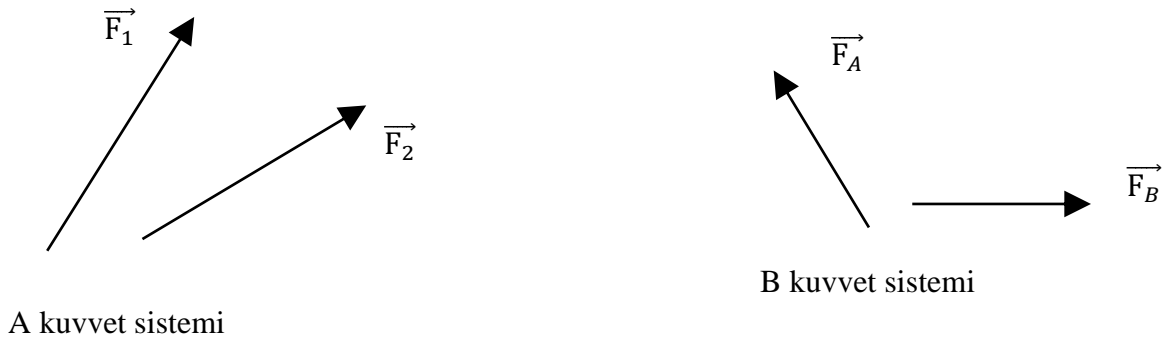


## BÖLÜM 3. EŞDEĞER KUVVET SİSTEMLERİ

### 3.1. Giriş

Bu bölümde rijit cisimler üzerine etki eden kuvvet sistemlerinin eşdeğerlik koşullarını inceleyeceğiz kuvvetlerin bir rijit cisme etkisi cismin hareketi veya hareketsizliği ile kendini gösterir. İki kuvvet sistemi bir rijit cisme eşit ivmeli hareket yaptırıyorsa eşdeğerdirler denir. İki kuvvet sisteminin eşdeğerliği için gerekli ve yeterli koşullar şunlardır.



Şekil 3.1.

a) Her iki kuvvet sistemi her yönde cisme aynı itme veya çekmeyi uygulamalıdır. Aynı noktadan geçen kuvvetler için kuvvet vektörlerinin toplamının aynı olması eşdeğerlik için yeterlidir.

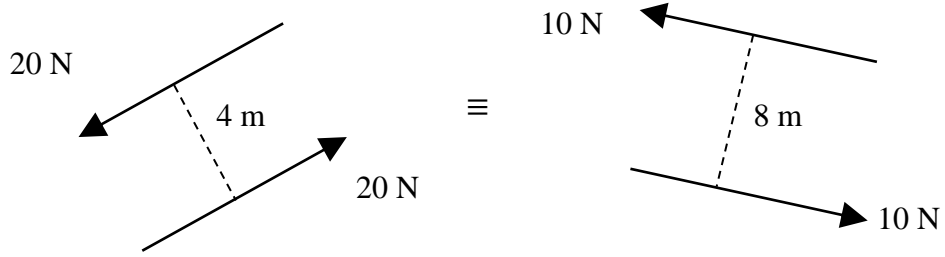
b) Her iki kuvvet sistemi uzayda herhangi bir nokta etrafında aynı döndürme etkisini doğurmalıdır. Yani herhangi bir nokta için momentlerin aynı olması yeterlidir.

#### 3.1.1. Kuvvet Sistemlerinin Eşdeğerliği için Bazı Basit Kurallar

1) Aynı Noktadan geçen kuvvetlerden oluşan bir kuvvetler sisteminin en basit eşdeğeri o noktadan geçen ve o kuvvet vektörlerinin toplamına eşit bir tek kuvvettir. Ayrıca her kuvvet kendisi ile aynı noktada kesişen bileşkeleri ile eşdeğerdir.

