Hipotez Testleri

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Çukurova Üniversitesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1

- **NOT:** Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

Ç.Ü. İnş.Müh.Böl.

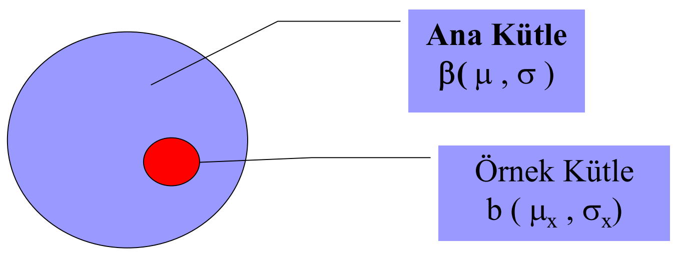
2

Hipotez Testleri

- Parametrik Testler (*z* ve *t* testleri)
- Parametrik Olmayan Testler (χ^2 Testi)

3

Hipotez Testleri



β = **ana kütle parametreleri** (μ)
βo = **tahmini (seçilen) parametreler** (μ_o)
b = **örnek kütle parametreleri** (μ_x)

$\beta = \beta o$?

4

Hipotez Testleri

DÜŞEY DELİKLİ YIĞMA TUĞLA

- **Boyutları 190x290x135 mm**
- **Ortalama ağırlık 5000 gr/Adettir.**
- **Basınç dayanımı 140 kgf/cm²'dir**
- **19 kalınlığında 1 m² duvarda 22 adet kullanılır**
- **29 cm kalınlığında 1 m² duvarda 33 adet kullanılır**

- Örneğin, bir tuğla fabrikası ürettiği düşey delikli tuğlaların basınç dayanımını 140 kgf/cm olarak ürettiğini belirtmektedir. Bu fabrikada üretilen tuğlalardan alınan 11 örnek üzerinde yapılan basınç dayanımı test sonuçlarına göre ortalama 137 kgf/cm, standart sapma ise 16 kgf/cm olar

β = ana kütle parametreleri (bilinmiyor)

βo = tahmini (seçilen) parametreler (140 kgf/cm)

b = örnek kütle parametreleri (137 kgf/cm)

β = βo ? Ana Kütle Ortalaması = 140 kgf/cm MİDİR

5

Hipotez Testleri

Ho hipotezi, sıfır hipotezi

Ho : $\beta = \beta o$ **Ho : $\mu = \mu_o$**

Karşıt Hipotez, H_1 hipotezi (aşağıdakilerden biri olabilir)

$H_1 : \beta \neq \beta o$ ($H_1 : \mu \neq \mu_o$ (İki uçlu test))

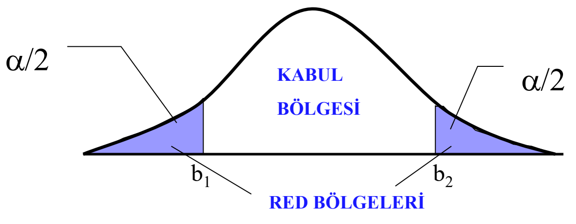
$H_1 : \beta > \beta o$ ($H_1 : \mu > \mu_o$ (Tek uçlu test))

$H_1 : \beta < \beta o$ ($H_1 : \mu < \mu_o$ (Tek uçlu test))

6

Hipotez Testleri

İki uçlu test ($H_1 : \beta \neq \beta o$)



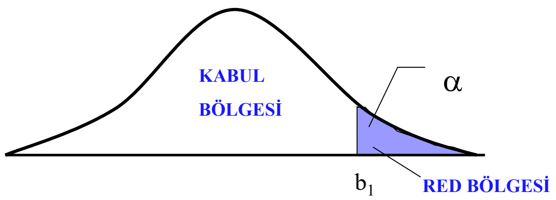
$Ho : \beta = \beta o$ (Ho hipotezi (sıfır hipotezi))

$H_1 : \beta \neq \beta o$ (H_1 hipotezi (karşıt hipotez))

7

Hipotez Testleri

Tek uçlu test $H_1 : \beta > \beta o$



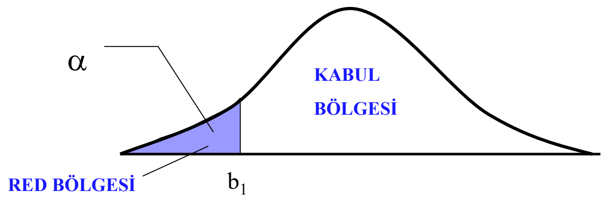
$Ho : \beta = \beta o$ (Ho hipotezi (sıfır hipotezi))

