




# Regresyon Analizi

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Çukurova Üniversitesi  
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1



- **NOT:** Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

Ç.Ü. İnş.Müh.Böl.

2

## İnsanın Boyu ile Zekası Arasında bir ilişki var mıdır?

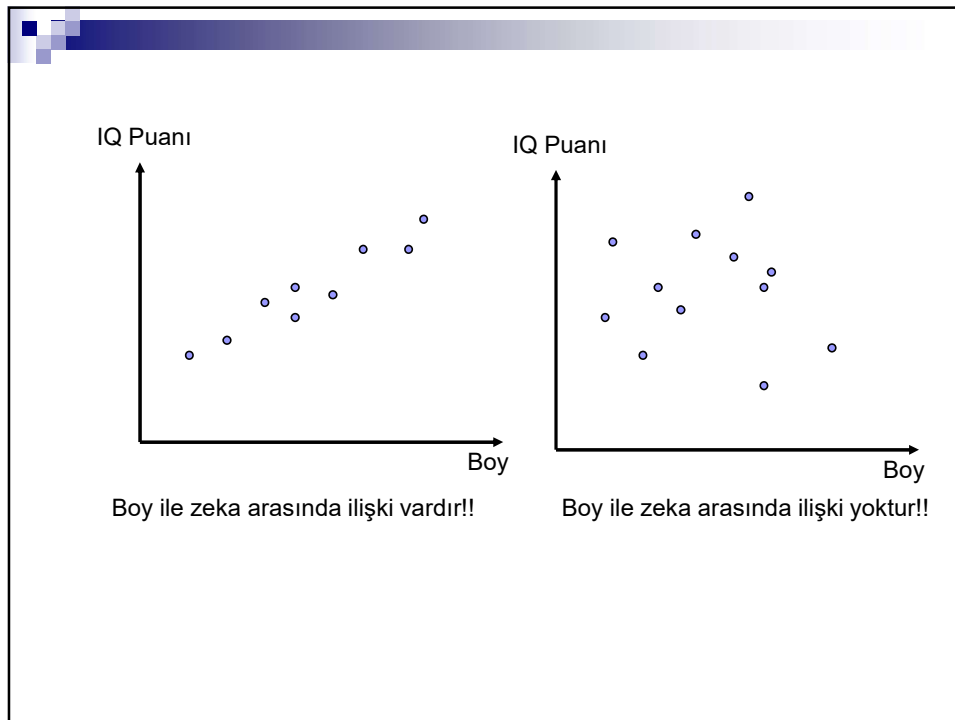
- Cevabı Uygulayacağımız IQ testi ile bulabiliriz!!!!