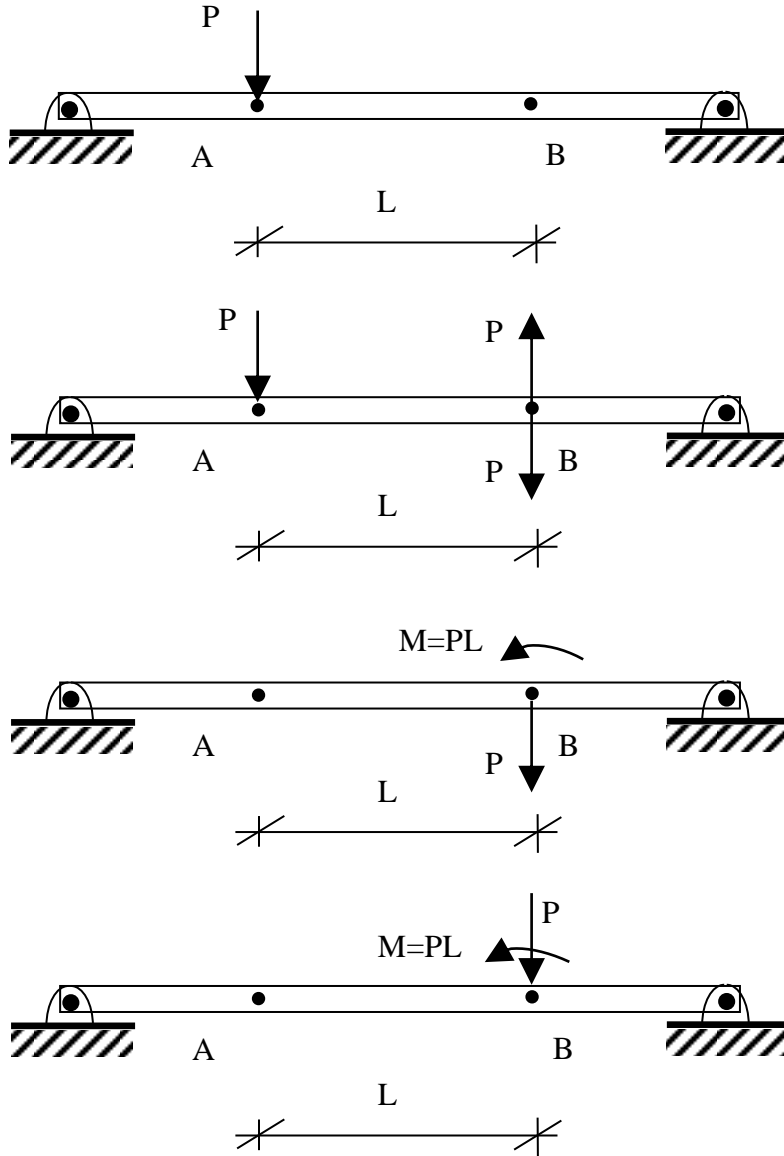
2) Kuvvet rijit cisim mekaniğinde kayıcı bir vektördür.

3) Bir kuvvet çifti kuvvet çifti momenti serbest vektör olarak değişmedikçe her şekilde değiştirilebilir. Bir kuvvet sisteminin daha basit bir eşdeğerine bileşke denir.



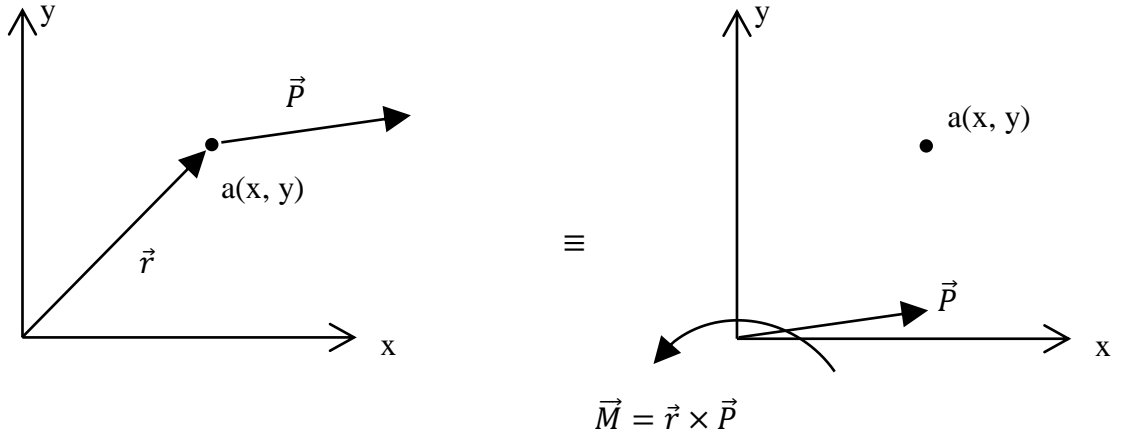
Şekil 3.2.

