedura descritta sul libro di testo, definire l'automa finito che riconosce L^* .

3. (15 punti)

Definire il linguaggio A_{TM} . Provare che A_{TM} è indecidibile.

4. (15 punti)

Si consideri la funzione $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ definita come segue:

$$f(w) = \begin{cases} ab & \text{se } w = \langle \phi \rangle \text{ e } \phi \text{ è un'espressione booleana soddisfacibile,} \\ a & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Rispondere alle seguenti domande motivando la risposta. Risposte non motivate non saranno valutate.

(a) Esiste una macchina di Turing che calcola f ?

(b) Sia $SAT = \{\langle \phi \rangle \mid \phi \text{ è un'espressione booleana soddisfacibile}\}$. È vero che $SAT \leq_m \{ab\}$?

5. (15 punti)

1) Dare la definizione di riduzione polinomiale (definendo ogni termine utilizzato).

2) Definire i linguaggi 3-SAT e CLIQUE (definendo ogni termine utilizzato).

3) Dare la definizione di riduzione polinomiale di 3-SAT a CLIQUE descritta nel libro di testo.

6. (15 punti)

(a) Definire le classi di complessità P ed NP .

(b) Sia \overline{CLIQUE} il complemento di $CLIQUE$. Dire quali delle seguenti affermazioni è vera. Occorre motivare la risposta, enunciando tutti i risultati intermedi utilizzati. Risposte non motivate non saranno valutate.

- Se $P \neq NP$ allora \overline{CLIQUE} non è decidibile.
- Se $P \neq NP$ allora \overline{CLIQUE} non è in P .
- Se $P = NP$ allora \overline{CLIQUE} è in P .

7. Provare o confutare che il linguaggio $L = \{xcy \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ e } |x| = |y|\}$ è regolare.