



Mühendislikte İstatistik Metotlar

Rektör

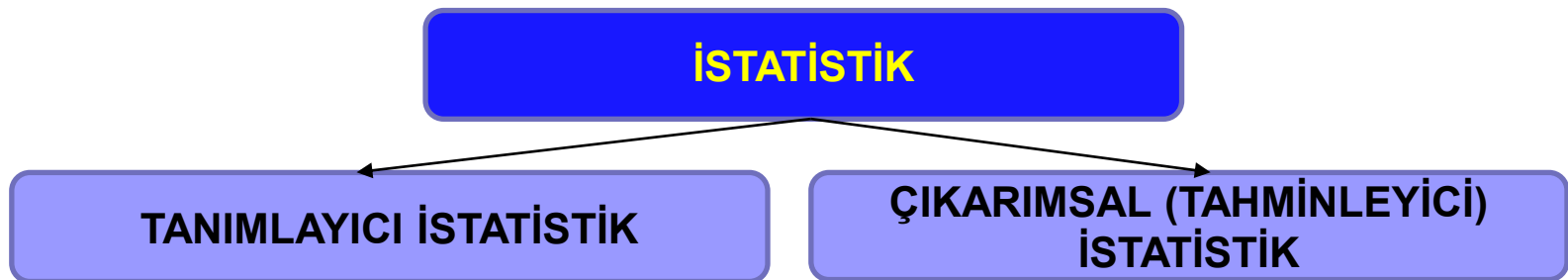
Çukurova Üniversitesi

İnşaat Mühendisliği Bölümü

NOT: Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

Temel İstatistik Parametreler

- **TANIMLAYICI İSTATİSTİK**; derlenen verilerin sınıflandırır, frekans dağılımları oluşturulur, bu dağılımlar ortalamalar, çeyrek ve yüzdelikler, varyans, standart sapma gibi ölçülerle tanımlanır ve bulgular tablo ve grafiklerle gösterilerek mevcut durum ortaya konulmaya çalışılır.
- **ÇIKARIMSAL İSTATİSTİK**; örnek kütleden elde edilen bilgilerle ana kütle hakkında tahminlerde bulunur, karşılaştırmalar yapar ve karar verme işlemleri yapılır.



TANIMLAYICI İSTATİSTİK

■ YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

□ Ortalamalar

■ Merkezi Eğilim Ölçüleri (Hassas Ortalamalar)

- Aritmetik Ortalama
- Ağırlıklı Aritmetik Ortalama
- Geometrik Ortalama
- Harmonik Ortalama

■ Konum Ölçüleri (Hassas Olmayan Ortalamalar)

- Mod (Tepe Değer)
- Medyan (Ortanca)
- Çeyreklikler (Dörttebirlikler, Kartiller)

■ DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

- Açıklık (Aralık)
- Varyans
- Standart Sapma
- Değişim Katsayısı (Varyasyon Katsayısı)

■ BİÇİM ÖLÇÜLERİ

- Çarpıklık Katsayısı
- Basıklık (Kurtosis) Katsayısı

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Merkezi Eğilim Ölçüleri)

ARİTMETİK ORTALAMA

Serideki elemanların sayısal değerlerinin toplamının eleman sayısına bölümü ile elde edilen değere aritmetik ortalama denir,

\bar{x} ile gösterilir. Aritmetik Ortalamanın hesap yönteminin kolay olması, her dağılımda tek olması olumlu yanı iken, serideki uç değerlerden (çok büyük veya çok küçük) aşırı etkilenmesi olumsuz yönüdür.

Örnek Kütle için:
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Ana Kütle için :
$$\mu = \frac{\sum x_i}{N}$$

Gruplanmış ve Sınıflanış Serilerde :
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum x_i}$$

Burada x_i sınıflanmış seride sınıf orta noktasıdır.

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Merkezi Eğilim Ölçüleri)

AĞIRLIKLIL ARİTMETİK ORTALAMA

Serideki veriler belirli bir kritere göre ağırlıklandırılmış ise kullanılacak ortalamadır.

Gruplanmış ve Sınıflanmış Serilerde :

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i \cdot x_i}{\sum w_i}$$

GEOMETRİK ORTALAMA

Serideki n adet elemanın çarpımının n nci dereceden kökünün alınmasıyla elde edilen ortalamadır.