### 3.2. Bir Kuvvetin Başka Bir Noktaya Taşınması



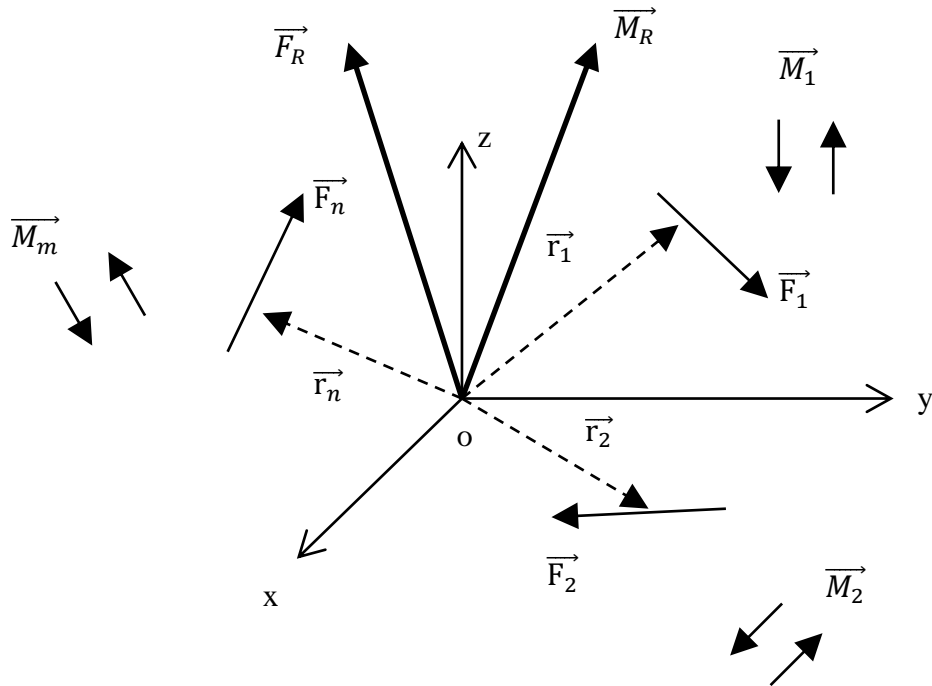
Şekil 3.3.

Bir kuvvet uygun kuvvet çifti momenti de eklenerek her yere taşınabilir. Bunun tersi de yapılabilir.



Şekil 3.4.

### 3.3. Bir Kuvvet Sisteminin Bileşkesi



Şekil 3.5.

Bir kuvvet sisteminin eşdeğeri olan daha basit bir kuvvet sistemine o kuvvet sisteminin bileşkesi denir.

$$\vec{F}_i = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

Aynı noktada olan kuvvetler toplanabilir.

$$\vec{F}_R = [\sum_{d=1}^n (F_x)_d] \vec{i} + [\sum_{d=1}^n (F_y)_d] \vec{j} + [\sum_{d=1}^n (F_z)_d] \vec{k}$$

