BÖLÜM 1. GİRİŞ

1.1. Mekanik Nedir

Mekanik kuvvetlerin etkisi altında cisimlerin denge ve hareket koşullarını açıklayan ve inceleyen bilimdir. Mekanik 3 kısma ayrılır.

1) Rijit cisimlerin mekaniği
2) Şekil değiştirebilen cisimlerin mekaniği
3) Akışkanlar mekaniği

Rijit cisimlerin mekaniğide 2 kısma ayrılır.

*) Statik: Dengede olan cisimler (a=0) ile ilgilenir

*) Dinamik: Hareketli cisimler (a≠0) ile ilgilenir.

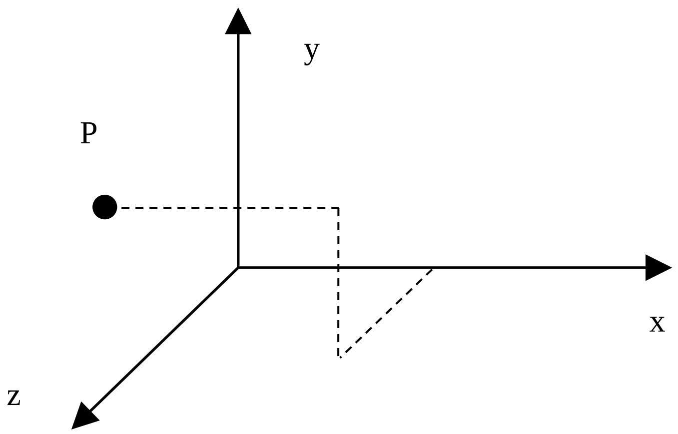
Rijit cisim mekaniğinde cisimlerin tam rijit oldukları kabul edilir. Oysa inşaat ve makine malzemeleri az da olsa şekil değiştirirler. Ancak bu şekil değiştirmeler denge ve hareket durumuna etki etmez, sistemin göçme mukavemetine etki edebilir ve kuvvetlerin iletilişini değiştirebilir. Mukavemet konusu incelenirken şekil değiştirmelerde incelemelere katılır.

Mekanik gerçekte fiziğin bir dalıdır. Analiz yöntemleri matematik gibi tümden gelimle ve kesindir. Ampirik değildir. Ancak uygulamaya yönelik bir bilimdir. Amacı fiziksel olayları açıklamak ve önceden tahmin etmek ve böylece mühendislik uygulamasına temel teşkil etmektir.

1.2. Temel Kavram ve İlkeler

Mekanik M.Ö. 384'te Aristotales'le başlayıp Einstein'ın 1905'te relativite teorisini ortaya atmasına kadar çeşitli evrelerden geçmiştir. Newton mekaniği mühendislik işlerinde hemen her zaman kullanılabilmektedir. Mekanikte temel kavramlar uzay, zaman kütle ve kuvvettir.

Uzay: Uzay kavramı bir P noktasının yerini (bir başlangıçtan üç doğrultudaki uzaklığı ile) belirtmek için kullanılır.



Şekil 1.1.

Özellikle hareketleri ifade etmek için bir cismin noktalarının değişik zamanlara da ki yeri belirtilir.

Kütle: Kütle kavramı cisimleri belirli mekanik olaylar yönünden karakterize eden bir büyüklüktür.

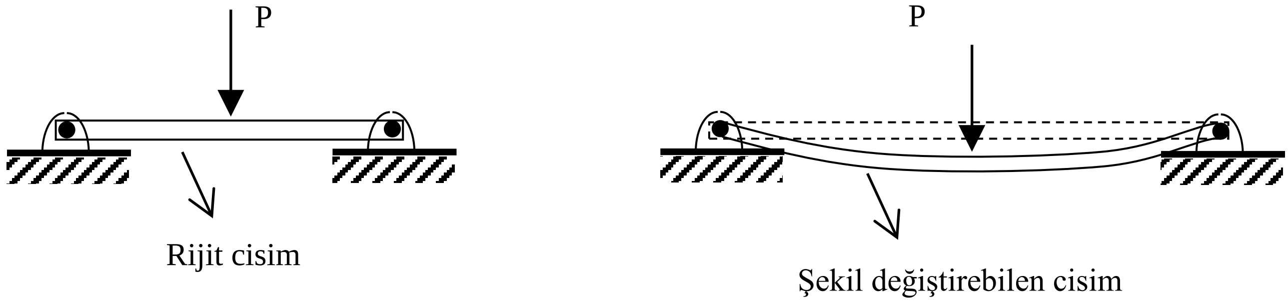
Kuvvet: Bir cismin diğerine etkisini gösterir. Dokunma ile veya dokunmadan etki olabilir. Kuvvetin uygulama noktası şiddeti doğrultu ve yönü vardır. Kuvvet vektörel bir büyüklüktür.

Newton mekaniğinde uzay, zaman ve kütle birbirinden farklı kavramlardır. Kuvvet kavramı diğer üçü ile yakından ilgilidir. (Newton'un ikinci kanunu)

Mekanikte basitleştirmeler

1-Sürekli ortam: İncelenen cisimlerin sürekli olduğu cisim içinde veya üzerinde boşluk, çatlak olmadığı kabul edilir.

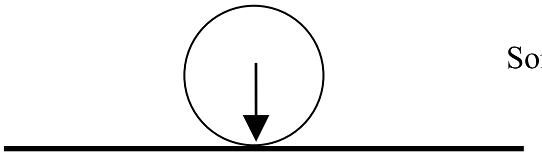
2-Rijit cisim: Statikte cisimler, yükler etkisinde şekil değiştirmez alınır.



Şekil 1.2.

3-Maddesel nokta: Kütleleri olan ancak büyüklüğü olmayan cisimdir.

4-Nokta kuvvet:

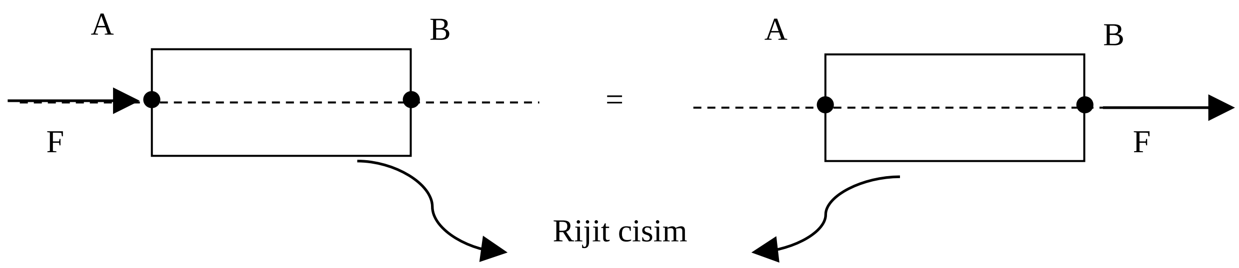


Şekil 1.3.

