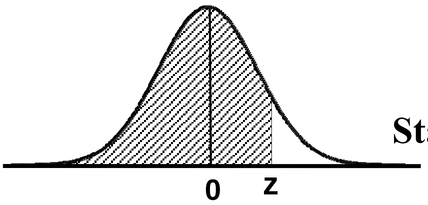


Standart Normal Dağılım Eğrisi Altında Kalan Alan

F(x) = P (Z ≤ z)

z	*0.00*	*0.01*	*0.02*	*0.03*	*0.04*	*0.05*	*0.06*	*0.07*	*0.08*	*0.09*
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

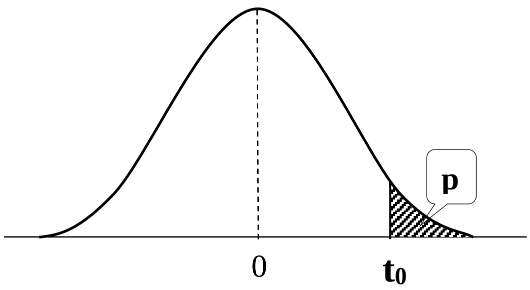
Pearson Tip III Dağılımının Frekans Faktörü

T Dönüş Aralığı (yıl):	**1,0101**	**1,0526**	**1,1111**	**1,25**	**2**	**5**	**10**	**20**	**25**	**40**	**50**	**100**	**200**	**1000**
Aşılma Olasılığı (%):	**99**	**95**	**90**	**80**	**50**	**20**	**10**	**5**	**4**	**2,5**	**2**	**1**	**0,5**	**0,1**
Cs														
3,0	-0,667	-0,665	-0,660	-0,636	-0,396	0,420	1,180	2,003	2,278	2,867	3,152	4,051	4,970	7,152
2,9	-0,690	-0,688	-0,681	-0,651	-0,390	0,440	1,195	2,007	2,277	2,855	3,134	4,013	4,909	7,034
2,8	-0,714	-0,711	-0,702	-0,666	-0,384	0,460	1,210	2,010	2,275	2,841	3,114	3,973	4,847	6,915
2,7	-0,740	-0,736	-0,724	-0,681	-0,376	0,479	1,224	2,012	2,272	2,827	3,093	3,932	4,783	6,794
2,6	-0,769	-0,762	-0,747	-0,696	-0,369	0,499	1,238	2,013	2,267	2,811	3,071	3,889	4,718	6,672
2,5	-0,799	-0,790	-0,771	-0,711	-0,360	0,518	1,250	2,012	2,262	2,793	3,048	3,845	4,652	6,548
2,4	-0,832	-0,819	-0,795	-0,725	-0,351	0,537	1,262	2,011	2,256	2,775	3,023	3,800	4,584	6,423
2,3	-0,867	-0,850	-0,819	-0,739	-0,341	0,555	1,274	2,009	2,248	2,755	2,997	3,753	4,515	6,296
2,2	-0,905	-0,882	-0,844	-0,752	-0,330	0,574	1,284	2,006	2,240	2,735	2,970	3,705	4,444	6,168
2,1	-0,946	-0,915	-0,869	-0,765	-0,319	0,592	1,294	2,001	2,230	2,712	2,942	3,656	4,372	6,039
2,0	-0,990	-0,949	-0,895	-0,777	-0,307	0,609	1,303	1,996	2,219	2,689	2,912	3,605	4,298	5,908
1,9	-1,037	-0,984	-0,920	-0,788	-0,294	0,627	1,311	1,989	2,207	2,664	2,881	3,553	4,223	5,775
1,8	-1,087	-1,020	-0,945	-0,799	-0,281	0,643	1,318	1,981	2,193	2,638	2,848	3,499	4,147	5,642
1,7	-1,140	-1,056	-0,970	-0,808	-0,268	0,660	1,324	1,972	2,179	2,611	2,815	3,444	4,069	5,507
1,6	-1,197	-1,093	-0,994	-0,817	-0,254	0,675	1,329	1,962	2,163	2,582	2,780	3,388	3,990	5,371
1,5	-1,256	-1,131	-1,018	-0,825	-0,240	0,691	1,333	1,951	2,146	2,552	2,743	3,330	3,910	5,234
1,4	-1,318	-1,168	-1,041	-0,832	-0,225	0,705	1,337	1,938	2,128	2,521	2,706	3,271	3,828	5,095
1,3	-1,383	-1,206	-1,064	-0,838	-0,210	0,719	1,339	1,925	2,108	2,489	2,667	3,211	3,745	4,955
1,2	-1,449	-1,243	-1,086	-0,844	-0,195	0,733	1,340	1,910	2,088	2,455	2,626	3,149	3,661	4,815
1,1	-1,518	-1,280	-1,107	-0,848	-0,180	0,745	1,341	1,894	2,066	2,420	2,585	3,087	3,575	4,673
1,0	-1,588	-1,317	-1,128	-0,852	-0,164	0,758	1,340	1,877	2,043	2,384	2,542	3,023	3,489	4,531
0,9	-1,660	-1,353	-1,147	-0,854	-0,148	0,769	1,339	1,859	2,018	2,346	2,498	2,957	3,401	4,388
0,8	-1,733	-1,389	-1,166	-0,856	-0,132	0,780	1,336	1,839	1,993	2,308	2,453	2,891	3,312	4,244
0,7	-1,806	-1,424	-1,184	-0,857	-0,116	0,790	1,333	1,819	1,967	2,268	2,407	2,824	3,223	4,100
0,6	-1,880	-1,458	-1,200	-0,857	-0,099	0,800	1,329	1,797	1,939	2,227	2,359	2,755	3,132	3,956
0,5	-1,955	-1,491	-1,216	-0,857	-0,083	0,808	1,323	1,774	1,910	2,185	2,311	2,686	3,041	3,811
0,4	-2,029	-1,524	-1,231	-0,855	-0,067	0,816	1,317	1,750	1,880	2,142	2,261	2,615	2,949	3,666
0,3	-2,104	-1,556	-1,245	-0,853	-0,050	0,824	1,309	1,726	1,849	2,098	2,211	2,544	2,856	3,521
0,2	-2,178	-1,586	-1,258	-0,850	-0,033	0,830	1,301	1,700	1,818	2,053	2,159	2,472	2,763	3,377
0,1	-2,253	-1,616	-1,270	-0,846	-0,017	0,836	1,292	1,673	1,785	2,007	2,107	2,400	2,670	3,233
0,0	-2,326	-1,645	-1,282	-0,842	0,000	0,842	1,282	1,645	1,751	1,960	2,054	2,326	2,576	3,090

Gumbel Dağılımına Ait Azaltılmış Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

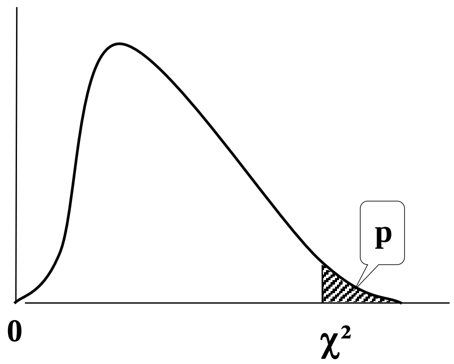
N	$\overline{Y}_n$	$\boldsymbol{\sigma_n}$
0	0,495	0,950
10	0,495	0,950
11	0,500	0,968
12	0,504	0,983
13	0,507	0,997
14	0,510	1,009
15	0,513	1,021
16	0,515	1,031
17	0,518	1,040
18	0,520	1,048
19	0,522	1,056
20	0,524	1,063
21	0,525	1,069
22	0,527	1,075
23	0,528	1,081
24	0,530	1,086
25	0,531	1,091
26	0,532	1,096
27	0,533	1,101
28	0,534	1,105
29	0,535	1,109
30	0,536	1,112
∞	0,450	1,283

t (Student) Dağılımı



	P											
n	**0.45**	**0.4**	**0.35**	**0.3**	**0.25**	**0.2**	**0.15**	**0.1**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

χ^2 Dağılımı



					P						
n	**0.995**	**0.99**	**0.98**	**0.975**	**0.95**	**0.9**	**0.1**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
1	0.0000	0.0002	0.0006	0.0010	0.0039	0.0158	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	0.0100	0.0201	0.0404	0.0506	0.1026	0.2107	4.6052	5.9915	7.3778	9.2104	10.5965
3	0.0717	0.1148	0.1848	0.2158	0.3518	0.5844	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.8381
4	0.2070	0.2971	0.4294	0.4844	0.7107	1.0636	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8602
5	0.4118	0.5543	0.7519	0.8312	1.1455	1.6103	9.2363	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.6757	0.8721	1.1344	1.2373	1.6354	2.2041	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5475
7	0.9893	1.2390	1.5643	1.6899	2.1673	2.8331	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6465	2.0325	2.1797	2.7326	3.4895	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	21.9549
9	1.7349	2.0879	2.5324	2.7004	3.3251	4.1682	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.1558	2.5582	3.0591	3.2470	3.9403	4.8652	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	25.1881
11	2.6032	3.0535	3.6087	3.8157	4.5748	5.5778	17.2750	19.6752	21.9200	24.7250	26.7569
12	3.0738	3.5706	4.1783	4.4038	5.2260	6.3038	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170	28.2997
13	3.5650	4.1069	4.7654	5.0087	5.8919	7.0415	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	29.8193
14	4.0747	4.6604	5.3682	5.6287	6.5706	7.7895	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412	31.3194
15	4.6009	5.2294	5.9849	6.2621	7.2609	8.5468	22.3071	24.9958	27.4884	30.5780	32.8015
16	5.1422	5.8122	6.6142	6.9077	7.9616	9.3122	23.5418	26.2962	28.8453	31.9999	34.2671
17	5.6973	6.4077	7.2550	7.5642	8.6718	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7184
18	6.2648	7.0149	7.9062	8.2307	9.3904	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8052	37.1564
19	6.8439	7.6327	8.5670	8.9065	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5821
20	7.4338	8.2604	9.2367	9.5908	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5663	39.9969
21	8.0336	8.8972	9.9145	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322	41.4009
22	8.6427	9.5425	10.6000	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9245	36.7807	40.2894	42.7957
23	9.2604	10.1957	11.2926	11.6885	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6383	44.1814
24	9.8862	10.8563	11.9918	12.4011	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798	45.5584
25	10.5196	11.5240	12.6973	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3140	46.9280
26	11.1602	12.1982	13.4086	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9231	45.6416	48.2898
27	11.8077	12.8785	14.1254	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9628	49.6450
28	12.4613	13.5647	14.8475	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3372	44.4608	48.2782	50.9936
29	13.1211	14.2564	15.5745	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5569	45.7223	49.5878	52.3355
30	13.7867	14.9535	16.3062	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922	53.6719

F Dağılımı ($\mathbf{F_{0.01}}$ Değerleri)

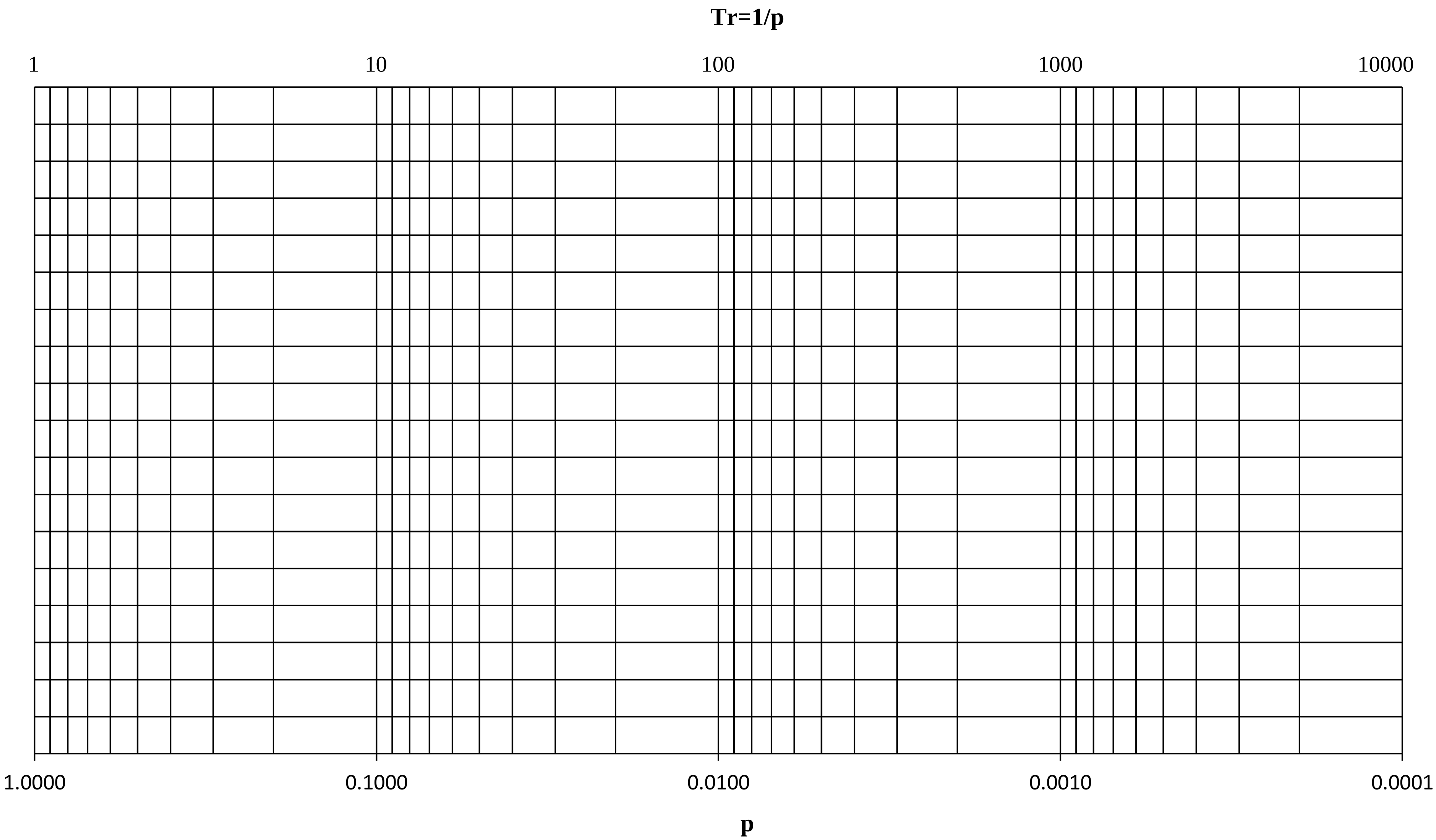
	m (payın serbestlik derecsi)																		
n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**	**20**	**24**	**30**	**40**	**60**	**120**	**∞**
1	4052	4999	5403	5624	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6107	6157	6209	6234	6260	6286	6313	6340	6366
2	98.50	99.00	99.16	99.25	99.30	99.33	99.36	99.38	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

F Dağılımı ($F_{0.05}$ Değerleri)

	m (payın serbestlik derecsi)																		
n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**	**20**	**24**	**30**	**40**	**60**	**120**	**∞**
1	1615	199.5	215.7	224.6	230.2	233.9	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

Δ_α Değerleri (Simirnov – Kolmogorov)

N	α 0.1	α 0.05	α 0.01	N	α 0.1	α 0.05	α 0.01
1	0.95	0.975	0.995	**23**	0.247	0.275	0.33
2	0.776	0.842	0.929	**24**	0.242	0.269	0.323
3	0.636	0.708	0.829	**25**	0.238	0.264	0.317
4	0.565	0.624	0.734	**26**	0.233	0.259	0.311
5	0.509	0.563	0.669	**27**	0.229	0.254	0.305
6	0.468	0.519	0.617	**28**	0.225	0.25	0.3
7	0.436	0.483	0.576	**29**	0.221	0.246	0.295
8	0.41	0.454	0.542	**30**	0.218	0.242	0.29
9	0.387	0.43	0.513	**31**	0.214	0.238	0.285
10	0.369	0.409	0.489	**32**	0.211	0.234	0.281
11	0.352	0.391	0.468	**33**	0.208	0.231	0.277
12	0.338	0.375	0.449	**34**	0.205	0.227	0.273
13	0.325	0.361	0.432	**35**	0.202	0.224	0.269
14	0.314	0.349	0.418	**36**	0.199	0.221	0.265
15	0.304	0.338	0.404	**37**	0.196	0.218	0.262
16	0.295	0.327	0.392	**38**	0.194	0.215	0.258
17	0.286	0.318	0.381	**39**	0.191	0.213	0.255
18	0.279	0.309	0.371	**40**	0.189	0.21	0.252
19	0.271	0.301	0.361	**45**	0.179	0.198	0.238
20	0.265	0.294	0.352	**50**	0.17	0.188	0.226
21	0.259	0.287	0.344	**>50**	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$
22	0.253	0.281	0.337				


Tr=1/p
1
10
100
1000
10000
1.0000
0.1000
0.0100
0.0010
0.0001
p

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Çukurova Üniveristesi
Mühendislik Mimarlık Fakültesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1

Referans Kitaplar

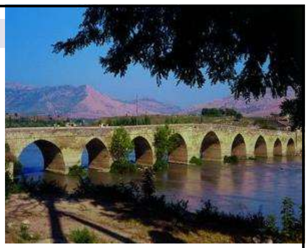
- **Türkçe :**
  - Mühendisler için İstatistik, Mehmetçik Bayazıt, Beyhan Oğuz, Birsen Yayınevi
  - Mühendislikte İstatistik Metodlar, Erdem KOÇ,ÇÜ, Müh.Mim.Fak. Yayını, Yayın No:24
  - İstatistik, Schaum's Outline Series, McGraw Hill
  - Anadolu Üniversitesi, Açık Öğretim Fakültesi, İstatistik Kitapları ve TV yayınları
- **İngilizce:** (Merkezi kütüphanede bulunabilecek eserler)
  - Probability And Statistics In Engineering And Management Science ,William W. Hines, Newyork,1990.
  - Probability, Statistics And Decision For Civil Engineers, Jack R.Benjamin, 1970
  - Probability And Its Engineering Uses, Thernton, 1928
  - Introduction To Probability Theory And Statistical Inference, 1974
  - An Introduction To Probability Theory And Its Applications, Wiliam Feller, 1968

2

İçerik

- İstatistiğin Tanımı, Gelişimi ve Önemi
- Temel Kavramlar ve Tanımlar
- Olasılık ve Dağılımları
- Frekans Analizi ve Parametrelerin Tahmini
- Olasılık Dağılım Fonksiyonları
- Örnekleme Dağılımları
- İstatistik Hipotezlerin Kontrolü
- Varyans Analizi
- Regresyon Analizi

3



Tarih	En Büyük Debi (m^3/s)
13/4/1984	235
11/3/1985	342
9/4/1986	545
18/3/1987	400
4/2/1988	250
5/4/1989	245
22/3/1990	650
28/2/1991	450
3/4/1992	356

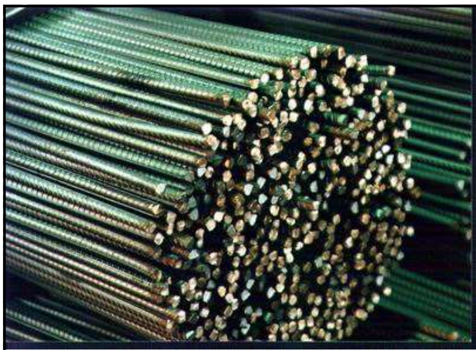
4

5

6

7

8



9

8.5'LUK YATAY DELİKLİ BLOK TUĞLA

- Boyutları 190x190x85 mm
- Ortalama ağırlık 2000 gr/Adettir.
- Basınç dayanımı 40 kgf/cm^2'dir
- 8.5 cm kalınlığında 1 m^2 duvarda 25 adet kullanılır
- 19 cm kalınlığında 1 m^2 duvarda 50 adet kullanılır

10

Benjamin Disraeli (1804-1881)

- There are three kinds of lies (Üç tür yalan vardır):
  - Lies (Yalanlar)
  - Damned Lies (Kuyruklu Yalanlar)
  - Statistics (İstatistik)

11

Tanım

- **istatista** : İtalyanca devlet adamı
- **status** : Latince durum
- **statizen** : Yunanca gözlem
- **stato** : İtalya'da devletin siyasal durumu
- **statistik** : Alman bilimciler ilk olarak 18'inci yüzyılın başında devletin durumu ile ilgili sayısal bilgiler için sözcüğünü kullanmışlardır.

12

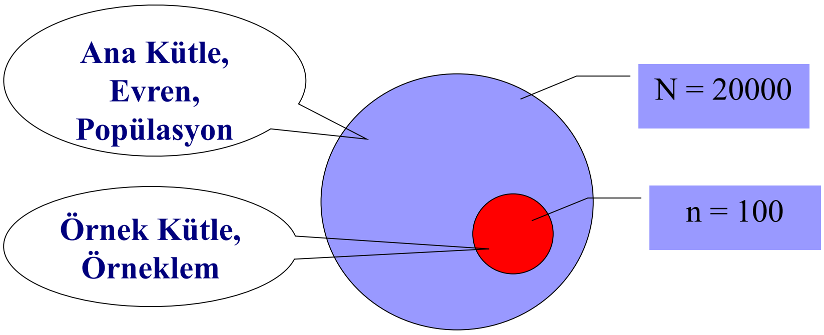
Tanım

- Üzerinde çalışılan olaya ait verilerin elde edilmesi, analizi ve yorumlanmasıdır.
- Herhangi bir olaya ait derlenmiş sayısal bilgiler de istatistik anlamında kullanılabilir. İnşaat istatistikleri, ihracat istatistikleri,..

13

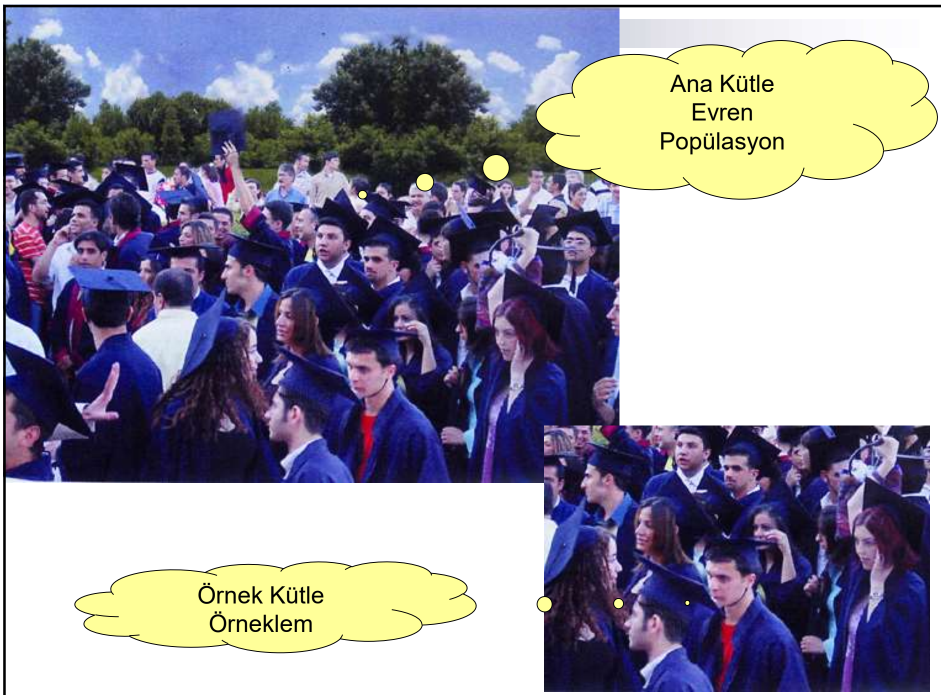
14

Tanım



- Sayımlar, gözlemler veya denemeler sonucu elde edilen, az sayıda eleman (**Örnek**, **Örneklem**) üzerinde uygun yöntemlerle yapılan analizler sonucu bulunan değerlerle, elemanların elde edildiği bütün (**Ana Kütle**, **Evren, Popülasyon**) hakkında sonuçlar ortaya koyulmasını, yorumlar ve tahminler yapılmasını sağlayan bilimdir.

15



16

Yöntemler

- Tanımlayıcı (Descriptive)
- Açıklayıcı (Explanatory)

17

Tanımlar

- Yığın olayların analiz edilebilmeleri için ***özelliklerinin*** **(*vasıflarının*)** belirlenip sayılması, gözlenmesi veya ölçülmesi gerekir.
- İlk bilgilerin toplanması anlamında bu aşamaya **rölöve** (**derleme**) denir.
- **genel rölöve** : bütün değişkenlerin gözlemlenmesi
- **kısmi rölöve** : değişkenler arasından yalnızca bir bölümünün seçilip gözlemlenmesi

18

Rölöve

- Kısmi rölevede seçim türleri
  - Tesadüfi seçim
  - İradi seçim (bilerek)
  - Kota yöntemi
  - Monografi yöntemi

19

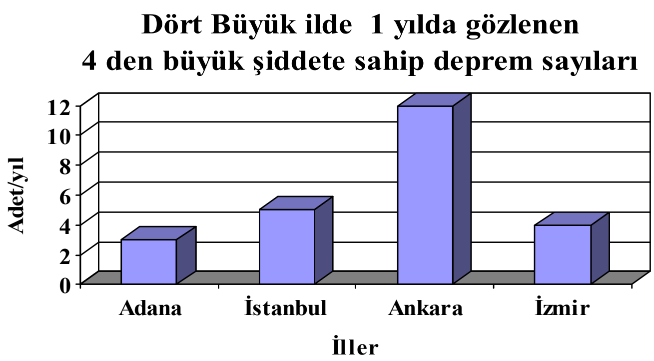
Tanımlar

- **Değişkenler** (**Birimler**, **Variates**) : İstatistik kütlesini(yığınını) oluşturan ve sayısal olarak incelenebilen olayların her birine birim adı verilir.
- Bütün canlı ve cansız varlıklar ile sosyal kurumlar ve olaylar birer değişkendir (birimdir).
- Değişkenler önceden ne olacağı kesin olarak tahmin edilemeyen rastgele karakterdedirler.
- Bu nedenle **rastgele değişken** olarak adlandırılırlar.

20

Değişken

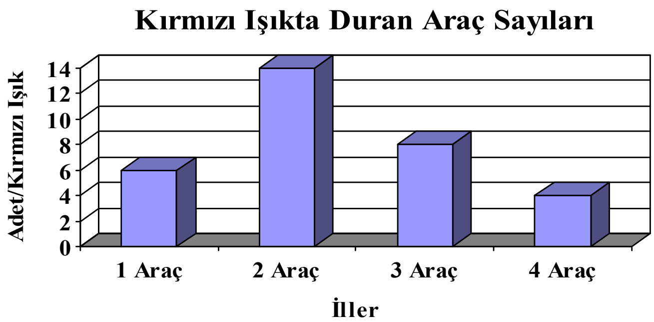
- Kesikli Değişken (Süreksiz değişken)



21

Değişken

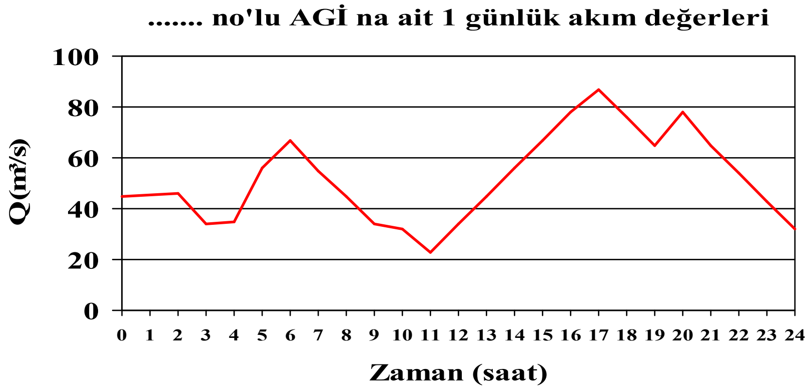
- Kesikli Değişken (Süreksiz değişken)



22

Değişken

- Sürekli değişken



23

Seriler

- Rölöve sonucu elde edilen ve büyük bir yığın oluşturan bilgilerin, amaca uygun olarak ve özelliklerini de dikkate alarak sıralanması ile elde edilen rakamlar dizisine istatistik seri denir.
    - Zaman serileri
    - Mekan serileri
    - Dağılma serileri

24

- En küçük değer = 12
- En büyük değer = 45

Tarih	Yağış (cm)
1990	23
1991	21
1992	12
1993	23
1994	32
1995	12
1996	45
1997	37
1998	23
1999	32

25

Frekans Tablosu

Yağış (cm)
12
12
21
23
23
23
32
32
37
45

Yağış (cm)	frekans
12	2
21	1
23	3
32	2
37	1
45	1

26

Frekans Tablosu

Yağış (cm)
12
12
21
23
23
23
32
32
37
45

Sınıf	frekans
10 – 20	2
20 – 30	4
30 – 40	3
40 – 50	1
Toplam	10

Sınıf	frekans
< 20	2
20 – 30	4
30 – 40	3
> 40	1
Toplam	10

27

Frekans Tablosu

Yağış (cm)
12
12
21
23
23
23
32
32
37
45

Sınıf	frekans
10 – 15	2
15 – 20	0
20 – 25	3
25 – 30	0
30 – 35	2
35 – 40	1
40 - 45	1
Toplam	10

28

Frekans Tablosu

SINIF SAYISI

- Sınıf aralıklarının belirlenmesine dair kesin bir kural yoktur. Sınıf aralıkları küçük seçilirse frekans dağılımı daha düzensiz bir görünüm alır. Ayrıca bazı aralıklara hiç gözlem düşmediği veya çok az düştüğü olur. Buna karşılık sınıf aralığı büyük seçilirse, eldeki bilginin büyük bir kısmının kullanılmadığı görülür.

Örnekteki eleman sayısı	Sınıf sayısı
0-50	5-7
50-100	8-10
100-250	10-15
>250	15-20

29

Frekans Tablosu

Sınıf aralığı seçimi

- . Sınıf aralığı seçiminde kesin bir kural olmamasına rağmen,

- sınıf sayısı belirlenerek aşağıdaki denklemden sınıf aralığı belirlenebilir

$$c = \frac{R + a}{Sınıf\ Sayısı}$$

R = Dağılım genişlikiği (X_{enb} - X_{enk})
a = ondalık kısmın son hanesine 1 eklenir:

Örneğin; R = 23,2 ise a = 0,1 ; R = 24,25 ise a = 0,01 ;
R = 26,435 ise a = 0,001 dir.

30

- H.E.Sturges tarafından verilen ifade de sınıf aralığını belirlemek için kullanılabilir:

$$h = \frac{X_{enb} - X_{enk}}{1 + (3.322)\log N}$$

h = sınıf aralığı
Xenb = gözlenen en büyük değer
Xenk = gözlenen en küçük değer
N = toplam frekans

31

Frekans Tablosu

- Seriler böylece Basit Seri, Sınıflanmış Seri, Gruplanmış Seri olarak üç sınıfa ayrılabilir.