$H_1 : \beta > \beta o$ (H_1 hipotezi (karşıt hipotez))

8

Hipotez Testleri

Tek uçlu test $H_1 : \beta < \beta o$



$Ho : \beta = \beta o$ (Ho hipotezi (sıfır hipotezi))

$H_1 : \beta < \beta o$ (H_1 hipotezi (karşıt hipotez))

Hipotez Testleri

Karar	Gerçek Durum	
	Ho DOĞRU	**Ho YANLIŞ**
Ho KABUL	DOĞRU KARAR (1-α) Güven aralığı	Yanlış Karar (II. Tip Hata-β) Testin Zayıflığı
Ho RED	Yanlış Karar (I. Tip Hata - α) Önem Seviyesi	DOĞRU KARAR (1-β) Testin gücü

Hipotez Testleri

Normal Dağılım

$$z = \frac{\mu_x - \mu_o}{\sigma_x / \sqrt{N}} \qquad b_{1,2} = \mu_o \pm z \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

t Dağılımı

$$t = \frac{\mu_x - \mu_o}{\sigma_x / \sqrt{N-1}} \qquad b_{1,2} = \mu_o \pm t \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

χ^2 Dağılımı

$$\chi^2 = \frac{N \times \sigma_x^2}{\sigma_o^2} \qquad b_{1,2} = \frac{N \times \sigma_x^2}{\chi_o^2}$$

Örnek 1)

Bir yağış ölçeğinden elde edilen;

a) **<u>37 yıllık</u>** ölçüm sonuçlarına göre ortalama yağış **71 cm**, standart sapma ise **12 cm**,

b) **<u>64 yıllık</u>** ölçüm sonuçlarına göre ortalama yağış **71 cm**, standart sapma ise **12 cm** olarak bulunduğuna göre,

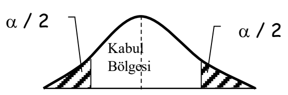
yıllık yağış yüksekliğinin ortalamasının (ana kütlenin) **68 cm** olduğu hipotezini **68 cm** den farklı olduğu karşıt hipotezine göre **% 10** **<u>anlamlılık düzeyinde</u>** kontrol ediniz.

Çözüm 1) **a)** μ_x = 71 cm σ_x = 12 cm N = 37 yıl α = % 10

μ_o

Ho : $\beta = \beta_o$: $\mu = \mu_o$: μ = 68 cm

H_1 : $\beta \neq \beta_o$: $\mu \neq \mu_o$: $\mu \neq$ 68 cm



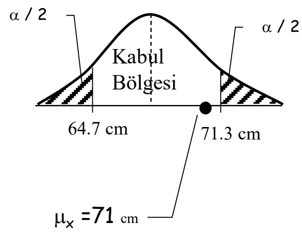
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$$

1 - 0.05 = 0.95 $z_{0.95}$ = 1.65 (Normal dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 - 1.65\frac{12}{\sqrt{37}} = 64.7 \ \ cm$$

$$b_2 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 + 1.65\frac{12}{\sqrt{37}} = 71.3 \ cm$$



<u>Ho KABUL</u>

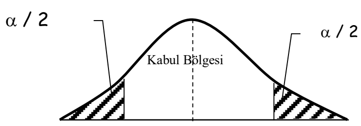
13

b) μ_x = 71 cm σ_x = 12 cm N = 64 yıl α = % 10

μ_o

Ho : $\beta = \beta_o$: $\mu = \mu_o$: μ = 68 cm

H_1 : $\beta \neq \beta_o$: $\mu \neq \mu_o$: $\mu \neq$ 68 cm



$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$ 1 - 0.05 = 0.95

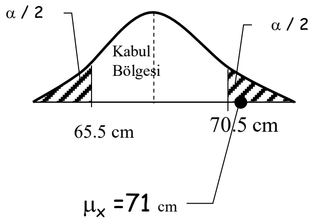
$z_{0.95}$ = 1.65 (Normal dağılım tablosundan)

14

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_o + z \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 - 1,65 \times \frac{12}{\sqrt{64}} = 65,5 \quad cm$$

$$b_2 = \mu_o + z \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 + 1,65 \times \frac{12}{\sqrt{64}} = 70,5 \quad cm$$



<u>Ho RED</u>

15

Örnek 2)

Bir imalathanede standart üretimde çapları **2.5 cm** olan bulonlar elde edilmektedir. Alınan **9** örnek için çapların ortalaması **2.57 cm**, standart sapmaları **0.1 cm** olarak bulunmuştur.

a) Normal dağılıma göre
b) t dağılımına göre

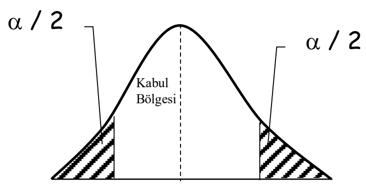
Ortalama açısından standart üretime uyulup uyulmadığını **% 5 <u>anlamlılık düzeyinde</u>** kontrol ediniz.