3

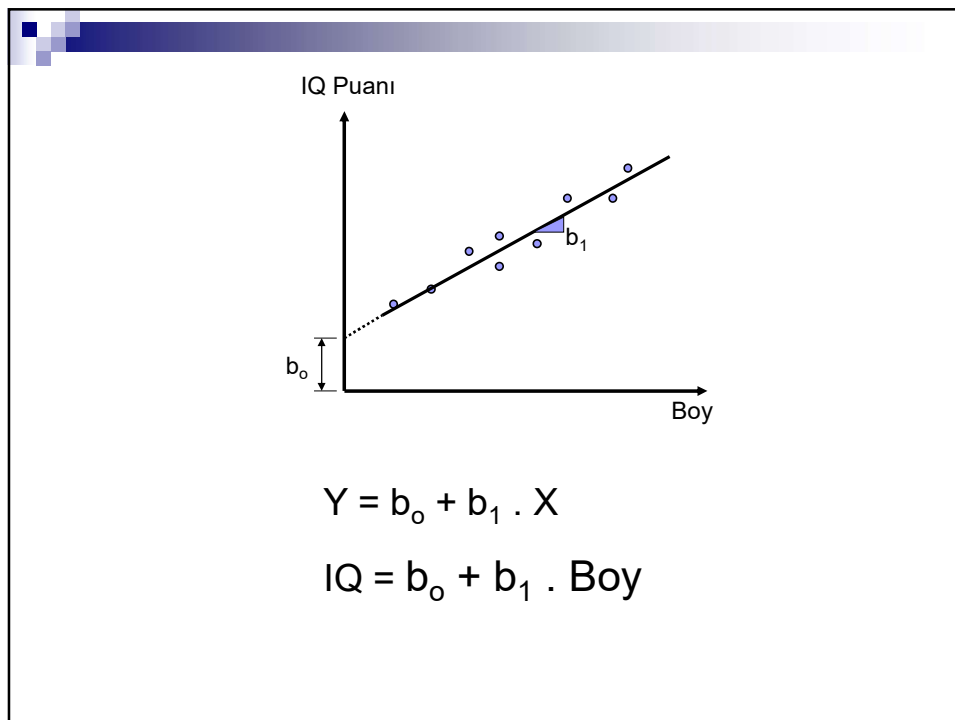
## IQ Testi sonuçları

IQ Puanı	Boy (cm)
124	172
135	165
140	156
..	..
..	..
..	..
..	..

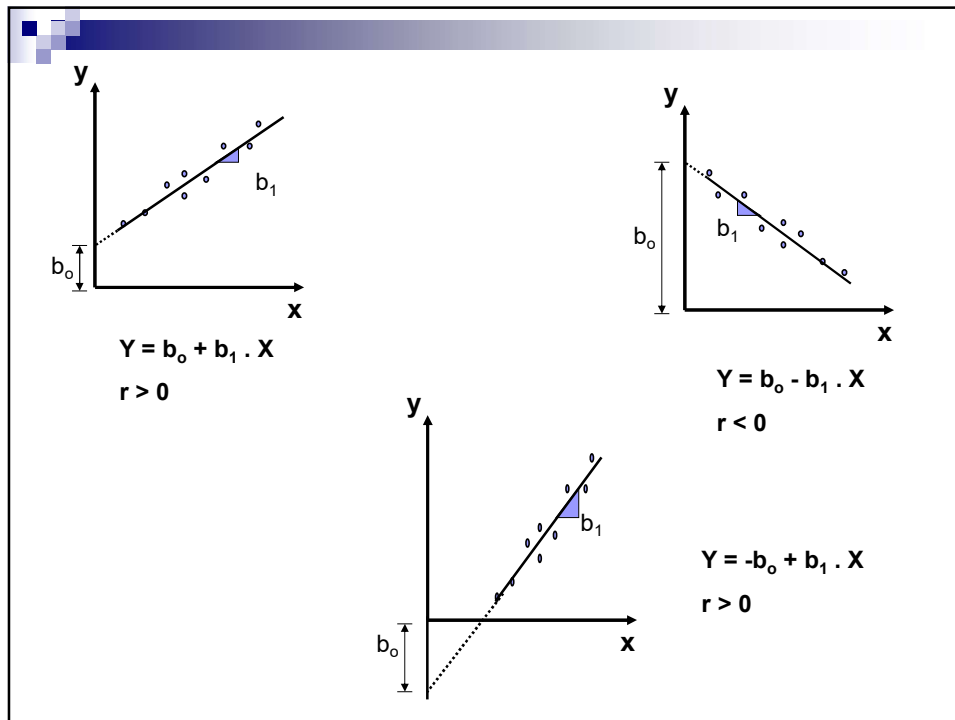
4



5



6



7

## Regresyon Analizi

- Bir bağımlı değişken ile bir veya daha fazla bağımsız değişken arasındaki ilişkinin belirlenmesi için yapılan analize Regresyon Analizi denir.

Gerçek İlişki

$$y = B_0 + B_1x$$

Basit Doğrusal Regresyon

$$y' = b_0 + b_1x$$

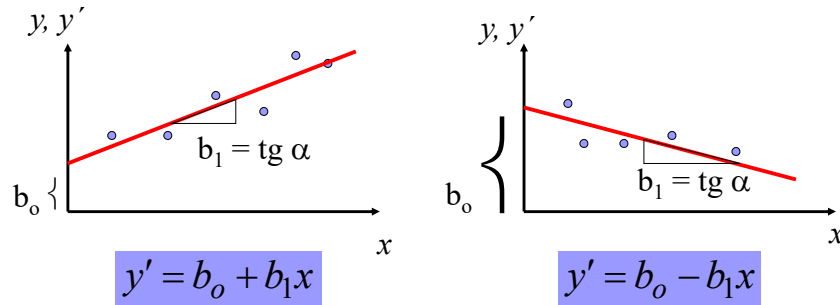
Çoklu Regresyon

$$y' = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k +$$

- $y'$  bağımlı değişken,  $x$  (veya  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ) bağımsız değişken(ler)dir.