Basit Seri

1
8
2
10
15
22
2
8
15
20
15
4

Sıralanmış Seri

1
2
2
4
8
8
10
15
15
15
20
22

Gruplanmış Seri

Veri	Frekans
1	1
2	2
4	1
8	2
10	1
15	3
20	1

Sınıflanmış Seri

Sınıf	Frekans
0 - 5	4
5 - 10	2
10 - 15	1
15 - 20	3
>20	2

32

Frekans Tablosu

Yağış (cm)
12
12
21
23
23
23
32
32
37
45

Sınıf	frekans	% frekans
10 – 20	2	20
20 – 30	4	40
30 – 40	3	30
40 – 50	1	10
Toplam	10	100

(2/10)*100

(3/10)*100

33

Frekans Tablosu

Yağış (cm)
12
12
18
23
23
23
32
32
37
45

Sınıf	frekans	Birikimli frekans (... den az)
10 – **20**	2	2
20 – **30**	4	6
30 – **40**	3	9
40 – **50**	1	10
Toplam	10	

2 + 4

6 + 3

34

Frekans Tablosu

Kümülatif frekans

Yağış (cm)
12
12
18
23
23
23
32
32
37
45

Sınıf	frekans	Birikimli frekans (... den fazla)
10 – 20	2	10
20 – 30	4	8
30 – 40	3	4
40 – 50	1	1
Toplam	10	

8 + 2

4 +4

35

Frekans Tablosu

Sınıf	frekans	% frekans	Birikimli frekans (... den az)	% Birikimli frekans (... den az)
10 – 20	2	20	2	20
20 – 30	4	40	6	60
30 – 40	3	30	9	90
40 – 50	1	10	10	100
Toplam	**10**			

36

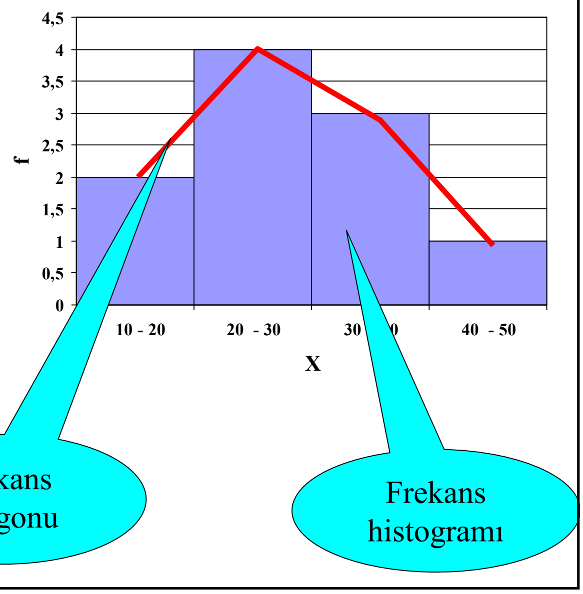
Frekans Tablosu

Sınıf	frekans	Sınıf Orta Noktaları
10 – 20	2	15
20 – 30	4	25
30 – 40	3	35
40 – 50	1	45
Toplam	10	

37

Frekans Tablosu

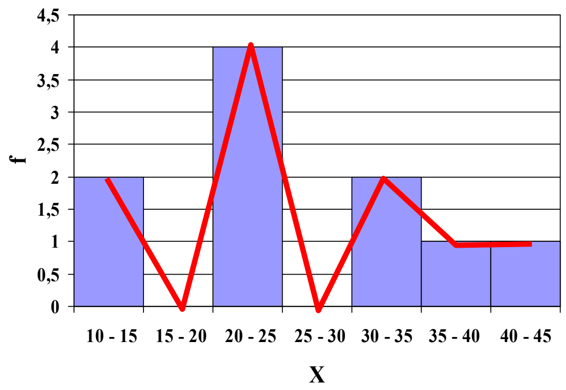
Sınıf	frekans
10 – 20	2
20 – 30	4
30 – 40	3
40 – 50	1
Toplam	10



38

Frekans Histogramı

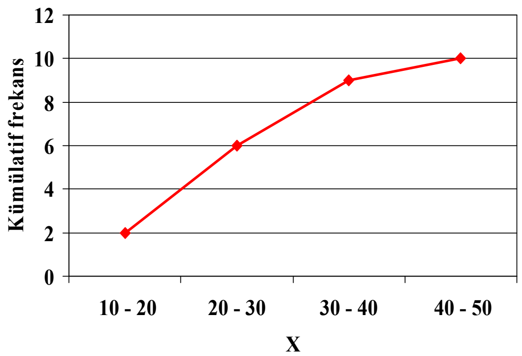
Sınıf	frekans
10 – 15	2
15 – 20	0
20 – 25	4
25 – 30	0
30 – 35	2
35 – 40	1
40 - 45	1
Toplam	10



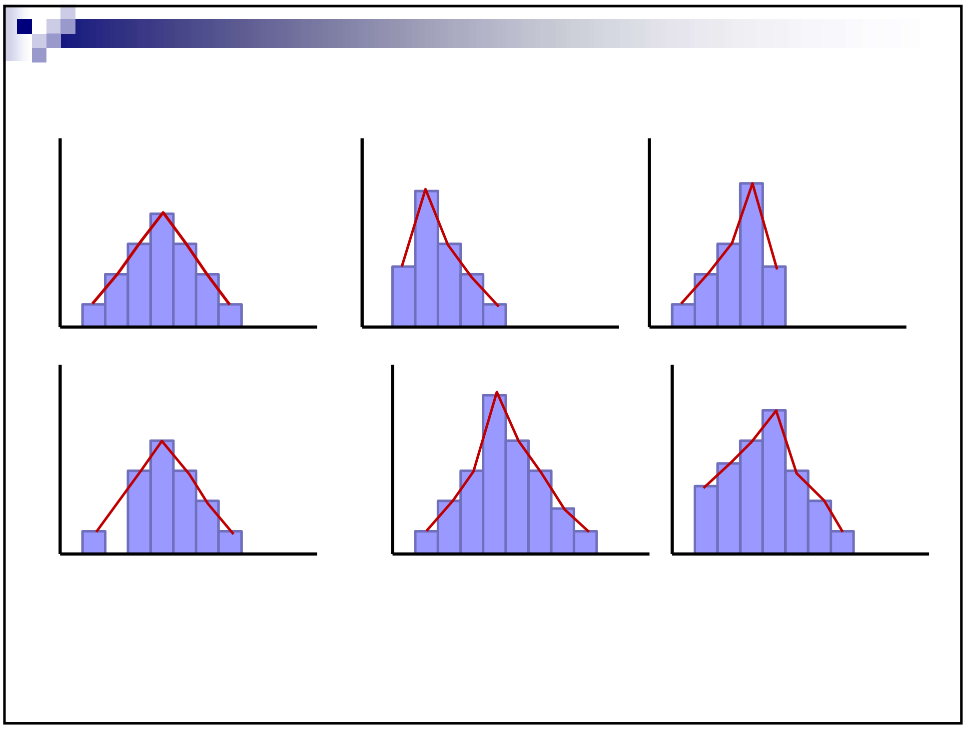
39

Frekans Histogramı

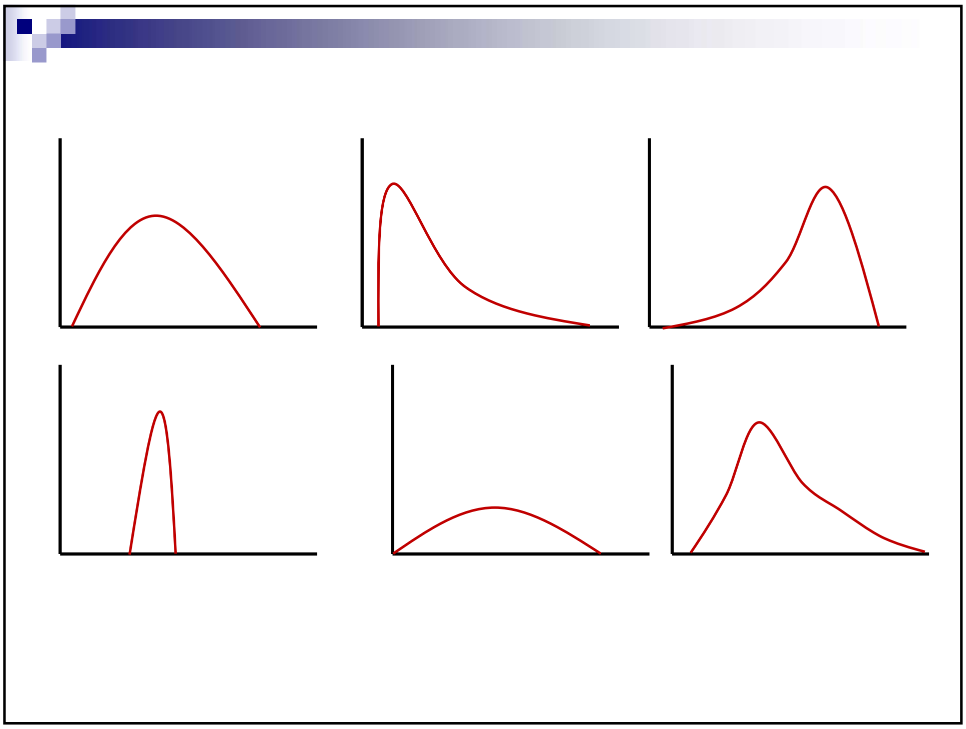
Sınıf	Birikimli Frekans
10 – 20	2
20 – 30	6
30 – 40	9
40 – 50	10



40



41



42

EXCEL UYGULAMALARI

- EXCEL uygulamaları için önce **VERİ ÇÖZÜMLEME** ‘nin **VERİ** menüsünde görünmesini sağlamak gereklidir. Bunun için:
-
- EXCEL
  - DOSYA
    - SEÇENEKLER
      - EKLENTİLER
        - EXCEL EKLENTİLERİ (GİT)
          - ÇÖZÜMLEME ARAÇ TAKIMI (İŞARETLE)
            - TAMAM

43

EXCEL UYGULAMALARI

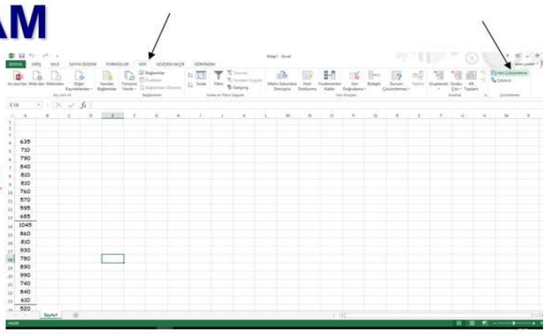
- **FREKANS TABLOSU VE HİSTORAM İÇİN EXCEL UYGULAMALARI**
-
- Verilerinizi tek sütun halinde giriniz. Daha sonra menüden:
-
- VERİ
  - VERİ ÇÖZÜMLEME
    - Histrogram
-
-
- Seçiniz

44

EXCEL UYGULAMALARI

HİSTOGRAM

- Verilerinizi giriniz
- VERİ menüsünden VERİÇÖZÜMLEME'yi seçiniz.



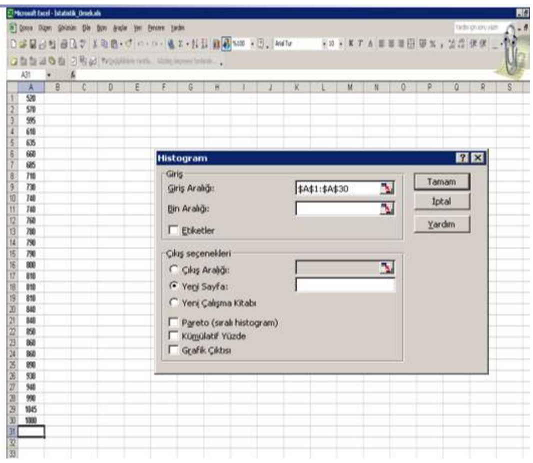
- VERİ ÇÖZÜMLEME menüsünden HİSTOGRAM'ı seçiniz.

45

EXCEL UYGULAMALARI

HİSTOGRAM

- HİSTOGRAM ekranında Giriş Aralığını Verilerinizin bulunduğu sütunu tarayarak seçiniz.

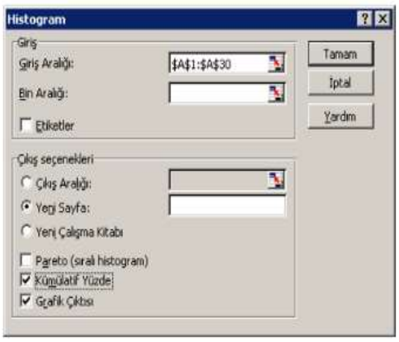


46

EXCEL UYGULAMALARI

HİSTOGRAM

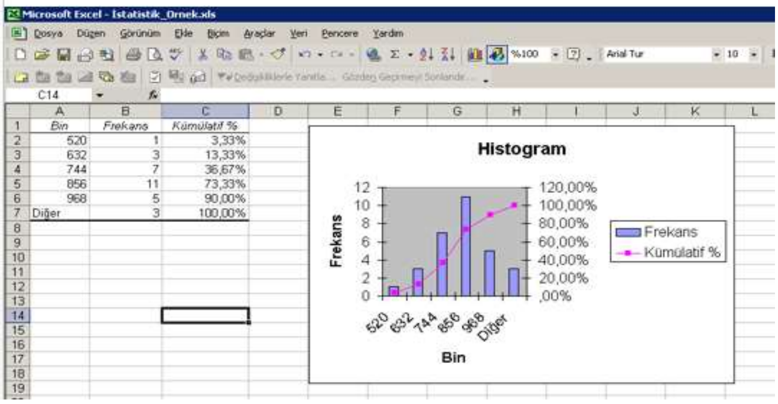
- HİSTOGRAM ekranında KÜMÜLATİF YÜZDE ve GRAFİK ÇIKTISI 'nı işaretleyiniz.
- TAMAM'ı seçiniz.



47

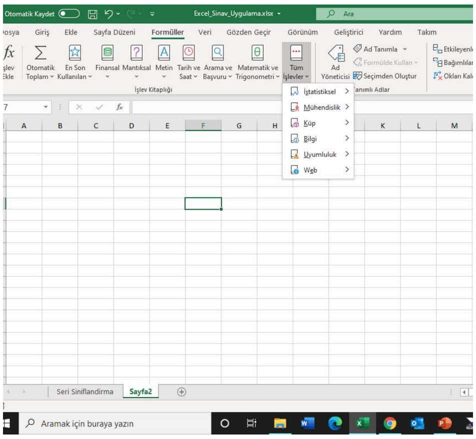
EXCEL UYGULAMALARI

HİSTOGRAM



48

EXCEL FORMÜLLERİ



- EXCEL Üst Menüsünde **FORMULLER** (EQUATIONS) seçilirse, Tüm İşlemler menüsü altında **İSTATİKSEL** alt menüsü görülecektir.

49

EXCEL FORMÜLLERİ

- Bu ünitede kullanılabilecek hazır formüller (herhangi bir hücrede '=' işaretinden sonra komut yazılırsa komutun formatı ve ne için kullanılabildiği görülür, ona göre komutlar yazılarak icra edilir. Komutlar Excel versiyonuna göre farklılık gösterebilir. İnternet ortamında yapılacak bir tarama ile tüm komutlar ve İngilizce Türkçe karşılıkları görülebilir.

50

EXCEL FORMÜLLERİ

- Bu ünite ile ilgili kullanılabilecek komutlar (parantez içindekiler İngilizce karşılığıdır):
- =SIRALA (=SORT veya =RANK) (verileri sıraya dizmek için)
- =EĞERSAY (=COUNTIF) (hücre içindeki tekrarlayan rakamları sayar.. FREKANS hesabı için kullanılır.)

51

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Rec

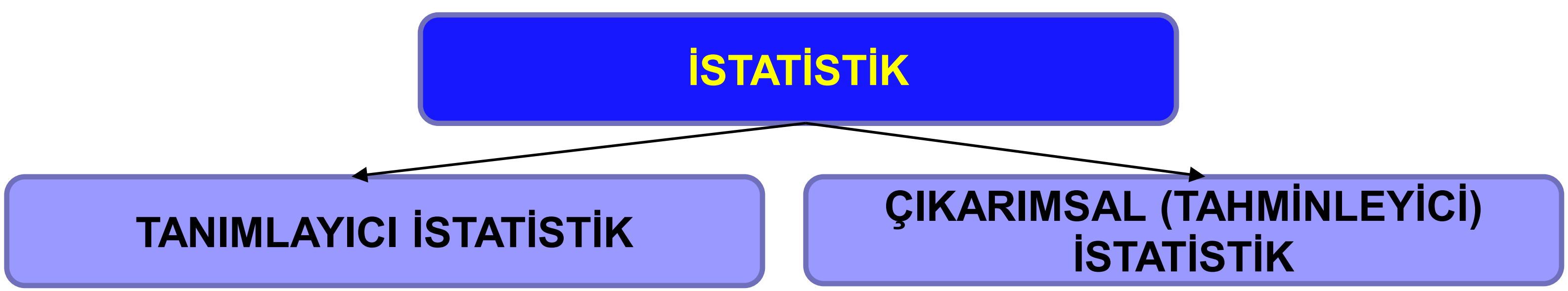
Çukurova Üniversitesi

İnşaat Mühendisliği Bölümü

Temel İstatistik Parametreler

- **TANIMLAYICI İSTATİSTİK**; derlenen verilerin sınıflandırır, frekans dağılımları oluşturulur, bu dağılımlar ortalamalar, çeyrek ve yüzdelikler, varyans, standart sapma gibi ölçülerle tanımlanır ve bulgular tablo ve grafiklerle gösterilerek mevcut durum ortaya konulmaya çalışılır.

- **ÇIKARIMSAL İSTATİSTİK;** örnek kütleden elde edilen bilgilerle ana kütle hakkında tahminlerde bulunur, karşılaştırmalar yapar ve karar verme işlemleri yapılır.



TANIMLAYICI İSTATİSTİK

- **YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER**
  - **Ortalamalar**
    - **Merkezi Eğilim Ölçüleri (Hassas Ortalamalar)**
      - Aritmetik Ortalama
      - Ağırlıklı Aritmetik Ortalama
      - Geometrik Ortalama
      - Harmonik Ortalama
    - **Konum Ölçüleri (Hassas Olmayan Ortalamalar)**
      - Mod (Tepe Değer)
      - Medyan (Ortanca)
      - Çeyreklikler (Dörttebirlikler, Kartiller)
- **DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ**
  - Açıklık (Aralık)
  - Varyans
  - Standat Sapma
  - Değişim Katsayısı (Varyasyon Katsayısı)
- **BİÇİM ÖLÇÜLERİ**
  - Çarpıklık Katsayısı
  - Basıklık (Kurtosis) Katsayısı

$\overline{x}$

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Merkezi Eğilim Ölçüleri)

ARİTMETİK ORTALAMA

Serideki elemanların sayısal değerlerinin toplamının eleman sayısına bölümü ile elde edilen değere aritmetik ortalama denir,

$\bar{x}$ ile gösterilir. Aritmetik Ortalamanın hesap yönteminin kolay olması, her dağılımda tek olması olumlu yanı iken, serideki uç değerlerden (çok büyük veya çok küçük) aşırı etkilenmesi olumsuz yönüdür.

Örnek Kütle için: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

Ana Kütle için : $\mu = \frac{\sum x_i}{N}$

Gruplanmış ve Sınıflanış Serilerde : $\bar{x} = \frac{\sum x_i . f_i}{\sum x_i}$

Burada $\boldsymbol{x_i}$ sınıflanmış seride sınıf orta noktasıdır.

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER
Ortalamalar (Merkezi Eğilim Ölçüleri)

AĞIRLIKLI ARİTMETİK ORTALAMA

Serideki veriler belirli bir kritere göre ağırlıklandırılmış ise kullanılacak ortalamadır.

Gruplanmış ve Sınıflanış Serilerde :
$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i . x_i}{\sum w_i}$$

GEOMETRİK ORTALAMA

Serideki n adet elemanın çarpımının n nci dereceden kökünün alınmasıyla elde edilen ortalamadır.

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \cdots \times x_n} \qquad x_i > 0$$

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER
Ortalamalar (Merkezi Eğilim Ölçüleri)

HARMONİK ORTALAMA

Serideki n adet elemanın çarpma işlemine göre terslerinin aritmetik ortalamasının tersinin alınmasıyla elde edilen ortalamadır.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}...+\frac{1}{x_n}} \qquad x_i > 0$$

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER
Ortalamalar (Konum Ölçüleri)

MEDYAN (ORTANCA)

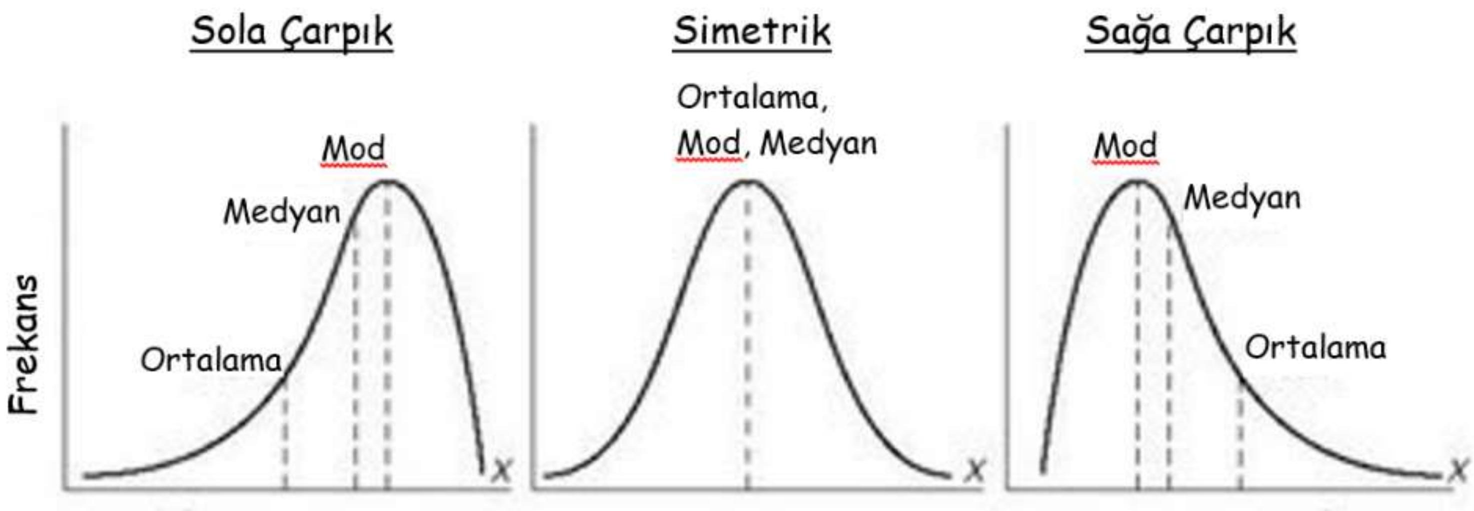
Büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralanmış dizinin tam ortasındaki değerdir. Eleman sayısı çift ise ortada yer alan iki sayının orta noktası medyan olur.

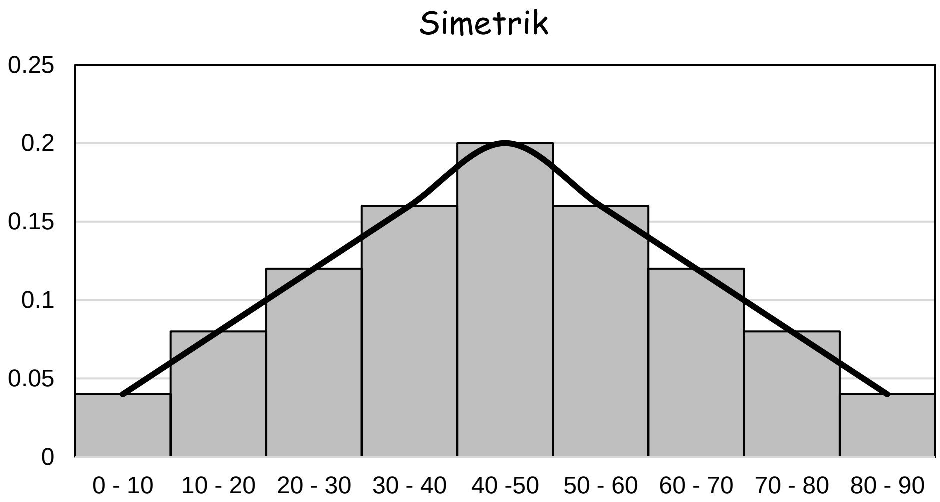
MOD (TEPE DEĞER)

Frekans değeri en fazla olan değere **MOD** denilir. Bir serinin bazen birden fazla mod'u olabilir. Sınıflandırılmış serilerde en büyük frekansa sahip sınıf aralığının orta noktasıdır. Bulunması ve anlaşılması kolay olması, serideki aşırı (uç) değerlerden etkilenmemesi veya kendisi dışındaki hiçbir değerden etkilenmemesi olumlu yanı iken, bazı dağılımlarda tepe değeri birden fazla olabilmesi olumsuz yönüdür.

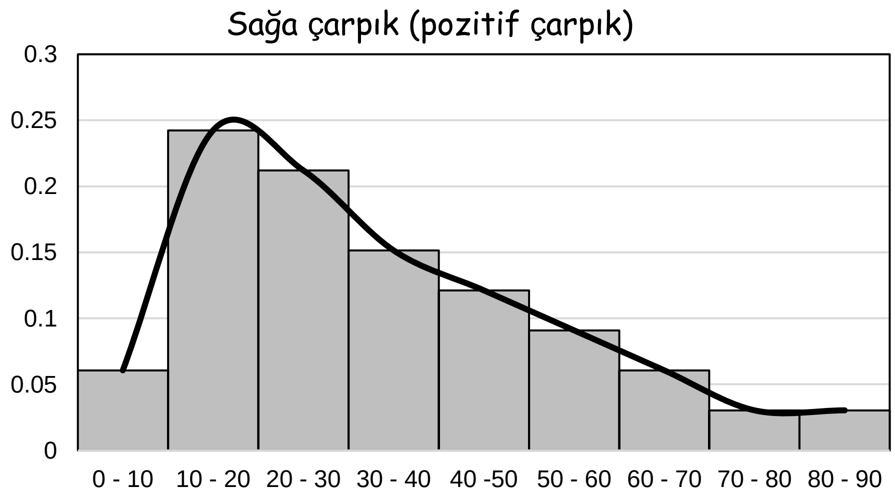
YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER

Ortalamalar (Konum Ölçüleri)

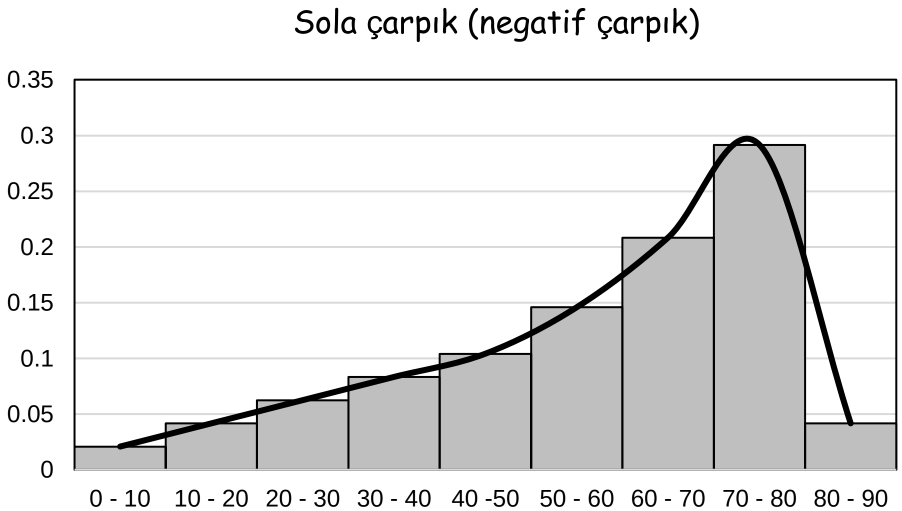




Ortalama = 45 Medyn = 45 Mod = 45 Çarpıklık = 0 Basıklık = 2,35



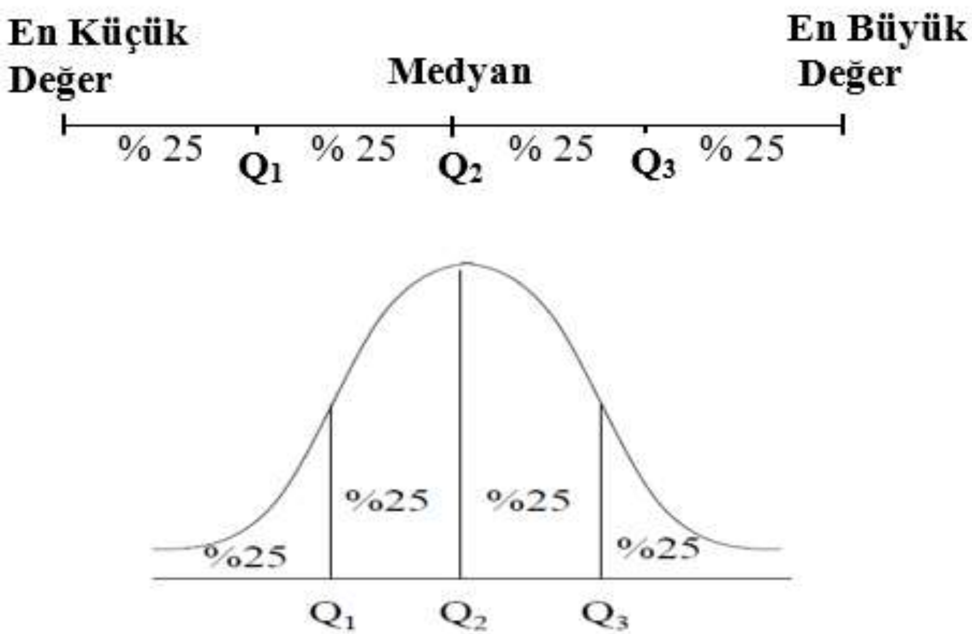
Ortalama =34 Medyan = 30 Mod = 15 Çarpıklık = 0.7 Basıklık = 2.8



Ortalama =57   Medyan = 60   Mod = 75   Çarpıklık = -0.8   Basıklık = 2.8

YER GÖSTEREN ÖLÇÜLER
Ortalamalar (Konum Ölçüleri)

ÇEYREKLİK (DÖRTTEBİRLİK, KARTİL)



ÇEYREKLİK (DÖRTTEBİRLİK, KARTİL)

Medyan ve çeyrekleri bulmak için farklı yöntemler vardır. Aşağıdaki formülle çeyreklerin sıralanmış bir seride hangi sıradaki gözlem değeri olduğu bulunabilir.

1 inci ÇEYREK (Q_1) :

Serideki; $\frac{1}{4}(n+1)$ veya *0,25*x *(n+1)* inci gözlem değeridir.

ONDALIKLI ise ÜSTE YUVARLA (Örnek: 4,5 ise 5 al).

2 inci ÇEYREK (Q_2) : Medyan'dır.

3 üncü ÇEYREK (Q_3):

Serideki; $\frac{3}{4}(n+1)$ veya *0,75*x *(n+1)* inci gözlem değeridir.

ONDALIKLI ise ALTA YUVARLA (Örnek: 8,5 ise 8 al).

ÖRNEKLER: Örnek 1)

Örnek küçükten büyüğe sıralanmış seri: Serideki eleman sayısı TEK : n = 9

2	3	4	5	7	8	10	11	12

1.Yöntem:

Q_2 = Medyan = 7

2	3	4	5	7	8	10	11	12

2	3	4	5	7		7	8	10	11	12

$Q_1 = 4$

$Q_3 = 10$

2. Yöntem:

2	3	4	5		7		8	10	11	12

$Q_1 = (3+4)/2 = \mathbf{3{,}5}$

$Q_1 = (10+11)/2 = \mathbf{10{,}5}$

3. Yöntem:

Q_1 için: $\frac{1}{4}(n+1) = \frac{1}{4}(9+1) = 2{,}5$

ÜSTE YUVARLANDIĞINDA 3. inci gözlem değeridir. Yani $Q_1 = 4$

$Q_2 = 7$ (Ortadaki değerdir)

Q_3 için: $\frac{3}{4}(n+1) = \frac{1}{4}(9+1) = 7{,}5$

ALTA YUVARLANDIĞINDA 7. inci gözlem değeridir. Yani $Q_3 = 10$

ÖRNEKLER: Örnek 2)

Örnek küçükten büyüğe sıralanmış seri: Serideki eleman sayısı ÇİFT : n = 10

2	3	4	5	7	8	10	12	14	18

Çözüm:

1. Yöntem:

Q_2 = Medyan =(7+8)/2 = 7,5

2	3	4	5	7	8	10	12	14	18

2	3	4	5	7		8	10	12	14	18

$Q_1 = 4$

$Q_3 = 12$

2. Yöntem:

2	3	4	5		7		10	12	14	18

Q_1 = (3+4)/2 =**3,5**

Q_1 =(12+14)/2 = **13**

3. Yöntem:

Q_1 için: $\frac{1}{4}(n+1) = \frac{1}{4}(10+1) = 2{,}75$

ÜSTE YUVARLANDIĞINDA **3.** inci gözlem değeridir. Yani $\mathbf{Q_1 = 4}$

$\mathbf{Q_2} = 7$ (Ortadaki değerdir)

Q_3 için: $\frac{3}{4}(n+1) = \frac{1}{4}(10+1) = 8{,}25$

ALTA YUVARLANDIĞINDA 8. inci gözlem değeridir. Yani $\mathbf{Q_3 = 12}$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

DAĞILIM ARALIĞI (AÇIKLIK)

En büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark (aralık).

R *= En büyük değer – En küçük değer*

VARYANS

Serideki elemanların ortalama etrafındaki dağılımının büyüklüğü varyans ile ifade edilir. Varyansın birimi büyüklüğün karesi boyutundadır.

Ana Kütle için: $\sigma^2 = Var(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$

Örnek Kütle için: $s^2 = Var(x) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

STANDART SAPMA

Varyansın karekökü standart sapma olarak tanımlanır ve serideki elemanların ortalama çevresindeki dağılımının büyüklüğünü ifade eder.

Ana Kütle için: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$

Örnek Kütle için: $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

VARYASYON (DEĞİŞİM KATSAYISI)

Farklı serilerdeki ölçüm sonuçlarının ortalama etrafındaki dağılımını karşılaştırabilmek için boyutsuz bir büyüklük olan varyasyon katsayısı kullanılır. Varyasyon katsayısı, standart sapmanın ortalamaya oranıdır.