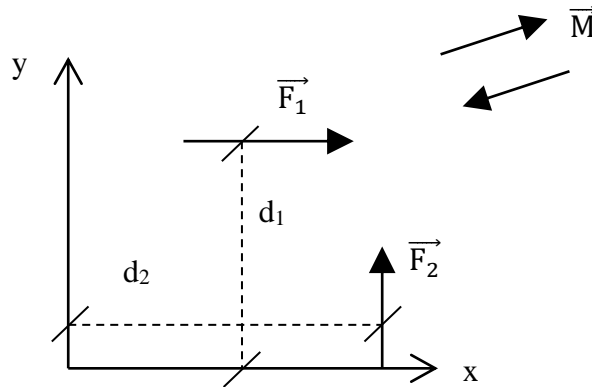
$$\vec{M}_R = (\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \dots + \vec{r}_n \times \vec{F}_n) + (\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots + \vec{M}_m)$$

veya

$$\vec{F}_R = \sum_{d=1}^n \vec{F}_d \quad \vec{M}_R = \sum_{d=1}^n (\vec{r}_d \times \vec{F}_d) + \sum_{d=1}^m \vec{M}_d$$

### 3.4. Özel Kuvvetlerin Bileşkeleri

#### 3.4.1. Düzlemsel Kuvvet Sistemleri



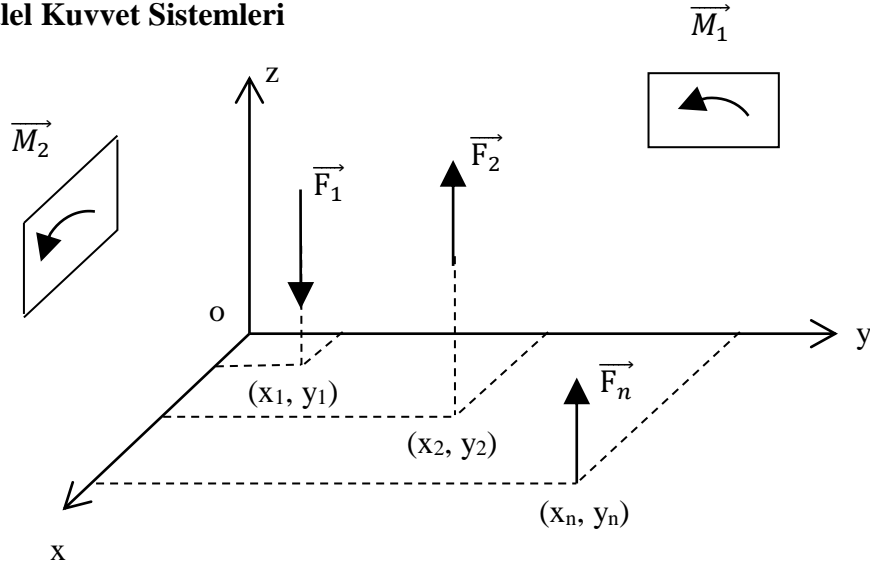
Şekil 3.6.

$$\vec{F}_R = [\sum_{d=1}^n (F_x)_d] \vec{i} + [\sum_{d=1}^n (F_y)_d] \vec{j}$$

$$\vec{M}_R = (F_1 * d_1 + F_2 * d_2 + \dots) \vec{k} + (M_1 + M_2 + \dots) \vec{k}$$

Eğer  $F_R \neq 0$  ise yani ya  $\sum F_x \neq 0$  veya  $\sum F_y \neq 0$  kuvvet öyle bir noktaya götürülebilir ki tek kuvvet kalır moment yok olur.  $\sum F_x = 0$  ve  $\sum F_y = 0$  ise x-y düzlemindeki kuvvet çifti yok edilemez. Sonuç olarak, düzlemsel kuvvetler durumunda en basit bileşke ya bir kuvvet ya bir kuvvet çifti momenti veya sıfır vektördür.