Uzayda bir noktada toplandığı kabul edilen bir kütlenin oluşturduğu cisme maddesel nokta denir. Bu bir basitleştirme olup hesapları çok kolaylaştırır. Bunun yapılmadığı diğer cisimler için hesaplar maddesel noktalar takımı oluşturarak yapılır. Elemanter mekanik deneyden elde edilen altı temel ilkeye dayanır.

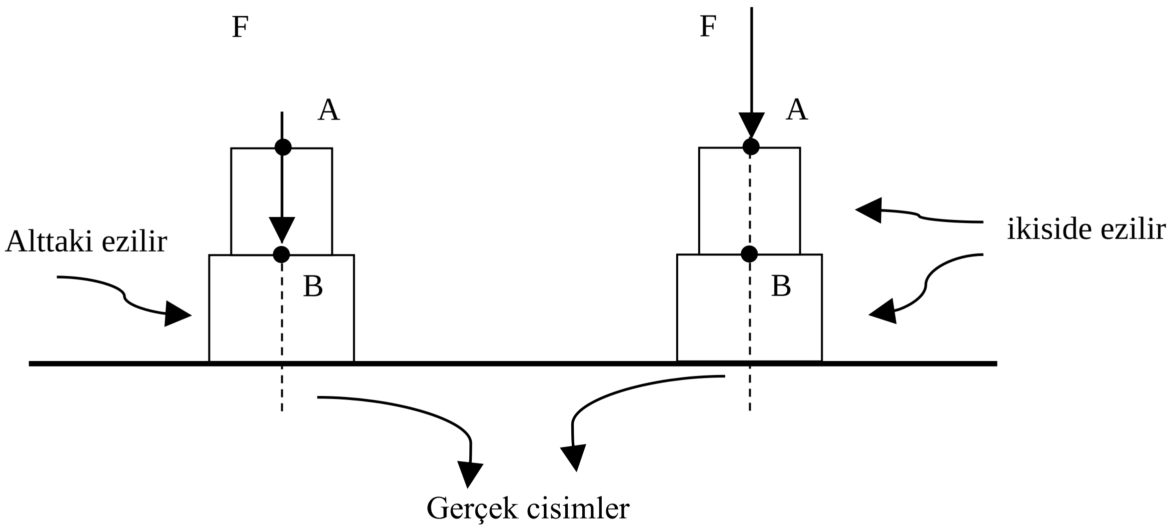
1-Kuvvetlerin toplanması için paralel kenar kanunu: Bir cismin bir noktasına etkiyen iki kuvvetin yerine iki kuvvet vektöründen oluşan paralel kenarın köşegeni kuvvet vektörü olarak alınabilir.

2-Kaydırılabilme ilkesi: Bir rijit cismin bir noktasına etkiyen kuvvet vektörü kendi etki doğrultusunda başka bir noktaya şiddet ve yönü değiştirilmeden kaydırılabilir.



Şekil 1.4.

Bu ilke rijit cisimler için geçerlidir. Diğer cisimler (gerçek cisim, şekil değiştirebilen cisim) için bu ilke uygulanamaz



Şekil 1.5.

3-Newton'un birinci kanunu Bir maddesel noktaya etki eden bileşke kuvvet sıfır ise maddesel nokta (başlangıçta hareketsiz ise) hareketsiz kalır veya (başlangıçta hareketli ise) hızının şiddet ve doğrultusu sabit kalarak hareketine devam eder.

4-Newton'un ikinci kanunu Bir maddesel noktaya etkiyen bileşke kuvvet sıfır değilse maddesel nokta bu kuvvetin şiddeti ile orantılı ve onun doğrultu ve yönünde bir ivme ile hareket eder.

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

5-Newton'un üçüncü kanunu Birbirine dokunan cisimler arasındaki etki ve tepki kuvvetleri aynı şiddette aynı tesir çizgisi üzerinde ve zıt yöndedir.

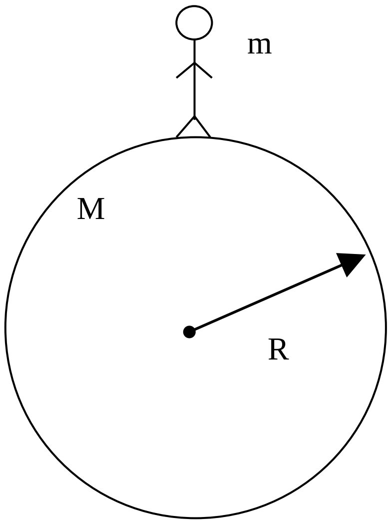
6-Newton'un çekim kanunu Kütleleri M ve m olan iki maddesel nokta karşılıklı olarak eşit ve zıt yönlü $\vec{F}$ ve $\overrightarrow{-F}$ kuvvetleri ile birbirlerini çekerler.

$F = G\frac{M\,m}{r^2}$

G: Evrensel çekim sabiti

r= iki maddesel nokta arasındaki uzaklık

ağırlık bu tür bir kuvvettir.



Şekil 1.6.

$F = G\frac{M\,m}{r^2}$

$w = G\frac{M\,m}{R^2}$ $g = G\frac{M}{r^2}$ w=mg

$g = G\frac{M}{R^2}$ ivmenin kutuplarda, ekvatorda, deniz seviyesinde farklı olmasının sebebi R

1.3. Birimler

Temel kavramların nicelik olarak ifadesi için dört birime ihtiyaç vardır. Ancak bunlar birbirinden bağımsız değildir. Zaman, uzunluk, kütle ve kuvvet bunlardan üçü bağımsız seçilebilir. Dördüncüsü F=ma formülüne uygun seçilmelidir. Bu derste 2 birim sistemi kullanılacaktır. Bunlardan birisi Teknik Metrik Birim Sistemi(TMBS) diğeri SI(uluslar arası birim sistem)

Kavram	Simge	TMBS	SI
Uzunluk	L	metre(m)	metre(m)
Zaman	t	saniye(san)	saniye(san)
Kuvvet	F	kilogram(kgf)	Newton(kg*m/sn^2)
Kütle	m	Teknik Kütle Birimi (kgf*sn^2)/m	kilogram(kg)

Temel boyutlar---L, t, m

Veya---L, t, F

Türetilmiş boyutlar---v=L/t

İş=W=F*L

1.3.1. Boyut homojenliği

Bir denklemin her iki yanında toplanan ve çıkarılan her terim aynı boyutta ise o denklemin boyut homojenliği vardır denir.

a, b, c uzunluk göstersin

a^2=bt+c ise

L^2=Lsn+L boyut homojenliği yoktur.