Çözüm 2) **a)** $\mu_x = 2.57$ cm $\sigma_x = 0.1$ cm N = 9 yıl $\mu_o = 2.57$ cm $\alpha = \%\ 5$

Normal dağılım ile

$H_o : \beta = \beta_o : \mu = \mu_o :$ $\mu = 2.5$ cm

$H_1 : \beta \neq \beta_o : \mu \neq \mu_o :$ $\mu \neq 2.5$ cm



16

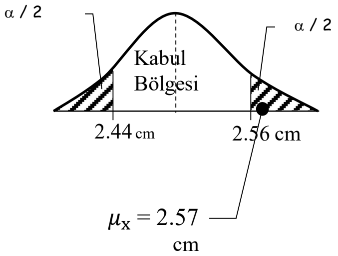
$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.025$ 1 - 0.025 = 0.975

$z_{0.975}$ = 1.96 (Normal dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 2.5 - 1.96\frac{0.1}{\sqrt{9}} = 2.44\ cm$$

$$b_2 = \mu_0 + z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 2.5 + 1.96\frac{0.1}{\sqrt{9}} = 2.56\ cm$$



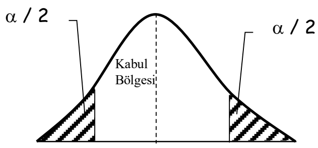
Ho RED

17

b) t dağılımı ile

H o : β = $β_o$: μ = $μ_o$: μ = 2.5 cm

H_1 : β ≠ $β_o$: μ ≠ $μ_o$: μ ≠ 2.5 cm



$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$ n = s.d = N - 1 = 9 - 1 = 8

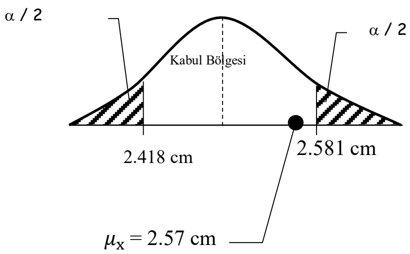
$t_{0.025}$ = 2.306 (t dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

18

$$b_1 = \mu_0 - t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 2.5 - 2.306\frac{0.1}{\sqrt{9-1}} = 2.418\ cm$$

$$b_2 = \mu_0 + t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 2.5 + 2.306\frac{0.1}{\sqrt{91-1}} = 2.581\ cm$$



<u>Ho KABUL</u>

19

Örnek 3)

Bir inşaat malzemesinde asfalt oranının ortalamasının **% 5** olması istenmektedir. Üretilen malzemelerde asfalt oranının standart sapması % **0.75** olmak üzere **<u>normal dağılmış</u>** olduğu kabul ediliyor. Alınan **üç malzeme** örneğinde asfalt oranı ortalaması **% 4,2** standart sapması ise **% 0,75** olarak bulunmuştur.

a) Asfalt oranının % 5 e eşit olup olmadığı hipotezini

b) Asfalt oranının % 5 ten anlamlı derecede küçük olup olmadığı hipotezini

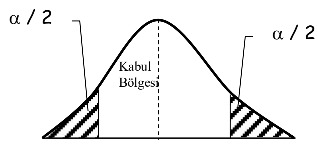
% 10 anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çözüm 3)

a) $\mu_x = 0.042$ $\sigma_x = 0.0075$ $N = 3$ $\alpha = \%\ 10$

$H_o : \beta = \beta_o : \mu = \mu_o :$ $\mu = 0{,}05$ cm (μ_o)

$H_1 : \beta \neq \beta_o : \mu \neq \mu_o :$ $\mu \neq 0{,}05$ cm



20

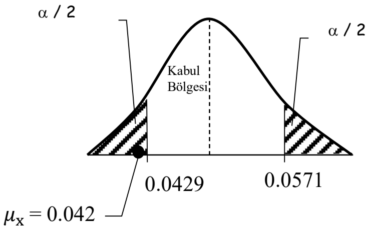
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05 \qquad 1 - 0.05 = 0.95$$