8

## Regresyon Analizi



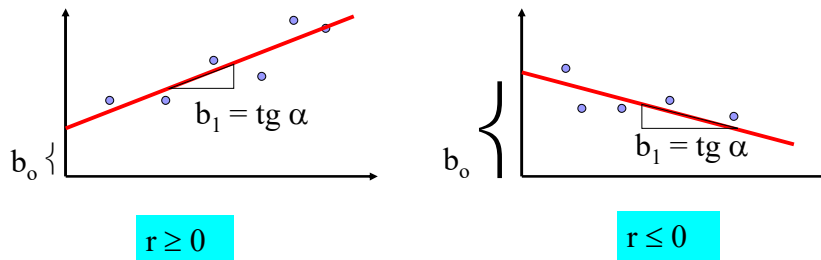
$y$  = gerçek değerler (mavi noktalar)

$y'$  = tahmin edilen değerler (mavi noktalara karşılık, kırmızı çizgi üzerinde okunan noktalar)

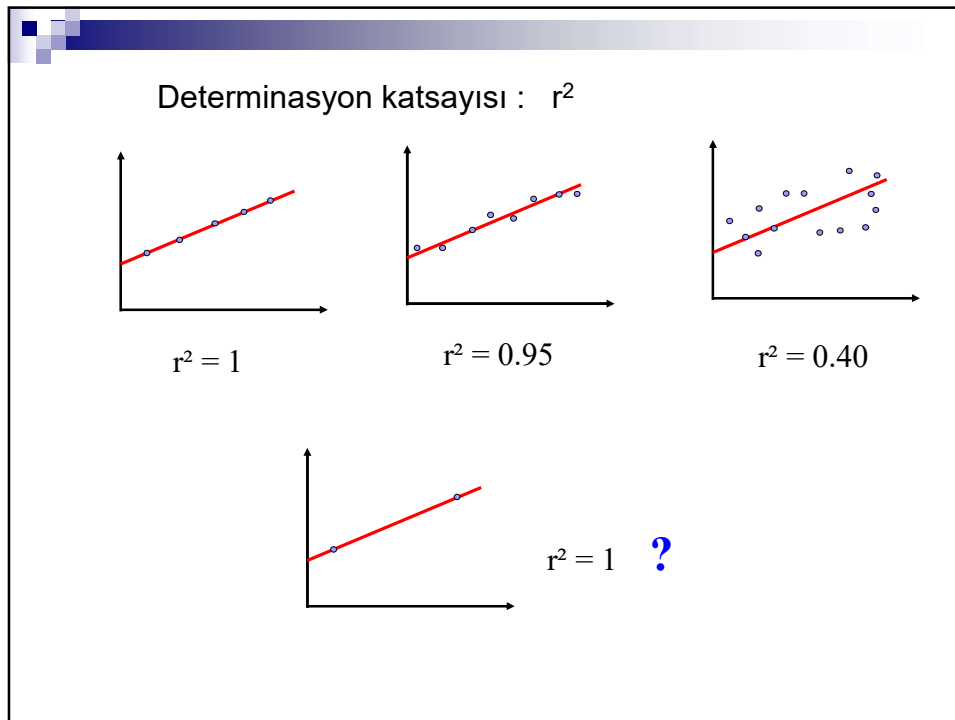
9

Korelasyon Katsayısı =  $r = \sqrt{r^2}$

$$-1 \leq r \leq +1$$



10



11

Regresyon Katsayıları

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

$b_0$  : kesişim (intercept)       $b_1, b_2, \dots$  : X değişkeni 1, 2, ... (X Variable 1, 2, ...)