Bir birimden diğer birime geçerken o birim cinsinden eş değerini yazmak yeterlidir veya 1’e denk kesirler ile çarpmak gerekir.

$$100\,\frac{\text{km}}{\text{sa}} = 100\,\frac{\text{km}}{\text{sa}} * \frac{1000\text{m}}{1\text{ km}} * \frac{1\text{ sa}}{3600\text{ sn}} = 27{,}78\ {}^{\text{m}}/_{\text{sn}}$$

1.4. Problem Çözümünde Yöntem

Bir mekanik probleminde belirtilen 6 temel ilkeye bağlı kalarak bilinen matematik işlemler kullanılarak çözüm yapılır.

1.5. Sayısal Doğruluk

Bir problemin çözümündeki doğruluk iki koşula bağlıdır.

1) Verilerdeki doğruluk
2) Yapılan hesaplardaki doğruluk

<u>**ÖRNEK**</u>

Bir akışkan içinde hareket eden cisme etkiyen sıvı direnci $F = \frac{1}{2}\, C_D\, \rho\, v^2\, A$ şeklinde verilmiştir

F: direnç kuvveti, mL/t^2

ρ: akışkan yoğunluğu, m/L^3

v : cismin akışkan içindeki hızı, L/t

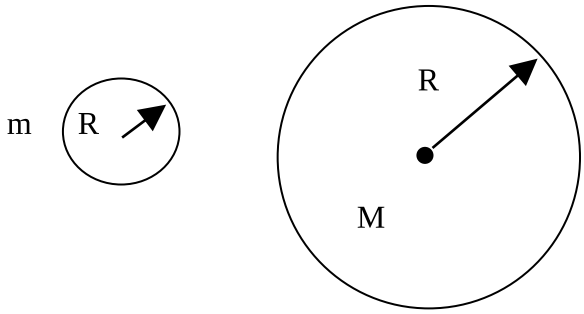
A: cismin dik kesit alanı, L^2

Sıvı direnç sabiti C_D nin boyutu nedir?

$mL/t^2=[C_D]\ m/L^3\ (L/t)^2\ L^2$ $[C_D]=1$ C_D sabiti Pi=3,14 sabiti gibi boyutsuzdur.

ÖRNEK

Dünyanın yarıçapı 6400 km ayın yarıçapı 1738 km ve ay yüzünde ayın çekim ivmesi 1,6 m/sn^2 dir. Dünyanın kütlesinin ayın kütlesine oranını bulunuz ($g_{dünya}$=9,81 m/sn^2)



Şekil 1.7.

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

$$g_{ay} = G\frac{M_{ay}}{R_{ay}^2} \qquad g_{dünya} = G\frac{M_{dünya}}{R_{dünya}^2}$$

$$\frac{g_{dünya}}{g_{ay}} = \frac{G\frac{M_{dünya}}{R_{dünya}^2}}{G\frac{M_{ay}}{R_{ay}^2}} \qquad \frac{9{,}81}{1{,}6} = \frac{M_{dünya}}{R_{dünya}^2}\frac{R_{ay}^2}{M_{ay}} \qquad \frac{9{,}81}{1{,}6} = \frac{M_{dünya}}{M_{ay}}\frac{1738^2}{6400^2} \qquad \frac{M_{dünya}}{M_{ay}} = 83{,}1$$

ÖRNEK

20 t/cm^2 basıncı SI birim sistemine çevirin.

$20\,\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{cm}^2} = 20\,\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{cm}^2} * \frac{1000\mathrm{kg}}{1\mathrm{t}} * \frac{(100\mathrm{cm})^2}{1\mathrm{m}^2}$ =2*10^8 kg/m^2 =2*10^9 N/m^2 =2*10^9 Pa

ÖRNEK

2 km/sa hızı m/sn cinsinden ifade ediniz.

$2\,\frac{\mathrm{km}}{sa} = 2\,\frac{\mathrm{km}}{sa} * \frac{1000\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{km}} * \frac{1\ sa}{3600\ \mathrm{sn}}$ =0,556 m/sn

1.6. Vektör İşlemleri Hakkında Temel Kurallar

1.6.1. Skaler ile Çarpım ve Toplama Kuralları

1) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

2) $\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$

3) $\vec{A}n = n\vec{A}$ n:skaler bir sayı

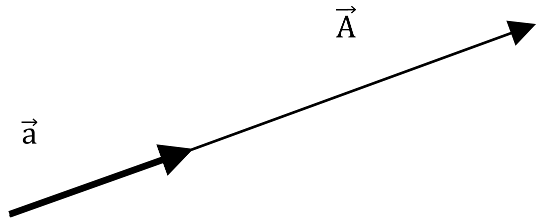
4) $m(n\vec{A}) = (mn)\vec{A}$ n:skaler bir sayı m:skaler bir sayı

5) $(m + n)\vec{A} = m\vec{A} + n\vec{A}$ n:skaler bir sayı m:skaler bir sayı

6) $m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$ m:skaler bir sayı

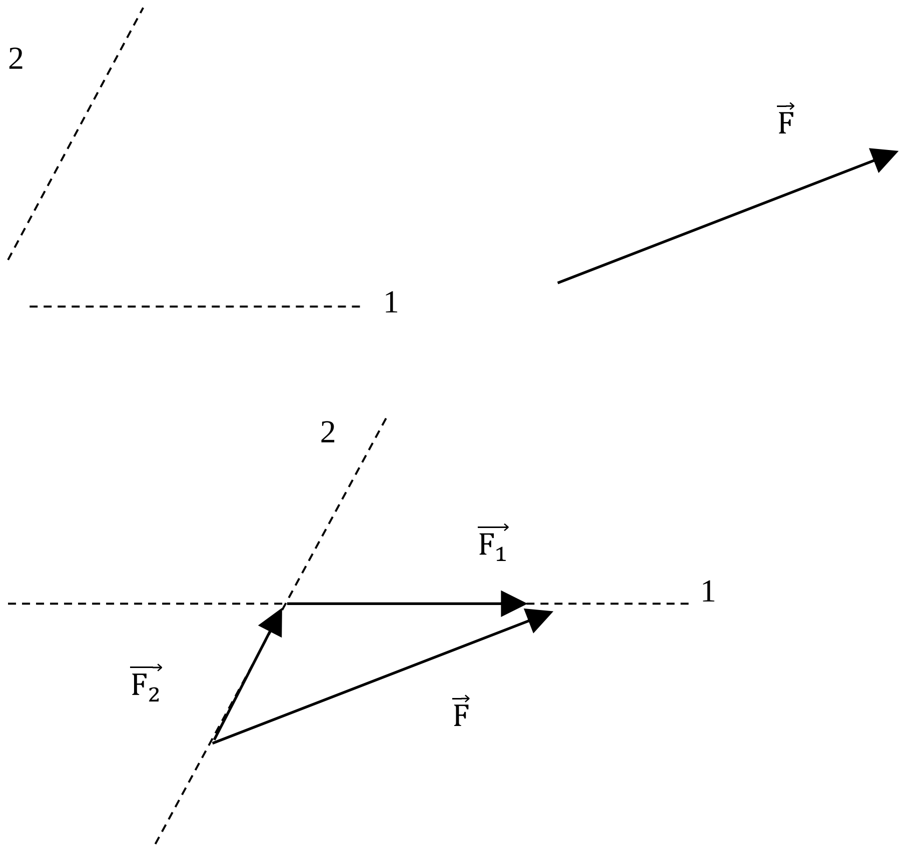
1.6.2. $\vec{A}$ Doğrultusunda Birim Vektör