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \cdots \times x_n} \quad x_i > 0$$

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Merkezi Eğilim Ölçüleri)

HARMONİK ORTALAMA

Serideki n adet elemanın çarpma işlemine göre terslerinin aritmetik ortalamasının tersinin alınmasıyla elde edilen ortalama.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \dots + \frac{1}{x_n}}$$

$$x_i > 0$$

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Konum Ölçüleri)

MEDYAN (ORTANCA)

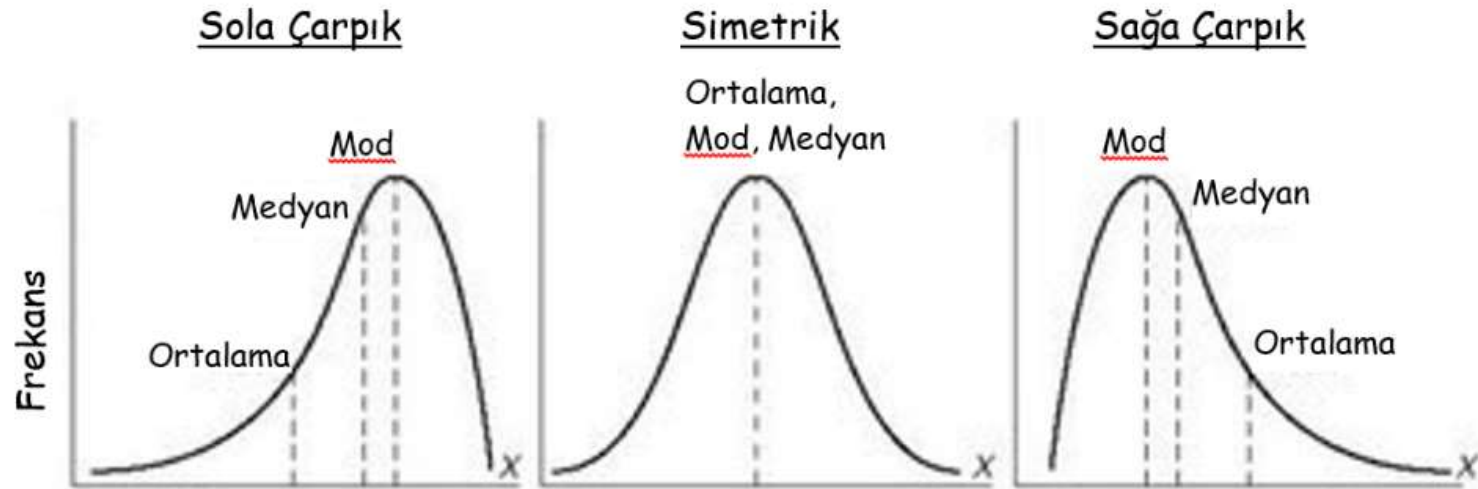
Büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralanmış dizinin tam ortasındaki değerdir. Eleman sayısı çift ise ortada yer alan iki sayının orta noktası medyan olur.

MOD (TEPE DEĞER)

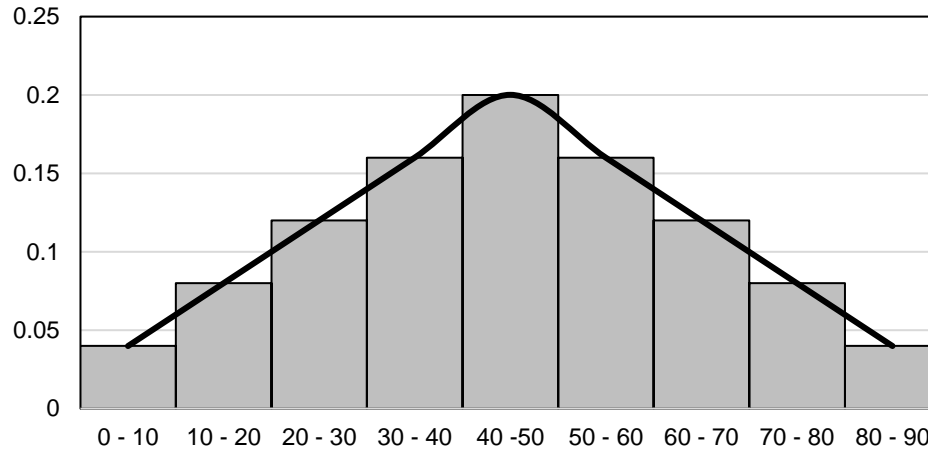
Frekans değeri en fazla olan değere **MOD** denilir. Bir serinin bazen birden fazla mod'u olabilir. Sınıflandırılmış serilerde en büyük frekansa sahip sınıf aralığının orta noktasıdır. Bulunması ve anlaşılması kolay olması, serideki aşırı (uç) değerlerden etkilenmemesi veya kendisi dışındaki hiçbir değerden etkilenmemesi olumlu yanı iken, bazı dağılımlarda tepe değeri birden fazla olabilmesi olumsuz yönüdür.