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

ÇARPIKLIK KATSAYISI

Serideki elemanların ortalama etrafındaki çarpıklığını gösteren bir büyüklüktür. Çarpıklık katsayısının 0 olması, dağılımın simetrik, pozitif olması sağa, negatif olması da sola doğru çarpık olduğunu gösterir.

$$C_s = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

- PEARSON ASİMETRİ ÖLÇÜSÜ (Ortalamaya Dayalı)

$$C_s = \frac{\bar{x} - Mod}{s} \quad \text{veya} \quad C_s = \frac{3(\bar{x} - Medyan)}{s}$$

- BOWLEY ASİMETRİ ÖLÇÜSÜ (Çeyrekliklere Dayalı)

$$C_s = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_1)}$$

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

BASIKLIK (KURTOSİS) KATSAYISI

Dağılımın basıklık derecesini gösterir.

$$k = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^4}{s^4}$$

ÖRNEKLER

Aritmetik Ortalama:

Basit Seri:

S.No	x_i
1	**1**
2	**5**
3	**7**
4	**8**
5	**8**
6	**2**
7	**4**
8	**5**
9	**8**
10	**4**
Toplam =	**52**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{52}{10} = 5,2$$

ÖRNEKLER

Aritmetik Ortalama

Sınıflanmış Seri:

x	f_i	$x_i.f_i$
[1]	[2]	[3]=[1]x[2]
1	1	1
2	1	2
4	2	8
5	2	10
7	1	7
8	3	24
Toplam =	**10**	**52**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i . f_i}{\sum f_i} = \frac{52}{10} = 5{,}2$$

Gruplanmış Seri:

Sınıf	f_i	x_i	$x_i.f_i$
0 - 2	1	1	1
2 - 4	1	3	3
4 - 6	4	5	20
6 - 8	4	7	28
Toplam=	**10**		**52**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i . f_i}{\sum f_i} = \frac{52}{10} = 5{,}2$$

ÖRNEKLER

Ağırlıklı Aritmetik Ortalama

Dönem Sonu Not Ortalaması Hesabı:

Dersin Adı	Başarı Notu	x_i Katsayı	w_i Dersin Kredisi	$x_i.w_i$
Mukavemet 1	DC	1.50	6	9
Dinamik	BB	3.00	6	18
Diferansiyel Denklemler	AA	4.00	4	16
İş Sağlığı Ve Güvenliği 1	CB	2.50	3	7.5
İstatistik Yöntemler	AA	4.00	5	20
Yapı Elemanları	CC	2.00	6	12
		TOPLAM=	**30**	**82.5**

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i . x_i}{\sum w_i} = \frac{82,5}{30} = 2,75$$

ÖRNEKLER

Geometrik Ortalama:

x_i	1	5	7	8	8	2	4	5	8	4

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n} \qquad x_i > 0$$

$$G = \sqrt[10]{1 \times 5 \times 7 \times 8 \times 8 \times 2 \times 4 \times 5 \times 8 \times 4} = \sqrt[10]{2867200} = 4{,}423$$

Harmonik Ortalama:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \dots + \frac{1}{x_n}}$$

$$H = \frac{10}{\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}} = \frac{10}{2{,}918} = 3{,}427$$

İstatistik Parametreler

Tarih	Qmax
12.3.1981	21
14.2.1982	22
10.3.1983	45
7.2.1984	37
22.3.1985	48
20.4.1986	67
12.4.1987	51
10.3.1988	45
11.5.1989	34
12.3.1990	59
2.4.1991	11

1	11
2	21
3	22
4	34
5	37
6	45
7	45
8	48
9	51
10	59
11	67

İstatistik Parametreler

Sınıf	frekans	% frekans	Kümülatif frekans	% Kümülatif frekans
10-20	1	9	1	9
20-30	2	18	3	27
30-40	2	18	5	45
40-50	**3**	**27**	8	72
50-60	2	18	10	90
60-70	1	9	11	99

	12
	10
	9
	11
	12
	10
	11
	9
Ortalama =	**10.5**

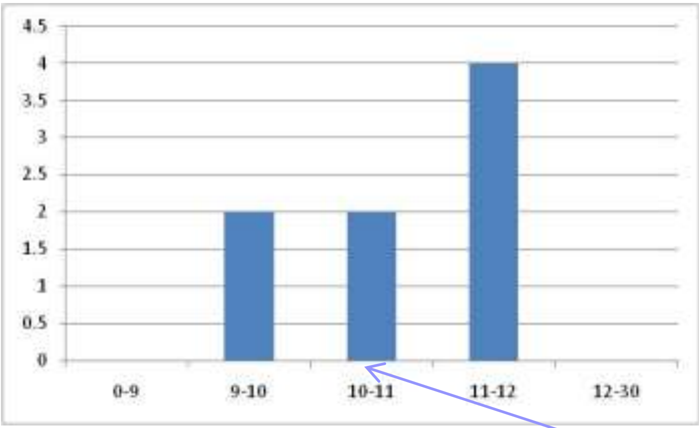
	1
	20
	2
	21
	14
	8
	6
	12
Ortalama	**10.5**

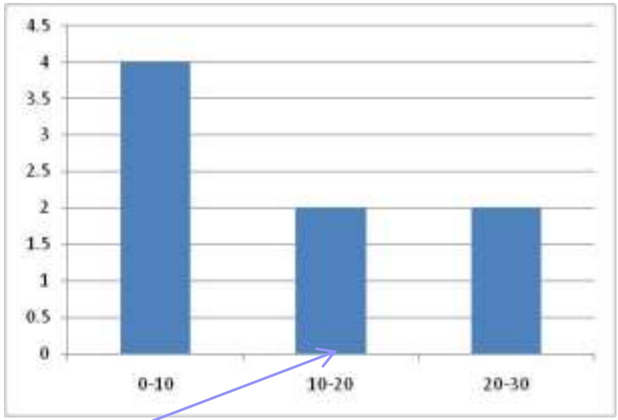
	12	12-10.5 =	1.5
	10	10-10.5 =	-0.5
	9	9-10.5 =	-1.5
	11	11-10.5 =	0.5
	12	12-10.5 =	1.5
	10	10-10.5 =	-0.5
	11	11-10.5 =	0.5
	9	9-10.5 =	-1.5
Ortalama =	**10.5**		

	1	1-10.5 =	-9.5
	20	20-10.5 =	9.5
	2	2-10.5 =	-8.5
	21	21-10.5 =	10.5
	14	14-10.5 =	3.5
	8	8-10.5 =	-2.5
	6	6-10.5 =	-4.5
	12	12-10.5 =	1.5
Ortalama	**10.5**		

	12
	10
	9
	11
	12
	10
	11
	9
Ortalama =	**10.5**

	1
	20
	2
	21
	14
	8
	6
	12
Ortalama =	**10.5**

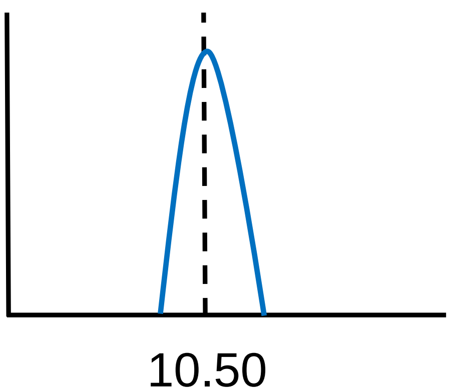




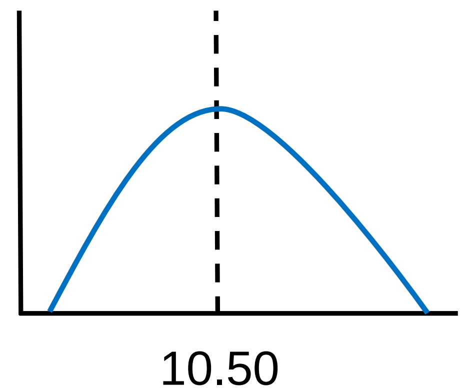
Ortalama = 10.50

	12	12-10.5 =	1.5
	10	10-10.5 =	-0.5
	9	9-10.5 =	-1.5
	11	11-10.5 =	0.5
	12	12-10.5 =	1.5
	10	10-10.5 =	-0.5
	11	11-10.5 =	0.5
	9	9-10.5 =	-1.5
Ortalama =	**10.5**		

	1	1-10.5 =	-9.5
	20	20-10.5 =	9.5
	2	2-10.5 =	-8.5
	21	21-10.5 =	10.5
	14	14-10.5 =	3.5
	8	8-10.5 =	-2.5
	6	6-10.5 =	-4.5
	12	12-10.5 =	1.5
Ortalama	**10.5**		



Varyans küçük



Varyans büyük

	x	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^3$	$(x-\bar{x})^4$
1	11	841	-24389	707281
2	21	361	-6859	130321
3	22	324	-5832	104976
4	34	36	-216	1296
5	37	9	-27	81
6	45	25	125	625
7	45	25	125	625
8	48	64	512	4096
9	51	121	1331	14641
10	59	361	6859	130321
11	67	729	19683	531441
$\sum$	440	2896	-8688	1625704

Açıklık: $R = X_{enb} - X_{enk} = 1080 - 520 = 560$

Ortalama: $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{N}.440 = 40 \quad cm$$

Mod: 40 – 50 => **45 cm** (frekans tablosundan)

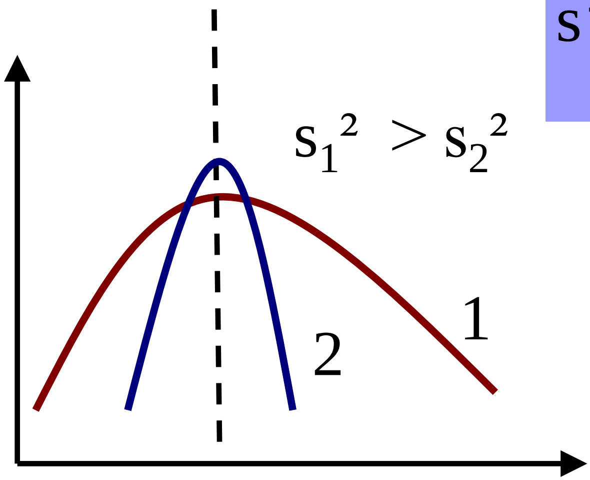
*Bir seride birden fazla **Mod** bulunabilir*

Medyan (Ortanca) : **45 cm** (sıralı serinin ortasındaki değer)

- *Serideki eleman sayısı çiftse ortadaki iki değerin ortalaması*
- *Serideki eleman sayısı tekse tam ortadaki değer*

Varyans:

$$s^2 = Var(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$



$$Var(X) = \frac{1}{N} 2896 = 263.3 \ cm^2$$

Standart Sapma:

$$s_X = \sqrt{Var(X)}$$

$$s_X = \sqrt{263.3} = 16.2 \ cm$$

Varyasyon Katsayısı

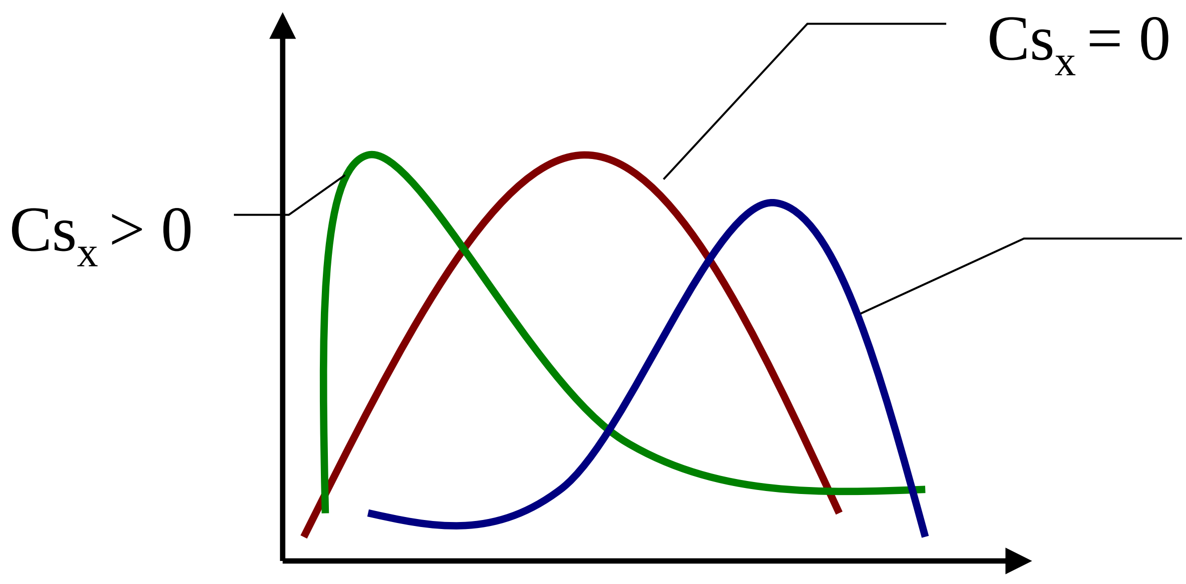
(Değişim Katsayısı)

$$C_{vX} = \frac{s_X}{\bar{X}}$$

$$C_{vX} = \frac{16.2}{40} = 0.41$$

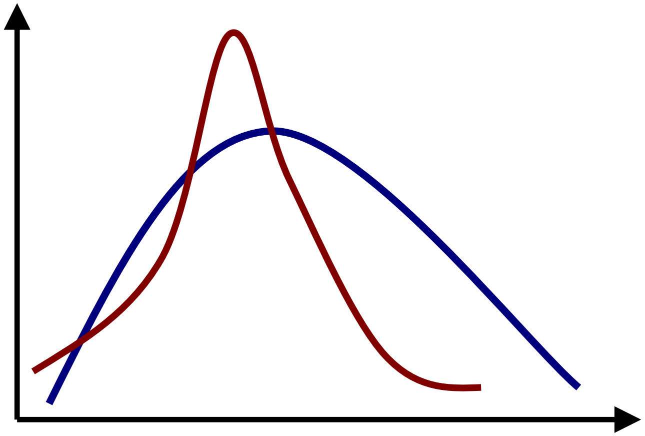
$$C_{sX} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^3}{(s_X)^3}$$

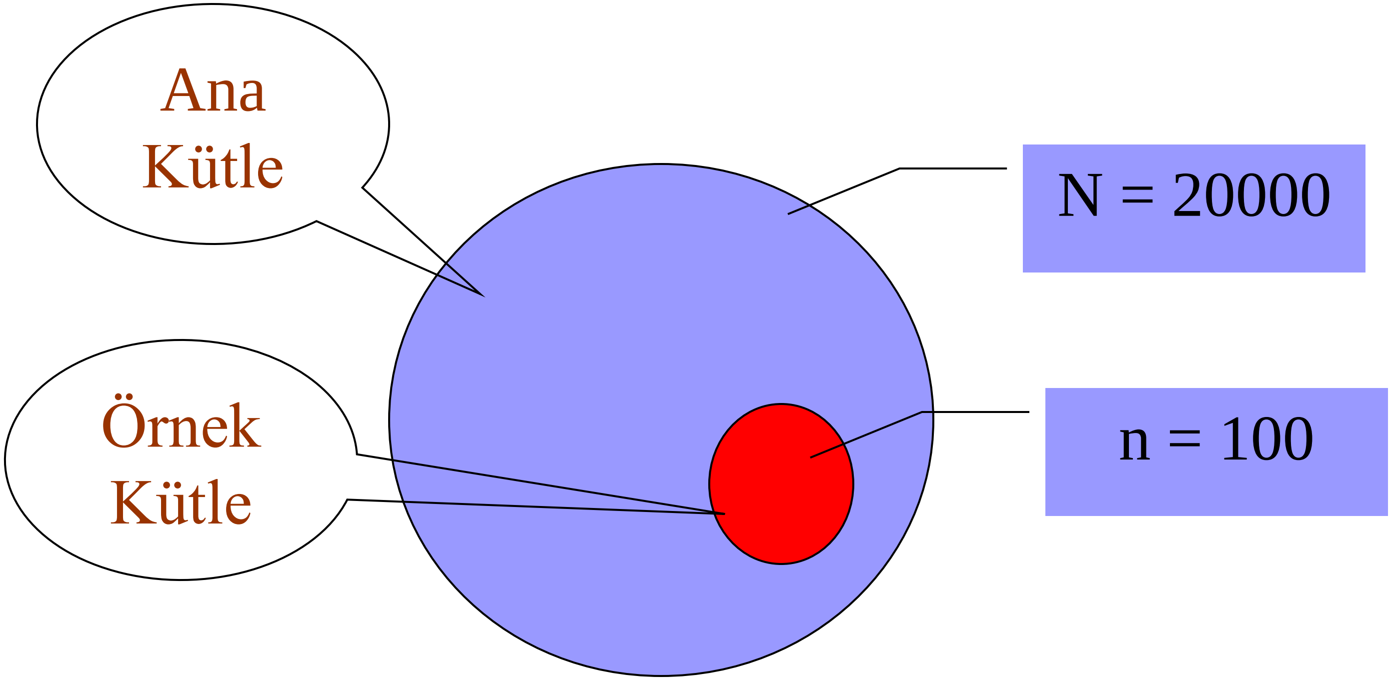
$$C_{sX} = \frac{\frac{1}{N}(-8688)}{(16.2)^3} = -0.19$$



$$k_x = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^4}{(s_X)^4}$$

$$k_x = \frac{\frac{1}{11}1625704}{(16.2)^4} = 2.13$$





Ana Kütle
Örnek Kütle
N = 20000
n = 100

	Ana Kütle (Populasyon)	**Örnek**
Ortalama	$\mu_x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$	$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} x_i$
Varyans	$\sigma_x^2 = Var(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$	$s_x^2 = Var(X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$
Standart Sapma	$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$	$s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{Var(X)}$

Olasılık Kavramı

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Çukurova Üniversitesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1

OLASILIK KAVRAMI

KÜME KAVRAMI

- Birlikte ele alınan belirli nesneler topluluğuna **küme**,
- Kümede içerilen nesnelere de **eleman**, **öğe** veya **üye** denir.
- Kümenin elemanları (öğeleri, üyeleri) kesin bir şekilde tanımlanmış olmalıdır.

- S = {s : Türkçe'deki sesli harf}   S = {a, e, ı, i, o, ö, u, ü}
- **a** $\in$ **S**   (a, S kümesinin bir öğesidir)
- **b** $\notin$ **S**   (a, S kümesinin bir öğesi değildir)

2

OLASILIK KAVRAMI

- Z = {z : Zar atışı sırasında görülen sayıların kümesi}
- Z = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

- $1 \in Z$ (1, Z kümesinin bir öğesidir)
- $7 \notin Z$ (7, Z kümesinin bir öğesi değildir)

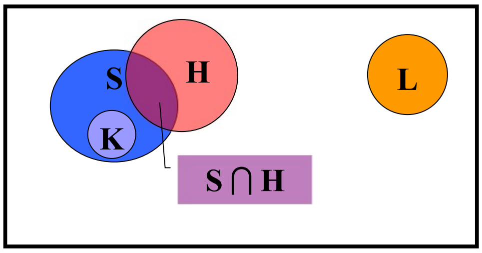
OLASILIK KAVRAMI

KÜME KAVRAMI

- Hiç bir elemanı olmayan küme **boş küme** olarak adlandırılır ve **Ø** işareti ile gösterilir.
- Bir kümenin bütün elemanları diğer bir kümenin de elemanları ise ilk küme ikinci kümenin bir **alt kümesi** 'dir denir ve $\subset$ işareti ile gösterilir.
- İki kümenin her ikisinde de bulunan elemanların oluşturduğu küme bu iki kümenin **arakesiti (kesişimi)** dir ve $\cap$ işareti ile gösterilir.
- İki kümenin ortak elemanı yoksa bu kümelere **ayrık kümeler** denilir ve boş küme $L \cap S = Ø$ ile gösterilir.
- İki kümeden en az birinde bulunan elemanlardan oluşan kümeye bu iki kümenin **bileşimi** denir ve $\cup$ ile gösterilir.

KÜME KAVRAMI

- Kümeler arası ilişkiler **Venn Diyagramı** ile gösterilir:

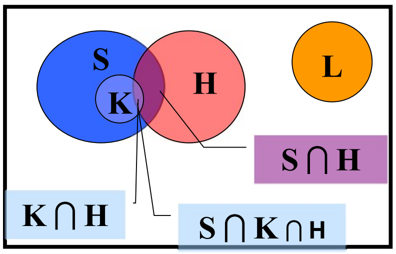


- **K ⊂ S   L ⋂ S = Ø   H ⊄ S   S ⋂ H**

KÜME KAVRAMI

- S = {s : Türkçe'deki sesli harf}   S = {a, e, ı, i, o, ö, u, ü}
- K = {k : Türkçe'deki kalın sesli harfler}   K = {a, ı, o, u}
- H = {h : Türkçe'deki ilk 6 harf}   H = {a, b, c, ç, d, e}
- L = {l : Türkçe'deki son 3 harf }   L = {v, y, z}

- **L ⋂ S = Ø**
- **K ⊂ S**
- **H ⊄ S**
- **K ⋂ H = {a}**
- **S ⋂ H = {a, e}**
- **S ⋃ H = {a, e, ı, i, o, ö, u, ü, b, c, ç, d**



OLASILIK KAVRAMI

- Olasılık teorisinde bir rastgele olayın meydana gelmesi şansı **olasılık** (**ihtimal**) olarak adlandırılır.
- Rastgele değişken **X** ile, rastgele değişkenin bir gözlem sırasında aldığı değeri **x** ile gösterirsek, **X = x_i** rastgele olayının olasılığı **p_i** olur.

$$P\ (X = x_i) = p_i \qquad\qquad 0 \leq p_i \leq 1$$

- **p_i** olasılığının değeri **0** ile **1** arasında değişir.
- Olasılığın **0** olması sözkonusu olayın hiçbir zaman meydana gelmeyeceğini, **1** olması ise kesinlikle (her gözlemde) meydana geleceğini gösterir.
- Olasılık **0** dan **1** e doğru arttıkça gözlemler sırasında o olayın görülme şansı artar, yani olayla saha sık karşılaşılır.

OLASILIK KAVRAMI

- Örnek: Bir zar atışında 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 sayılarından herbirinin görülme olasılığı 1/6 dır.

$$Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(X=1) = P(X=2) = P(X=3) = P(X=4) = P(X=5) = P(X=6) = 1/6$$

$$P(X=0) = P(X=7) = 0$$

- **1** ile **6** arasında herhangi bir sayı görülmesi olasılığı **1** dir.

$$P(X=1 \cup X=2 \cup X=3 \cup X=4 \cup X=5 \cup X=6) = 6(1/6) = 1$$

OLASILIK KAVRAMI

- 3 veya daha büyük bir sayı görülmesi olasılığı:
- **Z = {1, 2, 3, 4, 5, 6}**
- **Z = {**1, 2, **3, 4, 5, 6}**

P(X ≥ 3) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6 = 2/3 veya

P(X ≥ 3) = 4(1/6)= 4/6 = 2/3 dır.

- 3 ten küçük bir sayının görülmesi olasılığı:
- **Z = {1, 2, 3, 4, 5, 6}**
- **Z = {1, 2,** 3, 4, 5, 6**}**

P(X < 3) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3 veya **P(X < 3) = 2(1/6)= 2/6 = 1/3** dır.

OLASILIK KAVRAMI

- Hileli bir zarda çift sayı gelmesi olasılığı, tek sayı gelmesi olasılığının iki katı ise:
- **Z = {1, 2, 3, 4, 5, 6}**

P(X =1) = P(X =3) = P(X =5) = p

P(X =2) = P(X =4) = P(X =6) =2 p

3(p) + 3(2p) = 1 $\Rightarrow$ **3p + 6p = 1** $\Rightarrow$ **p = 1/9**

P(X =1) = P(X =3) = P(X =5) = 1/9

P(X =2) = P(X =4) = P(X =6) =2/9

OLASILIK KAVRAMI

- Bir olayın olasılığı, gözlem sayısının sonsuza gitmesi halinde frekansının limit değeri olarak hesaplanır.

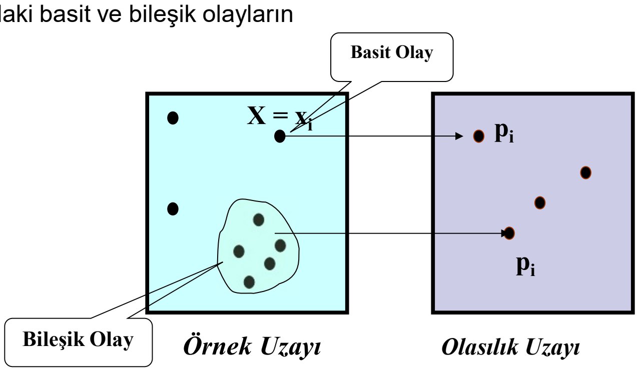
$$p_i = \lim_{N \to \infty} \frac{n_i}{N}$$

- Örneğin, **1500** gün boyunca yapılan gözlemlerde **600** gün yağış düşmediği gözlenmişsse, bu ölçekte günlük yağış yüksekliğinin **0** olması olasılığı:

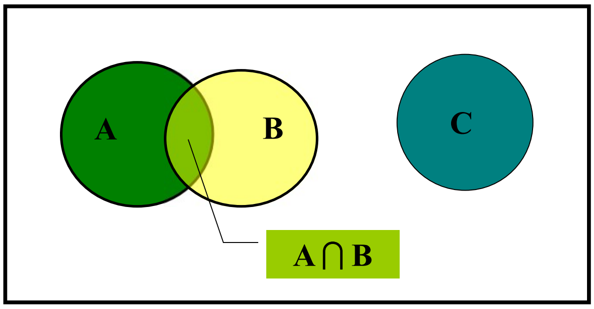
$$\mathbf{P\ (\ X = 0\ ) = 600\ /\ 1500 = 0.40 = \%\ 40}$$

BASİT VE BİLEŞİK RASTGELE OLAYLARIN OLASILIKLARI

- Bir rastgele değişkenin gözlemlerde alabileceği değerlerin tümünden oluşan küme o değişkenin ***örnek uzayı'***nı oluşturur.
- Sadece bir gözlem sırasında rastgele bir değişkenin belirli bir değeri alması ***basit rastgele olay***'dır.
- Birden fazla rastgele olayın bileşiminden oluşanlar ise ***bileşik rastgele olaylar'***dır.
- Örnek uzayındaki basit ve bileşik olayların



BASİT VE BİLEŞİK RASTGELE OLAYLARIN OLASILIKLARI

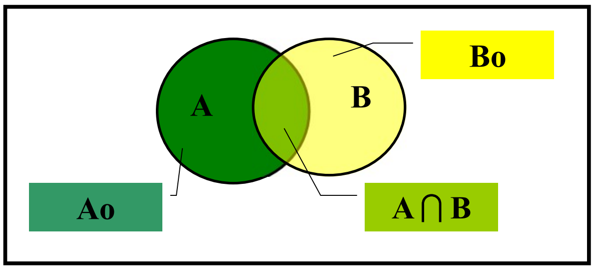


Ayrık iki olayın olasılığı: $P(A \cup C) = P(A) + P(C)$

Ayrık olmayan olayların bileşiminin olasılığı:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

BASİT VE BİLEŞİK RASTGELE OLAYLARIN OLASILIKLARI



Ayrık olmayan olayların bileşiminin olasılığı:

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A_0) \qquad P(B) = P(A \cap B) + P(B_0)$$

$$P(A \cup B) = P(A_0) + P(B_0) + P(A \cap B)$$

İKİ BOYUTLU VE KOŞULLU ÖRNEK UZAYI

- **X** ve **Y** gibi iki rastgele değişken bir arada düşünülürse iki boyutlu örnek uzayından söz edilebilir.
- Bir gözlemde **X** rastgele değişkeni için $X = x_i$ olayı meydana gelirken aynı gözlemde **Y** rastgele değişkeni için $Y = y_j$ olayı görülüyorsa (x_i, y_j) gözlem çifti iki boyutlu örnek uzayında bir noktayı ifade eder.
- Koşullu örnek uzayı, verilen bir $Y=y_j$ olayının meydana gelmesi koşuluyla gözlenen $X = x_i$ olayları yeni bir tek boyutlu örnek uzayı oluşturur, bu koşullu örnek uzayıdır. Buradaki olaylar $(X=x_i \mid Y=y_j)$ şeklinde ifade edilir.

İKİ BOYUTLU VE KOŞULLU ÖRNEK UZAYI

Koşullu örnek uzayının hesabı:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad P(B) \neq 0 \text{ için}$$

Denklem yeniden düzenlenirse:

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) \times P(B)$$

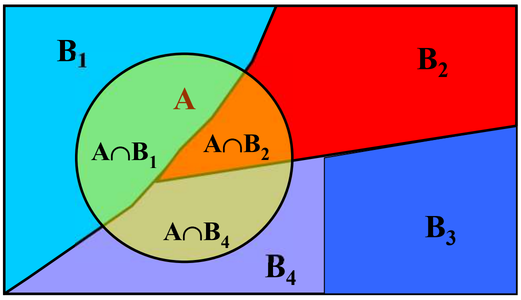
Denklem 3 veya daha fazla olay için yazılırsa:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A \mid B \cap C) \times P(B \mid C) \times P(C)$$

A ve B olayları olasılık açısından bağımsız ise denklem:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

TOPLAM OLASILIK KURALI



A olayının olasılığı: $P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + ... + P(A \cap Bn)$

A ve **B** olayları ayrık olaylar olduğundan: $P(A \cap B_i) = P(A \mid B_i) \times P(B_i)$

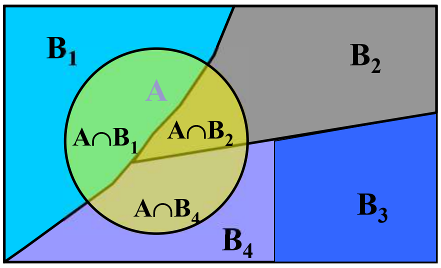
Bu ifadeler önceki denklemde yerine konursa:

$$P(A) = P(A \mid B_1) \times P(B_1) + P(A \mid B_2) \times P(B_2) + ... + P(A \mid B_n) \times P(Bn) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i) \times P(B_i)$$

TOPLAM OLASILIK KURALI VE BAYES TEOREMİ

Toplam Olasılık Kuralı:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i) \times P(B_i)$$



Toplam olasılık teoremi kullanılarak, rastgele değişkene ait olayların olasılıkları için önceki deneyimlerimize dayanarak yaptığımız tahminleri daha sonra yapılan gözlemlerin sonuçlarına göre düzeltmekte kullanılan ***Bayes kuralı*** tanımlanabilir:

Bayes Teoremi:

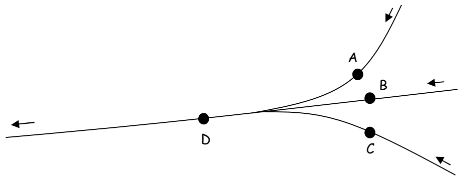
$$P(B_k \mid A) = \frac{P(B_k) \times P(A \mid B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i) \times P(B_i)}$$

ÖRNEK 1)

Bir akarsuyun 3 kolunun (A, B, C) birleştiği noktanın aşağısındaki bir D kesitinde, taşkın olayının kollardan herhangi birinde debinin 500 m^3/s 'yi aşması durumunda meydana geldiği kabul edilmektedir. Akarsuyun kollarındaki akışlar birbirleriyle bağımlı olup;

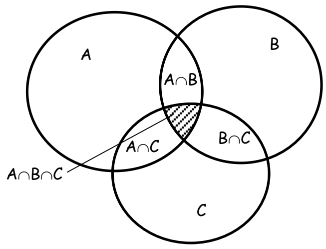
- A, B, C kollarında debinin 500 m^3/s 'yi aşması olasılıkları sırası ile %20, %30 ve %40;
- debinin hem A hem de B de 500 m^3/s 'yi aşması olasılığı %10;
- debinin hem A hem de C de 500 m^3/s 'yi aşması olasılığı %15;
- debinin hem B hem de C de 500 m^3/s 'yi aşması olasılığı %20 ve
- debinin hem her üç kolda 500 m^3/s 'yi aşması olasılığı ise %5 tir.

D Kesitinde taşkın görülmesi olasılığını hesaplayınız.