$\vec{a} = \frac{\vec{A}}{A}$ $\quad$ $A = |\vec{A}|$: $\vec{A}$ vektörünün şiddeti $\quad$ $\vec{a}$: $\vec{A}$ vektörünün birim vektörü



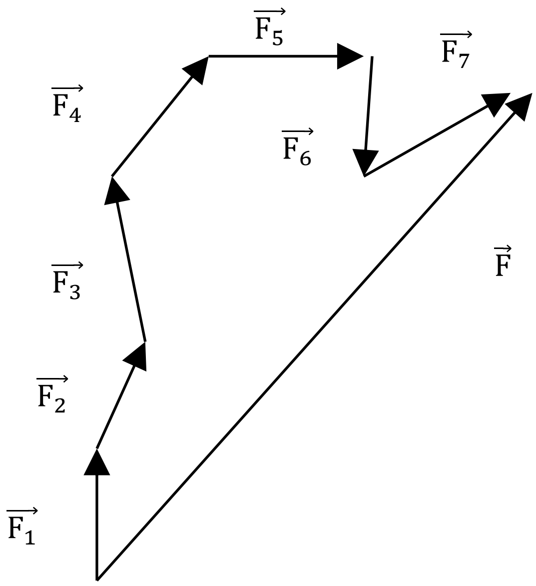
Şekil 1.8.

1.6.3. Vektörlerin Bileşenlere Ayrılması



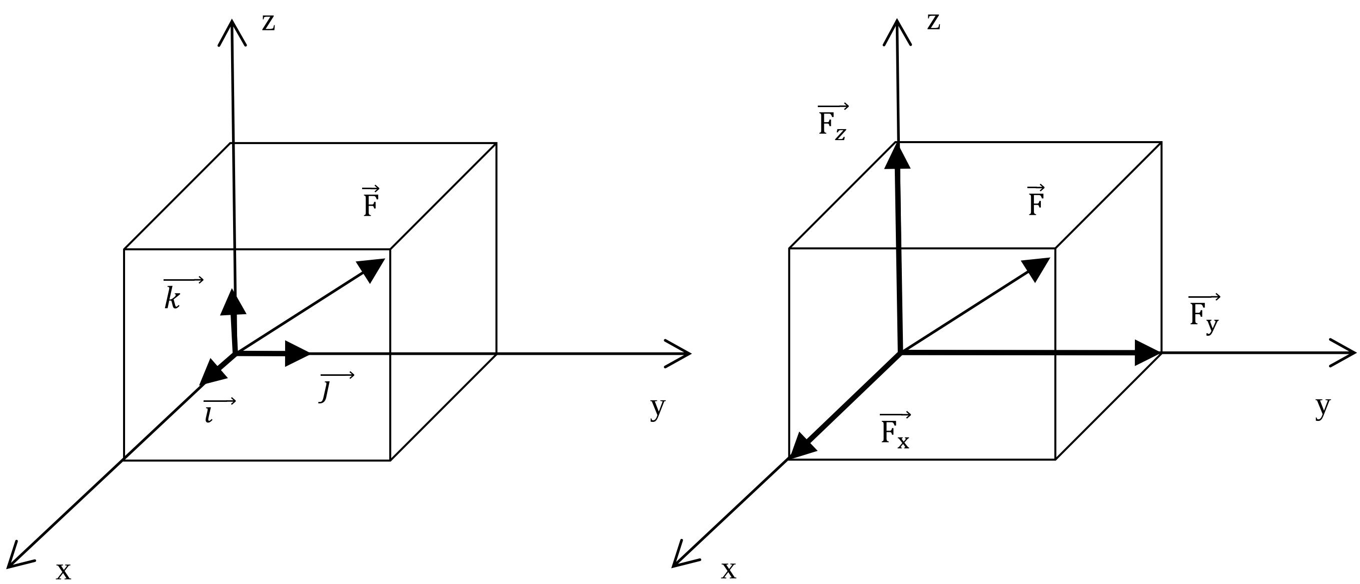
Şekil 1.9.

Bir vektörü sonsuz sayıda bileşenine ayırabiliriz



Şekil 1.10.

Bu tür problemler ya trigonometrik bağıntılarla çözülür yada dik bileşenler cinsinden çözülür. Dik bileşenler vektörleri bir tür bileşenlere ayırmadır.



Şekil 1.11.

$\vec{F} = \vec{F_x} + \vec{F_y} + \vec{F_z}$

$\vec{F} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} + F_z\vec{k}$

$\vec{F_x} = F_x\vec{\imath}$ $\quad\vec{F_y} = F_y\vec{\jmath}$ $\quad\vec{F_z} = F_z\vec{k}$

$\vec{F} = 5\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 4\vec{k}$

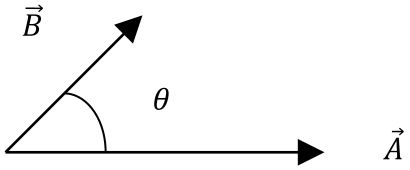
$\vec{F_x} = 5\vec{\imath}$ $\quad\vec{F_y} = 3\vec{\jmath}$ $\quad\vec{F_z} = 4\vec{k}$ $\quad F_x = 5$ $\quad F_y = 3$ $\quad F_z = 4$

1.6.4. Skaler (Nokta Çarpım)

$\vec{A}°\vec{B} = A * B * \cos\theta$

A: $\vec{A}$ vektörünün şiddeti

B: $\vec{B}$ vektörünün şiddeti



Şekil 1.12.

1) $\vec{A}°\vec{B} = \vec{B}°\vec{A}$

2) $\vec{A}°(\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A}°\vec{B} + \vec{A}°\vec{C}$

3) $m * (\vec{A}°\vec{B}) = (m\vec{A})°\vec{B} = \vec{A}°(m\vec{B}) = (\vec{A}°\vec{B}) * m$

4) $\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k}$ $\qquad \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}$

$\vec{A}°\vec{B} = A_x * B_x + A_y * B_y + A_z * B_z$

$\vec{A}°\vec{A} = A_x * A_x + A_y * A_y + A_z * A_z = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$ $\qquad A = |\vec{A}| = \sqrt[2]{|\vec{A}|°|\vec{A}|}$

5) Eğer $\vec{A}°\vec{B} = 0$ ve $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ sıfır vektörler değilse A ve B vektörleri birbirine diktir.