### 3.4.2. Uzayda Paralel Kuvvet Sistemleri



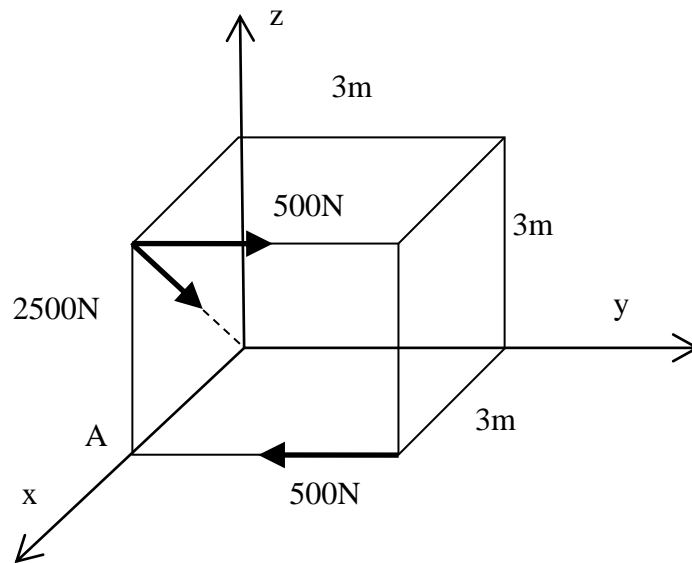
Şekil 3.7.

$$\vec{F}_R = [\sum_{d=1}^n F_d] \vec{k}$$

$$\vec{M}_R = \sum_{d=1}^n [(x_d \vec{i} + y_d \vec{j}) \times F_d \vec{k}] + \sum_{d=1}^m [(M_x)_d \vec{i} + (M_y)_d \vec{j}]$$

En basit bileşke ya bir kuvvet vektörü veya bir kuvvet çiftidir. İkisi de sıfır olursa sıfır vektördür. En genel bir kuvvet sistemi, en basit bileşke olarak, bir kuvvet ve bir de aynı doğrultuda bir kuvvet çiftine indirgenebilir.

### ÖRNEK



Şekil 3.8.

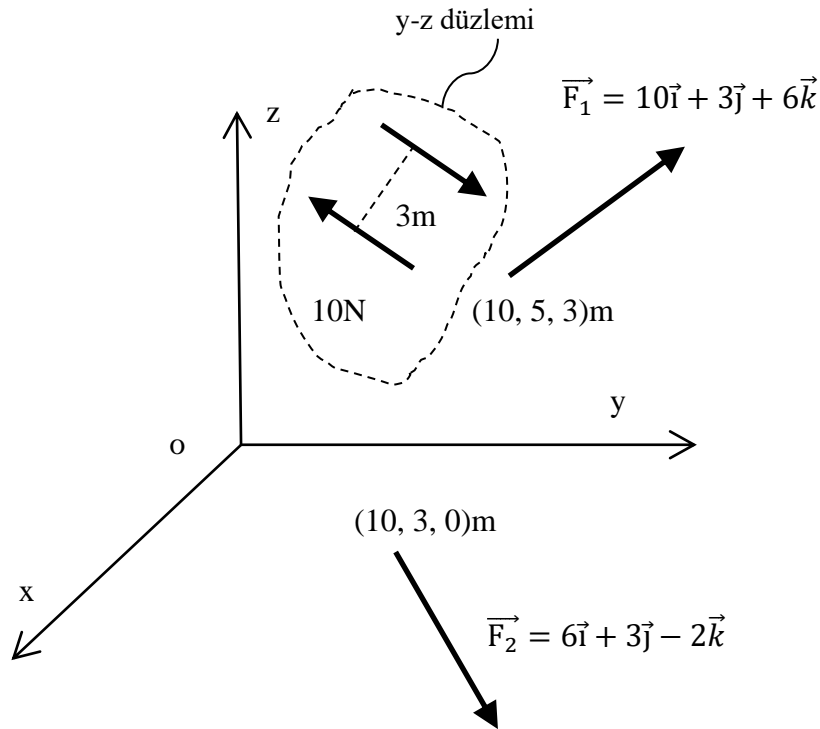
Verilen kuvvet sisteminin A'daki bileşkesini bulunuz.