$z_{0.95}$ = 1.65 (Normal dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0.05 - 1.65\frac{0.0075}{\sqrt{3}} = 0.0429$$

$$b_2 = \mu_0 + z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0.05 + 1.65\frac{0.0075}{\sqrt{3}} = 0.0571$$



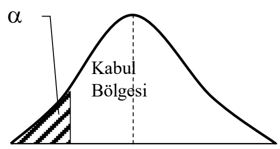
<u>**Ho RED**</u>

21

b)

H o : $\beta = \beta_o$: $\mu = \mu_o$: μ = 0,05 cm (μ_o)

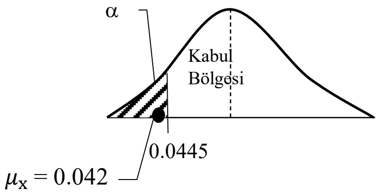
H_1 : $\beta < \beta_o$: $\mu < \mu_o$: μ < 0,05 cm



$\alpha = 0.10$ 1 - 0.10 = 0.90

$z_{0.90}$ = 1.28 (Normal dağılım tablosundan)

$$b = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0.05 - 1.28\frac{0.0075}{\sqrt{3}} = 0.0445$$



<u>**Ho RED**</u>

22

Örnek 4)

Bir inşaat malzemesinde asfalt oranının ortalamasının **% 5** olması istenmektedir. Üretilen malzemelerde asfalt oranının standart sapması % **0.75** bulunmuştur. Alınan **üç malzeme** örneğinde asfalt oranı ortalaması **% 4,2** standart sapması ise **% 0,75** olarak bulunmuştur.

a) Asfalt oranının % 5 e eşit olup olmadığı hipotezini
b) Asfalt oranının % 5 ten anlamlı derecede küçük olup olmadığı hipotezini

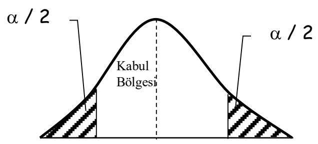
% 10 anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çözüm 4)

a) $\mu_x = 0.042$ $\sigma_x = 0.0075$ $N = 3$ $\alpha = \%\ 10$

$H_0 : \beta = \beta_o : \mu = \mu_o :$ $\mu = 0{,}05$ cm (μ_o)

$H_1 : \beta \neq \beta_o : \mu \neq \mu_o :$ $\mu \neq 0{,}05$ cm



23

<u>N≤ 30 olduğundan t dağılımı uygundur</u>

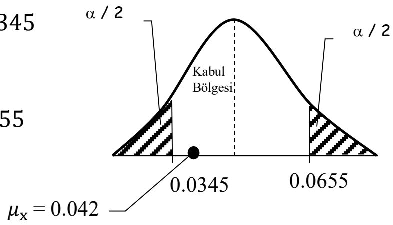
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05 \qquad n = N-1 = 3-1 = 2$$

$t_{0.05} = 2{,}92$ (t dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

$$b_1 = \mu_0 - t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 0.05 - 2{,}925\frac{0.0075}{\sqrt{3-1}} = 0.0345$$

$$b_2 = \mu_0 + t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 0.05 + 2{,}92\frac{0.0075}{\sqrt{3-1}} = 0.0655$$



<u>Ho KABUL</u>

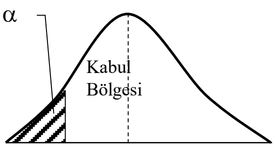
24

b)

μ_o

H o : $\beta = \beta_o : \mu = \mu_o :$ μ = 0,05 cm

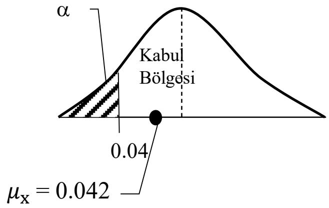
$H_1 : \beta < \beta_o : \mu < \mu_o :$ μ < 0,05 cm



$\alpha = 0.10$ n = N-1 = 3-1 = 2

$t_{0.10}$ = 1.886 (Normal dağılım tablosundan)

$$b = \mu_0 - t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 0.05 - 1.886\frac{0.0075}{\sqrt{3-1}} = 0.04$$



<u>Ho KABUL</u>

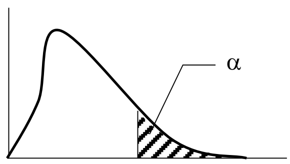
25

Örnek 5)

Bir yapı malzemesinin ömrünün standart sapması için **Ho : σ = 1 yıl** hipotezi yapılmıştır. Yapılan deneylerde 10 elemanlı bir örnekten standart sapma **1.2 yıl** olarak bulunmuştur. Ho hipotezini **H_1 : σ > 1 yıl** hipotezine göre **% 5 <u>anlamlılık düzeyinde</u>** kontrol ediniz.