6) $\vec{A}$ nın $\vec{B}$ üzerindeki iz düşümü $\vec{A}\circ\frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$ veya izdüşümü $\vec{A}\circ\vec{b}$ olur. $\vec{b}$: $\vec{B}$ vektörünün birim vektörü

1.6.5. Vektörel Çarpım

$\vec{A}\times\vec{B} = (A * B * \sin\theta) * \vec{u}$ $\qquad 0 \le \theta \le \pi$

Burada $\vec{u}$ $(\vec{A},\vec{B},\vec{u})$ sağ takım yapacak şekilde A ve B vektörlerinin düzlemine dik birim vektördür. Eğer Burada $\vec{A}=\vec{B}$ veya $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ birbirine paralel ise $\sin\theta = 0$ olduğundan $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{0}$ olur.

1) $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$

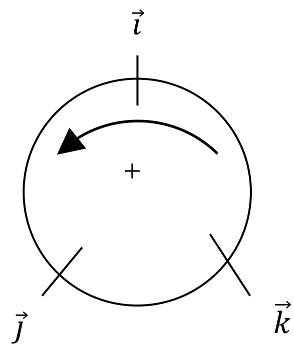
2) $\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$

3) $m * (\vec{A}\times\vec{B}) = (m\vec{A})\times\vec{B} = \vec{A}\times(m\vec{B}) = (\vec{A}\times\vec{B}) * m$

4) $\vec{i}\times\vec{i}=\vec{0}$ $\qquad \vec{j}\times\vec{i}=-\vec{k}$ $\qquad \vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$

$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$ $\qquad \vec{j}\times\vec{j}=\vec{0}$ $\qquad \vec{k}\times\vec{j}=-\vec{i}$

$\vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j}$ $\qquad \vec{j}\times\vec{k}=\vec{i}$ $\qquad \vec{k}\times\vec{k}=\vec{0}$

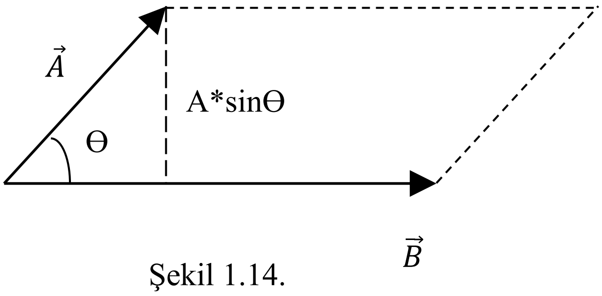


Şekil 1.13.

5) $\vec{A} = A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}$ $\qquad \vec{B} = B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k}$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

6) Eğer $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{0}$ ve $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ sıfır vektör değillerse $\vec{A}=\vec{B}$ veya $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ birbirine paraleldir. $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ kenarları olan paralel kenar alanı $|\vec{A}\times\vec{B}|$ dir

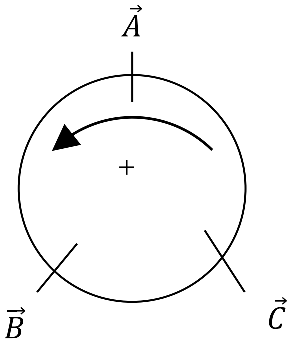


Şekil 1.14.

1.6.6. Üçlü Çarpımlar

1) $(\vec{A}°\vec{B})\vec{C} \neq \vec{A}(\vec{B}°\vec{C})$

2) $\vec{A}°(\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}°(\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C}°(\vec{A} \times \vec{B})$



Şekil 1.15.

$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$

$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$

$\vec{C} = C_x\vec{i} + C_y\vec{j} + C_z\vec{k}$

$$\vec{A}°(\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

3) $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) \neq (\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$

$[\vec{A}°(\vec{B} \times \vec{C})]$ Skaler üçlü çarpım

$[\vec{A}°(\vec{B} \times \vec{C})] = [A, B, C]$ kutu çarpım

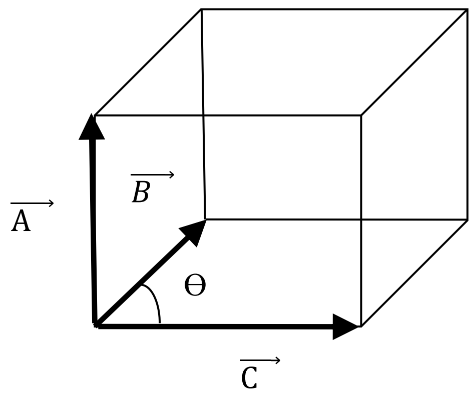
$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$ vektörel üçlü çarpım

$\vec{A}°(\vec{B} \times \vec{C})$ anlamlı

$\vec{A} * (\vec{B} \times \vec{C})$ anlamsız

$\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ üzerine kurulmuş olan

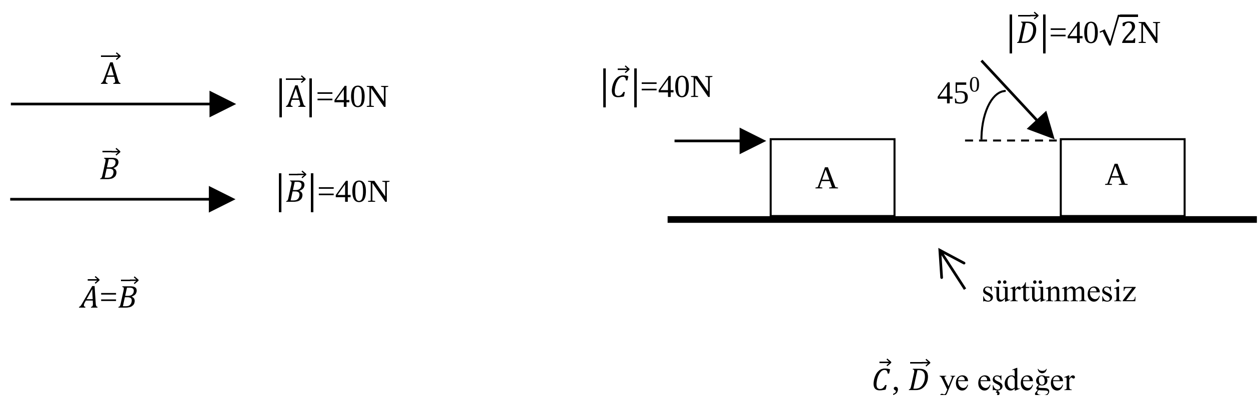
Paralel yüzlünün hacmi=$[\vec{A}°(\vec{B} \times \vec{C})] = [A, B, C]$



Şekil 1.16.