ÇÖZÜM 1)

P(A) = 0.20
P(B) = 0.30
P(C) = 0.40
$P(A \cap B) = 0.10$
$P(B \cap C) = 0.20$
$P(A \cap C) = 0.15$
$P(A \cap B \cap C) = 0.05$

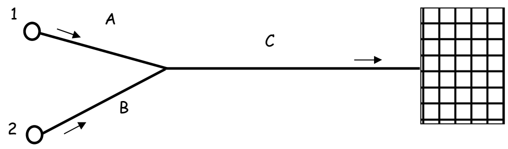


$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

$P(A \cup B \cup C) = 0.20 + 0.30 + 0.40 - 0.10 - 0.20 - 0.15 + 0.05 = 0.50 =$ **%50**

ÖRNEK 2)

Bir şehire 1 ve 2 gibi iki kaynaktan su iletilmektedir. A, B, C borularında arıza görülmesi olasılıkları sırası ile % 15, % 10 ve %2 dir. Şehrin tamamen susuz kalması olasılığını hesaplayınız.



ÇÖZÜM 2)

Şehrin tamamen susuz kalması için ya A ve B borulularının ikisi de arızalanmalı ya da C borusu arızalanmalıdır.

A => $(A \cap B)$ B => P(C)

$P((A \cap B) \cup C) = ?$

$P(A \cap B) = 0.15 \times 0.10 = 0.015$ (bağımsız olaylar oldukları için)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

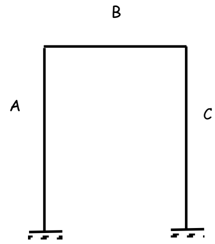
$P((A \cap B) \cup C) = P(A \cap B) + P(C) - P((A \cap B) \cap C)$

$P((A \cap B) \cap C) = P(A \cap B) \times P(C) = 0.015 \times 0.02 = 0.0003$

$P((A \cap B) \cup C) = 0.015 + 0.02 - 0.0003 = 0.0347 \cong \%\ 3{,}5$

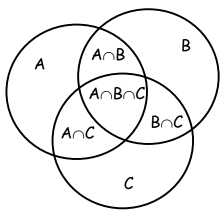
ÖRNEK 3)

Bir çerçeve A,B,C gibi 3 elemandan oluşmaktadır. Bu elemanların tahrip olma olasılıkları sırası ile %5, % 4, ve %3 tür. Çerçevenin çökme olasılığını hesaplayınız.



ÇÖÜM 3)

P(A) = 0.05
P(B) = 0.04
P(C) = 0.03



- Elemanların hasar görme olasılıkları birbirinden bağımsızdır.
- Elemanlardan herhangi biri çöktüğünde çerçeve çökmüş sayılır.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

ÇÖZÜM 3)

Olaylar bağımsız olduğundan;

$P(A \cap B) = 0.05 \times 0.04 = 0.002$
$P(A \cap C) = 0.05 \times 0.03 = 0.0015$
$P(B \cap C) = 0.04 \times 0.03 = 0.0012$
$P(A \cap B \cap C) = 0.05 \times 0.04 \times 0.03 = 0.00006$

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

$P(A \cup B \cup C) = 0.05 + 0.04 + 0.03 - 0.002 - 0.0015 - 0.0012 + 0.00006 = 0.116 =$ **% 12**

ÖRNEK 4)

Bir sınıftaki öğrencilerin % 25 i matematik, % 15 i kimya, % 10 u da hem matematik hem de kimya derslerinden kalmışlardır.

a) Öğrencinin kimyadan kalmış ise matematikten de kalma olasılığını,
b) Öğrencinin matematikten kalmış ise kimyadan da kalma olasılığını,
c) Öğrencinin matematikten ya da kimyadan kalma olasılığını hesaplayınız

ÇÖZÜM 4)

M = {matematikten kalan öğrenciler} K = {kimyadan kalan öğrenciler}

$P(M) = 0.25$
$P(K) = 0.15$
$P(M \cap K) = 0.10$

a) $P(M \mid K) = \dfrac{P(M \cap K)}{P(K)} = \dfrac{0.10}{0.15} = 0.67 \cong \%\,67$

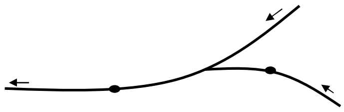
b) $P(K \mid M) = \dfrac{P(M \cap K)}{P(M)} = \dfrac{0.10}{0.25} = 0.40 \cong \%\,40$

c) $P(M \cup K) = P(M) + P(K) - P(M \cap K) = 0.25 + 0.15 - 0.10 = 0.30 = \%\,30$

ÖRNEK 5)

Bir akarsuyun yan kolundaki su seviyesinin çeşitli değerlerinde akarsuyun kendisindeki debinin alacağı değerlerin olasılıkları aşağıda verilmiştir. Akarsudaki debinin 200 – 300 m^3/s arasında kalması olasılığını hesaplayınız.

Koldaki		Akarsudaki Debi (m^3/s) ve olasılığı			
Su Seviyesi	Olasılığı	0 – 100	100 - 200	200 – 300	>300
0 – 1.5	0.10	0.50	0.35	0.15	0
1.5 – 2. 5	0.20	0.40	0.30	0.25	0.05
2.5 – 3.5	0.30	0.25	0.30	0.35	0.10
3.5 – 4.5	0.25	0.10	0.25	0.45	0.20
> 4.5	0.15	0	0.10	0.40	0.50



ÇÖZÜM 5)

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) \times P(B)$$

$P(200 \le Q \le 300 \cap 0 \le h \le 1.5) = P(200 \le Q \le 300 \mid 0 \le h \le 1.5) \times P(0 \le h \le 1.5) = 0.15 \times 0.10 = 0.02$

$P(200 \le Q \le 300 \cap 1.5 \le h \le 2.5) = P(200 \le Q \le 300 \mid 1.5 \le h \le 2.5) \times P(1.5 \le h \le 2.5) = 0.25 \times 0.20 = 0.05$

$P(200 \le Q \le 300 \cap 2.5 \le h \le 3.5) = P(200 \le Q \le 300 \mid 2.5 \le h \le 3.5) \times P(2.5 \le h \le 3.5) = 0.35 \times 0.30 = 0.11$

$P(200 \le Q \le 300 \cap 3.5 \le h \le 4.5) = P(200 \le Q \le 300 \mid 3.5 \le h \le 4.5) \times P(3.5 \le h \le 4.5) = 0.45 \times 0.25 = 0.11$

$P(200 \le Q \le 300 \cap >4.5) = P(200 \le Q \le 300 \mid h>4.5) \times P(h>4.5) = 0.40 \times 0.15 = 0.06$

$P(200 \le Q \le 300) = 0.02 + 0.05 + 0.11 + 0.11 + 0.06 = 0.35 =$ **% 35**

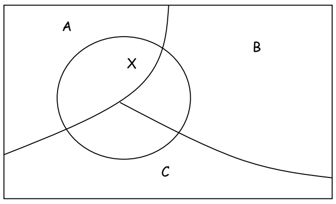
ÖRNEK 6)

Bir tuğla fabrikasının A,B ve C gibi üç farklı üretim ünitesi vardır. Tuğla fabrikasında üretilen tuğlaların % 50 'si A, % 30 'si B ve % 20 'si C ünitesinde üretilmektedir. Bu üniteler sırasıyla %3, %4 ve %5 oranında kalitesiz ürün vermektedir.

a) Rastgele seçilen bir tuğlanın kalitesiz olma olasılığı nedir.
b) Rastgele seçilen kalitesiz tuğlanın A ünitesinde üretilmiş olma olasılığı nedir.

ÇÖZÜM 6)

X = {Tuğlanın kalitesiz olması}



ÇÖZÜM 6)

a)

Toplam olasılık kuralına göre

P(X) = P(A) × P(X|A) + P(B) × P(X|B) + P(C) × P(X|C)

P(X) = (0.50×0.03) + (0.30×0.04) + (0.20×0.05) = 0.037 = **% 37**

b)

Bayes kuralına göre;

$$P(A|X) = \frac{P(A)\times P(X|A)}{P(A)\times P(X|A) + P(B)\times P(X|B) + P(C)\times P(X|C)}$$

$$P(A|X) = \frac{0.50\times 0.03}{0.037} = 0.41 \cong \%\ 41$$

ÖRNEK 7)

Bir taş ocağından alınan malzemenin iyi kaliteli olması olasılığı **%70**, düşük kaliteli olması olasılığı ise **% 30** olarak önceden tahmin edilmiştir. Daha önce yapılan bu tahminleri güvenilir hale getirmek için ocaktan bir örnek alınarak kalitesinin belirlenmesine karar verilmiştir. Ancak kalite testi tam güvenilir değildir. Daha önceki deneyimlere göre iyi kaliteli bir örneğin testi geçme olasılığı **% 80**, düşük kaliteli bir örneğin testi geçme olasılığı **% 10** dur.

Rastgele alınan bir örneğin kalite testini geçmesi halinde malzemenin iyi kaliteli olması olasılığını hesaplayınız.

ÇÖZÜM 7)

B1 = {malzemenin iyi kaliteli olması}
B2 = {malzemenin düşük kaliteli olması}
A = {testi geçmesi}

P(B1) = 0.70
P(B2) = 0.30
P(A|B1) = 0.80
P(A|B2) =0.10

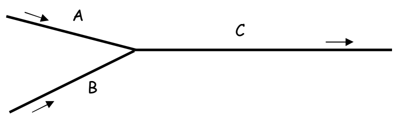
$$P(B1 \mid A) = \frac{P(A \mid B1) \times P(B1)}{P(A \mid B1) \times P(B1) + P(A \mid B2) \times P(B2)}$$

$$P(B1 \mid A) = \frac{0.80 \times 0.70}{(0.80 \times 0.70) + (0.10 \times 0.30)} = 0.95 = \%95$$

ÖRNEK 8)

Şekilde verilen yol sisteminde A ve B yollarının tıkanma olasılıkları sırayla % 10 ve % 20 dir. Bu yolların tıkanma olasılıkları birbirleriyle bağımlı olup B tıkalı iken A nın tıkanması olasılığı % 50, A tıkalı iken B nin tıkanma olasılığı % 100 dür. A ve B yollarından herhangi biri tıkandığında C yolu da tıkanmaktadır. Ayrıca A ve B yollarının her ikisinin de açık olması halinde C yolunun tıkanması olasılığı % 20 dir.

Bu durumda C yolunun tıkanma olasılığı nedir.



ÇÖZÜM 8)

A = {A nın kapalı olması}
$\underline{A}$ = {A nın açık olması}
B = {B nin kapalı olması}
$\underline{B}$ = {B nin açık olması}

P(A) = 0.10
P (B) = 0.20
P(A|B) = 0.50
P(B|A) = 1.00
$P(C|A \cap B) = P(C|\underline{A} \cap B) = P(C|A \cap \underline{B}) = 1.00$

Problem Toplam Olasılık Teoremi ile çözülebilir.

Aşağıdaki dört durumdan biri mutlaka gerçekleşir:

ÇÖZÜM 8)

1. A ve B yolları birlikte tıkanabilir.

   $P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A) = 0.50 \times 0.20 = 1.00 \times 0.10 = \mathbf{0.10}$

2. A açık B tıkalı olabilir

   $P(\underline{A} \cap B) = P(\underline{A}|B) \times P(B) = (1.00 - 0.50) \times 0.20 = \mathbf{0.10}$

3. A tıkalı B açık olabilir

   $P(A \cap \underline{B}) = P(\underline{B}|A) \times P(A) = (1.00 - 1.00) \times 0.10 = \mathbf{0.00}$

4. A ve B açık olabilir.

   $P(\underline{A} \cap \underline{B}) = 1.00 - (P(A \cap B) + P(\underline{A} \cap B) + P(A \cap \underline{B})) = 1.00 - (0.10 + 0.10 + 0.00) = \mathbf{0.80}$

$$P(C) = P(C|A \cap B) \times P(A \cap B) + P(C|\underline{A} \cap B) \times P(\underline{A} \cap B) + P(C|A \cap \underline{B}) \times P(A \cap \underline{B}) + P(C|\underline{A} \cap \underline{B}) \times P(\underline{A} \cap \underline{B})$$

$$P(C) = (1.00 \times 0.10) + (1.00 \times 0.10) + (1.00 \times 0.00) + (0.20 \times 0.80) = 0.36 = \% 36$$

Rastgele Değişkenlerin Dağılımları

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Çukurova Üniversitesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1

- **NOT:** Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

Ç.Ü. İnş.Müh.Böl.

2

KESİKLİ (AYRIK, SÜREKSİZ) REASTGELE DEĞİKENLERİN DAĞILIMLARI

- Böyle bir rastgele değişkene ait çeşitli olayların olasılıkları;

$$P(x_i) = P(X = x_i)$$

şeklinde xi değerlerinin hizasında birer düşey çizgi ile gösterilirse bu değişkenin olasılık kütle fonksiyonu (**o.k.f**) elde edilmiş olur. Düşey çizgilerin toplamı daima 1 'e eşittir.

$$\sum_{x_i} p(x_i) = 1 \qquad F(x_i) = P(X \leq x_i)$$

Pratikte önem taşıyan bu fonksiyona eklenik dağılım fonksiyonu (e.d.f) denilir. F(x) fonksiyonu 0 dan 1 e doğru gittikçe artan basamaklı bir fonksiyondur.

3

Örnek

- Bir trafik ışığında belirli bir anda durmakta olan araç sayısı X ile gösterilirse ve yapılan gözlemler sonucu aşağıdaki olasılıkların belirlenmiş olduğu kabul edilirse, bu değişkene ait olasılık kütle fonksiyonu ve eklenik dağılım fonksiyonunu çiziniz.

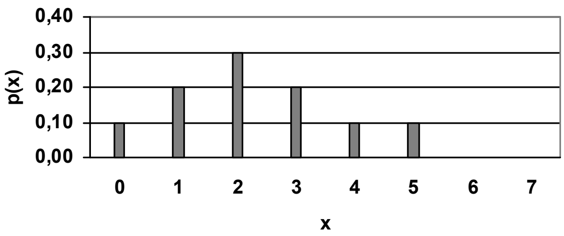
p (0) = 0.10
p (1) = 0.20
p (2) = 0.30
p (3) = 0.20
p (4) = 0.10
p (5) = 0.10
p (6) = 0.00
p (7) = 0.00

4

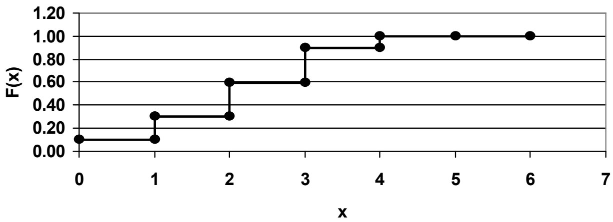
Çözüm

p (0) = 0.10
p (1) = 0.20
p (2) = 0.30
p (3) = 0.20
p (4) = 0.10
p (5) = 0.10
p (6) = 0.00
p (7) = 0.00

Olasılık Kütle Fonksiyonu (O.K.F.)



Eklenik Frekans Dağılımı (E.D.F)



5

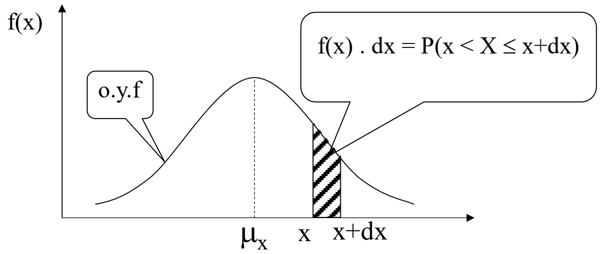
Sürekli Rastgele Değişkenlerin Dağılımları

- Sürekli rastgele değişkenin alabileceği değerlerin sayısı sonsuzdur.
- Sürekli rastgele değişkenin alabileceği değerlerin sayısı sonsuz, bu değerleri alma olsaılıkları toplamı ise 1 ‘e eşit olacağından X = x şeklindeki basit olayların olasılıkları sıfıra gidecektir.
- Bu nedenle sürekli rastgele değişkenlerde basit olayların olasılıkları yerine değişkenin x ile x+dx arasındaki bir aralıkta kalması şeklindeki bileşik olayın olasılığını tanımlamak yoluna gidilir.
- Bu durumda Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (O.Y.F.):

$$f(x) \,.\, dx = P\,(x < X \leq x + dx)$$

6

Sürekli Rastgele Değişkenlerin Dağılımları



Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

$$P(x_1 < X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x).dx$$

7

Sürekli Rastgele Değişkenlerin Dağılımları

- Değişkenin (-∞, +∞) aralığında bir değer alması kesin (olasılığı 1 olan) bir olay olduğuna göre f(x) daima

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x).dx = 1$$

- koşuluna uyar. Sürekli değişken halinde eklenik dağılım fonksiyonunun tanımı değişmez:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- Eklenik dağılım fonksiyonu daima şu koşulları sağlar:

- $0 \leq F(x) \leq 1$
- $F(-\infty) = 0$
- $F(\infty) = 1$
- $\varepsilon>0$ için $F(x+\varepsilon) \geq F(x)$
- $F(x2) - F(x1) = P(x1 < X \leq x2)$

8

Dağılımların Parametreleri

PARAMETRE	Sürekli	Süreksiz: Sınıflara Ayrılmamış	Süreksiz: Sınıflara Ayrılmış
Ortalama (Beklenen Değer)	$\mu_x = E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x.p(x).dx$	$\mu_x = E_x = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$	$\mu_x = E_x = \bar{x} = \sum_{i=1}^{m} x_i.f(x_i)$
Varyans	$Var_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu_x)^2.p(x).dx$	$Var_x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2$	$Var_x = \sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2.f(x_i)$
Standart Sapma	$\sigma_x = \sqrt{Var_x}$		
Değişim Katsayısı	$C_{v_x} = \frac{\sigma_x}{\mu_x}$		

9

Dağılımların Parametreleri

PARAMETRE	Sürekli	Süreksiz: Sınıflara Ayrılmamış	Süreksiz: Sınıflara Ayrılmış
Çarpıklık Katsayısı	$C_{sx} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu_x)^3.p(x).dx}{\sigma^3}$	$C_{sx} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^3}{\sigma^3}$	$C_{sx} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^3.f(x_i)}{\sigma^3}$
Basıklık Katsayısı	$k_x = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu_x)^4.p(x).dx}{\sigma^4}$	$k_x = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^4}{\sigma^4}$	$k_x = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^4.f(x_i)}{\sigma^4}$

10

Örnek

Aşağıdaki frekans tablosuna göre, Ortalama, Varyans, Standart Sapma, Çarpıklık Katsayısı ve Basıklık Katsayısını bulunuz.

Sınıf	% f
10-20	9
20-30	18
30-40	18
40-50	27
50-60	18
60-70	9

Tarih	Qmax
12.3.1981	21
14.2.1982	22
10.3.1983	45
7.2.1984	37
22.3.1985	48
20.4.1986	67
12.4.1987	51
10.3.1988	45
11.5.1989	34
12.3.1990	59
2.4.1991	11

11

Sınıf	Sınıf Orta Noktaları (X)	% f	Ortalama	Varyans	Çarpıklık	Basıklık
[1]	[2]	[3]	[4]=[2]*[3]	[5]=[2]-(**40.05**)^2*[3]	[6]=[2]-(**40.05**)^3*[3]	[7]=[2]-(**40.05**)^4*[3]
10-20	15	0.09	1.35	56.48	-1414.70	35438.34
20-30	25	0.18	4.50	40.77	-613.60	9234.61
30-40	35	0.18	6.30	4.59	-23.18	117.07
40-50	45	0.27	12.15	6.62	32.75	162.10
50-60	55	0.18	9.90	40.23	601.45	8991.61
60-70	65	0.09	5.85	56.03	1397.83	34875.84
			40.05	**204.71**	**-19.46**	**88819.57**

Ortalama = 40.05

Varyans = 204.71

$$s_x = \sqrt{Varyans} = \sqrt{204.71} = 14.31$$

$$Cs_x = \frac{-19.46}{14.31^3} = -0.01 \qquad k_x = \frac{88819.57}{14.31^4} = 2,12$$

12

ÖNEMLİ OLASILIK DAĞILIM FONKSİYONLARI

Binom Dağılımı

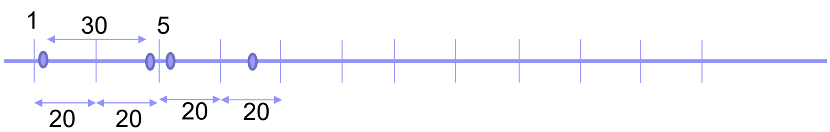
- Bir kesikli rastgele değişken için sadece 2 olay mevcutsa (olmak veya olmamak, ya da gerçekleşmek veya gerçekleşmemek gibi), ve bunların olasılıkları p ve q = 1 - p ile gösterilirse; n elemanlı bir örnek için olasılığı p olan olayın x defa görülmesi olasılığı:

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n(n-1)...(n-x+1)}{1.2...(x-1)x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

- Rastgele değişkene ait birbirinden bağımsız n deneme yapılması durumunda olasılığı p olan olayın x defa görülmesi olasılığı binom dağılımına uyar ve bu denemelere de istatistikte ***Bağımsız Bernoulli Denemeleri*** adı verilir.

13



14

Örnek

- Bir barajın dolu savağı 20 yıllık taşkın debisine göre boyutlandırıldığına göre, barajın 50 yıllık ömrü boyunca söz konusu debinin sırasıyla 0, 1, 2, 3 defa görülmesi olasılıklarını hesaplayınız.

- **Çözüm:**
- Debinin görülme olasılığı $\Rightarrow$ p = 1/20 = 0.05
- Debinin görülmeme olasılığı $\Rightarrow$ q = 1 - p = 1 - 0.05 = 0.95
- 50 yıl boyunca hiç görülmeme olasılığı $\Rightarrow$

$$P(0) = \binom{50}{0} 0.05^0 . 0.95^{50-0} = \frac{50!}{0!\,(50-0)!} 0.05^0 . 0.95^{50} = 0.077$$

- 50 yıl boyunca 1 defa görülme olasılığı $\Rightarrow$

$$P(1) = \binom{50}{1} 0.05^1 . 0.95^{50-1} = \frac{50!}{1!\,(50-1)!} 0.05^1 . 0.95^{49} = 0.202$$

15

- 50 yıl boyunca 2 defa görülme olasılığı $\Rightarrow$

$$P(2) = \binom{50}{2} 0.05^2 . 0.95^{50-2} = \frac{50!}{2!\,(50-2)!} 0.05^2 . 0.95^{48} = 0.261$$

- 50 yıl boyunca 3 defa görülme olasılığı $\Rightarrow$

$$P(3) = \binom{50}{3} 0.05^3 . 0.95^{50-3} = \frac{50!}{3!\,(50-3)!} 0.05^3 . 0.95^{47} = 0.220$$

16

Poisson Dağılımı

- Bir kesikli rastgele değişken için sadece 2 olay mevcut olsun(olmak veya olmamak, ya da gerçekleşmek veya gerçekleşmemek gibi),
- bunların olasılıkları p ve q = 1 - p ile gösterilsin.
- Ancak bu olaslıkılardan biri çok küçükse (p $\rightarrow$ 0), buna karşılık n deneme sayısı çok büyükse (n $\rightarrow \infty$) ve np çarpımı sonlu ise: n denemede olasılığı p olan olayın x defa görülmesi olasılığı:

$$P(x) = \frac{\lambda^x . e^{-\lambda}}{x!} \qquad \lambda = n.p$$

17

Örnek

- Bir barajın dolu savağı 1000 yıllık taşkın debisine göre boyutlandırıldığına göre, barajın 100 yıllık ömrü boyunca söz konusu debinin hiç görülmemesi veya 1 defa görülmesi olasılıklarını hesaplayınız.
- **Çözüm:**

n = 100 p = 1/1000 = 0.001

λ = n.p = 100 . 0.001 = 0.10

$$P(0) = \frac{\lambda^x . e^{-\lambda}}{x!} = \frac{0.10^0 . e^{-0.10}}{0!} = 0.905$$

$$P(1) = \frac{\lambda^x . e^{-\lambda}}{x!} = \frac{0.10^1 . e^{-0.10}}{1!} = 0.091$$

18

Geometrik Dağılım

- Bağımsız Bernoulli denemelerinde ilk başarının x inci denemede görülmesi olasılığı:

$$P(x) = q^{x-1}.p$$

- Bu dağılımın olasılık dağılım fonksiyonu ise:

$$F(x) = 1 - q^{x}$$

- şeklindedir.

19

Örnek

- Zar atma olayında, ilk atışta 6 gelmesi olasılığı, ilk defa ikinci atışta 6 gelme olasılığı ve ilk defa üçüncü atışta 6 gelme olasılığını hesaplayınız.

- **Çözüm:**

p = 1/6

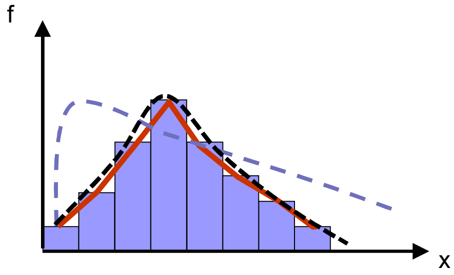
q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6

$$P(X=1) = q^{1-1}.p = (\frac{5}{6})^{0}.(\frac{1}{6}) = \frac{1}{6}$$

$$P(X=2) = q^{2-1}.p = (\frac{5}{6})^{1}.(\frac{1}{6}) = \frac{5}{36}$$

$$P(X=3) = q^{3-1}.p = (\frac{5}{6})^{2}.(\frac{1}{6}) = \frac{25}{216}$$

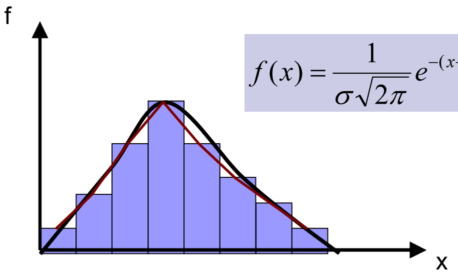
20



21

Sürekli Rastgele Değişkenlerin Dağılımları

Normal Dağılım (Gauss Dağılımı)



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} \qquad -\infty < x < \infty$$

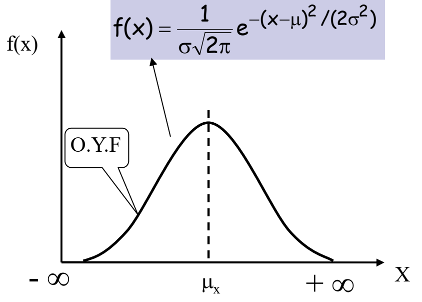
- Dağılımın iki parametresi vardır:
  - μ $(-\infty < \mu < \infty)$ (rastgele değişkenin ortalaması)
  - σ $(\sigma > 0)$ (rastgele değişkenin standart sapması)

22

Normal Dağılım (Gauss Dağılımı)

- **Normal dağılım simetrik bir dağılımdır.**
- $C_s = 0$ (Çarpıklık Katsayısı)
- k = 3 (kurtosis (basıklık) katsayısı)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$



23

Normal Dağılım (Gauss Dağılımı)

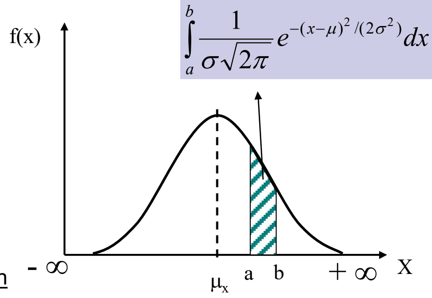
- Bir rastgele değişkenin **a** ve **b** arasında bir değer alma olasılığı:

$$\int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} dx$$

- Bu denklemin normal integrasyon teknikleri ile çözümü oldukça güçtür

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$ standart normal değişken

$$\int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} dx$$

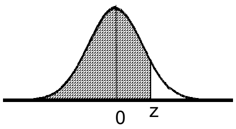


- Bu durumda normal dağılım, ortalaması **$\mu = 0$**, standart sapması **$\sigma = 1$** olan standart normal dağılım adını alır.

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \qquad -\infty < z < \infty$$

24

Normal Dağılım Tablosu



- **Standart Normal dağılım Eğrisi Altında Kalan Alan**

F(x) = P (Z ≤ z)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389

$p_{z=0.25} = 0.5987$

0,03

$z = 0.23 = 0.23$

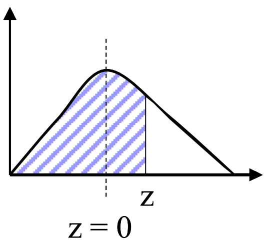
$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

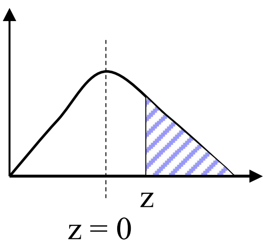
$p_{z=0.81} = 0.7910$

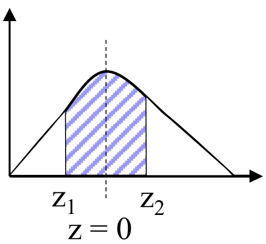
$p_{z=0.65} = 0.7422$

25

Normal Dağılım







$P(X < x) = P(Z < z)$

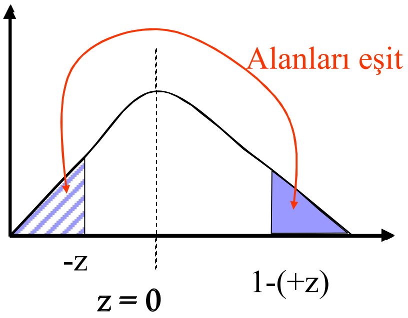
$P(X > x) = P(Z > z)$

$P(x_1 < X < x_2) = P(z_1 < Z < z_2)$

26

Normal Dağılım

- z nin (-) negatif değerleri Normal Dağılım tablosundan okunurken, dağılımın simetrikliğinden dolayı z nin (+) değerinin karşılığı tablodan okunur ve 1 den çıkarılır.



$z = 0{,}23 \Rightarrow p_{0,25} = 0{,}5910$

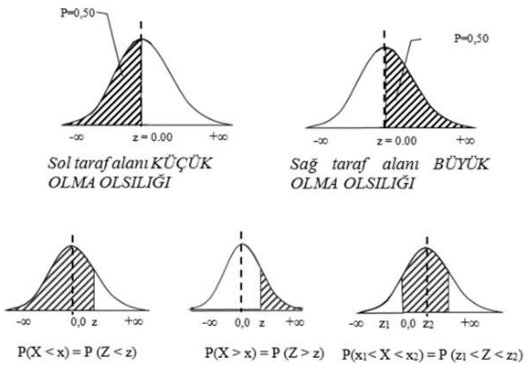
$z = -0{,}23 \Rightarrow p_{-0,23} = 1 - z(+0{,}23)$

$P_{-0,23} = 1 - 0{,}5910 = 0{,}409$

27

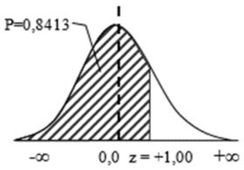
Tablo Okuma Uygulamaları

- Tablodan okunan değerler olasılık değerleridir (0,8413 = % 84,13)
- Tablodan okunan değerler daima sol taraf alanıdır (küçük olma olasılığı)
- Tabloda z ‘nin negatif değerleri yoktur. z nin negatif değerlerinin karşılığı olan alanları bulmak için z nin pozitif değeri okunur, okunan değer 1 ‘ den çıkartılır

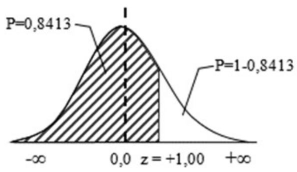


28

Tablo Okuma Uygulamaları



z = 1,00 için p = 0,8413



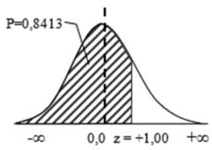
z = -1,00 için önce z = +1.00 in değeri okunur.

z = +1.00 için p = 0,8413 sonra 1'den çıkarılır.

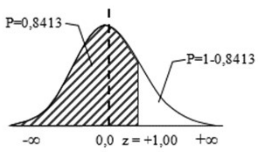
z =-1,00 = 1- 0,8413 =0,1587

29

Tablo Okuma Uygulamaları



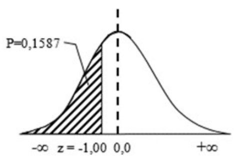
z = 1,00 için p = 0,8413



z = -1,00 için önce z = +1.00 in değeri okunur.

z = +1.00 için p = 0,8413 sonra 1'den çıkarılır.

z =-1,00 = 1- 0,8413 =0,1587



z = -1.00 için p = 0,1587 dir.

