Elementi di teoria della Computazione	**Anno Acc. 2014-2015**

Esercitazioni

1. Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia il linguaggio

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ contiene almeno 2 occorrenze del carattere 0 e al più una occorrenza del carattere 1}\}.$$

2. Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia il linguaggio

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ contiene un numero pari di occorrenze del carattere 0 e termina con 1}\}.$$

   Suggerimento: Rappresentare il linguaggio come risultato di un'operazione regolare applicata a due linguaggi regolari e utilizzare la corrispondente costruzione dell'automa deterministico studiata.

3. Sia $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w$ ha il carattere b solo nelle posizioni dispari$\}$. Ad esempio $baa \in L$, $babaa \in L$, $aba \notin L$. Definire un automa finito deterministico $\mathcal{A}$ che riconosca L, cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L$.

4. Si consideri il linguaggio L delle stringhe w sull'alfabeto $\{a,b\}$ tali che ogni sottostringa (o fattore) di w di lunghezza due abbia almeno un'occorrenza della lettera a. Definire un automa finito deterministico $\mathcal{A}$ che riconosca L, cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L$.

5. Definire un automa finito deterministico che riconosca il linguaggio $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\} \circ \{0,1\}^*$.

6. Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia il linguaggio definito dall'espressione regolare $E = (aa)^* b \cup (ab)^* a$ (cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$.

7. Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia il linguaggio definito dall'espressione regolare $E = (000^* \cup 111^*)^*$ (cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$.

8. Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia il linguaggio definito dall'espressione regolare $E = 0^* 1(01 \cup 10)^*$ (cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$).

9. Definire un'espressione regolare E che denoti il linguaggio $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 10y = z01\}$, cioè tale che $L(E) = L$.

10. Data l'espressione regolare $E = (01 \cup 100)^*$, definire un automa finito deterministico $\mathcal{A}$ che riconosca il linguaggio denotato da E, cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$.

11.
    - Dare la definizione di espressione regolare, indicando con precisione il linguaggio rappresentato.
    - Sia $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w$ ha il carattere b solo nelle posizioni dispari$\}$. Ad esempio $baa \in L$, $babaa \in L$, $aba \notin L$. Definire un'espressione regolare che descriva L.

12.
    - Dare la definizione di espressione regolare, indicando anche il linguaggio rappresentato.
    - Definire un'espressione regolare che denoti il linguaggio delle stringhe sull'alfabeto $\{a,b\}$ di lunghezza pari e che contengono almeno un'occorrenza della lettera a.

13.
    - Dare la definizione di espressione regolare, indicando anche il linguaggio rappresentato.
    - Definire un'espressione regolare che denoti il linguaggio

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ ha un numero pari di occorrenze della lettera } a\}.$$

14. Definire un'espressione regolare che denoti il linguaggio

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ contiene un numero pari di caratteri uguali a 0 ed esattamente una occorrenza del carattere 1}\}.$$

15.
    - Dare la definizione dell'operazione di concatenazione di due linguaggi.

- Dare la definizione dell'operazione star.
- Definire un'espressione regolare che denoti il linguaggio

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ non ha come fattore } ab\}.$$

16. Indicare quali tra i seguenti linguaggi sono regolari.

    (a) $A = \{0^n 1^m \mid n, m \geq 0\}$

    (b) $B = \{xx \mid x \in A\}$

    Giustificare le risposte. Risposte non giustificate non saranno valutate.

17. Indicare quali tra i seguenti linguaggi sono regolari.

    (a) $A = \{0^n 1^m \mid n, m \geq 0\}$

    (b) $B = \{xx \mid x \in A\}$

    Giustificare le risposte. Risposte non giustificate non saranno valutate.

18. Sia $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$. Indicare quali tra i seguenti linguaggi sono regolari.

    (a) $H(L) = \{x \mid \exists y \text{ tale che } xy \in L \text{ e } |x| = |y|\}$

    (b) $B = \{0^n \mid n \geq 0\} \circ L \circ \{1^m \mid m \geq 0\}$

    Giustificare le risposte. Risposte non giustificate non saranno valutate.

19. (Domanda N. 7)[1]

    Sia $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$. Indicare quali tra i seguenti linguaggi sono regolari. Giustificare la risposta. Risposte non giustificate non saranno valutate.

    (i) $0^* L$

    (ii) $0^* L \cup L 1^*$

20. (Domanda N. 7) Enunciare il Pumping Lemma e utilizzarlo per mostrare che il linguaggio

    $$L = \{xcy \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ e il numero di occorrenze di } a \text{ in } x \text{ è maggiore del numero di occorrenze di } b \text{ in } y\}$$

    non è regolare.

21. (Domanda N. 7) Enunciare il Pumping Lemma e utilizzarlo per mostrare che il linguaggio

    $$L = \{xcy \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ e il numero di occorrenze di } a \text{ in } x \text{ è uguale al numero di occorrenze di } b \text{ in } y\}$$

    non è regolare.

22. (Domanda N. 7) Dimostrare che il linguaggio $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ non è regolare.

23. **Difficile per uno dei due linguaggi**

    Indicare quali tra i seguenti linguaggi sono regolari. Giustificare la risposta. Risposte non giustificate non saranno valutate.

    (i) $L_1 = \{0^n 1^m \mid n - m < 5\}$.

    (ii) $L_2 = \{0^n 1^m \mid n + m < 5\}$.

24. (Domanda N. 7) Dimostrare formalmente e con precisione che il linguaggio

    $$\begin{aligned}\{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid\ & \text{il numero delle occorrenze di } a \text{ in } w \text{ è uguale al numero delle occorrenze di } b \text{ in } w \\ & \text{oppure il numero delle occorrenze di } c \text{ in } w \text{ è uguale al numero delle occorrenze di } d \text{ in } w\}\end{aligned}$$

    non è regolare. Utilizzare il pumping lemma.

[1] La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.

25. (Domanda N. 7) Dimostrare formalmente e con precisione che il linguaggio $\{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0, k \geq n\}$ non è regolare. Utilizzare il pumping lemma.

26. (Domanda N. 7) Dimostrare formalmente e con precisione che il linguaggio $\{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$ non è regolare. Utilizzare il pumping lemma.

27. (Domanda N. 7) Dimostrare formalmente e con precisione che il linguaggio

$$\begin{aligned}\{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid\ &\text{il numero delle occorrenze di } a \text{ in } w \text{ è uguale al numero delle occorrenze di } b \text{ in } w\\ &\text{oppure il numero delle occorrenze di } c \text{ in } w \text{ è uguale al numero delle occorrenze di } d \text{ in } w\}\end{aligned}$$

non è regolare. Utilizzare il pumping lemma.

28. **Difficile** Sia M un linguaggio sull'alfabeto $\{a, b, c\}$. Sia $L = \{w \in M \mid w \text{ ha almeno un'occorrenza della lettera } a\}$. Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni. Giustificare la risposta. Risposte non giustificate non saranno valutate.

    (i) Per ogni linguaggio M, il linguaggio L è regolare.

    (ii) Per ogni linguaggio regolare M, il linguaggio L è regolare.