$$\vec{F}_1 = -500 \vec{j} \quad \vec{F}_2 = 500 \vec{j} \quad \vec{F}_3 = \frac{2500}{\sqrt{18}} (-3 \vec{i} - 3 \vec{k})$$

$$\vec{F} = -500 \vec{j} + 500 \vec{j} + \frac{2500}{\sqrt{18}} (-3 \vec{i} - 3 \vec{k}) \quad \vec{F} = -\frac{2500}{\sqrt{2}} (\vec{i} + \vec{k})$$

$$\vec{M} = 3 \vec{k} \times 500 \vec{j} + 3 \vec{k} \times -\frac{2500}{\sqrt{2}} (\vec{i} + \vec{k}) = -1500 \vec{i} - \frac{7500}{\sqrt{2}} \vec{j} \text{ N.m}$$

### ÖRNEK



Şekil 3.9.

O noktasındaki bileşkeyi bulun

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 16\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k} \text{ (N)}$$

$$\vec{M}_R = -30\vec{i} + (10\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}) \times (10\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}) + (10\vec{i} + 3\vec{j}) \times (6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k})$$

$$\vec{M}_R = -15\vec{i} - 10\vec{j} - 8\vec{k} \text{ (N.m)}$$



$$\vec{F}_1 = 2000 \vec{i} \quad \vec{F}_2 = \frac{2500}{\sqrt{11}} (\vec{i} + \vec{j} + 3 \vec{k})$$

A'daki bileşke

$$\vec{F}_R = [(2000 + \frac{2500}{\sqrt{11}}) \vec{i} + \frac{2500}{\sqrt{11}} \vec{j} + \frac{7500}{\sqrt{11}} \vec{k}] \text{ (N)} = 2753 \vec{i} + 753 \vec{j} + 2259 \vec{k} \text{ (N)}$$

$$\vec{M}_A = -500 \vec{i} + (7 \vec{i} + \vec{j}) \times \frac{2500}{\sqrt{11}} (\vec{i} + \vec{j} + 3 \vec{k}) = [(-500 + \frac{7500}{\sqrt{11}}) \vec{i} - \frac{52500}{\sqrt{11}} \vec{j} + \frac{15000}{\sqrt{11}} \vec{k}]$$