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Konum Ölçüleri)

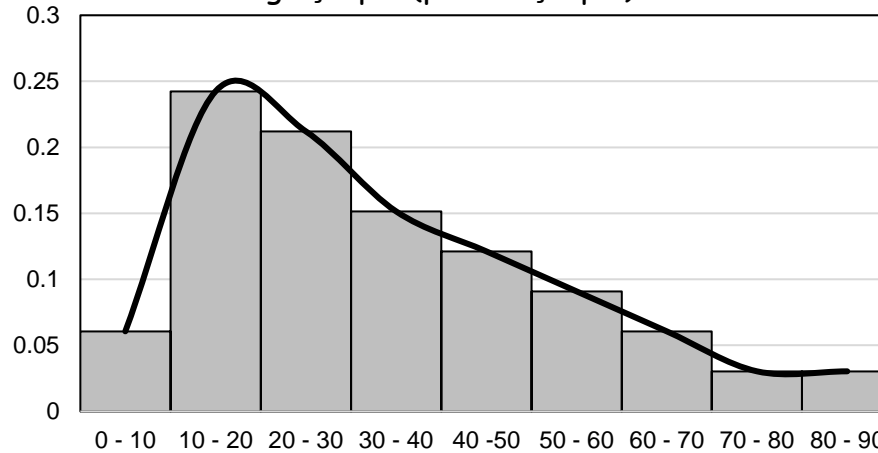


Simetrik



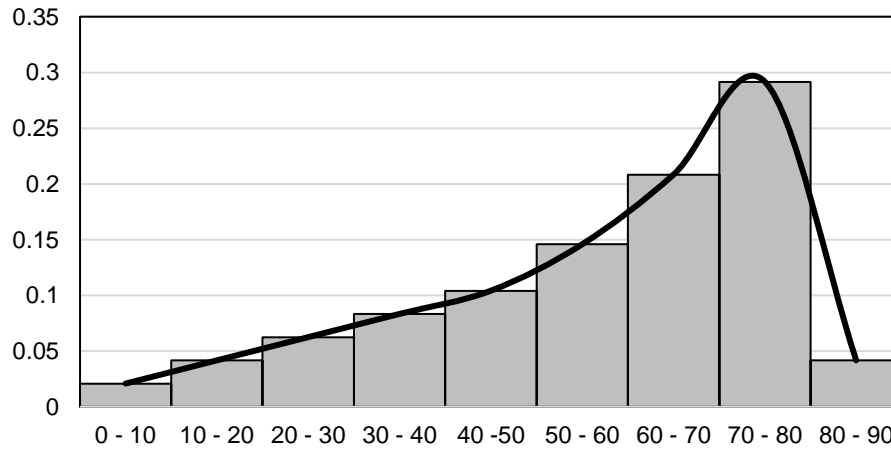
Ortalama = 45 Medyan = 45 Mod = 45 Çarpıklık = 0 Basıklık = 2,35

Sağ çarpık (pozitif çarpık)



Ortalama = 34 Medyan = 30 Mod = 15 Çarpıklık = 0.7 Basıklık = 2.8

Sola çarpık (negatif çarpık)

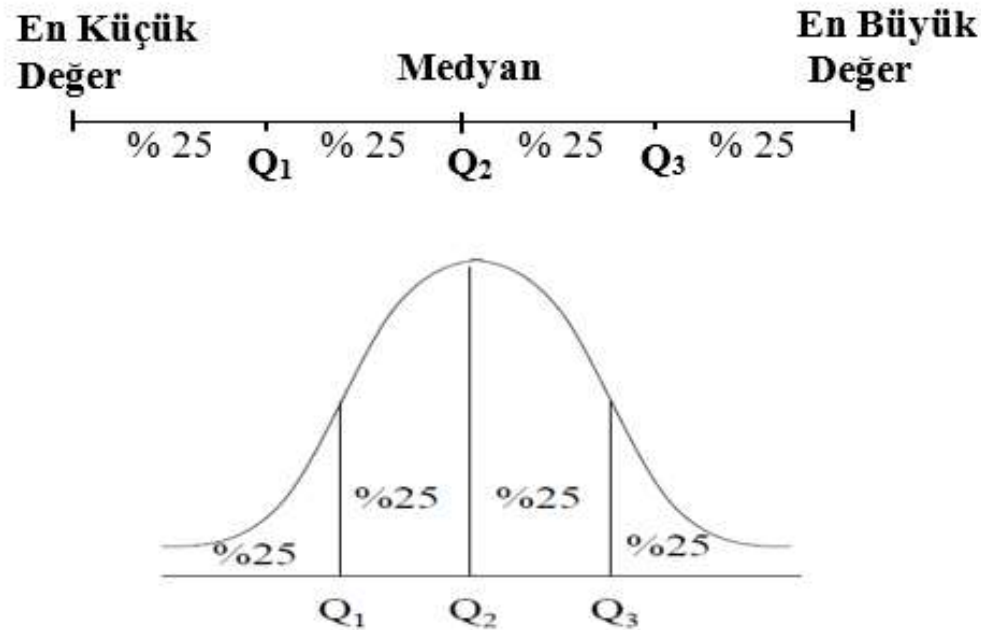


Ortalama = 57 Medyan = 60 Mod = 75 Çarpıklık = -0.8 Basıklık = 2.8

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Konum Ölçüleri)