30

Tablo Okuma Uygulamaları

z belli iken olasılığın (p) bulunması

$z = 0{,}35$ için $p = 0{,}6368$ (sol taraf alanı, küçük olma olasılığı)
$z = 1{,}68$ için $p = 0{,}9535$ (sol taraf alanı, küçük olma olasılığı)
$z = 2{,}75$ için $p = 0{,}9970$ (sol taraf alanı, küçük olma olasılığı)

$z = -1{,}83$ için $p_{-1,83} = 1 - p_{+1,83} = 1-0{,}9664 = 0{,}0336$
$z = -1{,}42$ için $p_{-1,42} = 1 - p_{+1,42} = 1-0{,}9222 = 0{,}0778$
$z = -1{,}83$ için $p_{-1,83} = 1 - p_{+1,83} = 1-0{,}7734 = 0{,}2266$

Olasılık (p) belli iken z 'nin bulunması

$P = \%\ 75$	$p = 0{,}7500$	$z_{0,75} = 0{,}67$
$P = \%\ 99$	$p = 0{,}9900$	$z_{0,99} = 2{,}33$
$P = \%\ 95$	$p = 0{,}9500$	$z_{0,95} = 1{,}64$
$P = \%\ 90$	$p = 0{,}9000$	$z_{0,75} = 1{,}28$

$P = \%\ 25$ — $p = 0{,}2500$ (Tablo içerisinde bu değer yok. Tablodaki en küçük değer 0,50000 dir. O halde z negatiftir. Bu durumda

$1 - 0{,}25 = 0{,}75$ $z_{0,75} = 0{,}67$ $z_{0,25} = -\,0{,}67$

$P = \%\ 43$ — $p = 0{,}4300$ (Tablo içerisinde bu değer yok. Tablodaki en küçük değer 0,50000 dir. O halde z negatiftir. Bu durumda

$1 - 0{,}43 = 0{,}57$ $z_{0,57} = 0{,}18$ $z_{0,43} = -\,0{,}18$

31

ÖRNEK

Örnek İmal edilen ampullerin ortalama ömrü 800 saat, standart sapması 40 saattir. Ampulün ömrünün normal dağılım gösterdiği bilindiğine göre bir ampulün;

- 778 saatten daha fazla bir ömre,
- 778 saatten daha az bir ömre
- 834 saatten daha fazla bir ömre
- 834 saatten daha az bir ömre
- 778 saat ile 834 saat arasında bir ömre sahip olması olasılığını

bulunuz.

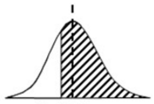
32

Çözüm

a) X = 778 sa $z = \frac{x-\mu_X}{\sigma_X} = \frac{778-800}{40} = -0.55$

F(- 0.55) = 1 - F(0.55) = 1 - 0.7088 = 0.2912

P(X > 778) = 1- F(-0.55) = 1 - 0.2912 = 0.7088 ≅ % 71

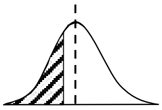


X = 778
z = - 0.55

b) X = 778 sa $z = \frac{x-\mu_X}{\sigma_X} = \frac{778-800}{40} = -0.55$

F(- 0.55) = 1 - F(0.55) = 1 - 0.7088 = 0.2912

P(X < 778) = F(-0.55) = 0.2912 ≅ % 29



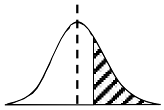
X = 778
z = - 0.55

c)

X = 834 sa $z = \frac{x-\mu_X}{\sigma_X} = \frac{834-800}{40} = 0.85$

F(0.85) = 0.8023

P(X > 834) = 1- F(0.85) = 1 - 0.8023 = 0.1977 ≅ % 20



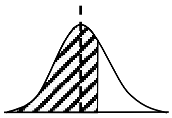
X = 834
z = 0.85

d)

X = 834 sa $z = \frac{x-\mu_X}{\sigma_X} = \frac{834-800}{40} = 0.85$

F(0.85) = 0.8023

P(X < 834) = F(0.85) = 0.8023 ≅ % 80



X = 834
z = 0.85

e) X_1 = 778 sa $z_1 = \frac{x_1-\mu_X}{\sigma_X} = \frac{778-800}{40} = -0.55$

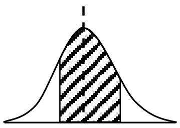
X_2 = 834 sa $z_2 = \frac{x_2-\mu_X}{\sigma_X} = \frac{834-800}{40} = 0.85$

F(- 0.55) = 1 - F(0.55) = 1 - 0.7088 = 0.2912

F(0.85) = 0.8023

P(778 < X < 834) = F(0.85) - F(-0.55)

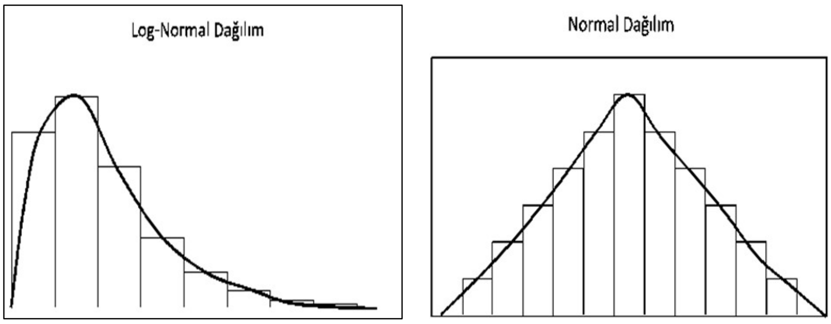
P(778 < X < 834) = 0.8023 - 0.2912 = 0.5111 ≅ % 51



X_1 = 778 X_2 = 834
z_2 = - 0.55 z_2 = 0.85

Sürekli Rastgele Değişkenlerin Dağılımları

Log-Normal Dağılım



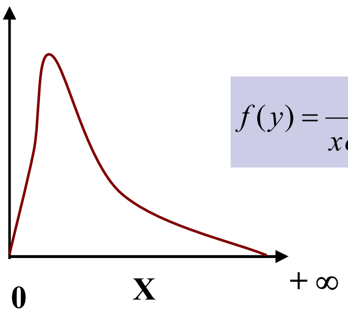
35

Sürekli Rastgele Değişkenlerin Dağılımları

Log-normal Dağılım

- Rastgele değişkene **y = ln (x)** şeklinde logaritmik dönüşüm uygulandığında dönüştürülmüş **Y** değişkeninin dağılımı normal ise **X** değişkeninin dağılımı lognormaldir

  - $x \geq 0$
  - Cs > 0
  - Normal dağılım tablosu kullanılır



$$f(y) = \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-[\ln(x)-\mu_y]^2/(2\sigma_y^2)} \qquad x \geq 0$$

$$\mu_y = \ln\left[\frac{\mu_x}{\left(\frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2}+1\right)^{1/2}}\right] \qquad \sigma_y = \left[\ln\left(\frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2}+1\right)\right]^{1/2}$$

36

ÖRNEK

Bir yağış ölçeğinden elde edilen yıllık ortalama yağışlara ait ölçüm sonuçları tabloda verilmiştir.

a) Normal Dağılıma

b) Log-Normal Dağılıma

göre herhangi bir yılda yıllık ortalama yağışın 200 ila 300 mm arasında kalma olasılığını bulunuz.

Yıllar	Yılık Yağış (mm) (X)
1986	250
1987	180
1988	270
1989	240
1990	190
1991	210
1992	170
1993	240
1994	260
1995	220

37

ÇÖZÜM

a) Normal Dağılıma göre :

Normal Dağılım için Parametreler hesaplanır:

	Yılık Yağış (mm)	
	X	$(x_1 - \mu_x)^2$
1986	240	100
1987	190	1600
1988	280	2500
1989	240	100
1990	190	1600
1991	200	900
1992	170	3600
1993	290	3600
1994	280	2500
1995	220	100
∑x =	2300	16600

$$\mu_x = E_x = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{2300}{10} = 230\ mm$$

$$Var_x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{16600}{10} = 1660\ mm^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{Var_x} = \sqrt{1660} = 40{,}74\ mm$$

38

$$x_1 = 200 \text{ mm} \Rightarrow z_1 = \frac{x_1-\mu_x}{\sigma_x} = \frac{200-230}{41} = -0{,}91 \;;$$
$$x_2 = 300 \text{ mm} \Rightarrow z_2 = \frac{2-\mu_x}{\sigma_x} = \frac{300-230}{41} = 2{,}13 \;;$$

$$P(200 < X < 300) = F(2.13) - F(-0.91) = F(2.13) - (1 - F(+0.91))$$
$$= 0.9834 - (1 - 0.8186) = 0.802 = \%\ 80$$

39

b) Log-Normal Dağılıma göre:

Log-normal dağılım için y = ln(x) dönüşümü yapılarak y değerlerinin parametreleri hesaplanır:

	Yıllık Yağış (mm) X	y=ln x	$(y-\mu_y)^2$
	240	5.481	0.003
	190	5.247	0.031
	280	5.635	0.045
	240	5.481	0.003
	190	5.247	0.031
	200	5.298	0.015
	170	5.136	0.082
	290	5.670	0.061
	280	5.635	0.045
	220	5.394	0.001
Σy =		54,223	0,318

$$\mu_y = E_y = \bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i = \frac{54{,}223}{10} = 5.422$$

$$Var_y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 = \frac{0{,}318}{10} = 0{,}032$$

$$\sigma_y = \sqrt{Var_y} = \sqrt{0{,}032} = 0{,}178$$

40

$$x_1 = 200 \text{ mm} \Rightarrow y_1 = \ln(200) = 5.30 \quad \Rightarrow z_1 = \frac{y_1 - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{5{,}30 - 5{,}422}{0{,}178} = -0{,}69$$

$$x_2 = 300 \text{ mm} \Rightarrow y_2 = \ln(300) = 5{,}70 \quad \Rightarrow z_2 = \frac{y_2 - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{5{,}70 - 5{,}422}{0{,}178} = 1{,}58$$

$$P(200 < X < 300) \quad = P(5.70 < Y < 5{,}30) = F(1.58) - F(-0.69)$$

$$= F(1.58) - (1 - F(+0.69)) = 0.9429 - (1 - 0.7549) = 0.698 = \%\ 70$$

41

ÖRNEK

Örnek: Bir yağış ölçeğinden elde edilen yıllık ortalama yağışlara ait ölçüm sonuçları tabloda verilmiştir.

- Normal Dağılıma
- Log-Normal Dağılıma

göre herhangi bir yılda yıllık ortalama yağışın 300 ila 450 mm arasında kalma olasılığını bulunuz.

Yıllar	Yılık Yağış (mm) (X)
1986	220
1987	350
1988	460
1989	520
1990	640
1991	540
1992	320
1993	180
1994	300
1995	410

42

ÇÖZÜM

- a) Normal Dağılıma göre :

Normal Dağılım için Parametreler hesaplanır:

	Yıllık Yağış (mm) X	$(x-\bar{x})^2$
1986	220	30276
1987	350	1936
1988	460	4356
1989	520	15876
1990	640	60516
1991	540	21316
1992	320	5476
1993	180	45796
1994	300	8836
1995	410	256
Σx =	3940	194640

$$\mu_x = E_x = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{3940}{10} = 394 \text{ mm}$$

$$Var_x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{194640}{10} = 19464 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{Var_x} = \sqrt{19464} = 140 \text{ mm}$$

$$x_1 = 300 \text{ mm} \Rightarrow z_1 = \frac{x_1 - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{300-394}{140} = -0.67$$

$$x_2 = 450 \text{ mm} \Rightarrow z_2 = \frac{x_2 - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{450-394}{140} = 0.40$$

P(300<X<450) = F(0.40) - F(-0.67) = F(0.40) - (1 - F(+0.67))
= 0.6554 - (1 - 0.7486) = 0.404 = % 40

43

- b) Log-Normal Dağılıma göre:

Log-normal dağılım için y = ln(x) dönüşümü yapılarak y değerlerinin parametreleri hesaplanır:

	y=ln x	$(y-\bar{y})^2$
	5,394	0,264
	5,858	0,002
	6,131	0,050
	6,254	0,120
	6,461	0,307
	6,292	0,148
	5,768	0,019
	5,193	0,510
	5,704	0,041
	6,016	0,012
Σy =	59,071	1,474

$$\mu_y = E_y = \bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i = \frac{59.071}{10} = 5.907$$

$$Var_y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 = \frac{1.474}{10} = 0.147$$

$$\sigma_y = \sqrt{Var_y} = \sqrt{0.147} = 0.384$$

$$x_1 = 300 \text{ mm} \Rightarrow y_1 = \ln(300) = 5.704 \Rightarrow z_1 = \frac{y_1 - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{5.704-5.907}{0.384} = -0.53$$

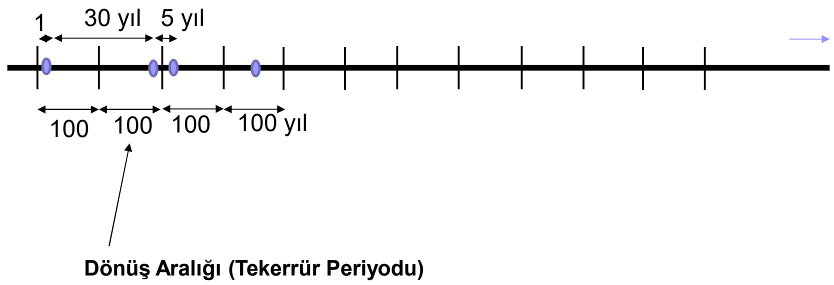
$$x_2 = 450 \text{ mm} \Rightarrow y_2 = \ln(450) = 6.109 \Rightarrow z_2 = \frac{y_2 - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{6.109-5.907}{0.384} = 0.53$$

P(300<X<450) = P(5.704<Y<6.109) = F(0.53) - F(-0.53) = F(0.53) - (1 - F(+0.53))
= 0.7019 - (1 - 0.7019) = 0.404 = % 40

44

Ekstrem Değer Dağılımları

Dönüş Aralığı (Tekerrür Periyodu)



45

Ekstrem Değer Dağılımları

- **Dönüş Aralığı (Tekerrür Periyodu)**

$$p + q = 1.0 \qquad p = 1- q$$

$$p = 1/Tr \qquad q = 1 – (1/Tr)$$

- p aşılma olasılığı
- q aşılmama olasılığı
- Tr tekerrür periyodu

46

Ekstrem Değer Dağılımları

Proje Periyodu ve Risk

- Proje hesaplarında gözönüne alınan **Tr** yıllık taşkın debisinin proje periyodu olan **n** yıllık bir süre içinde **p_n** ile gösterilen bir aşılma olasılığı vardır ki bu olasılık kabul edilebilecek risk 'i ifade etmekte olup ekonomik düşüncelerle belirlenecek olan bir proje kriteridir.
-
- Dönüş Aralığı **Tr** yıl olan bir debinin **n** yıl boyunca hiç aşılmaması olasılığı;

$$p_n = 1 - \left(1 - \frac{1}{Tr}\right)^n$$

- aşılması olasılığı ise;

$$p_n = 1 - \left(1 - \frac{1}{Tr}\right)^n$$

47

Ekstrem Değer Dağılımları

Sıralanmış Örnek	Rank (m)	Frekans			Dönüş Aralığı			Risk		
		California	Weibull	Hazen	California	Weibull	Hazen	California	Weibull	Hazen
		m/n	m/(n+1)	(2m-1)/2n	n/m	(n+1)/m	2n/(2m-1)	$1-(1-1/Tr)^N$	$1-(1-1/Tr)^N$	$1-(1-1/Tr)^N$
435	1	0.083	0.077	0.042	12.0	13.0	24.0	0.648	0.617	0.400
345	2	0.167	0.154	0.125	6.0	6.5	8.0	0.888	0.865	0.799
256	3	0.250	0.231	0.208	4.0	4.3	4.8	0.968	0.957	0.939
234	4	0.333	0.308	0.292	3.0	3.3	3.4	0.992	0.988	0.984
167	5	0.417	0.385	0.375	2.4	2.6	2.7	0.998	0.997	0.996
154	6	0.500	0.462	0.458	2.0	2.2	2.2	1.000	0.999	0.999
127	7	0.583	0.538	0.542	1.7	1.9	1.8	1.000	1.000	1.000
120	8	0.667	0.615	0.625	1.5	1.6	1.6	1.000	1.000	1.000
90	9	0.750	0.692	0.708	1.3	1.4	1.4	1.000	1.000	1.000
87	10	0.833	0.769	0.792	1.2	1.3	1.3	1.000	1.000	1.000
56	11	0.917	0.846	0.875	1.1	1.2	1.1	1.000	1.000	1.000
45	12	1.000	0.923	0.958	1.0	1.1	1.0	1.000	1.000	1.000

- n = serideki eleman sayısıdır (örneğimizde n=12 dir)

48

Ekstrem Değer Dağılımları

- Log-Normal Dağılım
- Gumbel Dağılımı
- Pearson Tip III Dağılımı
- Log-Pearson Tip III Dağılımı

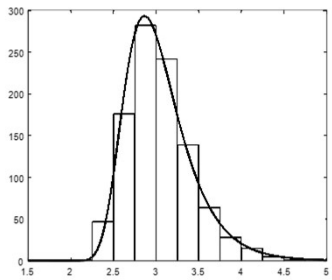
49

Ekstrem Değer Dağılımları

GUMBEL DAĞILIMI (Fisher Tippett I) (Eksterm Değer Dağılımı Tip I)

- **Dağılımın genel OYF'u:**

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x-\mu}{\beta}} e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\beta}}}$$



- **Dağılımın yer parametresi μ = 0 ölçek parametresi β = 1 alınırsa STANDART GUMBEL DAĞILIMI'nın OYF'si:**

$$f(x) = e^{-x} e^{-e^{-x}}$$

50

Ekstrem Değer Dağılımları

- **Gumbel Dağılımı (Fisher Tippett I)**

- Dağılımın OYF'u ve Tekerrür periyodu $q = e^{-e^{-y}}$

$$q = 1 - p$$

$$y = a\,(X - X_o)$$

- Büyük örnekler için (N > 30) $a = \dfrac{1.28255}{\sigma_x}$ $\quad X_o = \mu_x - 0.45\,\sigma_x$

- Küçük örnekler için (N ≤ 30) $a = \dfrac{\sigma_n}{\sigma_x}$ $\quad X_o = \mu_x - \bar{Y}_n \dfrac{\sigma_x}{\sigma_n}$

51

Gumbel Dağılımı (Fisher Tippett I)

N	$\bar{Y}_n$	σ_n
0	0.4952	0.9496
10	0.4952	0.9496
11	0.4997	0.9675
12	0.5035	0.9833
13	0.5070	0.9971
14	0.5100	1.0095
15	0.5129	1.0206
16	0.5154	1.0306
17	0.5177	1.0397
18	0.5198	1.0481
19	0.5218	1.0558
20	0.5235	1.0628
21	0.5252	1.0694
22	0.5267	1.0755
23	0.5282	1.0812
24	0.5296	1.0865
25	0.5308	1.0914
26	0.5320	1.0962
27	0.5333	1.1005
28	0.5342	1.1047
29	0.5353	1.1086
30	0.5362	1.1124
∞	0,4500	1,2826

52

Ekstrem Değer Dağılımları

Pearson Tip III Dağılımı

Frekans faktörü

$$X = \mu_X + K.\sigma_X$$

1/p

1/T

T Dönüş Aralığı (yıl):	1,0101	1,0526	1,1111	1,25	2	5	10	[illegible]	25	40	50	100	200	1000
Aşılma Olasılığı (p) (%):	99	95	90	80	50	20	10	5	4	2,5	2	1	0,5	0,1
Cs_x														
3,0	-0,667	-0,665	-0,660	-0,636	-0,396	0,420	1,180	2,003	2,278	2,867	3,152	4,051	4,970	7,152
2,9	-0,690	-0,688	-0,681	-0,651	-0,390	0,440	1,195	2,007	2,277	2,855	3,134	4,013	4,909	7,034
2,8	-0,714	-0,711	-0,702	-0,666	-0,384	0,460	1,210	2,010	2,275	2,841	3,114	3,973	4,847	6,915
2,7	-0,740	-0,736	-0,724	-0,681	-0,376	0,479	1,224	2,012	2,272	2,827	3,093	3,932	4,783	6,794

53

ÖRNEK 1)

12 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin ortalaması **18 m³/s**, standart sapması ise **3 m³/s** olarak hesaplanmıştır. **Normal Dağılım** kullanarak **100** yıl tekerrürlü taşkın pikini bulunuz.

Çözüm 1:

$\mu_x = 18$ $\sigma_x = 3$

Tr = 100 yıl $\Rightarrow p = \frac{1}{100} = 0.01$ 1- 0.01 = 0.99 $\Rightarrow$ z = K = 2.33 Normal Dağılım Tablosundan

$$z = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \qquad X = \mu_x + z \times \sigma_x$$

$$Q_{100} = \mu_x + z \times \sigma_x = 18 + 2.33 \times 3 = \mathbf{25} \;\; \boldsymbol{m^3/s}$$

54

ÖRNEK 2)

18 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin **y=ln(x)** dönüşümü yapıldıktan sonra ortalaması **4**, standart sapması ise **0.8** olarak hesaplanmıştır. **Log-Normal Dağılım** kullanarak **50** yıl tekerrürlü taşkın pikini bulunuz.

Çözüm 2:

$y = \ln(x) \rightarrow X = e^y$

$y = \log(x) \rightarrow X = 10^y$

y = ln(x) $\quad \mu_y = 4 \quad \sigma_y = 0.8$

Tr = 50 yıl $\Rightarrow \quad p = \frac{1}{50} = 0.02$

Normal dağılım tablosu sol taraf alanlarına göre düzenlendiğinden

1 - 0.02 = 0.98 $\Rightarrow$ z = K = 2.055 (Normal Dağılım Tablosundan)

(z=2,05 veya z=2,06 da alabilirsiniz. Ya da ikisinin ortalamasını da alabilirsiniz.)

$$Y = \mu_y + z \times \sigma_y = 4 + 2.055 \times 0{,}8 = 5.644 \Rightarrow Q_{50} = e^{5{,}644} = \mathbf{283} \quad \boldsymbol{m^3/s}$$

55

ÖRNEK 3)

28 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin **y=ln(x)** dönüşümü yapıldıktan sonra ortalaması **2.6** , standart sapması ise **0.2** olarak hesaplanmıştır. **Log-Normal Dağılım** kullanarak **21 m^3/s** lik bir debinin **kaç yılda bir gözleneceğini** bulunuz.

Çözüm 3:

y = ln(x) $\quad \mu_y$ **= 2,6** $\quad \sigma_y$ **= 0.2**

$$z = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{ln(21) - 2.6}{0.2} = 2{,}22$$ z = 2,22 için q = 0,9868

p = 1 - q = 1 - 0,9868 = 0.0132 Tr = 1 / 0.0132 = **76 yıl**

56

ÖRNEK 4)

22 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin **y=log(x)** dönüşümü yapıldıktan sonra ortalaması **1,23** , standart sapması ise **0,08** olarak hesaplanmıştır. **Log-Normal Dağılım** kullanarak **25 m³/s** lik bir debinin **kaç yılda bir tekrarlanacağını** bulunuz.

Çözüm 4:

y = log(x) μ_y = **1,23** σ_y = **0,08**

$$z = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{\log(25) - 1.23}{0.08} = 2{,}099$$

z = 2,10 için q = 0,9821

p = 1 - q = 1 - 0.9821 = 0.0179 Tr = 1 / 0.0179 = **56 yıl**

57

ÖRNEK 5)

22 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin ortalaması **28 m³/s**, standart sapması ise **9 m³/s** olarak hesaplanmıştır. **Gumbel Dağılımı** kullanarak **56,3 m³/s** lik bir debinin **kaç yılda bir tekrarlanacağını** bulunuz.

Çözüm 5:

μ_x = **28** σ_x = **9**

N $\leq$ 30 olduğundan tablo kullanılır. N = 22 için $\Rightarrow$ σ_n = 1,075 $\bar{Y}_n = 0{,}527$

$$a = \frac{\sigma_n}{\sigma_x} = \frac{1.075}{9} = 0{,}1194 \qquad X_o = \mu_x - \bar{Y}_n \frac{\sigma_x}{\sigma_n} = 28 - 0{,}527\frac{9}{1.075} = 23{,}588$$

$$y = a(X - X_0) = 0.1194(56{,}3 - 23{,}588) = 3{,}906$$

$$q = e^{-e^{-y}} = e^{-e^{-3{,}906}} = 0{,}980 \qquad Tr = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-0{,}980} = \mathbf{50\ yıl}$$

58

ÖRNEK 6)

27 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin ortalaması **152 m³/s**, standart sapması ise **43 m³/s** olarak hesaplanmıştır. **Gumbel dağılımını** kullanarak **50**, **100** ve **1000** yıl **tekerrürlü taşkın piklerini** bulunuz.

Çözüm 6:

N = 27 yıl $\mu_x = 152\ m^3/s$ $\sigma_x = 43\ m^3/s$

$N \leq 30$ olduğundan tablo kullanılır. N = 27 için $\Rightarrow$ $\sigma_n = 1.101$ $\bar{Y}_n = 0.533$

$$a = \frac{\sigma_n}{\sigma_x} = \frac{1.101}{43} = 0.0256$$

$$X_o = \mu_x - \bar{Y}_n \frac{\sigma_x}{\sigma_n} = 152 - 0.533 \frac{43}{1.101} = 131.18$$

59

$$y = a(X - X_0) = 0.0256(X - 131.18)$$

$$q = e^{-e^{-y}} = e^{-e^{-(0.0256(X-131.18))}}$$

$$\boxed{X = Q = -\frac{\ln(-\ln q)}{0.0256} + 131.18}$$

a) T = 50 yıl $q = 1 - \frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{50} = 0.98$

$$Q_{50} = -\frac{ln(-\ln(0.98))}{0.0256} + 131.18 = \mathbf{283}\ \ \boldsymbol{m^3/s}$$

60

b) T = 100 yıl $q = 1 - \frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{100} = 0.99$

$$Q_{100} = -\frac{ln(-\ln(0.99))}{0.0256} + 131.18 = \mathbf{311}\ \ \boldsymbol{m^3/s}$$

c) T = 1000 yıl $q = 1 - \frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{1000} = 0.9999$

$$Q_{1000} = -\frac{ln(-\ln(0.999))}{0.0256} + 131.18 = \mathbf{418}\ \ \boldsymbol{m^3/s}$$

61

ÖDEV 7)

32 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin ortalaması **18 m³/s**, standart sapması **3 m³/s** , çarpıklık katsayısı ise **1.6** olarak hesaplanmıştır. **Pearson Tip III Dağılımı** kullanarak **34,113 m³/s** lik bir debi kaç yılda bir tekrarlanacağını bulunuz.

Çözüm 7:

μ_x = **18** σ_x = **3** Cs_x = **1.6**

$K = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X} = \frac{34{,}113-18}{3} = 5{,}371$ K = 5,371 için T = **1000 yıl** (Tablodan)

Tr →		1000
Cs		
3,0		
2,9		
.		
↓		
.		
1,6 →	→	5,371

Pearson Tip III Tablosundan Okuma

62

ÖDEV 8)

50 yıllık kaydedilmiş değerleri bulunan taşkın serisinin ortalaması **246 m³/s**, standart sapması **140 m³/s**, Çarpıklık katsayısı ise **1.2** olarak hesaplanmıştır. <u>Y = log (X)</u> dönüşümü yapıldıktan sonraki ortalama **2.33 m³/s** standart sapma **0.24 m³/s**, çarpıklık katsayısı ise **0.18** olarak elde edilmiştir. **Pearson Tip III ve Log-Pearson Tip III** dağılımlarını kullanarak **100** ve **1000** yıl tekerrürlü taşkın piklerini bulunuz.

Çözüm 8:

$\bar{x}$ = 246 m³/s y = log(X); $\bar{y}$ = 2.33 m³/s

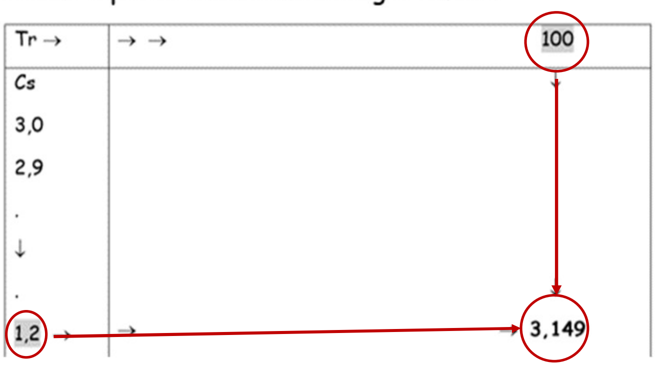
σ_x = 140 m³/s σ_y = 0.24 m³/s

Cs_x = 1.2 Cs_y = 0.18

<u>T = 100 yıl</u>

T = 100 ve Cs_x = 1.2 için K = 3.149 (Tablodan)

Paerson Tip III Tablosundan değer okuma



$$Q_{100} = X = \mu_x + K \times \sigma_x = 246 + 3.149 \times 140 = \mathbf{687}\ \boldsymbol{m^3/s}$$

T = 1000 yıl

T = 1000 ve Cs_x = 1.2 için K = 4.815 (Tablodan)

Paerson Tip II Tablosundan değer okuma

Tr →	→ →	1000
Cs		↓
3,0		
2,9		
.		
↓		
.		
1,2 →	→	4,815

$$Q_{100} = X = \mu_x + K \times \sigma_x = 246 + 4.815 \times 140 = \mathbf{920}\ \boldsymbol{m^3/s}$$

65

T = 100 yıl $\Rightarrow$ $p = \frac{1}{100} = 0.01$

p = 0.01 T = 100 ve Cs_y = 0.18 = 0.2 için K = 2.472 (Tablodan)

Pearson Tip III Tablosundan okuma

Tr →	→ →	100
Cs		↓
3,0		
2,9		
.		
↓		
.		
0,2 →	→	2,472

$$Y = \mu_y + K \times \sigma_y = 2.33 + 2.472 \times 0.24 = 2.923$$

y=log(x) olduğu için : $Q_{100} = 10^{2.923} = \mathbf{838}\ \boldsymbol{m^3/s}$

66

T = 1000 yıl $\Rightarrow$ $p = \frac{1}{1000} = 0.001$

p = 0.001 T = 1000 ve Cs_y = 0.18 = 0.2 için K = 3.377 (Tablodan)

Pearson Tip III Tablosundan okuma

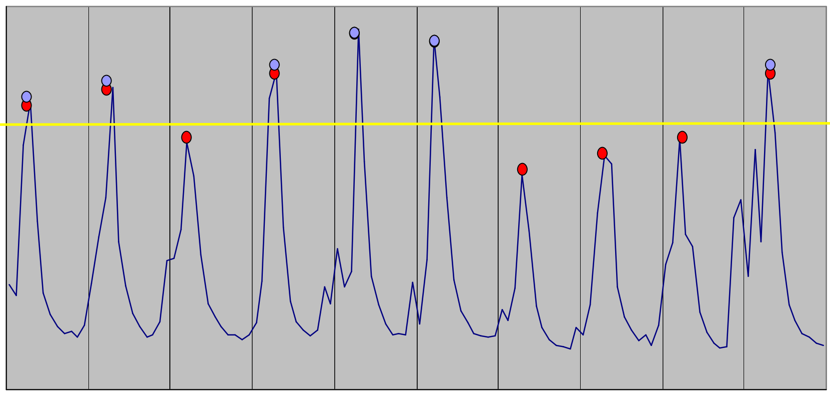
Tr →	→ →	1000
Cs		↓
3,0		
2,9		
.		
↓		
.		↓
0,2 →	→	→ 3,377