$$\vec{M}_A = 1759 \vec{i} - 15813 \vec{j} + 4518 \vec{k} \text{ N.m}$$

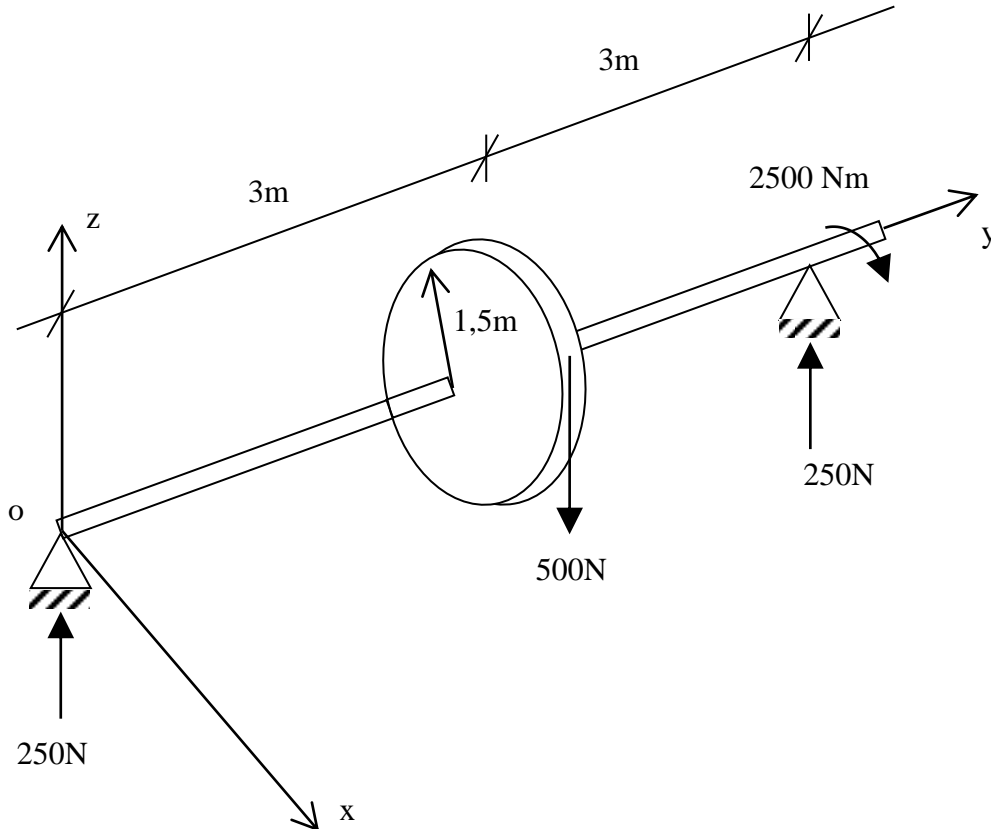
B'deki bileşke

$$\vec{F}_R = [(2000 + \frac{2500}{\sqrt{11}}) \vec{i} + \frac{2500}{\sqrt{11}} \vec{j} + \frac{7500}{\sqrt{11}} \vec{k}] \text{ (N)} = 2753 \vec{i} + 753 \vec{j} + 2259 \vec{k} \text{ (N)}$$

$$\vec{M}_B = -500 \vec{i} + (\vec{j}) \times \frac{2500}{\sqrt{11}} (\vec{i} + \vec{j} + 3 \vec{k}) = [(-500 + \frac{7500}{\sqrt{11}}) \vec{i} - \frac{2500}{\sqrt{11}} \vec{k}]$$

$$\vec{M}_B = 1759 \vec{i} - 753 \vec{k} \text{ N.m}$$

### ÖRNEK



Şekil 3.12.

O noktasındaki en basit bileşkeyi bulunuz

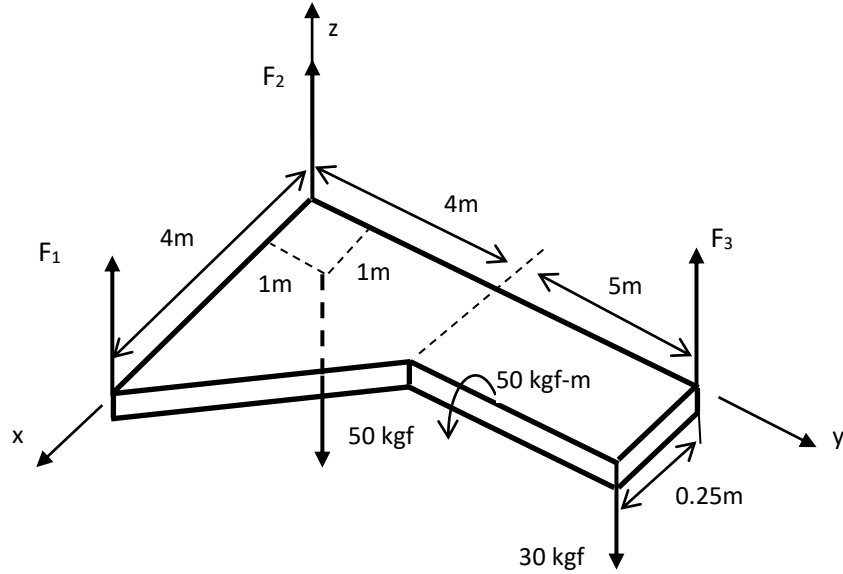


$$\vec{F}_R = \vec{0} \text{ (N)}$$

$$\vec{M}_o = 6\vec{j} \times 250\vec{k} + (1,5\vec{i} + 3\vec{j}) \times (-500)\vec{k} + 2500\vec{j} = 1500\vec{j} - 1500\vec{j} + 2500\vec{j} + 750\vec{j} = 3250\vec{j} \text{ Nm}$$

### ÖRNEK

Sistemdeki toplam kuvvetin ve toplam momentin sıfır olması için  $F_1=?$ ,  $F_2=?$ ,  $F_3=?$



Şekil 3.13.