ÇEYREKLİK (DÖRTTEBİRLİK, KARTİL)



ÇEYREKLİK (DÖRTTEBİRLİK, KARTİL)

Medyan ve çeyrekleri bulmak için farklı yöntemler vardır. Aşağıdaki formülle çeyreklerin sıralanmış bir seride hangi sıradaki gözlem değeri olduğu bulunabilir.

1 inci ÇEYREK (Q_1) :

Serideki; $\frac{1}{4}(n + 1)$ veya $0,25x (n+1)$ inci gözlem değeridir.

ONDALIKLI ise ÜSTE YUVARLA (Örnek: 4,5 ise 5 al).

2 inci ÇEYREK (Q_2) : Medyan'dır.

3 üncü ÇEYREK (Q_3):

Serideki; $\frac{3}{4}(n + 1)$ veya $0,75x (n+1)$ inci gözlem değeridir.

ONDALIKLI ise ALTA YUVARLA (Örnek: 8,5 ise 8 al).

ÖRNEKLER: Örnek 1)

Örnek küçükten büyüğe sıralanmış seri: Serideki eleman sayısı TEK : $n = 9$

2	3	4	5	7	8	10	11	12
---	---	---	---	---	---	----	----	----

1. Yöntem:

2	3	4	5	7	8	10	11	12
---	---	---	---	---	---	----	----	----

$Q_2 = \text{Medyan} = 7$

2	3	4	5	7	7	8	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

$Q_1 = 4$ $Q_3 = 10$

2. Yöntem:

2	3	4	5	7	8	10	11	12
---	---	---	---	---	---	----	----	----

$Q_1 = (3+4)/2 = 3,5$ $Q_3 = (10+11)/2 = 10,5$

3. Yöntem:

Q_1 için: $\frac{1}{4}(n+1) = \frac{1}{4}(9+1) = 2,5$

ÜSTE YUVARLANDIĞINDA 3. inci gözlem değeridir. Yani $Q_1 = 4$

$Q_2 = 7$ (Ortadaki değerdir)

Q_3 için: $\frac{3}{4}(n+1) = \frac{3}{4}(9+1) = 7,5$

ALTA YUVARLANDIĞINDA 7. inci gözlem değeridir. Yani $Q_3 = 10$

ÖRNEKLER: Örnek 2)

Örnek küçükten büyüğe sıralanmış seri: Serideki eleman sayısı ÇİFT : $n = 10$

2	3	4	5	7	8	10	12	14	18
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

Çözüm:

1. Yöntem:

$$Q_2 = \text{Medyan} = (7+8)/2 = 7,5$$

2	3	4	5	7	8	10	12	14	18
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

2	3	4	5	7		8	10	12	14	18
					$Q_1 = 4$		$Q_3 = 12$			

2. Yöntem:

2	3	4	5		7		10	12	14	18
					$Q_1 = (3+4)/2 = 3,5$		$Q_3 = (12+14)/2 = 13$			

3. Yöntem:

$$Q_1 \text{ için: } \frac{1}{4}(n+1) = \frac{1}{4}(10+1) = 2,75$$

ÜSTE YUVARLANDIĞINDA 3. inci gözlem değeridir. Yani $Q_1 = 4$

$$Q_2 = 7 \text{ (Ortadaki değerdir)}$$

$$Q_3 \text{ için: } \frac{3}{4}(n+1) = \frac{3}{4}(10+1) = 8,25$$

ALTA YUVARLANDIĞINDA 8. inci gözlem değeridir. Yani $Q_3 = 12$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

DAĞILIM ARALIĞI (AÇIKLIK)

En büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark (aralık).

$$R = \text{En büyük değer} - \text{En küçük değer}$$

VARYANS

Serideki elemanların ortalama etrafındaki dağılımının büyüklüğü varyans ile ifade edilir. Varyansın birimi büyüklüğün karesi boyutundadır.

Ana Kütle için:

$$\sigma^2 = \text{Var}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Örnek Kütle için:

$$s^2 = \text{Var}(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

STANDART SAPMA

Varyansın karekökü standart sapma olarak tanımlanır ve serideki elemanların ortalama çevresindeki dağılımının büyüklüğünü ifade eder.