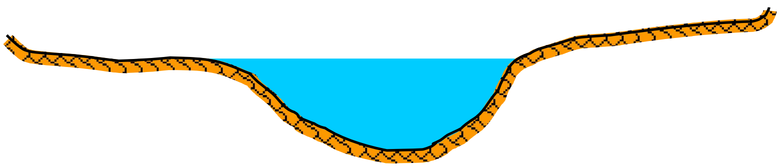
$$Y = \mu_y + K \times \sigma_y = 2.33 + 3.377 \times 0.24 = 3.141$$

$$Q_{1000} = 10^{3.141} = \mathbf{1384\ m^3/s}$$

67

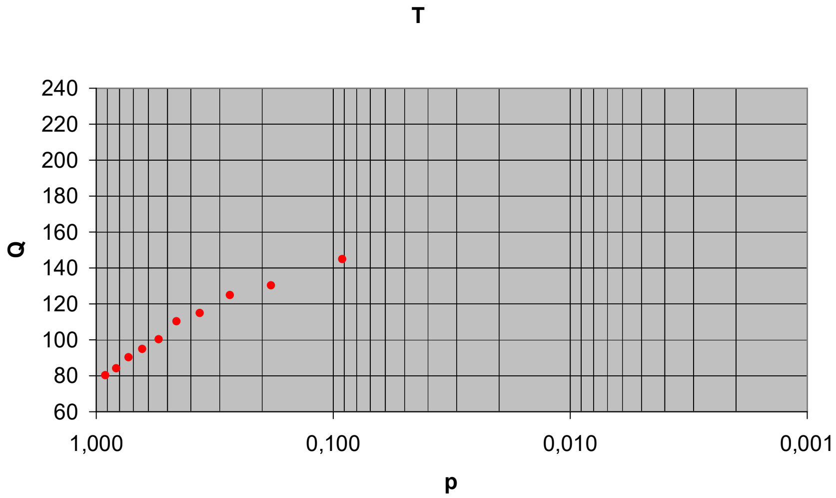
Ekstrem Değer Dağılımları





68

Ekstrem Değer Dağılımları

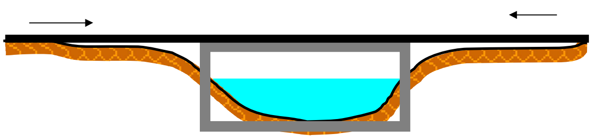


69

Ekstrem Değer Dağılımları

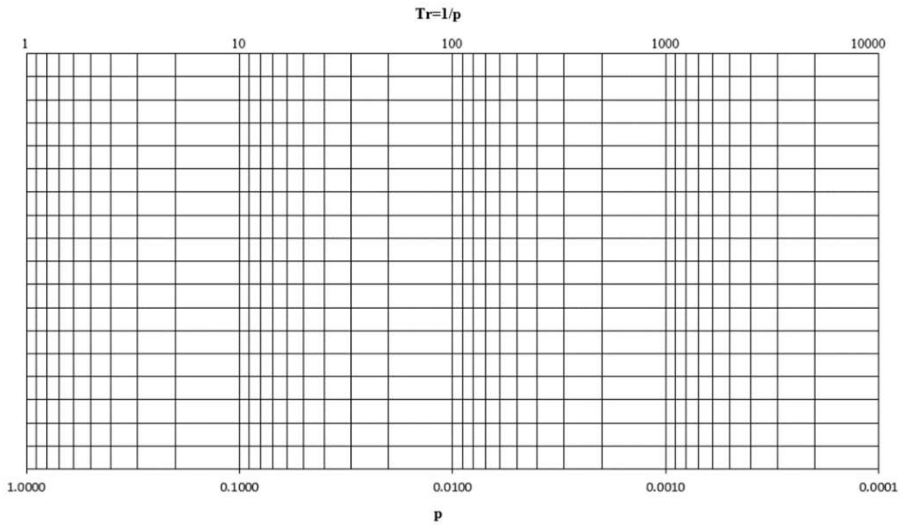
Örnek : Bir istasyonda kaydedimiş 10 yıllık maksimum akımlar aşağıda verilmiştir. Normal, Log-Normal, Gumbel, Pearson Tip III ve Log-Pearson Tip III dağılımlarını kullanarak;

a) 50 ve 100 yıl tekerrürlü gelmesi muhtemel akımı
b) 176 m^3/s değerinde bir akımın gelebileceği tekerrür periyodunu belirleyiniz



Tarih	12/3/1986	3/4/1987	5/2/1988	15/4/1989	27/1/1990	16/3/1991	1/4/1992	16/2/1993	17/4/1994	21/3/1995
Qp (m^3/s)	94	123,5	108,5	87,9	128,8	148,5	98,8	89,3	113,6	81

70



71

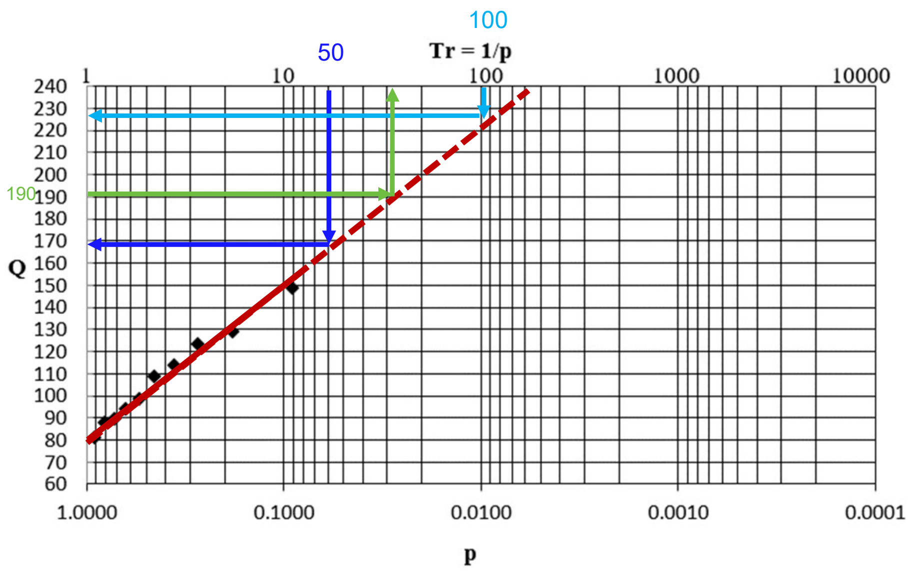
Ekstrem Değer Dağılımları

Olasılık Noktalama Kağıdı ile Çözüm

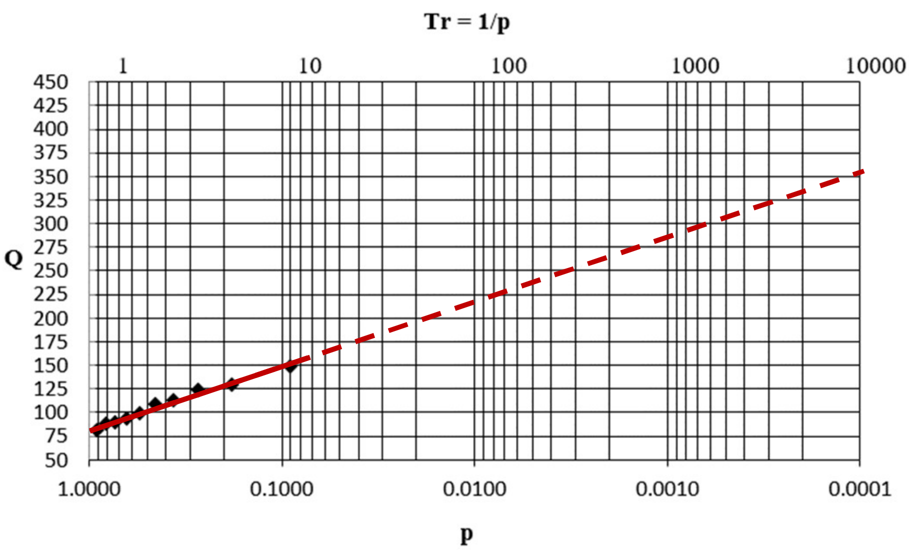
Weibull

Q	Rank m	p m/(n+1)
148.5	1	0,09
128.8	2	0,18
123.5	3	0,27
113.6	4	0,36
108.5	5	0,45
98.8	6	0,55
94.0	7	0,64
89.3	8	0,73
87.9	9	0,82
81.0	10	0,91

72


100
50
Tr = 1/p
1
10
100
1000
10000
240
230
220
210
200
190
190
180
170
Q
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
1.0000
0.1000
0.0100
0.0010
0.0001
p

73


Tr = 1/p
1
10
100
1000
10000
450
425
400
375
350
325
300
275
Q
250
225
200
175
150
125
100
75
50
1.0000
0.1000
0.0100
0.0010
0.0001
p

74

ÖRNEK

- Bir istasyonda kaydedimiş 10 yıllık maksimum akımlar aşağıda verilmiştir. Normal, Log-Normal, Gumbel, Pearson Tip III ve Log-Pearson Tip III dağılımlarını kullanarak;
- 50 ve 100 yıl tekerrürlü gelmesi muhtemel akımı
- 176 m³/s değerinde bir akımın gelebileceği tekerrür periyodunu belirleyiniz

Yıl	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Qp (m^3/s)	94.0	123.5	108.5	87.9	128.8	148.5	98.8	89.3	113.6	81.0

75

ÇÖZÜM

Yıl	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	μ	σ	Cs
Qp (m^3/s)	94.0	123.5	108.5	87.9	128.8	148.5	98.8	89.3	113.6	81.0	**107.4**	**21.366**	**0.7**
log(Qp) (m^3/s)	1.97	2.09	2.04	1.94	2.11	2.17	1.99	1.95	2.06	1.91	**2.023**	**0.086**	**0.4**

a) Normal Dağılım **Tr = 50 yıl** $\Rightarrow \quad p = \dfrac{1}{50} = 0.02$

Normal dağılım tablosu sol taraf alanlarına göre düzenlendiğinden

1 - 0.02 = 0.98 $\Rightarrow$ z = K = 2.055 (Normal Dağılım Tablosundan)

$$Q_{50} = X = \mu_x + z \times \sigma_x = 107{,}4 + 2{,}055 \times 21{,}366 = \mathbf{151}\ \boldsymbol{m}^3/\boldsymbol{s}$$

Tr = 100 yıl $\Rightarrow \quad p = \dfrac{1}{100} = 0.01$

1- 0.01 = 0.99 $\Rightarrow$ z = K = 2.33 (Normal Dağılım Tablosundan)

$$Q_{100} = X = \mu_x + z \times \sigma_x = 107{,}4 + 2{,}33 \times 21{,}366 = \mathbf{157}\ \boldsymbol{m}^3/\boldsymbol{s}$$

76

Log-Normal Dağılım **Tr = 50 yıl** $p = \frac{1}{50} = 0.02$

Normal dağılım tablosu sol taraf alanlarına göre düzenlendiğinden

1 - 0.02 = 0.98 $\Rightarrow$ z = K = 2.055 (Normal Dağılım Tablosundan)

$$Y = \mu_y + z \times \sigma_y = 2{,}023 + 2{,}055 \times 0{,}086 = \mathbf{2,199} \quad \rightarrow \quad Q_{50} = 10^{2{,}199} = \mathbf{158} \quad \boldsymbol{m^3/s}$$

Tr = 100 yıl $\Rightarrow$ $p = \frac{1}{100} = 0.01$

1- 0.01 = 0.99 $\Rightarrow$ z = K = 2.33 (Normal Dağılım Tablosundan)

$$Y = \mu_y + z \times \sigma_y = 2{,}023 + 2{,}33 \times 0{,}086 = \mathbf{2,223} \quad \rightarrow \quad Q_{50} = 10^{2{,}223} = \mathbf{167} \quad \boldsymbol{m^3/s}$$

77

Gumbel (Ekstrem Değer) Dağılımı

N = 10 yıl $\Rightarrow$ N < 30 olduğu için $\bar{Y}_n = 0{,}495 \quad \sigma_n = 0{,}9496$

$$a = \frac{\sigma_n}{\sigma_x} = \frac{0.9496}{21.366} = 0.044 \qquad X_o = \bar{X} - \bar{Y}_n \frac{\sigma_x}{\sigma_n} = 107.4 - 0.495 \frac{21.366}{0.9496} = 96.26$$

y = a(X - X_o) = 0.044 (X - 96.26)

$$q = e^{-e^{-0.044(X-96.26)}} \Rightarrow \ln(-\ln q) = -0.044(X - 96.26)$$

$$Q = X = -\frac{\ln(-\ln q)}{0.044} + 96.26$$

$$q = 1 - \frac{1}{50} = 0.98 \quad \Rightarrow \quad Q_{50} = -\frac{\ln(-\ln 0.98)}{0.044} + 96.26 = \mathbf{184.05} \ \boldsymbol{m^3/s}$$

$$q = 1 - \frac{1}{100} = 0.99 \quad \Rightarrow \quad Q_{100} = -\frac{ln\,(-\ln 0.99)}{0.044} + 96.26 = \mathbf{200} \ \boldsymbol{m^3/s}$$

78

Pearson Tip III Dağılımı

Tr = 50 Cs = 0.7 K = 2.407 (Tablodan)

$Q_{50} = 107.4 + 2.407 \times 21.366 = \mathbf{159}\ m^3/s$

Tr = 100 Cs = 0.7 K = 2.824 (Tablodan)

$Q_{100} = 107.4 + 2.824 \times 21.366 = \mathbf{168}\ m^3/s$

79

Log-Pearson Tip III Dağılımı

Tr = 50 Cs = 0.1 K = 2.107 (Tablodan)

$\log(Q_{50}) = 2.023 + 2.107 \times 0.086 = 2.204 \Rightarrow Q_{100} = 10^{2.204} = \mathbf{160}\ m^3/s$

Tr = 100 Cs = 0.1 K = 2.400 (Tablodan)

$\log(Q_{100}) = 2.023 + 2.400 \times 0.086 = 2.239 \Rightarrow Q_{100} = 10^{2.239} = \mathbf{173}\ m^3/s$

80

Farklı yöntemlerle bulunan 50 ve 100 yıl tekerrürlü muhtemel debiler (m^3/s)

YÖNTEM	Tr = 50 yıl	Tr = 100 yıl
Normal	151.3	157.2
Log - Normal	158.2	167.0
Gumbel	184.1	200.0
Pearson Tip III	159.0	168.0
Log - Pearson Tip III	160.0	173.0

b) T = ?

Normal Dağılım

$$\mu_x = 107.4, \quad \sigma_X = 21.366$$

$$z = \frac{X - \mu_x}{\sigma_X} = \frac{176 - 107.4}{21.366} = 3,21$$

z = 3.21 için q = 0.9993 Tablodan

p = 1 – q = 1 – 0.9993 = 0.0007 Tr = 1 / 0.0007 = **1429 yıl**

Log - Normal Dağılım

$$z = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{\log(176) - 2.023}{0.086} = 2{,}59$$

z = 2,59 için   q = 0.9952   (Tablodan)

p = 1 – q = 1 – 0.9952 = 0.0048   Tr = 1 / 0.0048 = 208 yıl

83

Gumbel Dağılımı

$$q = e^{-e^{-0.044(X-96.26)}} = e^{-e^{-0.044(176-9\ .26)}} = e^{-e^{-3.509}} = e^{-0.030} = 0.971$$

$$Tr = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-0.971} = \textbf{35 yıl}$$

Pearson Tip III Dağılımı

$$\mu_x = 107.4, \sigma_x = 21.366$$ Cs_x = 0,7

$$K = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{176 - 107.4}{21.366} = 3.21$$

Cs_x = 0,7 ve   K = 3.21   için   (K ≅ 3,223)   **T = 200 yıl**

84

Log - Pearson Tip III Dağılım

$\mu_y = 2.023, \sigma_y = 0.086$ $Cs_y = 0,4$

$$K = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{\log(176) - 2.023}{0.086} = 2,59$$

$Csx = 0,7$ ve K = 2.59 için ($K \cong 2,615$) **Tr = 100 yıl**

YÖNTEM	Q = 176 m^3/s
Normal	1429 yıl
Log - Normal	208 yıl
Gumbel	35 yıl
Pearson Tip III	200 yıl
Log - Pearson Tip III	100 yıl

85

Örnekleme Dağılımları

Mühendislikte İstatistik Metotlar

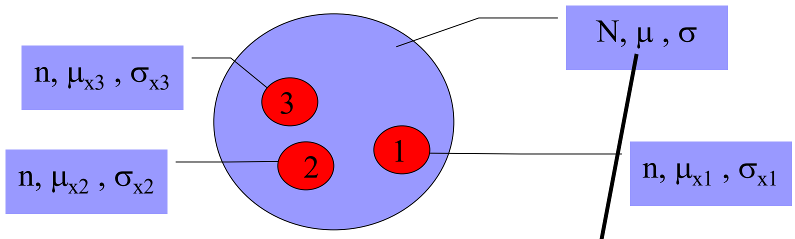
Çukurova Üniversitesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1

- **NOT:** Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

2

Örnekleme Dağılımları

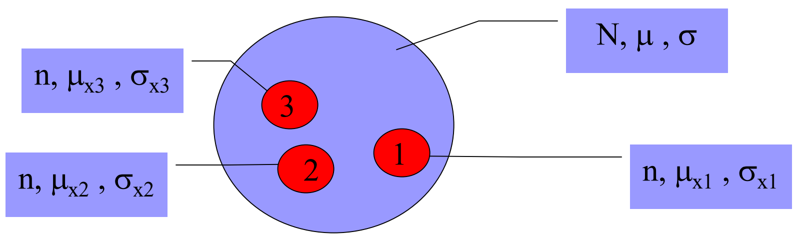


Örnekler	Ortalama
1. Örnek	μ_{x1}
2. Örnek	μ_{x2}
3. Örnek	μ_{x3}
Ortalama	$\mu_{\bar{x}}$
Standart Hata	$\sigma_{\bar{x}}$

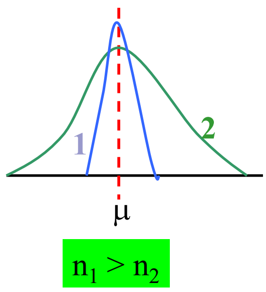
$\mu_{\bar{x}} = \mu$?

3

Örnekleme Dağılımları

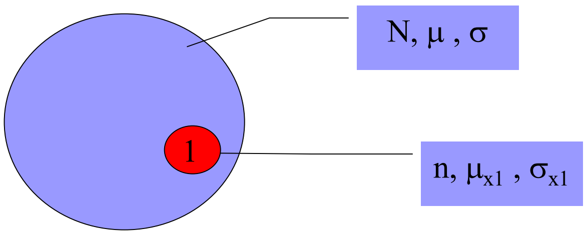


Örnekler	Ortalama
1. Örnek	μ_{x1}
2. Örnek	μ_{x2}
3. Örnek	μ_{x3}
Ortalama	$\mu_{\bar{x}}$
Standart Hata	$\sigma_{\bar{x}}$



4

Örnekleme Dağılımları



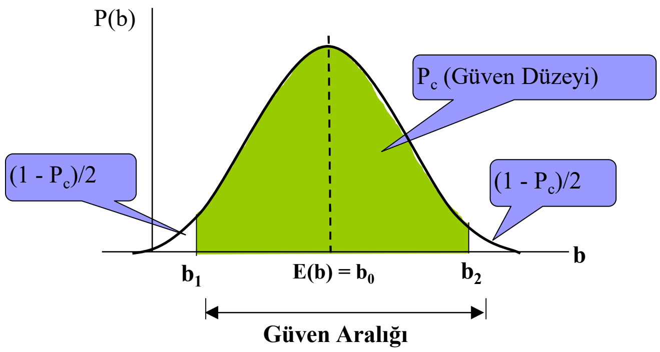
Örnekler	Ortalama
1. Örnek	μ_{x1}
2. Örnek	μ_{x2}
3. Örnek	μ_{x3}
Ortalama	$\mu_{\bar{x}}$
Standart Hata	$\sigma_{\bar{x}}$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

5

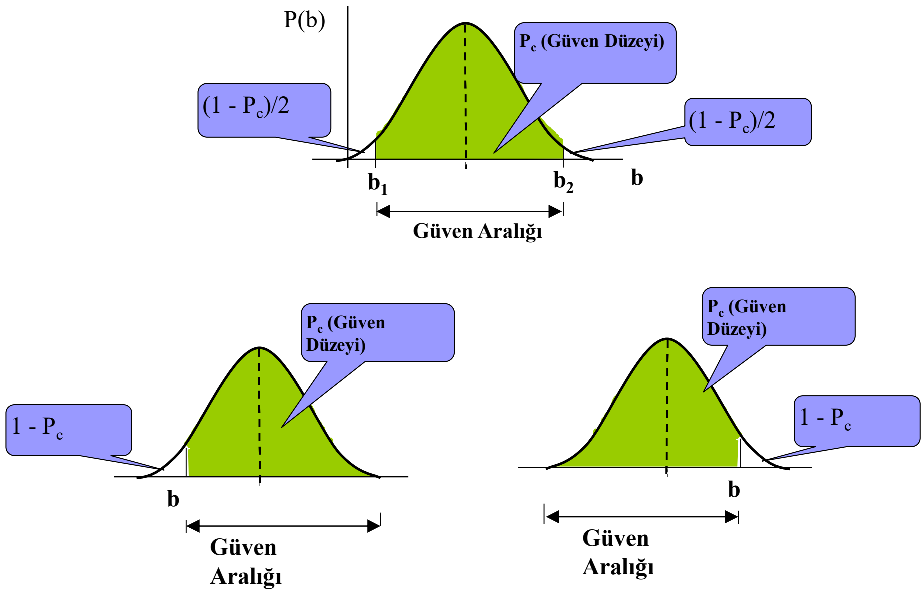
Örnekleme Dağılımları



$$b_{1,2} = \mu_x \pm z \times \sigma_{\bar{x}} = \mu_x \pm z \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

6

Örnekleme Dağılımları



7

Örnekleme Dağılımları

Ana Kütle Ortalamasının Tahmini

- Asimptotik Dağılım (N > 30)
- t Dağılımı (Student Dağılımı) (N ≤ 30)

Ana Kütle Varyansının Tahmini

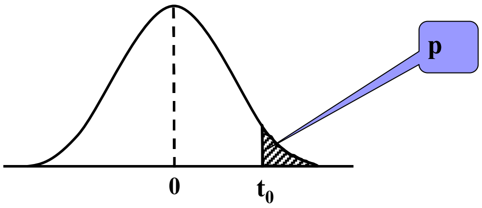
- χ^2 Dağılımı

8

Örnekleme Dağılımları

t Dağılımı (Student Dağılımı)

$P(t \geq t_0)$



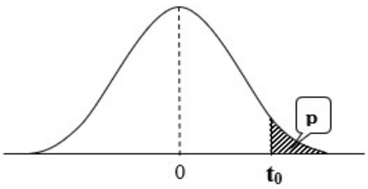
$$t = \frac{\mu_X - \mu}{\sigma_X / \sqrt{N-1}}$$

Bu dağılıma serbestlik derecesi (s.d.) = N-1 olan t dağılımı denir

$$b_{1,2} = \mu_X \pm t \frac{\sigma_X}{\sqrt{N-1}}$$

9

t (Student) Dağılımı



Serbestlik derecesi (n)

p

t

	P											
n	**0.45**	**0.4**	**0.35**	**0.3**	**0.25**	**0.2**	**0.15**	**0.1**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977

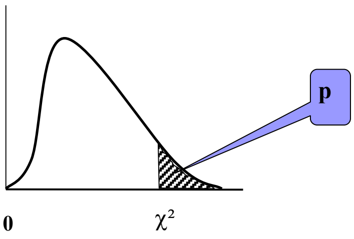
10

Örnekleme Dağılımları

χ^2 Dağılımı

$$\chi^2 = \frac{N \times \sigma_x^2}{\sigma^2}$$

istatistiğinin dağılımı s.d. = N-1 olan χ^2 dağılımıdır

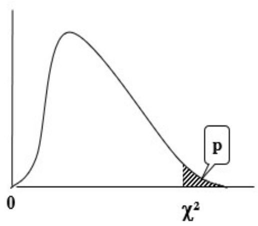


$P(\chi^2 \geq \chi_0^2)$

$$b = \frac{N \times \sigma_x^2}{\chi^2}$$

11

χ^2 Dağılımı



Serbestlik derecesi (n)

p

χ^2

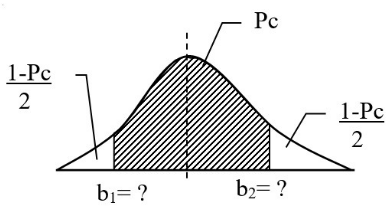
	P										
n	**0.995**	**0.99**	**0.98**	**0.975**	**0.95**	**0.9**	**0.1**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
1	0.0000	0.0002	0.0006	0.0010	0.0039	0.0158	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	0.0100	0.0201	0.0404	0.0506	0.1026	0.2107	4.6052	5.9915	7.3778	9.2104	10.5965
3	0.0717	0.1148	0.1848	0.2158	0.3518	0.5844	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.8381
4	0.2070	0.2971	0.4294	0.4844	0.7107	1.0636	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8602
5	0.4118	0.5543	0.7519	0.8312	1.1455	1.6103	9.2363	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.6757	0.8721	1.1344	1.2373	1.6354	2.2041	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5475
7	0.9893	1.2390	1.5643	1.6899	2.1673	2.8331	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6465	2.0325	2.1797	2.7326	3.4895	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	21.9549
9	1.7349	2.0879	2.5324	2.7004	3.3251	4.1682	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.1558	2.5582	3.0591	3.2470	3.9403	4.8652	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	25.1881
11	2.6032	3.0535	3.6087	3.8157	4.5748	5.5778	17.2750	19.6752	21.9200	24.7250	26.7569
12	3.0738	3.5706	4.1783	4.4038	5.2260	6.3038	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170	28.2997

12

Örnek 1)

27 çelik putrel üzerinde yapılan deneylerde kırılma yükünün ortalaması **8490 kg**, standart sapması **400 kg** olarak bulunmuştur. Ortalamanın **%95** güven düzeyindeki **güven aralığını NORMAL DAĞILIMA göre** bulunuz.

Çözüm 1)



$$\frac{1-Pc}{2}=\frac{1-0.95}{2}=0.025$$

$$z_{0.025}=z_{(1-0.025)}=z_{0.975}=1.96$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_{1,2}=\mu_x \pm z\times\sigma_{\bar{x}}=\mu_x \pm z\times\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1=8490-1.96\times\frac{400}{\sqrt{27}}=\mathbf{8340\ kg} \qquad b_2=8490+1.96\times\frac{400}{\sqrt{27}}=\mathbf{8640\ kg}$$

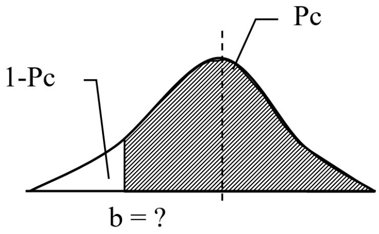
% 95 güven düzeyinde ana kütle ortalaması 8340 kg ile 8640 kg arasında kalacaktır.

13

Örnek 2)

100 çelik çubuk üzerinde yapılan deneylerde kırılma yükünün ortalaması **2.2 t**, standart sapması **0.22 t** olarak bulunmuştur. Ortalamanın **%95** güven düzeyinde ortalama kırılma yükünün hangi değerin altına düşmeyeceği söylenebilir.

Çözüm 2)



$$1-Pc=1-0.95=0.05$$

$$z_{0,05}=z_{(1-0,05)}=z_{0,95}=1,645$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1=\mu_x-z\times\sigma_{\bar{x}}=\mu_x-z\times\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1=2.2-1.645\times\frac{0.22}{\sqrt{100}}=2.164\ t$$

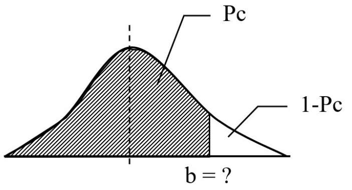
% 95 güven düzeyinde ana kütle ortalaması 2.164 t un üstünde kalacaktır.

14

Örnek 3)

20 yıllık ölçümler sonucu bir şehirde yıllık maksimum rüzgar hızının ortalamsı **76.5 km/sa**, standart sapması ise **10.7 km/sa** olarak bulunmuştur. **% 95** güven düzeyinde yıllık maksimum rüzgar hızının **hangi değeri aşmayacağı söylenebilir**.

Çözüm 2)



N < 30 olduğundan t dağılımı uygun

n = s.d. = N – 1 = 20 – 1 = 19

$1 - Pc = 1 - 0.95 = 0.05$

n = 19 ve p= 0,05 için $t_{0.05} = 1.729$

$$b_1 = \mu_x + t \times \sigma_{\bar{x}} = \mu_x + t \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

$$b = 76{,}5 + 1{,}729 \times \frac{10{,}7}{\sqrt{20-1}} = \mathbf{80{,}7}\ \boldsymbol{km/sa}$$

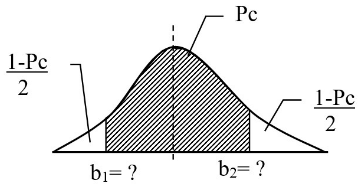
% 95 güven düzeyinde yıllık maksimum rüzgar hızı 80,7 km/sa tin altında kalacaktır.

Örnek 4)

27 çelik putrel üzerinde yapılan deneylerde kırılma yükünün ortalaması **8490 kg**, standart sapması **400 kg** olarak bulunmuştur.;

a) Ortalamanın **%95** güven düzeyindeki güven aralığını **t dağılımına** göre bulunuz.
b) Varyansın **% 90** güven düzeyindeki güven aralığını hesaplayınız.

Çözüm 4) a)



N < 30 olduğundan t dağılımı uygun

n = s.d. = N – 1 = 27 – 1 = 26

$$\frac{1-Pc}{2} = \frac{1-0.95}{2} = 0.025$$

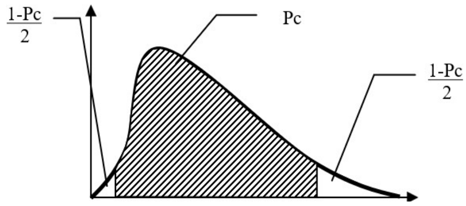
n = 26 ve p= 0,95 için $t_{0.025} = 2.056$

$$b_{1,2} = \mu_x \pm t \times \sigma_{\bar{x}} = \mu_x \pm t \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

$$b_1 = 8490 - 2.056 \times \frac{400}{\sqrt{27-1}} = 8332 \text{ kg} \qquad b_1 = 8490 + 2.056 \times \frac{400}{\sqrt{27-1}} = 8648 \text{ kg}$$

% 95 güven düzeyinde ana kütle ortalaması 8332 kg ile 8648 kg arasında kalacaktır.

b)



n = s.d. = N - 1 = 27 - 1 = 26

$$\frac{1-Pc}{2} = \frac{1-0.90}{2} = 0.05$$

0.05 = 0.95

$\chi^2_{0.05}$ = 38.88 $\chi^2_{0.95}$ = 15.38

$$b_1 = \frac{N.\sigma_x^2}{\chi^2} = \frac{27.(400)^2}{38.88} = 111111 \ kg^2 \qquad b_2 = \frac{N.\sigma_x^2}{\chi^2} = \frac{27.(400)^2}{15.38} = 280884 \ kg^2$$

Ana kütle varyansı %90 güven düzeyinde 111111 kg^2 ile 280884 kg^2 arasında kalacaktır.

NOT: Ana kütlenin standart sapması sorulsaydı bulunan değerlerin karekökü alınırdı. Yani:

$$b_1 = \sqrt{111111} = 333 \ kg \qquad b_2 = \sqrt{280884} = 530 \ kg$$

Ana kütle standart sapması %90 güven düzeyinde 333 kg ile 530 kg arasında kalacaktır.

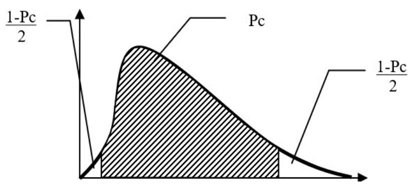
17

Örnek 5)

1000 öğrencilik bir okuldan rastgele seçilen **16** kişinin ağırlık ölçümleri yapılmış ve standart sapmanın **2.4 kg** olduğu bulunmuştur. % 95 ve % 99 güven düzeylerinde bütün öğrenciler için standart sapmayı bulunuz.

Çözüm 5) a)

n = s.d. = N - 1 = 16 - 1 = 15



$$\frac{1-Pc}{2} = \frac{1-0.95}{2} = 0.025$$

1 - 0.025 = 0.975

$\chi^2_{0.025}$ = 27.50 $\chi^2_{0.975}$ = 6.26

$$b_1 = \frac{N.\sigma_x^2}{\chi^2} = \frac{16.(2.4)^2}{27.50} = 3.351 \ kg^2 \qquad \sigma = \sqrt{3.351} = 1.83 \ kg$$

$$b_2 = \frac{N.\sigma_x^2}{\chi^2} = \frac{16.(2.4)^2}{6.26} = 14.722 \ kg^2 \qquad \sigma = \sqrt{14.722} = 3.84 \ kg$$

18

b)

n = s.d. = N - 1 = 16 - 1 = 15

$$\frac{1-\text{Pc}}{2} = \frac{1-0.99}{2} = 0.005$$

1- 0.005 = 0.995 $\chi^2_{0.005}$ = 32.8 $\chi^2_{0.995}$ = 4.60

$$b_1 = \frac{N.\sigma_x^2}{\chi^2} = \frac{16.(2.4)^2}{32.8} = 2.810 \text{ kg}^2 \qquad \sigma = \sqrt{2.810} = 1.68 \text{ kg}$$

$$b_2 = \frac{N.\sigma_x^2}{\chi^2} = \frac{16.(2.4)^2}{4.60} = 20.035 \text{ kg}^2 \qquad \sigma = \sqrt{20.035} = 4.49 \text{ kg}$$

1000 öğrencini standart sapması % 99 güven düzeyinde 1.68 kg ile 4.49 kg arasında olacaktır.

19

Hipotez Testleri

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Çukurova Üniversitesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1

- **NOT:** Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

Ç.Ü. İnş.Müh.Böl.