1.6.7. Vektörlerin Eşitliği ve Eşdeğerliği

İki vektörün boyutu, şiddeti, doğrultusu ve yönü aynı ise o iki vektör eşittir. İki vektör belirli bir fiziksel bakımdan aynı sonucu doğuruyorsa iki vektör eşdeğerdir. Eşit vektörler eşdeğer olmak zorunda değildir.

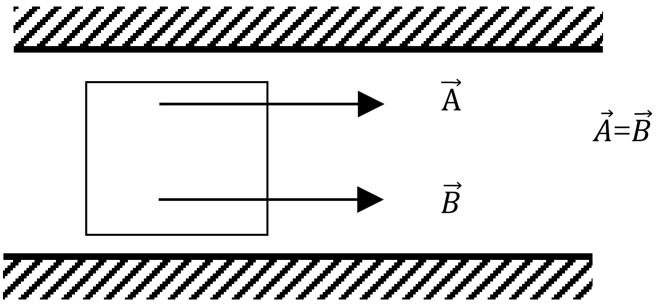


Şekil 1.17.

Vektörlerin eşdeğerliği mekanikte 3 önemli şekilde ortaya çıkar

i) Serbest Vektörler

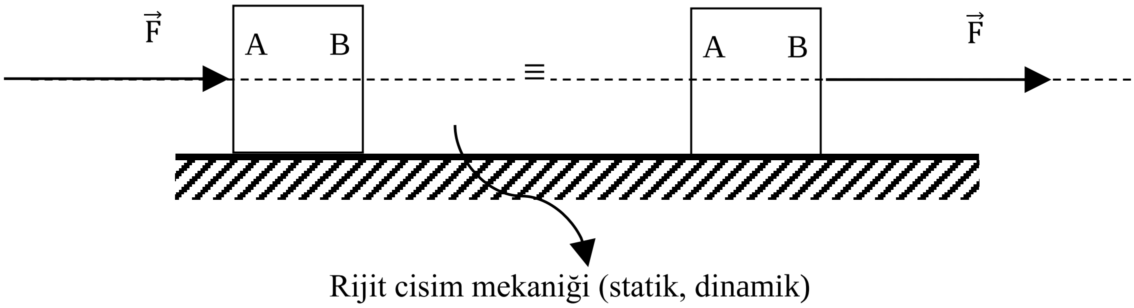
Boyut, şiddet, doğrultu ve yönleri aynı kaldıkça uzayda her yere etkileri değişmeden taşınabilen vektörlere serbest vektörler denir. Örneğin kuvvet çifti momenti



Şekil 1.18.

ii) Kayıcı Vektörler

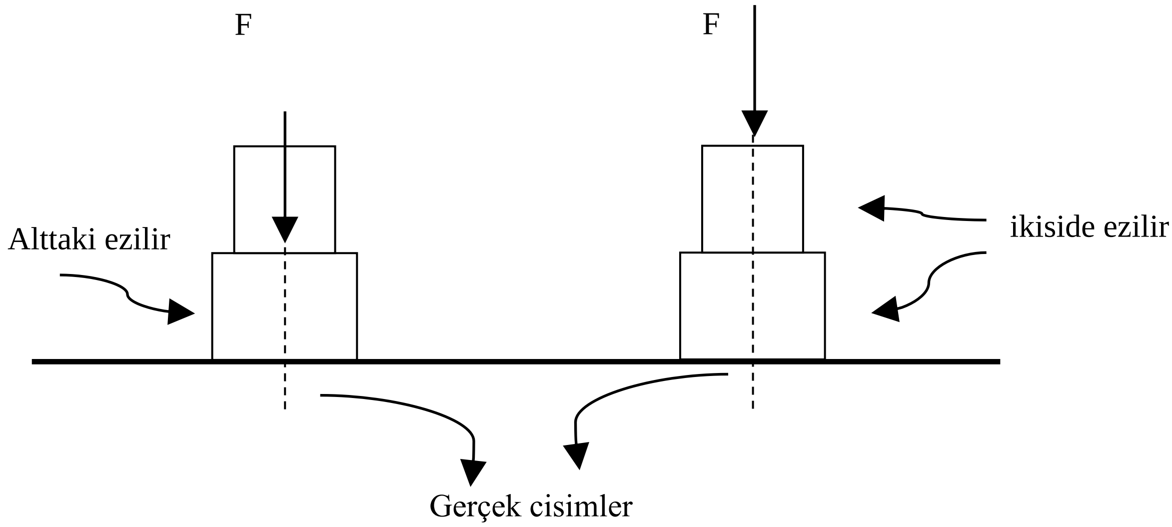
Boyut, şiddet, doğrultu ve yönleri aynı kalarak tesir çizgileri boyunca kaydırıldıklarında mekanik etkileri değişmeyen vektörlere kayıcı vektörler denir.



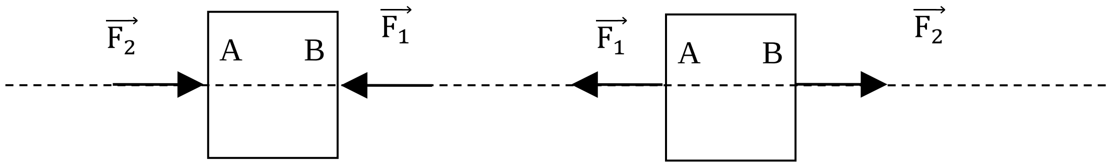
Şekil 1.19.

iii) Bağlı Vektörler

Aynı mekanik etkiyi oluşturmak için boyut, şiddet, doğrultu ve yön dışında etkime noktasının da değişmemesi gereken vektörlere bağlı vektörler denir.



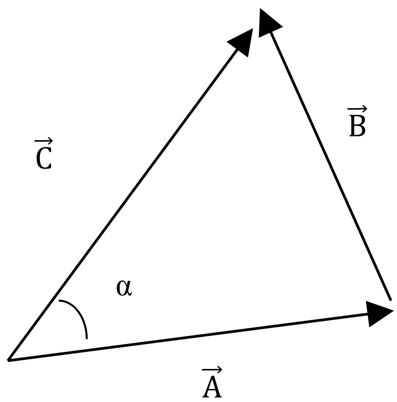
Şekil 1.20.



Şekil 1.21.

ÖRNEK

$a = |\vec{A}|,\ b = |\vec{B}|,\ c = |\vec{C}|$ ise bir üçgen için kosinüs kanununu çıkarınız



Şekil 1.22.