Ana Kütle için:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Örnek Kütle için:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

VARYASYON (DEĞİŞİM KATSAYISI)

Farklı serilerdeki ölçüm sonuçlarının ortalama etrafındaki dağılımını karşılaştırabilmek için boyutsuz bir büyüklük olan varyasyon katsayısı kullanılır. Varyasyon katsayısı, standart sapmanın ortalamaya oranıdır.

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

ÇARPIKLIK KATSAYISI

Serideki elemanların ortalama etrafındaki çarpıklığını gösteren bir büyüklüktür. Çarpıklık katsayısının 0 olması, dağılımın simetrik, pozitif olması sağa, negatif olması da sola doğru çarpık olduğunu gösterir.

$$C_s = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

- PEARSON ASİMETRİ ÖLÇÜSÜ (Ortalamaya Dayalı)

$$C_s = \frac{\bar{x} - Mod}{s} \quad \text{veya} \quad C_s = \frac{3(\bar{x} - Medyan)}{s}$$

- BOWLEY ASİMETRİ ÖLÇÜSÜ (Çeyrekliklere Dayalı)

$$C_s = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_1)}$$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

BASIKLIK (KURTOSİS) KATSAYISI

Dağılımın basıklık derecesini gösterir.

$$k = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$$

ÖRNEKLER

Aritmetik Ortalama:

Basit Seri:

S.No	x_i
1	1
2	5
3	7
4	8
5	8
6	2
7	4
8	5
9	8
10	4
Toplam =	52

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{52}{10} = 5,2$$

ÖRNEKLER

Aritmetik Ortalama

Sınıflanmış Seri:

x	f_i	$x_i f_i$
[1]	[2]	[3]=[1]x[2]
1	1	1
2	1	2
4	2	8
5	2	10
7	1	7
8	3	24
Toplam =	10	52

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{52}{10} = 5,2$$

Gruplanmış Seri:

Sınıf	f_i	x_i	$x_i f_i$
0 - 2	1	1	1
2 - 4	1	3	3
4 - 6	4	5	20
6 - 8	4	7	28
Toplam=	10		52

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{52}{10} = 5,2$$

ÖRNEKLER

Ağırlıklı Aritmetik Ortalama

Dönem Sonu Not Ortalaması Hesabı:

Dersin Adı	Başarı Notu	x_i	w_i	$x_i \cdot w_i$
		Katsayı	Dersin Kredisi	
Mukavemet 1	DC	1.50	6	9
Dinamik	BB	3.00	6	18
Diferansiyel Denklemler	AA	4.00	4	16
İş Sağlığı Ve Güvenliği 1	CB	2.50	3	7.5
İstatistik Yöntemler	AA	4.00	5	20
Yapı Elemanları	CC	2.00	6	12
		TOPLAM=	30	82.5

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i \cdot x_i}{\sum w_i} = \frac{82,5}{30} = 2,75$$

ÖRNEKLER

Geometrik Ortalama:

x_i	1	5	7	8	8	2	4	5	8	4
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n} \quad x_i > 0$$

$$G = \sqrt[10]{1 \times 5 \times 7 \times 8 \times 8 \times 2 \times 4 \times 5 \times 8 \times 4} = \sqrt[10]{2867200} = 4,423$$

Harmonik Ortalama:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

$$H = \frac{10}{\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}} = \frac{10}{2,918} = 3,427$$

İstatistik Parametreler

Tarih	Qmax
12.3.1981	21
14.2.1982	22
10.3.1983	45
7.2.1984	37
22.3.1985	48
20.4.1986	67
12.4.1987	51
10.3.1988	45
11.5.1989	34
12.3.1990	59
2.4.1991	11

1	11
2	21
3	22
4	34
5	37
6	45
7	45
8	48
9	51
10	59
11	67

İstatistik Parametreler

Sınıf	frekans	% frekans	Kümülatif frekans	% Kümülatif frekans
10-20	1	9	1	9
20-30	2	18	3	27
30-40	2	18	5	45
40-50	3	27	8	72
50-60	2	18	10	90
60-70	1	9	11	99