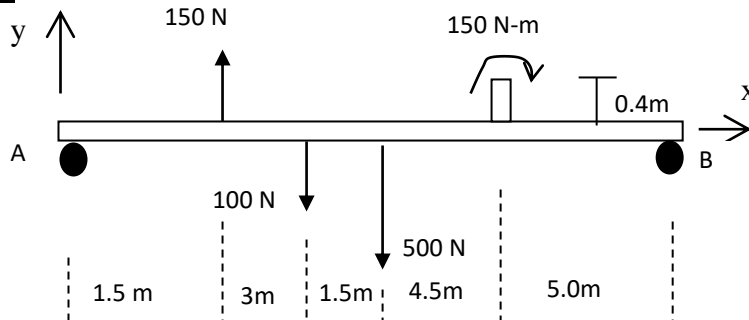
$$F_1 + F_2 + F_3 - 50 - 30 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

y-eksenine göre moment  $50 \cdot 1 + 30 \cdot 0,25 + 50 - F_1 \cdot 4 = 0 \dots\dots\dots(2)$

x-eksenine göre moment  $F_3 \cdot 9 - 50 \cdot 1 - 30 \cdot 9 = 0 \dots\dots\dots(3)$

$$F_1 = 26,88 \text{ kg} \quad F_2 = 17,57 \text{ kg} \quad F_3 = 35,56 \text{ kg}$$

### ÖRNEK



En basit bileşkeyi ve A noktasından uzaklığını bulunuz

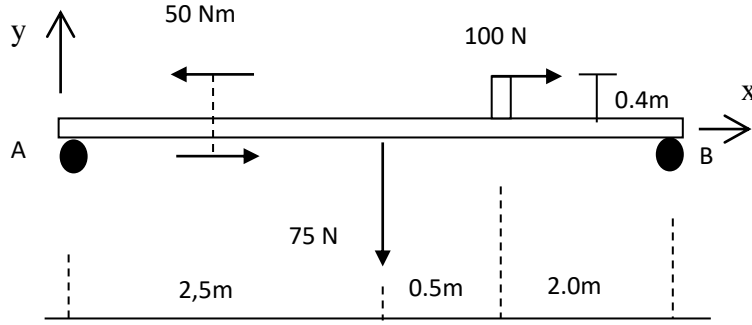
Şekil 3.14.

$$\vec{F}_R = -450\vec{j} \text{ (N)}$$

A noktasına göre moment

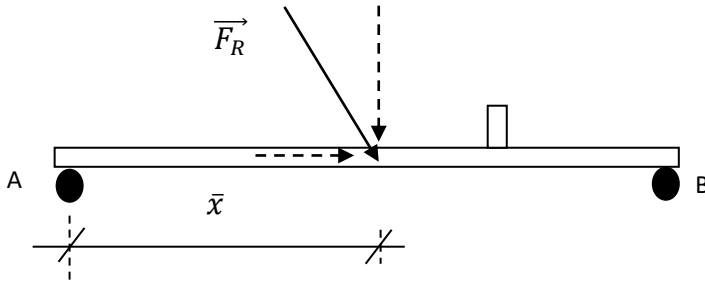
$$|\vec{M}_R| = -450\bar{x} = 1,5*150 - 4,5*100 - 6*500 - 150 \quad \bar{x} = 3375/450 = 7,5 \text{ m}$$

### ÖRNEK



En basit bileşkeyi ve A noktasından uzaklığını bulunuz

Şekil 3.15.



Şekil 3.16.

$$\vec{F}_R = 100\vec{i} - 75\vec{j} \text{ (N)}$$

$$-75\bar{x} = 50 - 100*0,4 - 75*2,5 \quad \bar{x} = 2,37 \text{ m}$$