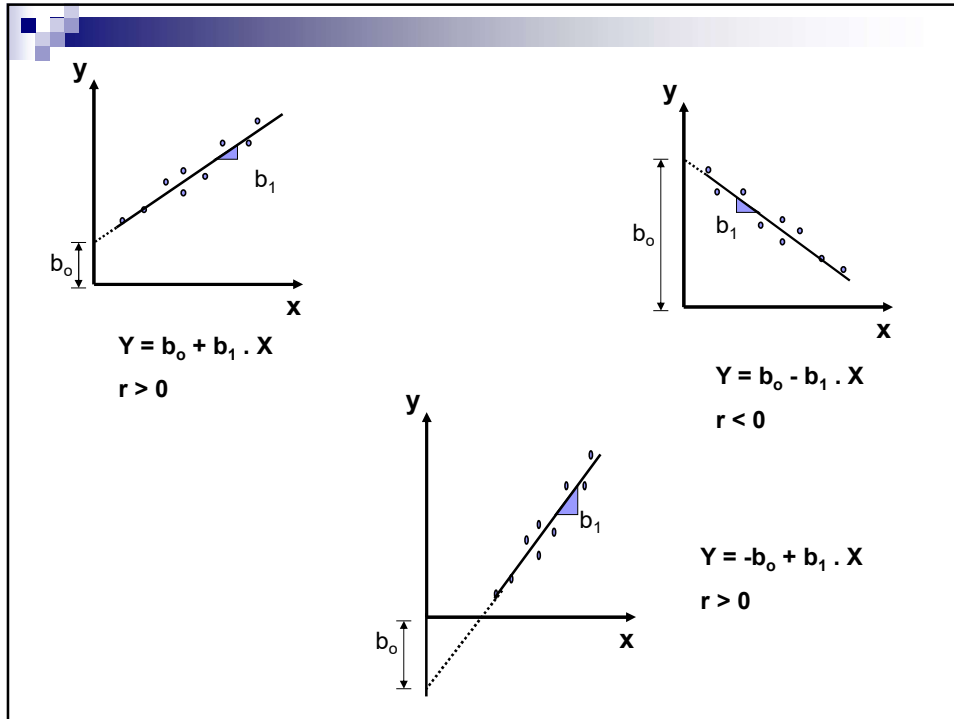
Determinasyon ve Korelasyon Katsayıları

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - y'_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

veya

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N \cdot s_x \cdot s_y}$$

12



13

## Örnek

- Aşağıda verilen bir bölgeye ait yağış ve akış değerleri arasında doğrusal bir ilişkinin var olup olmadığını araştırınız.
- Varsa bağımlılığın derecesini ve regresyon denklemini elde ediniz.

Yağış (cm) (X)	Akış (m <sup>3</sup> /s) (Y)
[1]	[2]
100	120
102	135
107	146
115	167
98	125
104	137
118	167
125	170

14

## Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)
	[1]	[2]
	100	120
	102	135
	107	146
	115	167
	98	125
	104	137
	118	167
	125	170
<b>Toplam =</b>	<b>869,00</b>	<b>1167,00</b>
<b>Ortalama =</b>	<b>108,63</b>	<b>145,88</b>
<b>Varyans =</b>		
<b>St.Spm.:</b>		

 $\bar{y}$ 
 $\bar{x}$ 

15

## Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$
	[1]	[2]	[3]	[4]
	100	120	-25,88	-8,63
	102	135	-10,88	-6,63
	107	146	0,13	-1,63
	115	167	21,13	6,38
	98	125	-20,88	-10,63
	104	137	-8,88	-4,63
	118	167	21,13	9,38
	125	170	24,13	16,38
<b>Toplam =</b>	<b>869,00</b>	<b>1167,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>
<b>Ortalama =</b>	<b>108,63</b>	<b>145,88</b>		
<b>Varyans =</b>				
<b>St.Spm.:</b>				

16



## Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]=[3]*[4]
	100	120	-25,88	-8,63	223,17
	102	135	-10,88	-6,63	72,05
	107	146	0,13	-1,63	-0,20
	115	167	21,13	6,38	134,67
	98	125	-20,88	-10,63	221,80
	104	137	-8,88	-4,63	41,05
	118	167	21,13	9,38	198,05
	125	170	24,13	16,38	395,05
<b>Toplam =</b>	<b>869,00</b>	<b>1167,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>1285,63</b>
<b>Ortalama =</b>	<b>108,63</b>	<b>145,88</b>			
<b>Varyans =</b>					
<b>St.Spm.:</b>					