	12
	10
	9
	11
	12
	10
	11
	9
Ortalama =	10.5

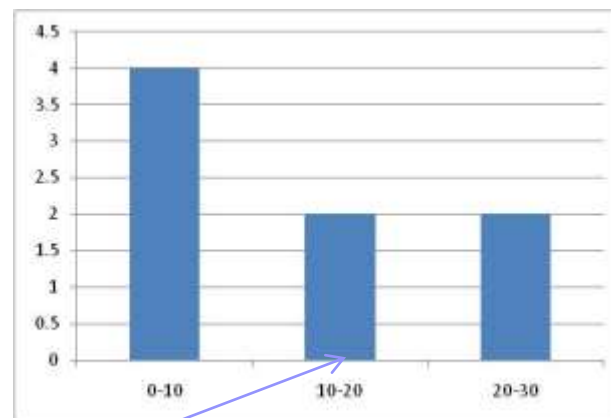
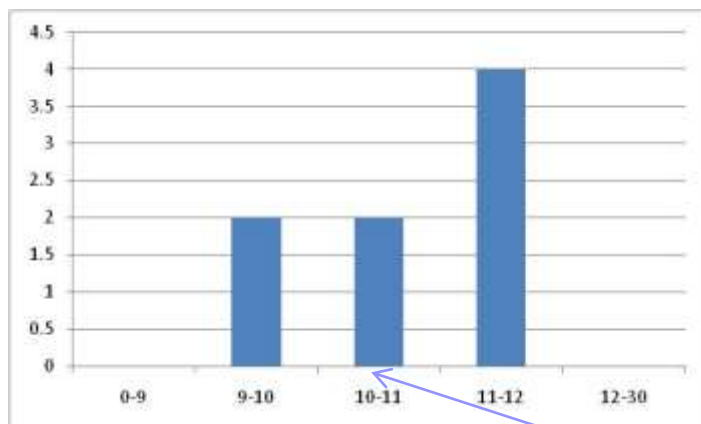
	1
	20
	2
	21
	14
	8
	6
	12
Ortalama =	10.5

	12	$12 - 10.5 =$	1.5
	10	$10 - 10.5 =$	-0.5
	9	$9 - 10.5 =$	-1.5
	11	$11 - 10.5 =$	0.5
	12	$12 - 10.5 =$	1.5
	10	$10 - 10.5 =$	-0.5
	11	$11 - 10.5 =$	0.5
	9	$9 - 10.5 =$	-1.5
Ortalama =	10.5		

	1	$1 - 10.5 =$	-9.5
	20	$20 - 10.5 =$	9.5
	2	$2 - 10.5 =$	-8.5
	21	$21 - 10.5 =$	10.5
	14	$14 - 10.5 =$	3.5
	8	$8 - 10.5 =$	-2.5
	6	$6 - 10.5 =$	-4.5
	12	$12 - 10.5 =$	1.5
Ortalama =	10.5		

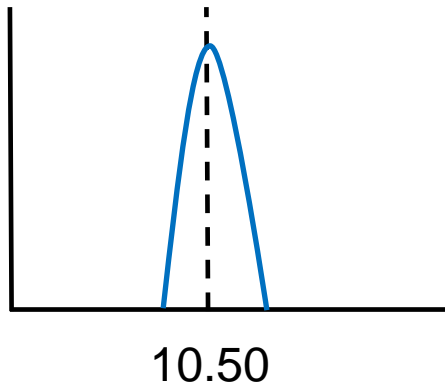
	12
	10
	9
	11
	12
	10
	11
	9
Ortalama =	10.5

	1
	20
	2
	21
	14
	8
	6
	12
Ortalama :	10.5



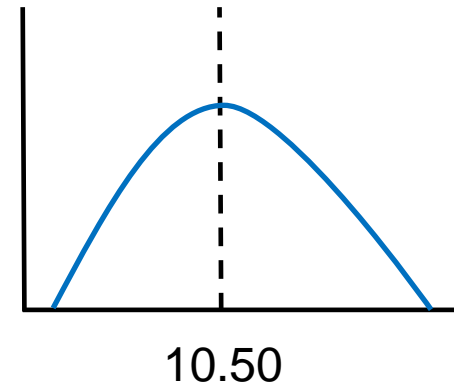
Ortalama = 10.50

	12	$12-10.5 =$	1.5
	10	$10-10.5 =$	-0.5
	9	$9-10.5 =$	-1.5
	11	$11-10.5 =$	0.5
	12	$12-10.5 =$	1.5
	10	$10-10.5 =$	-0.5
	11	$11-10.5 =$	0.5
	9	$9-10.5 =$	-1.5
Ortalama =	10.5		



Varyans küçük

	1	$1-10.5 =$	-9.5
	20	$20-10.5 =$	9.5
	2	$2-10.5 =$	-8.5
	21	$21-10.5 =$	10.5
	14	$14-10.5 =$	3.5
	8	$8-10.5 =$	-2.5
	6	$6-10.5 =$	-4.5
	12	$12-10.5 =$	1.5
Ortalama :	10.5		



Varyans büyük

	x	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^3$	$(x - \bar{x})^4$
1	11	841	-24389	707281
2	21	361	-6859	130321
3	22	324	-5832	104976
4	34	36	-216	1296
5	37	9	-27	81
6	45	25	125	625
7	45	25	125	625
8	48	64	512	4096
9	51	121	1331	14641
10	59	361	6859	130321
11	67	729	19683	531441
Σ	440	2896	-8688	1625704