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ $\quad\quad$ $\vec{B} = \vec{C} - \vec{A}$ $\quad\quad$ $\vec{B}\circ\vec{B} = (\vec{C} - \vec{A})\circ(\vec{C} - \vec{A})$

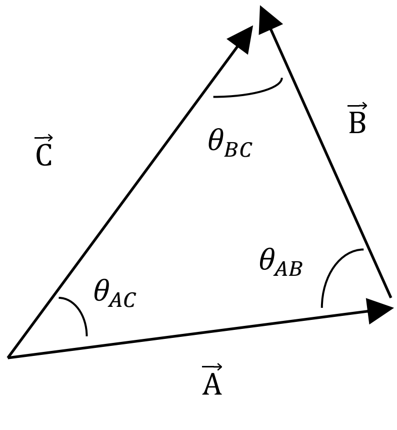
$b^2 = \vec{C}\circ\vec{C} + \vec{A}\circ\vec{A} - \vec{A}\circ\vec{C} - \vec{C}\circ\vec{A}$

$b^2 = \vec{C}\circ\vec{C} + \vec{A}\circ\vec{A} - 2 * \vec{A}\circ\vec{C}$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2 * a * c * \cos\alpha$

ÖRNEK

$a = |\vec{A}|,\ b = |\vec{B}|,\ c = |\vec{C}|$ ise bir üçgen için sinüs kanununu çıkarınız



Şekil 1.23.

$\vec{B} = \vec{C} - \vec{A}$ $\quad\quad$ $\vec{B} \times (\vec{C} - \vec{A}) = \vec{0}$

$(c * b * \sin\theta_{BC} - b * a * \sin\theta_{AB})\vec{\imath_n} = \vec{0}$

$c * b * \sin\theta_{BC} - b * a * \sin\theta_{AB} = 0$ $\quad\quad$ $\frac{c}{\sin\theta_{AB}} = \frac{a}{\sin\theta_{BC}}$

ÖRNEK

$\vec{A} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + \vec{k}$ $\quad\quad$ $\vec{B} = \vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + 5\vec{k}$ $\quad\quad$ $\vec{C} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 4\vec{k}$ vektörlerinin bir dik üçgen oluşturduğunu gösteriniz.

$\mp\vec{A} = \vec{B} \mp \vec{C}$ $\quad\quad$ $\mp\vec{C} = \vec{A} \mp \vec{B}$ $\quad\quad$ $\mp\vec{B} = \vec{A} \mp \vec{C}$ $\quad\quad$ olabilir

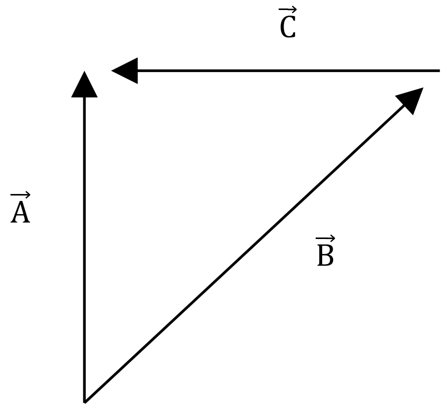
Önce bu vektörlerin bir üçgen oluşturduğu sonra da bu üçgenin dik olduğu gösterilecektir.

$\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

$(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) = (\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}) + (2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k})$

$(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) = (3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$

$\vec{A}°\vec{C} = 3 * 2 + (-2) * 1 + 1 * (-4) = 0$



Şekil 1.24.

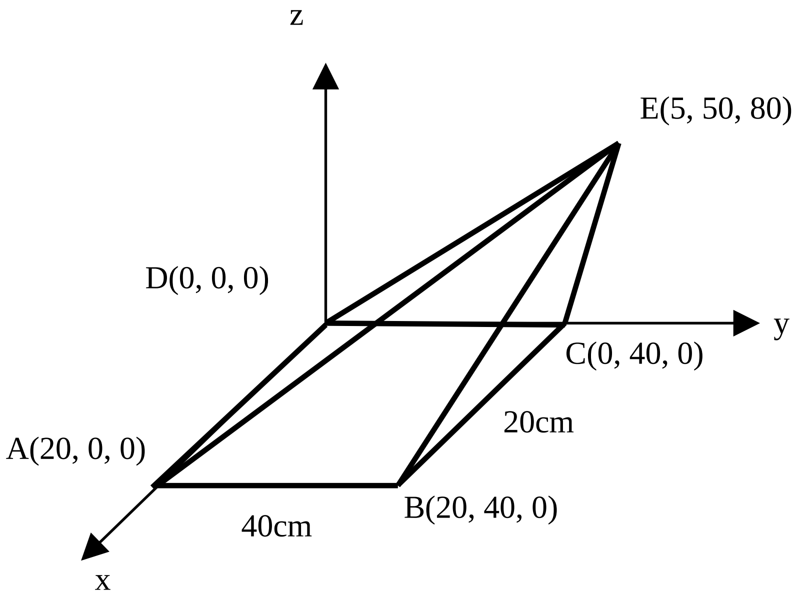
ÖRNEK

Bir A vektörü (0, 1, 3) noktasından (-1, 2, 4) noktasına doğru geçmektedir. Bu vektörün şiddeti 70 birim ise bu vektörü birim vektörler cinsinden gösteriniz

$\vec{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$ $\vec{A} = |\vec{A}| * \vec{a}$ $\vec{A} = 70 * \vec{a}$

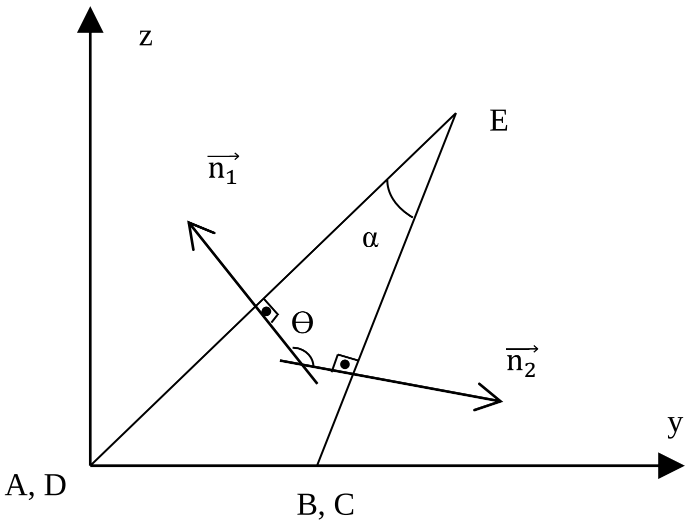
$\vec{A} = 70\frac{(-1-0)\vec{i}+(2-1)\vec{j}+(4-3)\vec{k}}{\sqrt{(-1-0)^2+(2-1)^2+(4-3)^2}}$ $\vec{A} = \frac{70}{\sqrt{3}}(-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

ÖRNEK



Şekil 1.25.

E tepe noktası ise ADE ve BCE yüzleri arasındaki açıyı bulunuz



Şekil 1.26.