17

## Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]=[3]*[4]	[6]=[4]^2	[7]=[3]^2
	100	120	-25,88	-8,63	223,17	74,39	669,52
	102	135	-10,88	-6,63	72,05	43,89	118,27
	107	146	0,13	-1,63	-0,20	2,64	0,02
	115	167	21,13	6,38	134,67	40,64	446,27
	98	125	-20,88	-10,63	221,80	112,89	435,77
	104	137	-8,88	-4,63	41,05	21,39	78,77
	118	167	21,13	9,38	198,05	87,89	446,27
	125	170	24,13	16,38	395,05	268,14	582,02
<b>Toplam =</b>	<b>869,00</b>	<b>1167,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>1285,63</b>	<b>651,88</b>	<b>2776,88</b>
<b>Ortalama =</b>	<b>108,63</b>	<b>145,88</b>					
<b>Varyans =</b>						<b>81,48</b>	<b>347,11</b>
<b>St.Spm.:</b>						<b>9,03</b>	<b>18,63</b>

651,88 / 8 = 81,48

18

Örnekteki eleman sayısı:  $N = 8$

Akış değerlerinin ortalaması:  $\bar{y} = \frac{1167}{8} = 145.88$

Yağış değerlerinin ortalaması:  $\bar{x} = \frac{869}{8} = 108.63$

Akış değerlerinin standart sapması:  $s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{2776.88}{8}} = 18.63$

Yağış değerlerinin standart sapması:  $s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{651.88}{8}} = 9.03$

19

Korelasyon katsayısı:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N \cdot s_x \cdot s_y} = \frac{1285.63}{8 \times 9.03 \times 18.63} = 0.956$$

Determinasyon katsayısı:

$$r^2 = 0.956^2 = 0.913$$

Determinasyon katsayısı 1 'e çok yakın çıktığından bu iki değişken arasında kuvvetli bir bağımlılık vardır.

20

Regresyon denklemi  $b_1$  katsayısı:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} = \frac{1285.63}{651.88} = 1.97$$

Regresyon denklemi  $b_0$  katsayısı:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x} = 145.88 - 1.97 \times 108.63 = -68.35$$

Regresyon Denklemi:

$$y = -68.35 + 1.97 \cdot x$$

$$\text{Akış} = -68.35 + 1.97 \times \text{Yağış}$$

21

	Yağış (x)	Akış (y)	Türetilen $y'$
	[1]	[2]	[8]
	100	120	128,86
	102	135	132,81
	107	146	142,67
	115	167	158,45
	98	125	124,92
	104	137	136,75
	118	167	164,36
	125	170	178,17
<b>Toplam =</b>	<b>869,00</b>	<b>1167,00</b>	

$$\text{Akış} = -68.35 + 1.97 \times \text{Yağış}$$

22

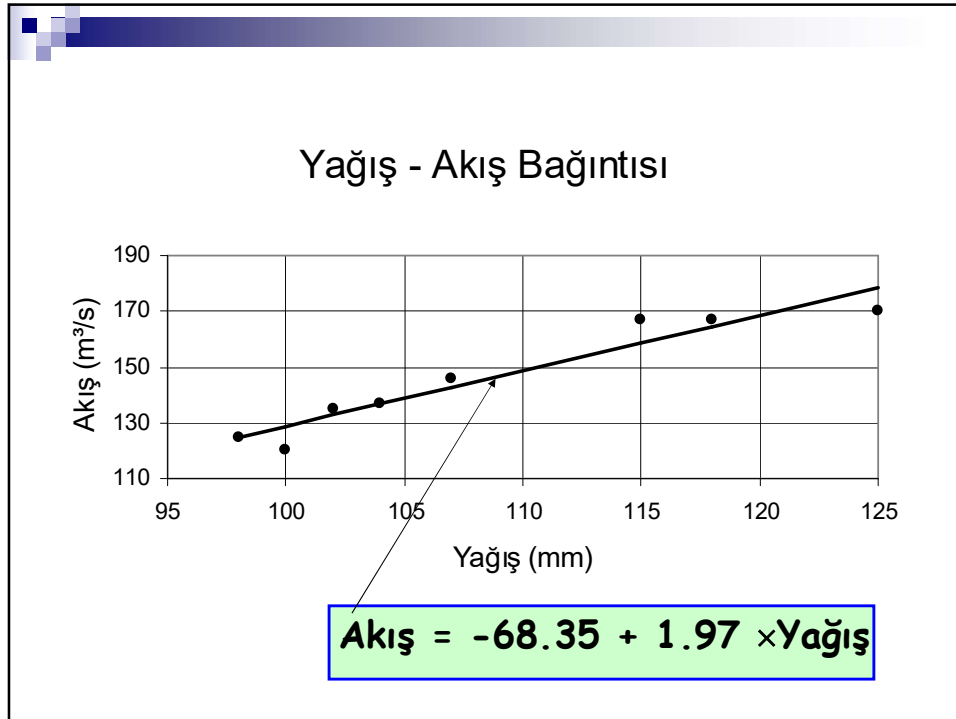
	Yağış (x)	Akış (y)	Türetilen y'	Fark y - y'	Fark <sup>2</sup> (y-y') <sup>2</sup>
	[1]	[2]	[8]	[9]=[2]-[8]	[10]=[9] <sup>2</sup>
	100	120	128,86	-8,86	78,58
	102	135	132,81	2,19	4,80
	107	146	142,67	3,33	11,09
	115	167	158,45	8,55	73,14
	98	125	124,92	0,08	0,01
	104	137	136,75	0,25	0,06
	118	167	164,36	2,64	6,95
	125	170	178,17	-8,17	66,74
<b>Toplam =</b>	<b>869,00</b>	<b>1167,00</b>		<b>0,00</b>	<b>241,37</b>