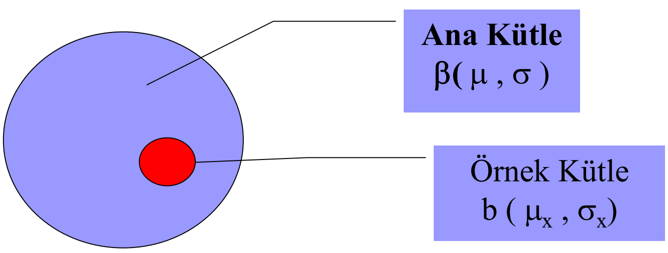
2

Hipotez Testleri

- Parametrik Testler (*z* ve *t* testleri)
- Parametrik Olmayan Testler (χ^2 Testi)

3

Hipotez Testleri



β = **ana kütle parametreleri** (μ)
βo = **tahmini (seçilen) parametreler** (μ_o)
b = **örnek kütle parametreleri** (μ_x)

$\beta = \beta o$?

4

Hipotez Testler

DÜŞEY DELİKLİ YIĞMA TUĞLA

- •Boyutları 190x290x135 mm
- •Ortalama ağırlık 5000 gr/Adettir.
- •Basınç dayanımı 140 kgf/cm²dir
- •19 kalınlığında 1 m² duvarda 22 adet kullanılır
- •29 cm kalınlığında 1 m² duvarda 33 adet kullanılır

- Örneğin, bir tuğla fabrikası ürettiği düşey delikli tuğlaların basınç dayanımını 140 kgf/cm olarak ürettiğini belirtmektedir. Bu fabrikada üretilen tuğlalardan alınan 11 örnek üzerinde yapılan basınç dayanımı test sonuçlarına göre ortalama 137 kgf/cm, standart sapma ise 16 kgf/cm olar

β = ana kütle parametreleri (bilinmiyor)

βo = tahmini (seçilen) parametreler (140 kgf/cm)

b = örnek kütle parametreleri (137 kgf/cm)

$\beta = \beta o$? Ana Kütle Ortalaması = 140 kgf/cm MİDİR

5

Hipotez Testleri

Ho hipotezi, sıfır hipotezi

Ho : $\beta = \beta o$ **Ho : $\mu = \mu_o$**

Karşıt Hipotez, H_1 hipotezi (aşağıdakilerden biri olabilir)

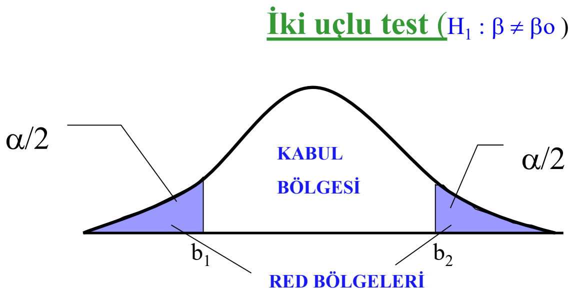
$H_1 : \beta \neq \beta o$ ($H_1 : \mu \neq \mu_o$ (İki uçlu test))

$H_1 : \beta > \beta o$ ($H_1 : \mu > \mu_o$ (Tek uçlu test))

$H_1 : \beta < \beta o$ ($H_1 : \mu < \mu_o$ (Tek uçlu test))

6

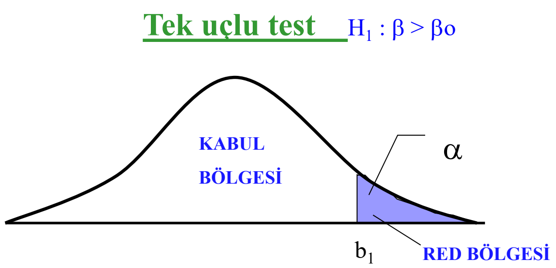
Hipotez Testleri



$Ho : \beta = \beta o$	(Ho hipotezi (sıfır hipotezi))
$H_1 : \beta \neq \beta o$	(H_1 hipotezi (karşıt hipotez))

7

Hipotez Testleri

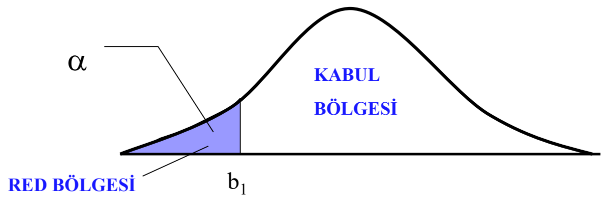


$Ho : \beta = \beta o$	(Ho hipotezi (sıfır hipotezi))
$H_1 : \beta > \beta o$	(H_1 hipotezi (karşıt hipotez))

8

Hipotez Testleri

Tek uçlu test $H_1 : \beta < \beta o$



$Ho : \beta = \beta o$ (Ho hipotezi (sıfır hipotezi))

$H_1 : \beta < \beta o$ (H_1 hipotezi (karşıt hipotez))

9

Hipotez Testleri

Karar	Gerçek Durum: Ho DOĞRU	Gerçek Durum: Ho YANLIŞ
Ho KABUL	DOĞRU KARAR (1-α) Güven aralığı	Yanlış Karar (II. Tip Hata-β) Testin Zayıflığı
Ho RED	Yanlış Karar (I. Tip Hata - α) Önem Seviyesi	DOĞRU KARAR (1-β) Testin gücü

10

Hipotez Testleri

Normal Dağılım

$$z = \frac{\mu_x - \mu_o}{\sigma_x / \sqrt{N}} \qquad b_{1,2} = \mu_o \pm z \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

t Dağılımı

$$t = \frac{\mu_x - \mu_o}{\sigma_x / \sqrt{N-1}} \qquad b_{1,2} = \mu_o \pm t \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

χ^2 Dağılımı

$$\chi^2 = \frac{N \times \sigma_x^2}{\sigma_o^2} \qquad b_{1,2} = \frac{N \times \sigma_x^2}{\chi_o^2}$$

11

Örnek 1)

Bir yağış ölçeğinden elde edilen;

a) **<u>37 yıllık</u>** ölçüm sonuçlarına göre ortalama yağış **71 cm**, standart sapma ise **12 cm**,

b) **<u>64 yıllık</u>** ölçüm sonuçlarına göre ortalama yağış **71 cm**, standart sapma ise **12 cm** olarak bulunduğuna göre,

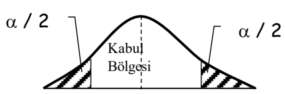
yıllık yağış yüksekliğinin ortalamasının (ana kütlenin) **68 cm** olduğu hipotezini **68 cm** den farklı olduğu karşıt hipotezine göre **% 10** **<u>anlamlılık düzeyinde</u>** kontrol ediniz.

Çözüm 1) **a)** μ_x = 71 cm σ_x = 12 cm N = 37 yıl α = % 10

μ_o

Ho : $\beta = \beta_o$: $\mu = \mu_o$: μ = 68 cm

H_1 : $\beta \neq \beta_o$: $\mu \neq \mu_o$: $\mu \neq$ 68 cm



$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$$

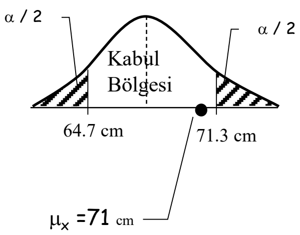
1 - 0.05 = 0.95 $z_{0.95}$ = 1.65 (Normal dağılım tablosundan)

12

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 - 1.65\frac{12}{\sqrt{37}} = 64.7\ cm$$

$$b_2 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 + 1.65\frac{12}{\sqrt{37}} = 71.3\ cm$$



Ho KABUL

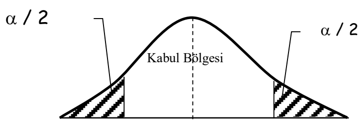
13

b) μ_x = 71 cm σ_x = 12 cm N = 64 yıl α = % 10

μ_o

Ho : β = β$_o$: μ = μ$_o$: μ = 68 cm

H$_1$: β ≠ β$_o$: μ ≠ μ$_o$: μ ≠ 68 cm



$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$ 1 - 0.05 = 0.95

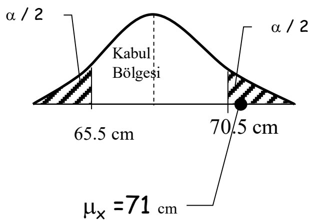
$z_{0.95}$ = 1.65 (Normal dağılım tablosundan)

14

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_o + z \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 - 1{,}65 \times \frac{12}{\sqrt{64}} = 65{,}5 \quad cm$$

$$b_2 = \mu_o + z \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 68 + 1{,}65 \times \frac{12}{\sqrt{64}} = 70{,}5 \quad cm$$



Ho RED

15

Örnek 2)

Bir imalathanede standart üretimde çapları **2.5 cm** olan bulonlar elde edilmektedir. Alınan **9** örnek için çapların ortalaması **2.57 cm**, standart sapmaları **0.1 cm** olarak bulunmuştur.

a) Normal dağılıma göre
b) t dağılımına göre

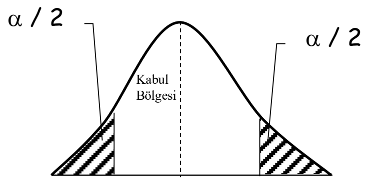
Ortalama açısından standart üretime uyulup uyulmadığını **% 5 <u>anlamlılık düzeyinde</u>** kontrol ediniz.

Çözüm 2) **a)** μ_x = 2.57 cm σ_x = 0.1 cm N = 9 yıl μ_o = 2.57 cm α = % 5

Normal dağılım ile

H o : $\beta = \beta_o : \mu = \mu_o :$ μ = 2.5 cm (μ_o)

H_1 : $\beta \neq \beta_o : \mu \neq \mu_o :$ $\mu \neq$ 2.5 cm



16

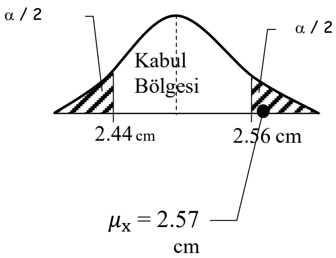
$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.025$ 1 - 0.025 = 0.975

$z_{0.975}$ = 1.96 (Normal dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 2.5 - 1.96\frac{0.1}{\sqrt{9}} = 2.44\ cm$$

$$b_2 = \mu_0 + z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 2.5 + 1.96\frac{0.1}{\sqrt{9}} = 2.56\ cm$$



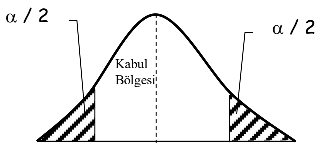
Ho RED

b) t dağılımı ile

μ_o

H o : $\beta = \beta_o$: $\mu = \mu_o$: μ = 2.5 cm

H_1 : $\beta \neq \beta_o$: $\mu \neq \mu_o$: $\mu \neq$ 2.5 cm



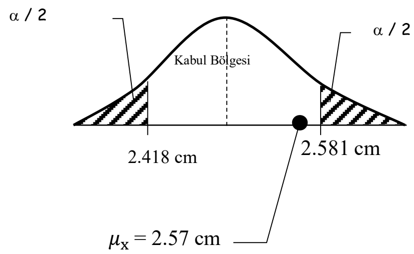
$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$ n = s.d = N - 1 = 9 - 1 = 8

$t_{0.025}$ = 2.306 (t dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

$$b_1 = \mu_0 - t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 2.5 - 2.306\frac{0.1}{\sqrt{9-1}} = 2.418\ cm$$

$$b_2 = \mu_0 + t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 2.5 + 2.306\frac{0.1}{\sqrt{91-1}} = 2.581\ cm$$



Ho KABUL

19

Örnek 3)

Bir inşaat malzemesinde asfalt oranının ortalamasının **% 5** olması istenmektedir. Üretilen malzemelerde asfalt oranının standart sapması % **0.75** olmak üzere **normal dağılmış** olduğu kabul ediliyor. Alınan **üç malzeme** örneğinde asfalt oranı ortalaması **% 4,2** standart sapması ise **% 0,75** olarak bulunmuştur.

a) Asfalt oranının % 5 e eşit olup olmadığı hipotezini

b) Asfalt oranının % 5 ten anlamlı derecede küçük olup olmadığı hipotezini

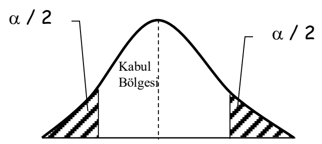
% 10 anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çözüm 3)

a) $\mu_x = 0.042$ $\sigma_x = 0.0075$ N = 3 α = % 10

H o : $\beta = \beta_o$: $\mu = \mu_o$: $\mu = 0{,}05$ cm (μ_o)

H_1 : $\beta \neq \beta_o$: $\mu \neq \mu_o$: $\mu \neq 0{,}05$ cm



20

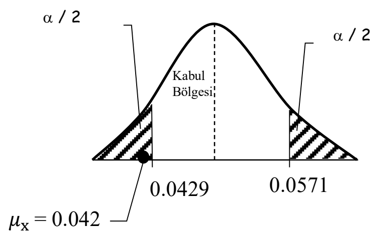
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05 \qquad 1 - 0.05 = 0.95$$

$z_{0.95}$ = 1.65 (Normal dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

$$b_1 = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0.05 - 1.65\frac{0.0075}{\sqrt{3}} = 0.0429$$

$$b_2 = \mu_0 + z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0.05 + 1.65\frac{0.0075}{\sqrt{3}} = 0.0571$$



<u>Ho RED</u>

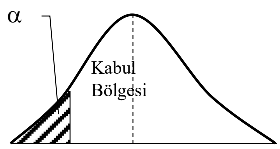
21

b)

μ_o

H o : β = β_o : $\mu = \mu_o$: μ = 0,05 cm

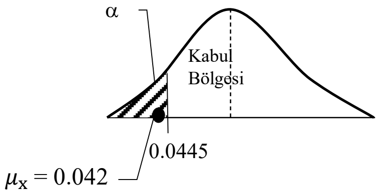
H_1 : β < β_o : $\mu < \mu_o$: μ < 0,05 cm



$\alpha = 0.10$ 1 - 0.10 = 0.90

$z_{0.90}$ = 1.28 (Normal dağılım tablosundan)

$$b = \mu_0 - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0.05 - 1.28\frac{0.0075}{\sqrt{3}} = 0.0445$$



<u>Ho RED</u>

22

Örnek 4)

Bir inşaat malzemesinde asfalt oranının ortalamasının **% 5** olması istenmektedir. Üretilen malzemelerde asfalt oranının standart sapması % **0.75** bulunmuştur. Alınan **üç malzeme** örneğinde asfalt oranı ortalaması **% 4,2** standart sapması ise **% 0,75** olarak bulunmuştur.

a) Asfalt oranının % 5 e eşit olup olmadığı hipotezini
b) Asfalt oranının % 5 ten anlamlı derecede küçük olup olmadığı hipotezini

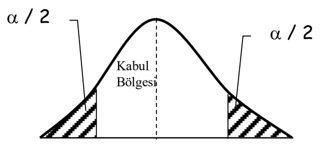
% 10 anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çözüm 4)

a) $\mu_x = 0.042$ $\sigma_x = 0.0075$ $N = 3$ $\alpha = \% 10$

$H_o : \beta = \beta_o : \mu = \mu_o :$ $\mu = 0{,}05$ cm (μ_o)

$H_1 : \beta \neq \beta_o : \mu \neq \mu_o :$ $\mu \neq 0{,}05$ cm



N≤ 30 olduğundan t dağılımı uygundur

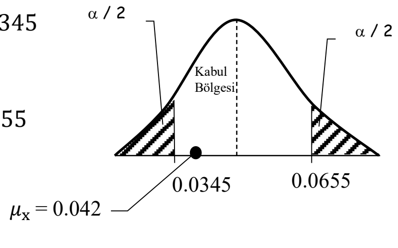
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$$ n = N-1 = 3-1 = 2

$t_{0.05}$ = 2,92 (t dağılım tablosundan)

$$b_{1,2} = \mu_0 \pm t \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

$$b_1 = \mu_0 - t \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 0.05 - 2{,}925 \frac{0.0075}{\sqrt{3-1}} = 0.0345$$

$$b_2 = \mu_0 + t \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 0.05 + 2{,}92 \frac{0.0075}{\sqrt{3-1}} = 0.0655$$



Ho KABUL

b)

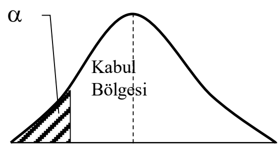
Ho : β = $β_o$: μ = $μ_o$: μ = 0,05 cm

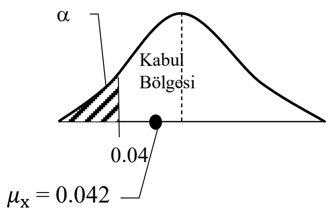
H_1 : β < $β_o$: μ < $μ_o$: μ < 0,05 cm

$\alpha = 0.10$ n = N-1 = 3-1 = 2

$t_{0.10}$ = 1.886 (Normal dağılım tablosundan)

$$b = \mu_0 - t\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 0.05 - 1.886\frac{0.0075}{\sqrt{3-1}} = 0.04$$





Ho KABUL

Örnek 5)

Bir yapı malzemesinin ömrünün standart sapması için **Ho : σ = 1 yıl** hipotezi yapılmıştır. Yapılan deneylerde 10 elemanlı bir örnekten standart sapma **1.2 yıl** olarak bulunmuştur. Ho hipotezini **H_1 : σ > 1 yıl** hipotezine göre **% 5 anlamlılık düzeyinde** kontrol ediniz.

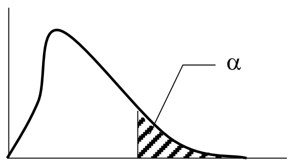
Çözüm 4) χ^2 dağılımı kullanılmalı

σ_x = 1.2 yıl N = 10 yıl α = % 5

Ho : σ = 1

H_1 : σ > 1

n = s.d. = N -1 = 10 - 1 = 9



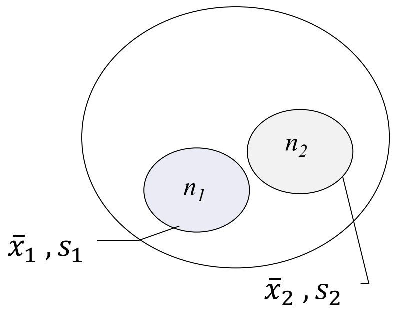
n = 9 ve α = 0.05 için $\chi^2_{0.05}$ = 16.92 (Tablodan)

$$\chi^2 = \frac{N \times \sigma_x^2}{\sigma_o^2} = \frac{10 \times 1{,}2^2}{1^2} = 14.40$$

χ^2 = 14.40 (Hesaplanan) < χ^2 = 19.62 (Tablodan) ***Ho KABUL***

HOMOJENLİK TESTİ

- İki örnek kütle aynı ana kütleye mi aittir?



27

HOMOJENLİK TESTİ

- İki ortalama arasındaki fark testi
  - **z testi** : Büyük örnek (örnek kütle büyüklükleri 30'dan büyük - ***$n_1 > 30$ ve $n_2 > 30$***)
  - **t testi** : Küçük örnek (örnek kütlelerden biri veya her ikisi de 30 'dan küçük - ***$n_1 \leq 30$*** ve/veya ***$n_2 \leq 30$***)
- İki varyans arasındaki fark testi (**F testi**)

28

z testi

Kabuller:

- Örnek kütleler normal dağılıma uyuyordur ve standart sapmaları biliniyordur.
- Örnek kütle büyüklükleri 30'dan büyüktür - ***n_1* > 30 ve *n_2* > 30**)

$$\sigma_o^2 = \frac{n_2 \times s_1^2 + n_1 \times s_2^2}{n_1 \times n_2} \qquad \sigma_o = \sqrt{\sigma_o^2}$$

$$\Delta\bar{x} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$$

$|\Delta\bar{x}| \leq z_{\alpha/2} \times \sigma_o \rightarrow$ Ho KABUL

$|\Delta\bar{x}| > z_{\alpha/2} \times \sigma_o \rightarrow$ Ho RED

29

t testi

Kabuller:

- Örnek kütleler normal dağılıma uyuyordur ve standart sapmaları biliniyordur.
- Örnek kütle büyüklükleri 30'dan büyüktür - ***n_1* ≤ 30** ve/veya ***n_2* ≤ 30**)
- **Varyanslar homojen ise:**

Serbestlik derecesi : *n = s.d. = n_1 + n_2 – 2*

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1) \times s_1^2 + (n_2 - 1) \times s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

30

Varyanslar homojen değil ise

Serbestlik derecesi : $n = sd = \dfrac{\left[\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)\right]^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}\right]+\left[\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}\right]}$

$$\mathrm{t} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

31

F testi

- Varyanslar açısından homojenlik - İki varyans arasındaki fark testi

  - Standart sapması büyük olan 1 no'lu örnektir.

$m = n_1 - 1$ (payın serbestlk derecesi)

$n = n_2 - 2$ (paydanın serbestlk derecesi)

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

32

Paydanın Serbestlik derecesi (n)

Payın Serbestlik derecesi (m)

F

F Dağılımı ($F_{0.01}$ Değerleri)

n	m (payın serbestlik derecsi) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4999	5403	5624	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6107	6157	6209	6234	6260	6286	6313	6340	6366
2	98.50	99.00	99.16	99.25	99.30	99.33	99.36	99.38	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49

33

Payın Serbestlik derecesi (m)

Paydanın Serbestlik derecesi (n)

F

F Dağılımı ($F_{0.05}$ Değerleri)

n	m (payın serbestlik derecsi) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	1615	199.5	215.7	224.6	230.2	233.9	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76

34

Örnek 1)

Bir akarsuda görülen taşkınlar ya şiddetli yağışlardan ya da kar erimelerinden meydana gelmektedir. Önceki yıllarda kaydedilen taşkın debilerinin **41** adedinin ortalaması **1337 m³/s**, standart sapması **418 m³/s** olmak üzere kar erimelerinden; **31** adedinin ise ortalaması **1527 m³/s**, standart sapması **580 m³/s** olmak üzere şiddetli yağışlardan meydana geldiği belirlenmiştir. Bu iki tür taşkınların homojenliklerini **% 10** anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çözüm 1) (standart sapması büyük olan 1. diğeri 2. olarak tanımlanır)

$n_1 = 31$	$n_2 = 41$
$\bar{x}_1 = 1527$ m³/s	$\bar{x}_2 = 1337$ m³/s
$s_1 = 580$ ³/s	$S_2 = 418$ ³/s

$$\sigma_o^2 = \frac{n_2 \times s_1^2 + n_1 \times s_2^2}{n_1 \times n_2} = \frac{41 \times 580^2 + 31 \times 418^2}{31 \times 41} = 13841$$

$$\sigma_o = \sqrt{\sigma_o^2} = \sqrt{13841} = 118$$

$$\Delta\bar{x} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1537 - 1337 = 190$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05 \qquad 1 - 0.05 = 0.95 \qquad z_{0.95} = 1.65$$

$$z_{\propto/2} \times \sigma_o = 1,65 \times 118 = 195$$

$$|\Delta\bar{x}| \le z_{\propto/2} \times \sigma_o \;\rightarrow\; |190| \le 195 \;\rightarrow\; \text{Ho KABUL}$$

Varyanslar açısından homojenlik:

m = s.d. = 31 – 1 = 30 *n = s.d. = 31 – 1 = 40*

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$ için $F_{0.05} = 1.74$ (*Tablodan*)

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{580^2}{418^2} = 1.925$$

$F_{0.05} = 1.925$ (Hesaplanan) > $F_{0.05} = 1.74$ (Tablodan) $\Rightarrow$ Ho RED

Örnek 2)

Bir akarsu kesitinde daha önce **150** yıllık değerlerden ortalamanın **1020 m³/s**, standart sapmanın **160 m²/s** olduğu bulunmuştur. Son **10** yılda yapılan ölçümlerde ortalama **855 m³/s**, standart sapma ise **220 m³/s** olarak bulunmuştur. Son **10** yıl ölçümlerinin daha önceki **150** yıllık ölçülmüş değerlerle homojenliğinin bozulduğundan şüphe edilmektedir. **% 5** anlamlılık düzeyinde ortalamalar açısından, **% 10** anlamlılık düzeyinde varyanslar açısından kontrol ediniz.

Çözüm 2)

$n_1 = 10$	$n_2 = 150$
$x_1 = 855$ m³/s	$x_2 = 1020$ m³/s
$s_1 = 220$ ³/s	$S_2 = 160$ ³/s

$$n = s.d. = n_1 + n_2 - 1 = 10 + 150 - 1 = 158$$

$\alpha = 0.05/2 = 0.025$ $t_{0.025} = 1.970$ (Tablodan)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\times s_1^2 + (n_2-1)\times s_2^2}{n_1+n_2-2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

37

$$t = \frac{855 - 1020}{\sqrt{\frac{(10-1)\times 220^2 + (150-1)\times 160^2}{10+150-2}} \times \sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{150}}} = -3{,}076$$

$t_{0.025} = -3.076$ (Hesaplanan) < $t_{0.025} = 1.970$ (Tablodan) ⇒ Ho KABUL

Varyanslar açısından homojenlik:

$m = s.d. = 10 - 1 = 9$ $n = s.d. = 150 - 1 = 149$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.10}{2} = 0.05$ için $F_{0.05} = 1.95$ (Tablodan)

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{220^2}{160^2} = 1{,}89$$

$F_{0.05} = 1.89$ (Hesaplanan) > $F_{0.05} = 1.95$ (Tablodan) ⇒ Ho KABUL

38

Regresyon Analizi

Mühendislikte İstatistik Metotlar

Çukurova Üniversitesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

1

- **NOT:** Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

Ç.Ü. İnş.Müh.Böl.

2

İnsanın Boyu ile Zekası Arasında bir ilişki var mıdır?

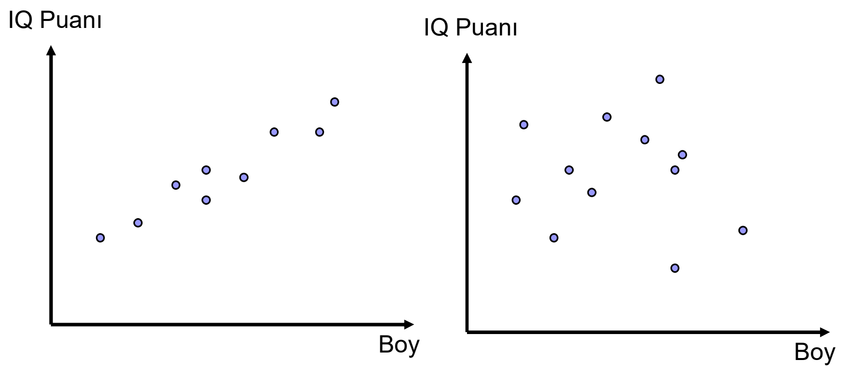
- Cevabı Uygulayacağımız IQ testi ile bulabiliriz!!!!!

3

IQ Testi sonuçları

IQ Puanı	Boy (cm)
124	172
135	165
140	156
..	..
..	..
..	..
..	..

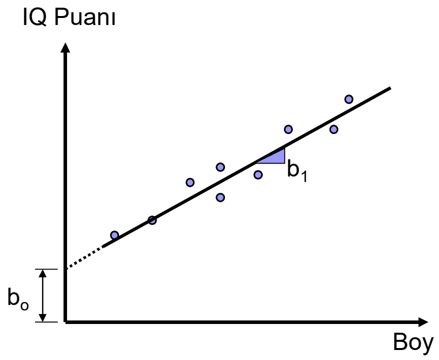
4



Boy ile zeka arasında ilişki vardır!!

Boy ile zeka arasında ilişki yoktur!!

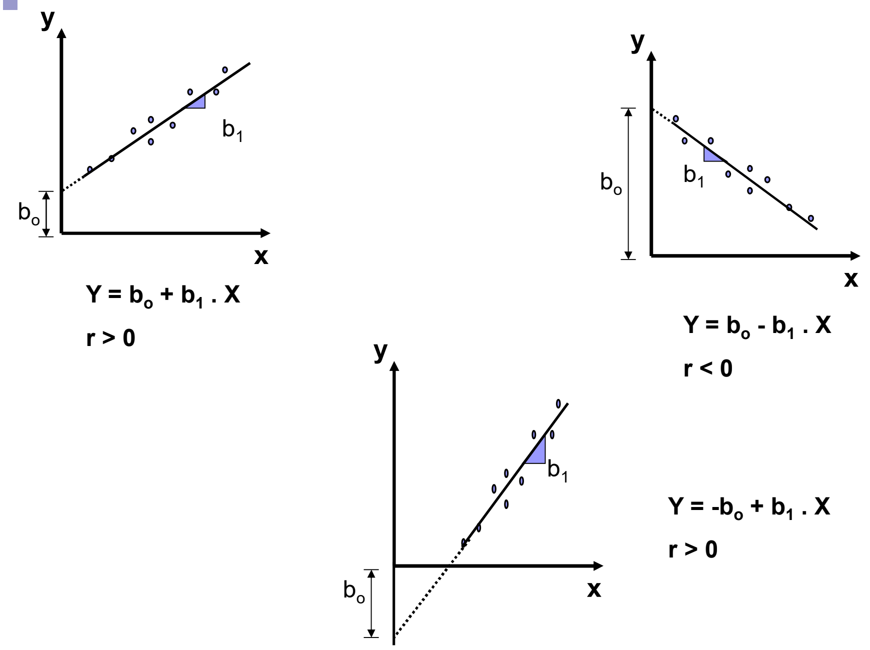
5



$$Y = b_o + b_1 \, . \, X$$

$$IQ = b_o + b_1 \, . \, Boy$$

6



7

Regresyon Analizi

- Bir bağımlı değişken ile bir veya daha fazla bağımsız değişken arasındaki ilişkinin belirlenmesi için yapılan analize Regresyon Analizi denir.

Gerçek İlişki $y = B_o + B_1 x$

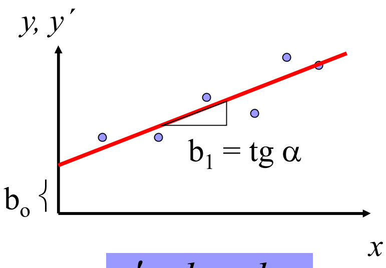
Basit Doğrusal Regresyon $y' = b_o + b_1 x$

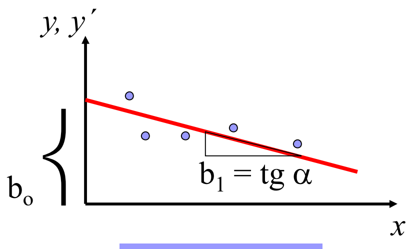
Çoklu Regresyon $y' = b_o + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_k x_k +$

- y´ bağımlı değişken, x (veya x_1, x_2, ..., x_k) bağımsız değişken(ler)dir.

8

Regresyon Analizi





$y' = b_o + b_1 x$ $y' = b_o - b_1 x$

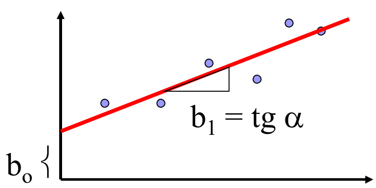
y = gerçek değerler (*mavi noktalar*)

y´ = tahmin edilen değerler (*mavi noktalara karşılık, kırmızı çizgi üzerinde okunan noktalar*)

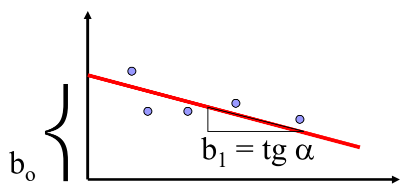
9

Korelasyon Katsayısı = $r = \sqrt{r^2}$

$-1 \leq r \leq +1$



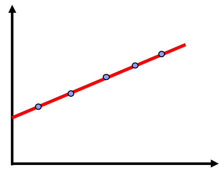
$r \geq 0$



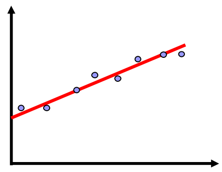
$r \leq 0$

10

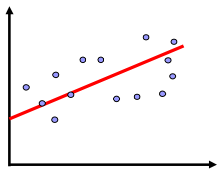
Determinasyon katsayısı : r^2



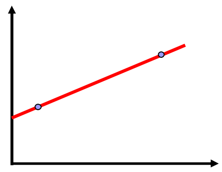
$r^2 = 1$



$r^2 = 0.95$



$r^2 = 0.40$



$r^2 = 1$ **?**

11

Regresyon Katsayıları

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

$$b_0 = \overline{y} - b_1 . \overline{x}$$

b_0 : kesişim (intercept)

b_1, b_2,.. : X değişkeni1, 2,.. (X Variable 1,2,..)

