ETC

Complessità

1. Nella telefonia mobile, è necessario risolvere il seguente problema di assegnazione delle frequenze. Ci sono un certo numero di trasmettitori distribuiti e ciascuno di essi può trasmettere su una qualsiasi di un dato insieme di frequenze. Alcuni trasmettitori sono così vicini che non possono trasmettere alla stessa frequenza, perchè interferirebbero tra loro. (Questo in realtà non dipende dalla distanza geografica, vi può essere una montagna, una casa o un'altra struttura) Vi vengono date la gamma di frequenza e le coppie di trasmettitori che possono interferire se inviano sulla stessa frequenza. Il problema è quello di determinare se esiste qualche possibile scelta di frequenze che assicuri che nessun trasmettitore interferisce con qualsiasi altro. Formulare questo problema come un problema su grafi e dimostrare che è NP-completo .

2. Quale delle seguenti affermazioni possiamo dedurre dal fatto TSP è NP-completo, supponendo che P non sia uguale a NP?

   (A) Non esiste un algoritmo che risolve istanze arbitrarie di TSP.

   (B) Non esiste un algoritmo che risolve in modo efficiente arbitrarie istanze di TSP.

   (C) Esiste un algoritmo che risolve in modo efficiente istanze arbitrarie di TSP, ma nessuno è stato in grado di trovarlo.

   (D) TSP non è in P.

3. Si consideri il seguente problema di massimizzazione

   MIS: Dato un grafo $G = (V, E)$ determinare un insieme indipendente di dimensione massima in G.

   Mostrare che MIS $\leq_P$ INDEPENDENT-SET.

4. Considerare il seguente problema:
   FESTA–per–X: Una persona riceve la visita di un vecchio amico X, per l'occasione vuole organizzare una festa scegliendo tra tutti suoi amici almeno k persone che **si conoscono** tra di loro e che **conoscono** X.
   Mostrare che FESTA–per–X è NP-completo.
   [Sugg. Usare una riduzione da CLIQUE o INDEPENDENT-SET].

5. Una palestra cerca istruttori in grado di coprire corsi nelle discipline sportive $D_1, \ldots, D_m$. Gli istruttori candidati sono $I_1, \ldots, I_n$ dove L'istruttore I_i è in grado di insegnare un insieme di discipline $S_i \subseteq \{D_1, \ldots, D_m\}$ (per ogni $i = \ldots, n$). Se il direttore della palestra intende arruolare al massimo k istruttori, risulta possibile ricoprire tutte le discipline $D_1, \ldots, D_m$?
   Chiamare il problema descritto PALESTRA; formalizzarlo (indicare input e output desiderato) e mostrare che esso risulta NP-completo.
   [Aiuto. Si può sfruttare il fatto che il problema SET-COVER risulta NP–completo.]

6. Data la seguente istanza di $3 - SAT$

   $$(x_1 \vee \overline{x}_3 \vee \overline{x}_4) \wedge (\overline{x}_2 \vee x_3 \vee x_4)$$

   - si descriva l'istanza di $INDEPENDENT - SET$ nella riduzione $3 - SAT \leq_P INDEPENDENT - SET$
   - si descriva l'istanza di $DIR - HAM - CYCLE$ nella riduzione $3 - SAT \leq_P DIR - HAM - CYCLE$
   - si descriva l'istanza di $3 - COLOR$ nella riduzione $3 - SAT \leq_P 3 - COLOR$
   - si descriva l'istanza di $SUBSET - SUM$ nella riduzione $3 - SAT \leq_P SUBSET - SUM$

   Nel caso di istanze si, si mettano in relazione le soluzioni corrispondenti.

7. Si considerino 4 problemi A, B, C e D. Ognuno può appartenere o meno all classe NP. Si conosce l'esistenza delle seguenti riduzioni:

   $$A \leq_P B, \qquad B \leq_P C, \qquad D \leq_P C.$$

   Per ognuna delle affermazioni seguenti indicare se è sicuremente VERA, sicuramente FALSA oppure NON SI SA (cioè dipende dai problemi e dalla relazione tra le classi P e NP); giustificare brevemente le risposte.

   - Se A è NP-completo allora C è NP-completo.
   - Se A è NP-completo e $B \in NP$, allora B è NP-completo.
   - Se C è NP-completo allora $D \in NP$.