Açıklık:

$$R = X_{enb} - X_{enk} = 1080 - 520 = 560$$

Ortalama:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{N} \cdot 440 = 40 \text{ cm}$$

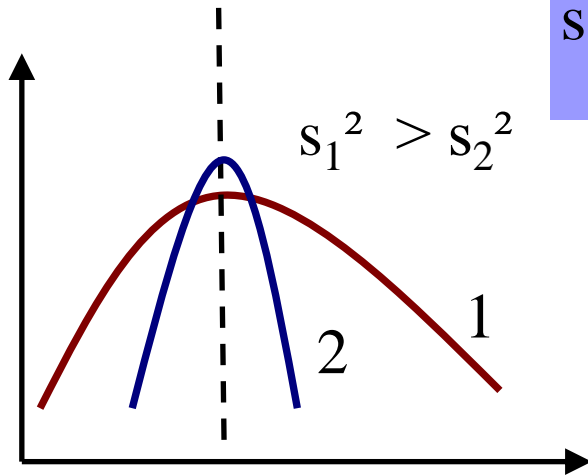
Mod: 40 – 50 \Rightarrow **45 cm** (frekans tablosundan)

*Bir seride birden fazla **Mod** bulunabilir*

Medyan (Ortanca) : **45 cm** (sıralı serinin ortasındaki değer)

- *Serideki eleman sayısı çiftse ortadaki iki değer*in ortalaması
- *Serideki eleman sayısı tekse tam ortadaki değer*

Varyans:



$$s^2 = \text{Var}(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{N} 2896 = 263.3 \text{ cm}^2$$

Standart Sapma:

$$s_X = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

$$s_X = \sqrt{263.3} = 16.2 \text{ cm}$$

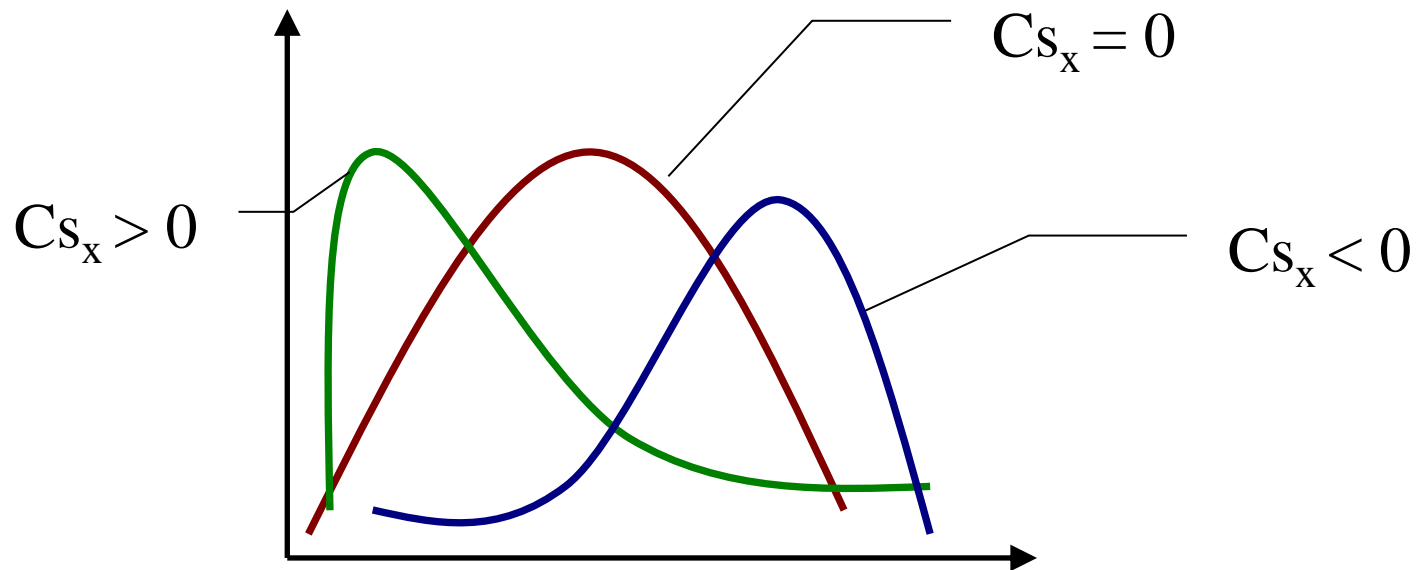
Varyasyon Katsayısı (Değişim Katsayısı)