Çözüm 4) χ^2 dağılımı kullanılmalı

σ_x = 1.2 yıl N = 10 yıl α = % 5



Ho : σ = 1
H_1 : σ > 1

n = s.d. = N -1 = 10 - 1 = 9

n = 9 ve α = 0.05 için $\chi^2_{0.05}$ = 16.92 (Tablodan)

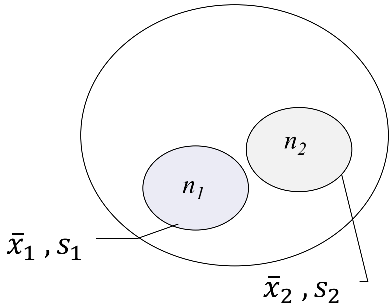
$$\chi^2 = \frac{N \times \sigma_x^2}{\sigma_o^2} = \frac{10 \times 1{,}2^2}{1^2} = 14.40$$

χ^2 = 14.40 (Hesaplanan) < χ^2 = 19.62 (Tablodan) ***Ho KABUL***

26

HOMOJENLİK TESTİ

- İki örnek kütle aynı ana kütleye mi aittir?



27

HOMOJENLİK TESTİ

- İki ortalama arasındaki fark testi
  - **z testi** : Büyük örnek (örnek kütle büyüklükleri 30'dan büyük - ***$n_1 > 30$ ve $n_2 > 30$***)
  - **t testi** : Küçük örnek (örnek kütlelerden biri veya her ikisi de 30 'dan küçük - ***$n_1 \leq 30$*** ve/veya ***$n_2 \leq 30$***)
- İki varyans arasındaki fark testi (**F testi**)

28

z testi

Kabuller:

- Örnek kütleler normal dağılıma uyuyordur ve standart sapmaları biliniyordur.
- Örnek kütle büyüklükleri 30'dan büyüktür - ***n_1 > 30 ve n_2 > 30***)

$$\sigma_o^2 = \frac{n_2 \times s_1^2 + n_1 \times s_2^2}{n_1 \times n_2} \qquad \sigma_o = \sqrt{\sigma_o^2}$$

$$\Delta\bar{x} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$$

$|\Delta\bar{x}| \leq z_{\alpha/2} \times \sigma_o \rightarrow$ Ho KABUL

$|\Delta\bar{x}| > z_{\alpha/2} \times \sigma_o \rightarrow$ Ho RED

29

t testi

Kabuller:

- Örnek kütleler normal dağılıma uyuyordur ve standart sapmaları biliniyordur.
- Örnek kütle büyüklükleri 30'dan büyüktür - ***n_1 ≤ 30*** ve/veya ***n_2 ≤ 30***)
- **Varyanslar homojen ise:**

Serbestlik derecesi : *n = s.d.* = $n_1 + n_2 - 2$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\times s_1^2 + (n_2-1)\times s_2^2}{n_1+n_2-2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

30

- <u>**Varyanslar homojen değil ise**</u>

Serbestlik derecesi : $n = sd = \dfrac{\left[\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)\right]^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}\right]+\left[\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}\right]}$

$$\mathrm{t} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

31

F testi

- Varyanslar açısından homojenlik - İki varyans arasındaki fark testi

    - Standart sapması büyük olan 1 no'lu örnektir.