$\overrightarrow{DE} = 5\vec{i} + 50\vec{j} + 80\vec{k}$ $\qquad$ $\overrightarrow{DA} = 20\vec{i}$

$\overrightarrow{n_1} = \frac{\overrightarrow{DA} \times \overrightarrow{DE}}{|\overrightarrow{DA} \times \overrightarrow{DE}|} = \frac{1000\vec{k} - 1600\vec{j}}{\sqrt{1000^2 + 1600^2}} = -0{,}847\vec{j} + 0{,}530\vec{k}$

$\overrightarrow{BC} = -20\vec{i}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BE} = -15\vec{i} + 10\vec{j} + 80\vec{k}$

$\overrightarrow{n_2} = \frac{\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BE}}{|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BE}|} = \frac{-200\vec{k} + 1600\vec{j}}{\sqrt{(-200)^2 + 1600^2}} = 0{,}992\vec{j} - 0{,}125\vec{k}$

$\overrightarrow{n_1} \circ \overrightarrow{n_2} = |\overrightarrow{n_1}| * |\overrightarrow{n_2}| \cos\theta = \cos\theta$

Cosθ=(-0,847)*(0,992)+(0,530)*(-0,125)=-0,906 $\qquad$ θ=155^0

90+90+$\alpha + \theta$=360^0 $\qquad$ α=180-θ=25^0

<u>II.yol</u>

$\overrightarrow{EA} = 15\vec{i} - 50\vec{j} - 80\vec{k}$ $\qquad$ $|\overrightarrow{EA}| = 95{,}53$

$\overrightarrow{EB} = 15\vec{i} - 10\vec{j} - 80\vec{k}$ $\qquad$ $|\overrightarrow{EB}| = 82$

$\overrightarrow{EA} \circ \overrightarrow{EB} = 95{,}53 * 82 * cos\alpha$ $\qquad$ 7125$= 95{,}53 * 82 * cos\alpha$ $\qquad$ α=25^0

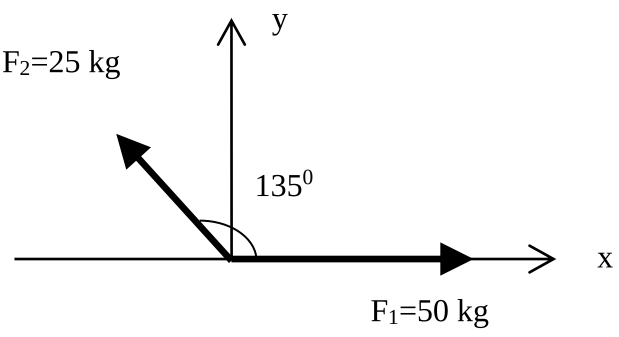
<u>III.yol</u>

$\overrightarrow{ED} = -5\vec{i} - 50\vec{j} - 80\vec{k}$ $\qquad$ $|\overrightarrow{ED}| = 94{,}47$

$\overrightarrow{EC} = -5\vec{i} - 10\vec{j} - 80\vec{k}$ $\qquad$ $|\overrightarrow{EC}| = 80{,}77$

$\overrightarrow{ED} \circ \overrightarrow{EC} = 94{,}47 * 80{,}77 * cos\alpha$ $\qquad$ 6925$= 94{,}47 * 80{,}77 * cos\alpha$ $\qquad$ α=25^0

ÖRNEK

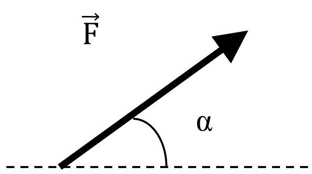


Şekil 1.27.

Şekilde gösterilen ve bir noktaya etkiyen kuvvetlerin bileşkesini bulunuz.

$\overrightarrow{F_1} = 50\vec{\imath}$ $\overrightarrow{F_2} = 25(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath})$

$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 32{,}32\vec{\imath} + 17{,}68\vec{\jmath}$ $|\vec{F}|$=36,84 kg

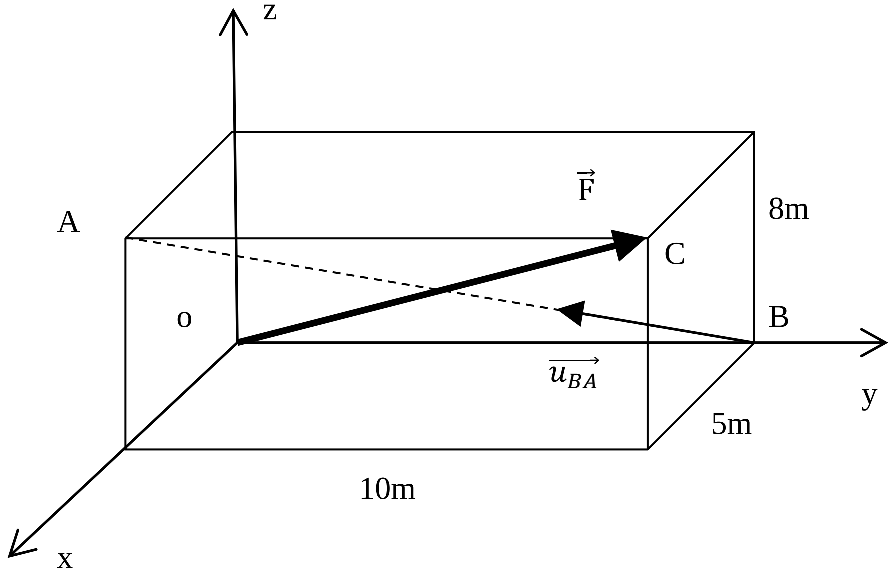


Tanα=F_y/F_x=17,68/32,32=0,547 α=$28{,}7^0$

Şekil 1.28.

ÖRNEK

Şekildeki OC köşegeni doğrultusundaki 2500 kg şiddetindeki kuvvetin B'den A'ya giden eksen üzerindeki izdüşümünü bulunuz



Şekil 1.29.

A(5, 0, 8)   B(0, 10, 0)   C(5, 10, 8)

$$\overrightarrow{F} = 2500\left(\frac{5\vec{i}+10\vec{j}+8\vec{k}}{\sqrt{5^2+10^2+8^2}}\right) = 910\vec{i} + 1818\vec{j} + 1455\vec{k}$$

$$\overrightarrow{u_{BA}} = \left(\frac{5\vec{i}-10\vec{j}+8\vec{k}}{\sqrt{5^2+(-10)^2+8^2}}\right) = 0{,}364\vec{i} - 0{,}728\vec{j} + 0{,}5825\vec{k}$$

$$\left|\overrightarrow{F_{BA}}\right| = \vec{F}\circ\overrightarrow{u_{BA}} = -145{,}5 \text{ kg}$$