$$C_{vX} = \frac{s_X}{\bar{x}}$$

$$C_{vX} = \frac{16.2}{40} = 0.41$$

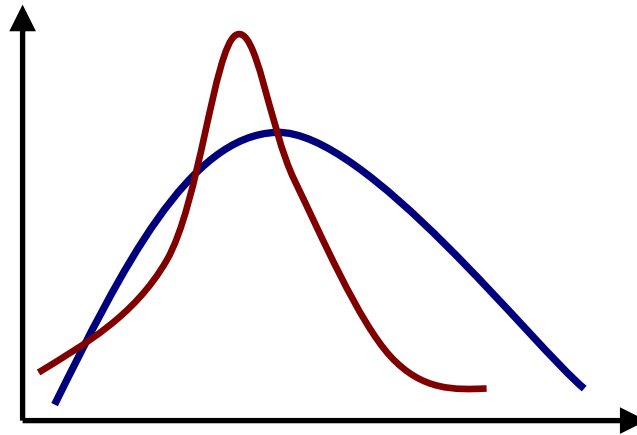
$$C_{sX} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{(s_X)^3}$$

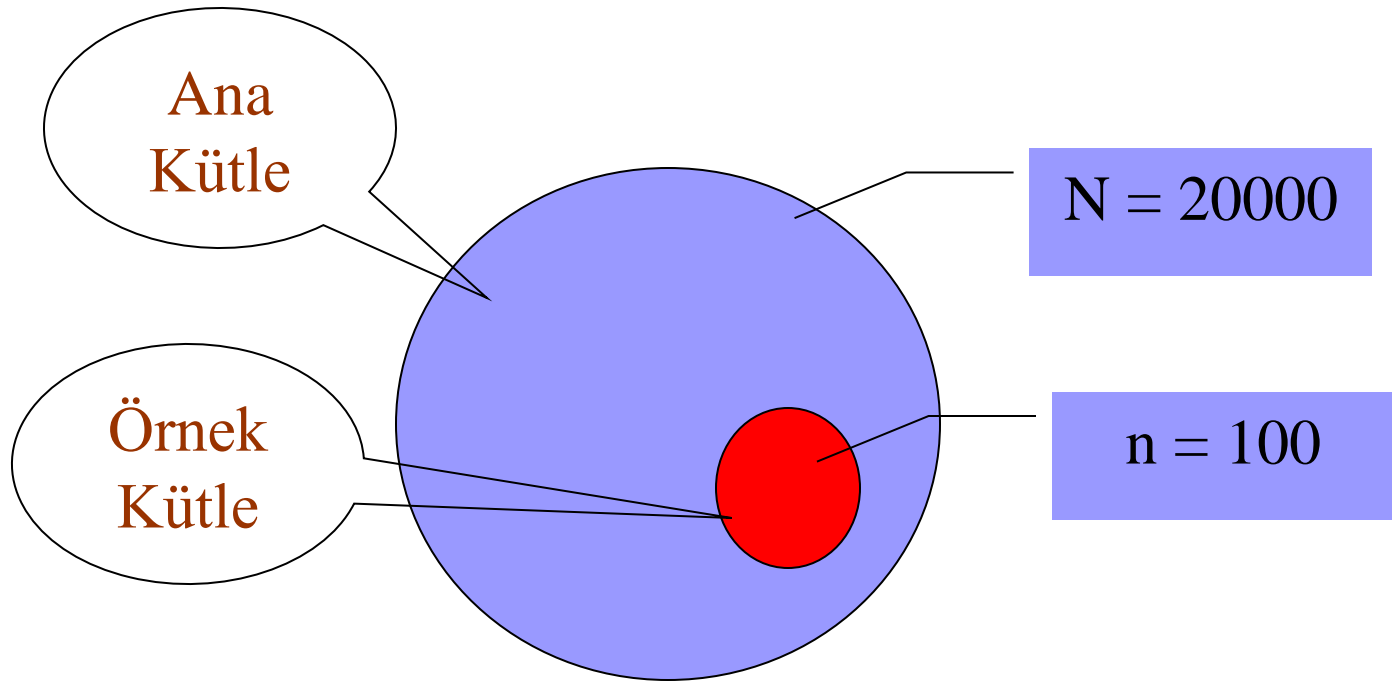
$$C_{sX} = \frac{\frac{1}{N}(-8688)}{(16.2)^3} = -0.19$$



$$k_x = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{(s_X)^4}$$

$$k_x = \frac{\frac{1}{11} 1625704}{(16.2)^4} = 2.13$$







	Ana Kütle (Populasyon)	Örnek
Ortalama	$\mu_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i$
Varyans	$\sigma_x^2 = Var(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$	$s_x^2 = Var(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$
Standart Sapma	$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$	$s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{Var(X)}$