$m = n_1 - 1$ (payın serbestlk derecesi)
$n = n_2 - 2$ (paydanın serbestlk derecesi)

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

32

Paydanın Serbestlik derecesi (n)

Payın Serbestlik derecesi (m)

F Dağılımı ($F_{0.01}$ Değerleri)

F

	m (payın serbestlik derecsi)																		
n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**	**20**	**24**	**30**	**40**	**60**	**120**	**∞**
1	4052	4999	5403	5624	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6107	6157	6209	6234	6260	6286	6313	6340	6366
2	98.50	99.00	99.16	99.25	99.30	99.33	99.36	99.38	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49

33

Payın Serbestlik derecesi (m)

Paydanın Serbestlik derecesi (n)

F Dağılımı ($F_{0.05}$ Değerleri)

F

	m (payın serbestlik derecsi)																		
n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**	**20**	**24**	**30**	**40**	**60**	**120**	**∞**
1	1615	199.5	215.7	224.6	230.2	233.9	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76

34

Örnek 1)

Bir akarsuda görülen taşkınlar ya şiddetli yağışlardan ya da kar erimelerinden meydana gelmektedir. Önceki yıllarda kaydedilen taşkın debilerinin **41** adedinin ortalaması **1337 m³/s**, standart sapması **418 m³/s** olmak üzere kar erimelerinden; **31** adedinin ise ortalaması **1527 m³/s**, standart sapması **580 m³/s** olmak üzere şiddetli yağışlardan meydana geldiği belirlenmiştir. Bu iki tür taşkınların homojenliklerini **% 10** anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çözüm 1) (standart sapması büyük olan 1. diğeri 2. olarak tanımlanır)

$n_1 = 31$	$n_2 = 41$
$\bar{x}_1 = 1527$ m³/s	$\bar{x}_2 = 1337$ m³/s
$s_1 = 580$ ³/s	$S_2 = 418$ ³/s

$$\sigma_o^2 = \frac{n_2 \times s_1^2 + n_1 \times s_2^2}{n_1 \times n_2} = \frac{41 \times 580^2 + 31 \times 418^2}{31 \times 41} = 13841$$

$$\sigma_o = \sqrt{\sigma_o^2} = \sqrt{13841} = 118$$

35

$$\Delta\bar{x} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1537 - 1337 = 190$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05 \qquad 1 - 0.05 = 0.95 \qquad z_{0.95} = 1.65$$

$$z_{\propto/2} \times \sigma_o = 1,65 \times 118 = 195$$

$$|\Delta\bar{x}| \leq z_{\propto/2} \times \sigma_o \;\rightarrow\; |190| \leq 195 \;\rightarrow\; \text{Ho KABUL}$$

Varyanslar açısından homojenlik:

m = s.d. = 31 – 1 = 30   *n = s.d. = 31 – 1 = 40*

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$ için $F_{0.05} = 1.74$ (*Tablodan*)

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{580^2}{418^2} = 1.925$$

$F_{0.05} = 1.925$ (Hesaplanan) > $F_{0.05} = 1.74$ (Tablodan) $\Rightarrow$ Ho RED

36

Örnek 2)

Bir akarsu kesitinde daha önce **150** yıllık değerlerden ortalamanın **1020 m³/s**, standart sapmanın **160 m³/s** olduğu bulunmuştur. Son **10** yılda yapılan ölçümlerde ortalama **855 m³/s**, standart sapma ise **220 m³/s** olarak bulunmuştur. Son **10** yıl ölçümlerinin daha önceki **150** yıllık ölçülmüş değerlerle homojenliğinin bozulduğundan şüphe edilmektedir. **% 5** anlamlılık düzeyinde ortalamalar açısından, **% 10** anlamlılık düzeyinde varyanslar açısından kontrol ediniz.

Çözüm 2)

$n_1 = 10$	$n_2 = 150$
$x_1 = 855$ m³/s	$x_2 = 1020$ m³/s
$s_1 = 220$ ³/s	$S_2 = 160$ ³/s

$$n = s.d. = n_1 + n_2 - 1 = 10 + 150 - 1 = 158$$

$\alpha = 0.05/2 = 0.025$ $\quad t_{0.025} = 1.970$ (Tablodan)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\times s_1^2 + (n_2-1)\times s_2^2}{n_1+n_2-2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

$$t = \frac{855 - 1020}{\sqrt{\frac{(10-1)\times 220^2 + (150-1)\times 160^2}{10+150-2}} \times \sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{150}}} = -3{,}076$$

$t_{0.025} = -3.076$ (Hesaplanan) < $t_{0.025} = 1.970$ (Tablodan) $\Rightarrow$ Ho KABUL

Varyanslar açısından homojenlik:

$m = s.d. = 10 - 1 = 9 \qquad n = s.d. = 150 - 1 = 149$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$ için $F_{0.05} = 1.95$ (*Tablodan*)

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{220^2}{160^2} = 1{,}89$$

$F_{0.05} = 1.89$ (Hesaplanan) > $F_{0.05} = 1.95$ (Tablodan) $\Rightarrow$ Ho KABUL