23

Determinasyon katsayısı'nın türetilen değerler ve farkından yararlanılarak hesabı da mümkündür:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - y'_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{241,37}{276,88} = 0,913$$

24



25

## Örnek

- Aşağıda verilen bir bölgeye ait yağış ve akış değerleri arasında doğrusal bir ilişkinin var olup olmadığını araştırınız.
- Varsa bağımlılığın derecesini ve regresyon denklemini elde ediniz.

26

Yağış (x)	Akış (y)	Log(X)	Log(Y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]=[3]*[4]	[6]=[4] <sup>2</sup>	[7]=[3] <sup>2</sup>
100	120	2,000	2,079	-0,081	-0,034	0,00280	0,00119	0,00660
102	135	2,009	2,130	-0,030	-0,026	0,00078	0,00067	0,00091
107	146	2,029	2,164	0,004	-0,005	-0,00002	0,00003	0,00002
115	167	2,061	2,223	0,062	0,026	0,00163	0,00069	0,00388
98	125	1,991	2,097	-0,064	-0,043	0,00275	0,00187	0,00403
104	137	2,017	2,137	-0,024	-0,017	0,00041	0,00030	0,00056
118	167	2,072	2,223	0,062	0,037	0,00233	0,00140	0,00388
125	170	2,097	2,230	0,070	0,062	0,00437	0,00390	0,00490
<b>869</b>	<b>1167</b>	<b>16,28</b>	<b>17,28</b>			<b>0,01506</b>	<b>0,01004</b>	<b>0,02478</b>

27

Örnekteki eleman sayısı:  $N = 8$

Akış değerlerinin ortalaması:  $\bar{y} = \frac{117,28}{8} = 2,16$

Yağış değerlerinin ortalaması:  $\bar{x} = \frac{16,28}{8} = 2,03$

Akış değerlerinin standart sapması:  $s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{0,01004}{8}} = 0,035$

Yağış değerlerinin standart sapması:  $s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{0,02478}{8}} = 0,056$

Logaritması alınmış değerler için

28

Korelasyon katsayısı:  $r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N \cdot s_x \cdot s_y} = \frac{0,01506}{8,0,0354 \cdot 0,0557} = \mathbf{0,955}$

Determinasyon katsayısı:  $r^2 = 0,955^2 = \mathbf{0,912}$

29

Regresyon denklemi  $b_1$  katsayısı:  $b_1 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} = \frac{0,01506}{0,01004} = 1,50$

Regresyon denklemi  $b_0$  katsayısı:  $b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x} = 2,16 - 1,50 \times 2,03 = -0,885$

Regresyon Denklemi:  $\log(y) = -0,885 + 1,50 \cdot \log(x)$

$$b_0 = 10^{(-0,885)} = 0,129$$

Regresyon Denklemi:  $y = 0,129x^{1,50}$

$$\mathbf{Akış = 0,13(Yağış)^{1,50}}$$

30