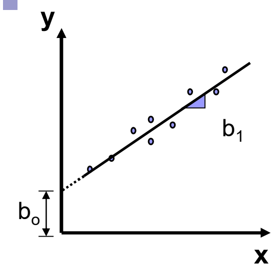
Determinasyon ve Korelasyon Katsayıları

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - y_i^{/})^2}{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{y})^2}$$

veya

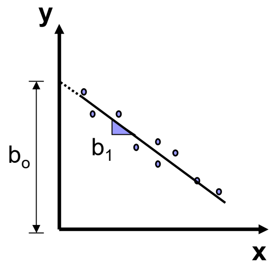
$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{N . s_x . s_y}$$

12



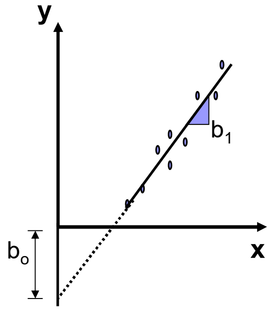
$Y = b_o + b_1 . X$

$r > 0$



$Y = b_o - b_1 . X$

$r < 0$



$Y = -b_o + b_1 . X$

$r > 0$

13

Örnek

- Aşağıda verilen bir bölgeye ait yağış ve akış değerleri arasında doğrusal bir ilişkinin var olup olmadığını araştırınız.
- Varsa bağımlılığın derecesini ve regresyon denklemini elde ediniz.

Yağış (cm) (X)	Akış (m^3/s) (Y)
[1]	[2]
100	120
102	135
107	146
115	167
98	125
104	137
118	167
125	170

14

Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)
	[1]	[2]
	100	120
	102	135
	107	146
	115	167
	98	125
	104	137
	118	167
	125	170
Toplam =	**869,00**	**1167,00**
Ortalama =	**108,63**	**145,88**
Varyans =		
St.Spm.:		

$\bar{y}$

$\bar{x}$

15

Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$
	[1]	[2]	[3]	[4]
	100	120	-25,88	-8,63
	102	135	-10,88	-6,63
	107	146	0,13	-1,63
	115	167	21,13	6,38
	98	125	-20,88	-10,63
	104	137	-8,88	-4,63
	118	167	21,13	9,38
	125	170	24,13	16,38
Toplam =	**869,00**	**1167,00**	**0,00**	**0,00**
Ortalama =	**108,63**	**145,88**		
Varyans =				
St.Spm.:				

16

Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]=[3]*[4]
	100	120	-25,88	-8,63	223,17
	102	135	-10,88	-6,63	72,05
	107	146	0,13	-1,63	-0,20
	115	167	21,13	6,38	134,67
	98	125	-20,88	-10,63	221,80
	104	137	-8,88	-4,63	41,05
	118	167	21,13	9,38	198,05
	125	170	24,13	16,38	395,05
Toplam =	**869,00**	**1167,00**	**0,00**	**0,00**	**1285,63**
Ortalama =	**108,63**	**145,88**			
Varyans =					
St.Spm.:					

17

Çözüm

	Yağış (x)	Akış (y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]=[3]*[4]	[6]=[4]²	[7]=[3]²
	100	120	-25,88	-8,63	223,17	74,39	669,52
	102	135	-10,88	-6,63	72,05	43,89	118,27
	107	146	0,13	-1,63	-0,20	2,64	0,02
	115	167	21,13	6,38	134,67	40,64	446,27
	98	125	-20,88	-10,63	221,80	112,89	435,77
	104	137	-8,88	-4,63	41,05	21,39	78,77
	118	167	21,13	9,38	198,05	87,89	446,27
	125	170	24,13	16,38	395,05	268,14	582,02
Toplam =	**869,00**	**1167,00**	**0,00**	**0,00**	**1285,63**	**651,88**	**2776,88**
Ortalama =	**108,63**	**145,88**					
Varyans =						**81,48**	**347,11**
St.Spm.:						**9,03**	**18,63**

651,88 / 8 =81,48

17

Örnekteki eleman sayısı: N = 8

Akış değerlerinin ortalaması: $\bar{y} = \frac{1167}{8} = 145.88$

Yağış değerlerinin ortalaması: $\bar{x} = \frac{869}{8} = 108.63$

Akış değerlerinin standart sapması: $s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{2776.88}{8}} = 18.63$

Yağış değerlerinin standart sapması: $s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{651.88}{8}} = 9.03$

19

Korelasyon katsayısı:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N.s_x.s_y} = \frac{1285.63}{8 \times 9.03 \times 18.63} = 0.956$$

Determinasyon katsayısı:

$$r^2 = 0.956^2 = 0.913$$

Determinasyon katsayısı **1** 'e çok yakın çıktığından bu iki değişken arasında kuvvetli bir bağımlılık vardır.

20

Regresyon denklemi b_1 katsayısı:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{1285.63}{651.88} = 1.97$$

Regresyon denklemi b_0 katsayısı:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 . \bar{x} = 145.88 - 1.97 \times 108.63 = -68.35$$

Regresyon Denklemi: $y = -68.35 + 1.97 . x$

Akış = -68.35 + 1.97 ×Yağış

21

Akış = -68.35 + 1.97 ×Yağış

	Yağış (x)	Akış (y)	Türetilen y/
	[1]	[2]	[8]
	100	120	128,86
	102	135	132,81
	107	146	142,67
	115	167	158,45
	98	125	124,92
	104	137	136,75
	118	167	164,36
	125	170	178,17
Toplam =	**869,00**	**1167,00**	

22

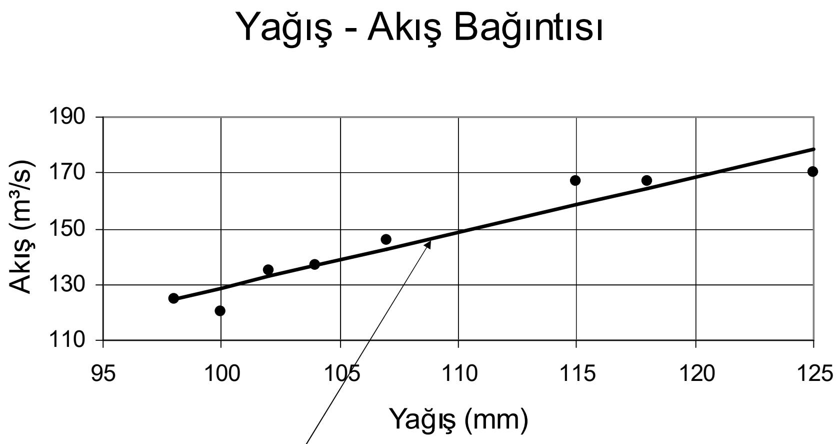
	Yağış (x)	Akış (y)	Türetilen $y^/$	Fark $y - y^/$	Fark² $(y-y^/)^2$
	[1]	[2]	[8]	[9]=[2]-[8]	[10]=[9]²
	100	120	128,86	-8,86	78,58
	102	135	132,81	2,19	4,80
	107	146	142,67	3,33	11,09
	115	167	158,45	8,55	73,14
	98	125	124,92	0,08	0,01
	104	137	136,75	0,25	0,06
	118	167	164,36	2,64	6,95
	125	170	178,17	-8,17	66,74
Toplam =	**869,00**	**1167,00**		**0,00**	**241,37**

23

Determinasyon katsayısı'nın türetilen değerler ve farkından yararlanılarak hesabı da mümkündür:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - y_i^/)^2}{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{241.37}{2776.88} = 0.913$$

24



Akış = -68.35 + 1.97 ×Yağış

25

Örnek

- Aşağıda verilen bir bölgeye ait yağış ve akış değerleri arasında doğrusal bir ilişkinin var olup olmadığını araştırınız.
- Varsa bağımlılığın derecesini ve regresyon denklemini elde ediniz.

26

Yağış (x)	Akış (y)	Log(X)	Log(Y)	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]=[3]*[4]	[6]=[4]²	[7]=[3]²
100	120	2,000	2,079	-0,081	-0,034	0,00280	0,00119	0,00660
102	135	2,009	2,130	-0,030	-0,026	0,00078	0,00067	0,00091
107	146	2,029	2,164	0,004	-0,005	-0,00002	0,00003	0,00002
115	167	2,061	2,223	0,062	0,026	0,00163	0,00069	0,00388
98	125	1,991	2,097	-0,064	-0,043	0,00275	0,00187	0,00403
104	137	2,017	2,137	-0,024	-0,017	0,00041	0,00030	0,00056
118	167	2,072	2,223	0,062	0,037	0,00233	0,00140	0,00388
125	170	2,097	2,230	0,070	0,062	0,00437	0,00390	0,00490
869	**1167**	**16,28**	**17,28**			**0,01506**	**0,01004**	**0,02478**

27

Örnekteki eleman sayısı: N = 8

Logaritması alınmış değerler için

Akış değerlerinin ortalaması: $\bar{y} = \frac{117,28}{8} = 2,16$

Yağış değerlerinin ortalaması: $\bar{x} = \frac{16,28}{8} = 2,03$

Akış değerlerinin standart sapması: $s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{0,01004}{8}} = 0,035$

Yağış değerlerinin standart sapması: $s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{0,02478}{8}} = 0,056$

28

Korelasyon katsayısı: $r = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N.s_x.s_y} = \frac{0{,}01506}{8.0{,}0354.0{,}0557} = \mathbf{0,955}$

Determinasyon katsayısı: $r^2 = 0{,}955^2 = \mathbf{0,912}$

29

Regresyon denklemi b_1 katsayısı: $b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{0{,}01506}{0{,}01004} = 1.50$

Regresyon denklemi b_0 katsayısı: $b_0 = \bar{y} - b_1.\bar{x} = 2{,}16 - 1.50 \times 2{,}03 = -0{,}885$

Regresyon Denklemi: $\log(y) = -0.885 + 1.50.\log(x)$

$b_0 = 10^{(-0{,}885)} = 0{,}129$

Regresyon Denklemi: $y = 0{,}129x^{1{,}50}$

Akış = 0,13(Yağış)^{1,50}

30

Olasılık Dağılımı İle İlgili Hipotezler

Mühendislikte İstatistik Metotlar

1

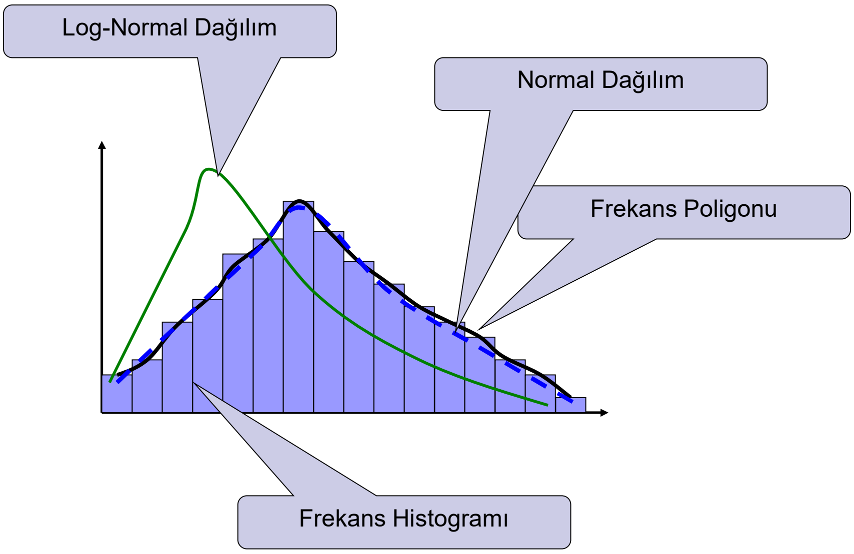
Olasılık Dağılımı İle İlgili Hipotezler

- Gözlenmiş bir örnekten elde edilen frekans dağılımının seçilen bir teorik dağılım fonksiyonuna uygunluğunu kontrol etmek için iki basit yol vardır.
  - *Kullanılan teorik dağılıma ait olasılık kağıdı üzerinde grafiksel kontrol,*
  - *Örnekten hesaplanan yüksek mertebeden momentlerin (çarpıklık katsayısı, kurtosis katsayısı gibi) seçilen fonksiyonun teorik moment değerleri ile karşılaştırılması ile uygunluğunun kontrolüdür.*
- Ancak her iki yöntem de güvenilir değildir.
- Çeşitli dağılım fonksiyonlarının biçimleri çok farklı olduğu halde yüksek mertebeden momentleri birbirine yakın çıkabilir.
- Bu nedenle olasılık dağılımlarının uygunluğunun kontrolünde de istatistik testler kullanmak gereklidir.

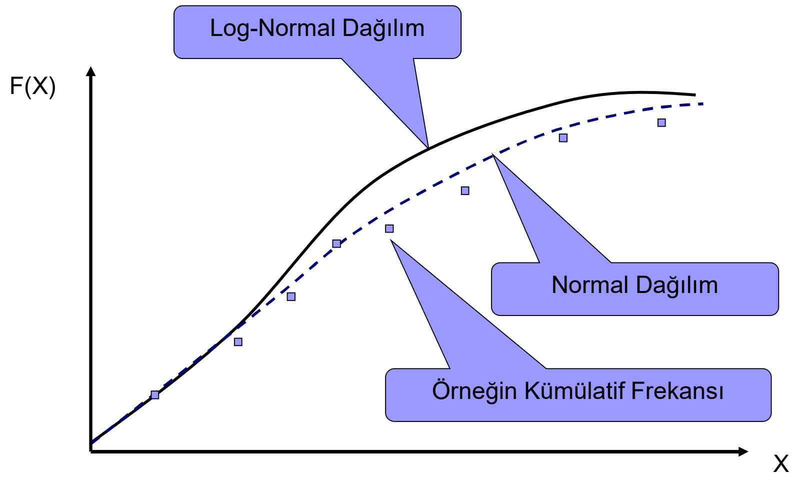
2

- **NOT:** Bu ders materyali sadece ilgili bölümün mevcut dönemi için geçerlidir. Her yıl güncellenebilmektedir. Sadece kayıtlı olduğunuz ders için kullanılabilir. Ders harici her türlü paylaşım yasaktır, herhangi başka bir yerde yayımlanamaz.

3



4



5

Olasılık Dağılımı İle İlgili Hipotezler

- Dağılım Uygunluk Testleri
  - **χ^2 Testi**
  - Smirnov – Kolmogorov Testi

6

χ^2 Testi

- Bir rastgele değişkene ait ***N*** elemanlı bir örneği ***m*** sınıfa ayırarak herbir sınıftaki N_i eleman sayısını hesaplansın.
- Seçilen o.d.f una göre aynı sınıf aralıklarında bulunma olasılıkları p_i ile gösterilsin.

7

χ^2 Testi

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(N_i - N.p_i)^2}{N.p_i}$$

- istatistiğinin örnekleme dağılımı asimptotik olarak ***n = s.d.= m-1*** olan χ^2 dağılımıdır.
- ($N.p_i$) rastgele değişkenin dağılımının seçilen dağılıma uyması halinde ***i*** ninci sınıfa düşecek eleman sayısıdır.
- Bütün sınıf aralıklarında gözlenen eleman sayısının (N_i), teorik sayıya ($N.p_i$) eşit olması halinde $\chi^2 = 0$ olacağı görülmektedir.
- Aradaki farkların büyümesiyle χ^2 değeri de artar.
- Buna göre hesaplanan χ^2 değeri ***n = m - 1*** serbestlik derecesinde aşılma olasılığı α olan $\chi\alpha^2$ değerinden küçükse gözlenen dağılımın seçilen teorik dağılıma uygunluğu hipotezi kabul, aksi halde reddedilir.
- Seçilen o.d.f. nin ***n*** adet parametresi eldeki örnekten hesaplanmakta ise ***n = s.d. = m - n - 1*** olur.

8

Smirnov - Kolmogorov Testi

- Eldeki örneğin düzenlendiğini ve düzenlenmiş örnekten ($x1 \leq x2 \leq x3 \leq \ldots \leq xn$) frekans dağılımının:

$$F^*(x_i) = \frac{i}{N}$$

- şeklinde hesaplandığını düşünelim. Seçilen dağılım fonksiyonu F(x) ile gösterilirse:

$$\Delta = \max_i \left| F(x_i) - F^*(x_i) \right|$$

- istatistiğinin örnekleme dağılımı bilinmektedir.

9

Smirnov - Kolmogorov Testi

- Bu dağılım gözönüne alınan o.d.f den bağımsızdır.
- Bu dağılım bilindiğine göre seçilen α anlamlılık düzeyinde aşılması olasılığı α olan Δ_α değeri **Tablo 6.1** den okunabilir(Δ_α değeri örnekteki ***N*** eleman sayısına da bağlıdır).
- Formülden hesaplanan Δ değeri Δ_α dan küçükse hipotez kabul, aksi halde reddedilir.

10

Smirnov - Kolmogorov Testi

- ***Tablo 6.1.*** *Δ_α Değerleri*

N	0.20	0.10	0.05	0.01
5	0.45	0.51	0.56	0.67
10	0.32	0.37	0.41	0.49
15	0.27	0.30	0.34	0.40
20	0.23	0.26	0.29	0.36
25	0.21	0.24	0.27	0.32
30	0.19	0.22	0.24	0.29
35	0.18	0.20	0.23	0.27
40	0.17	0.19	0.21	0.25
45	0.16	0.18	0.20	0.24
50	0.15	0.17	0.19	0.23
>50	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

11

Örnek

- Aşağıda yapılmış deney sonuçlarına göre betonarme kirişin çatlama yüklerinin **normal dağılıma** uyup uymadığını χ^2 **testi** ile **% 10** anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)
520	740	840
570	760	850
595	780	860
610	790	860
635	790	890
660	800	930
685	810	940
710	810	990
730	810	1045
740	840	1080

12

Çözüm

- N = 30
- μ_x = 789 kg
- σ_x = 139 kg
- Cs_x = 0.057

Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)
520	740	840
570	760	850
595	780	860
610	790	860
635	790	890
660	800	930
685	810	940
710	810	990
730	810	1045
740	840	1080

Sınıf Aralığı [1]	Frekans [2]
500-599	3
600-699	4
700-799	8
800-899	10
900-999	3
1000-1100	2

13

Sınıf Aralığı [1]	Frekans [2]
500-599	3
600-699	4
700-799	8
800-899	10
900-999	3
1000-1100	2

$$z = \frac{600-789}{139} = -1{,}36$$

$$z = \frac{700-789}{139} = -0{,}64$$

X	$z = \dfrac{x-\mu_x}{\sigma_x}$	F(x)	ΔF(x) (p_i)
600	-1.36	0.0869	0.0869
700	-0.64	0.2611	0.1742
800	0.08	0.5319	0.2708
900	0[illegible]	0.7881	0.2562
1000	[illegible]2	0.9345	0.1464
1100	-	1.0000	0.0655

0,2611 – 0,0869 = 0,1742

0,5319 -0.2611 = 0,2708

1,000 – 0,9345 = 0,0,0655

Normal Dağılım Tablosundan:
Z= -1,36 için F(x) = 0,0869

14

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(N_i - N.p_i)^2}{N.p_i}$$

Sınıf Aralığı [1]	Frekans [2]
500-599	3
600-699	4
700-799	8
800-899	10
900-999	3
1000-1100	2

X	$z = \frac{x-\mu_x}{\sigma_x}$	F(x)	ΔF(x) (p_i)
600	-1.36	0.0869	0.0869
700	-0.64	0.2611	0.1742
800	0.08	0.5319	0.2708
900	0.80	0.7881	0.2562
1000	1.52	0.9345	0.1464
1100	-	1.0000	0.0655

$N_i = f_i$

N = 30

x	Frekans (f_i)	ΔF(x) (p_i)	N*ΔF(x) (N^*p_i)	$(N_i - N^*p_i)^2$	χ^2
[1]	[2]	[3]	[4]=**30***[3]	[5]=([2]-[4])²	[6]=[5]/[3]
500-600	3	0.0869	2.607	0,154	0,059
600-700	4	0.1742	5.226	1,503	0,288
700-800	8	0.2708	8.124	0,015	0,002
800-900	10	0.2562	7.686	5,355	0,697
900-1000	3	0.1464	4.392	1,938	0,441
1000-1100	2	0.0655	1.965	0,001	0,001
				Toplam=	**1,487**

15

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(N_i - N.p_i)^2}{N.p_i}$$

Payda

Pay

x	Frekans (f_i)	ΔF(x) (p_i)	N*ΔF(x) (N^*p_i)	$(N_i - N^*p_i)^2$	χ^2
[1]	[2]	[3]	[4]=**30***[3]	[5]=([2]-[4])²	[6]=[5]/[3]
500-600	3	0.0869	2.607	0,154	0,059
600-700	4	0.1742	5.226	1,503	0,288
700-800	8	0.2708	8.124	0,015	0,002
800-900	10	0.2562	7.686	5,355	0,697
900-1000	3	0.1464	4.392	1,938	0,441
1000-1100	2	0.0655	1.965	0,001	0,001
				Toplam=	**1,487**

16

- **χ^2 = 1.487 (Hesaplanan)**

- Sınıf sayısı m = 6
- Parametre sayısı = 2
- Serbestlik derecesi:
  - n = s.d. = 6 - 2 - 1 = 3

- Aşılma olasılığı = % 10
- χ^2 tablosundan χ^2 **= 6.251** (0.10 ve 3 için)

- Hesaplanan χ^2 = 1.487 < χ^2 = 6.251
-
- olduğundan normal dağılıma uyduğu kabul edilir.

17

Örnek

- Aşağıda yapılmış deney sonuçlarına göre betonarme kirişin çatlama yüklerinin **normal dağılıma** uyup uymadığını **Smirnov-Kolmogorov** testi ile **%5** anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)
520	740	840
570	760	850
595	780	860
610	790	860
635	790	890
660	800	930
685	810	940
710	810	990
730	810	1045
740	840	1080

18

Çözüm

Küçükten büyüğe sıralanmış seri:

i	Xi
[1]	[2]
1	520
2	570
3	595
4	610
5	635
6	660
7	685
8	710
9	730
10	740
11	740
12	760
13	780
14	790
15	790
16	800
17	810
18	810
19	810
20	840
21	840
22	850
23	860
24	860
25	890
26	930
27	940
28	990
29	1045
30	1080

19

i	Xi	F*(Xi) = I/n
[1]	[2]	[3] =[1]/N
1	520	0.033
2	570	0.067
3	595	0.100
4	610	0.133
5	635	0.167
6	660	0.200
7	685	0.233
8	710	0.267
9	730	0.300
10	740	0.333
11	740	0.367
12	760	0.400
13	780	0.433
14	790	0.467
15	790	0.500
16	800	0.533
17	810	0.567
18	810	0.600
19	810	0.633
20	840	0.667
21	840	0.700
22	850	0.733
23	860	0.767
24	860	0.800
25	890	0.833
26	930	0.867
27	940	0.900
28	990	0.933
29	1045	0.967
30	1080	1.000

1 / 30 = 0,033

2 / 30 = 0,067

3 / 30 = 0,100

27 / 30 = 0,900

20

i	Xi	F*(Xi) = I/n	z
[1]	[2]	[3] =[1]/N	[4]
1	520	0.033	-2.01
2	570	0.067	-1.63
3	595	0.100	-1.45
4	610	0.133	-1.34
5	635	0.167	-1.15
6	660	0.200	-0.96
7	685	0.233	-0.78
8	710	0.267	-0.59
9	730	0.300	-0.44
10	740	0.333	-0.37
11	740	0.367	-0.37
12	760	0.400	-0.22
13	780	0.433	-0.07
14	790	0.467	0.01
15	790	0.500	0.01
16	800	0.533	0.08
17	810	0.567	0.16
18	810	0.600	0.16
19	810	0.633	0.16
20	840	0.667	0.38
21	840	0.700	0.38
22	850	0.733	0.46
23	860	0.767	0.53
24	860	0.800	0.53
25	890	0.833	0.75
26	930	0.867	1.05
27	940	0.900	1.13
28	990	0.933	1.50
29	1045	0.967	1.91
30	1080	1.000	2.17

$$z = \frac{520-789}{139} = -2{,}01$$

$$z = \frac{570-789}{139} = -1{,}63$$

$$z = \frac{850-789}{139} = 0{,}46$$

21

i	Xi	F*(Xi) = I/n	z	F(Xi)
[1]	[2]	[3] =[1]/N	[4]	[5]
1	520	0.033	-2.01	0.0223
2	570	0.067	-1.63	0.0511
3	595	0.100	-1.45	0.0738
4	610	0.133	-1.34	0.0908
5	635	0.167	-1.15	0.1252
6	660	0.200	-0.96	0.1678
7	685	0.233	-0.78	0.2188
8	710	0.267	-0.59	0.2777
9	730	0.300	-0.44	0.3298
10	740	0.333	-0.37	0.3573
11	740	0.367	-0.37	0.3573
12	760	0.400	-0.22	0.4143
13	780	0.433	-0.07	0.4732
14	790	0.467	0.01	0.5030
15	790	0.500	0.01	0.5030
16	800	0.533	0.08	0.5327
17	810	0.567	0.16	0.5623
18	810	0.600	0.16	0.5623
19	810	0.633	0.16	0.5623
20	840	0.667	0.38	0.6483
21	840	0.700	0.38	0.6483
22	850	0.733	0.46	0.6756
23	860	0.767	0.53	0.7019
24	860	0.800	0.53	0.7019
25	890	0.833	0.75	0.7745
26	930	0.867	1.05	0.8537
27	940	0.900	1.13	0.8701
28	990	0.933	1.50	0.9332
29	1045	0.967	1.91	0.9720
30	1080	1.000	2.17	0.9851

Normal Dağılım Tablosundan

z = -2,01 için **0,0023**
z = -1,63 için **0,0511**

22

i	Xi	F*(Xi) = I/n	z	F(Xi)	| F(Xi) -F*(Xi) |
[1]	[2]	[3] =[1]/N	[4]	[5]	[6]=[5]-[3]
1	520	0.033	-2.01	0.0223	0.011
2	570	0.067	-1.63	0.0511	0.016
3	595	0.100	-1.45	0.0738	0.026
4	610	0.133	-1.34	0.0908	0.043
5	635	0.167	-1.15	0.1252	0.041
6	660	0.200	-0.96	0.1678	0.032
7	685	0.233	-0.78	0.2188	0.015
8	710	0.267	-0.59	0.2777	0.011
9	730	0.300	-0.44	0.3298	0.030
10	740	0.333	-0.37	0.3573	0.024
11	740	0.367	-0.37	0.3573	0.009
12	760	0.400	-0.22	0.4143	0.014
13	780	0.433	-0.07	0.4732	0.040
14	790	0.467	0.01	0.5030	0.036
15	790	0.500	0.01	0.5030	0.003
16	800	0.533	0.08	0.5327	0.001
17	810	0.567	0.16	0.5623	0.004
18	810	0.600	0.16	0.5623	0.038
19	810	0.633	0.16	0.5623	0.071
20	840	0.667	0.38	0.6483	0.018
21	840	0.700	0.38	0.6483	0.052
22	850	0.733	0.46	0.6756	0.058
23	860	0.767	0.53	0.7019	0.065
24	860	0.800	0.53	0.7019	0.098
25	890	0.833	0.75	0.7745	0.059
26	930	0.867	1.05	0.8537	0.013
27	940	0.900	1.13	0.8701	0.030
28	990	0.933	1.50	0.9332	0.000
29	1045	0.967	1.91	0.9720	0.005
30	1080	1.000	2.17	0.9851	0.015

23

i	Xi	F*(Xi) = I/n	z	F(Xi)	| F(Xi) -F*(Xi) |
[1]	[2]	[3] =[1]/N	[4]	[5]	[6]=[5]-[3]
1	520	0.033	-2.01	0.0223	0.011
2	570	0.067	-1.63	0.0511	0.016
3	595	0.100	-1.45	0.0738	0.026
4	610	0.133	-1.34	0.0908	0.043
5	635	0.167	-1.15	0.1252	0.041
6	660	0.200	-0.96	0.1678	0.032
7	685	0.233	-0.78	0.2188	0.015
8	710	0.267	-0.59	0.2777	0.011
9	730	0.300	-0.44	0.3298	0.030
10	740	0.333	-0.37	0.3573	0.024
11	740	0.367	-0.37	0.3573	0.009
12	760	0.400	-0.22	0.4143	0.014
13	780	0.433	-0.07	0.4732	0.040
14	790	0.467	0.01	0.5030	0.036
15	790	0.500	0.01	0.5030	0.003
16	800	0.533	0.08	0.5327	0.001
17	810	0.567	0.16	0.5623	0.004
18	810	0.600	0.16	0.5623	0.038
19	810	0.633	0.16	0.5623	0.071
20	840	0.667	0.38	0.6483	0.018
21	840	0.700	0.38	0.6483	0.052
22	850	0.733	0.46	0.6756	0.058
23	860	0.767	0.53	0.7019	0.065
24	860	0.800	0.53	0.7019	**0.098**
25	890	0.833	0.75	0.7745	0.059
26	930	0.867	1.05	0.8537	0.013
27	940	0.900	1.13	0.8701	0.030
28	990	0.933	1.50	0.9332	0.000
29	1045	0.967	1.91	0.9720	0.005
30	1080	1.000	2.17	0.9851	0.015

24

Δ = 0,098 (Hesaplanan)

N =30

μ_x = 789

σ_x = 139

N = 30 ve α = % 5 için Tablodan Δ = 0.24

Δ = 0.098 (Hesaplanan) < Δ = 0.24 (Tablodan)

Hipotez Kabul

25

Örnek

- Aşağıda yapılmış deney sonuçlarına göre betonarme kirişin çatlama yüklerinin **log-normal dağılıma** uyup uymadığını **Smirnov-Kolmogorov** testi ile **%5** anlamlılık düzeyinde kontrol ediniz.

Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)	Çatlama Yükü (kg)
520	740	840
570	760	850
595	780	860
610	790	860
635	790	890
660	800	930
685	810	940
710	810	990
730	810	1045
740	840	1080

26

Çözüm

Küçükten büyüğe sıralanmış seri:

i [1]	Xi [2]
1	520
2	570
3	595
4	610
5	635
6	660
7	685
8	710
9	730
10	740
11	740
12	760
13	780
14	790
15	790
16	800
17	810
18	810
19	810
20	840
21	840
22	850
23	860
24	860
25	890
26	930
27	940
28	990
29	1045
30	1080

27

i [1]	Xi [2]	Yi=ln(Xi) [3]
1	520	6.25
2	570	6.35
3	595	6.39
4	610	6.41
5	635	6.45
6	660	6.49
7	685	6.53
8	710	6.57
9	730	6.59
10	740	6.61
11	740	6.61
12	760	6.63
13	780	6.66
14	790	6.67
15	790	6.67
16	800	6.68
17	810	6.70
18	810	6.70
19	810	6.70
20	840	6.73
21	840	6.73
22	850	6.75
23	860	6.76
24	860	6.76
25	890	6.79
26	930	6.84
27	940	6.85
28	990	6.90
29	1045	6.95
30	1080	6.98

$y_i = \ln(520) = 6,25$

$y_i = \ln(570) = 6,35$

$y_i = \ln(780) = 6,66$

N =30

$y = \ln(X)$

$\mu_y = 6.656$

$\sigma_y = 0.174$

28

i	Xi	Yi=ln(Xi)	F*(Yi) = I/n
[1]	[2]	[3]	[4] =[1]/N
1	520	6.25	0.033
2	570	6.35	0.067
3	595	6.39	0.100
4	610	6.41	0.133
5	635	6.45	0.167
6	660	6.49	0.200
7	685	6.53	0.233
8	710	6.57	0.267
9	730	6.59	0.300
10	740	6.61	0.333
11	740	6.61	0.367
12	760	6.63	0.400
13	780	6.66	0.433
14	790	6.67	0.467
15	790	6.67	0.500
16	800	6.68	0.533
17	810	6.70	0.567
18	810	6.70	0.600
19	810	6.70	0.633
20	840	6.73	0.667
21	840	6.73	0.700
22	850	6.75	0.733
23	860	6.76	0.767
24	860	6.76	0.800
25	890	6.79	0.833
26	930	6.84	0.867
27	940	6.85	0.900
28	990	6.90	0.933
29	1045	6.95	0.967
30	1080	6.98	1.000

1/30 = 0,033

3/30 = 0,100

18/30 = 0,600

29

i	Xi	Yi=ln(Xi)	F*(Yi) = I/n	z
[1]	[2]	[3]	[4] =[1]/N	[5]
1	520	6.25	0.033	-2.32
2	570	6.35	0.067	-1.79
3	595	6.39	0.100	-1.54
4	610	6.41	0.133	-1.40
5	635	6.45	0.167	-1.17
6	660	6.49	0.200	-0.94
7	685	6.53	0.233	-0.73
8	710	6.57	0.267	-0.52
9	730	6.59	0.300	-0.36
10	740	6.61	0.333	-0.29
11	740	6.61	0.367	-0.29
12	760	6.63	0.400	-0.13
13	780	6.66	0.433	0.02
14	790	6.67	0.467	0.09
15	790	6.67	0.500	0.09
16	800	6.68	0.533	0.16
17	810	6.70	0.567	0.23
18	810	6.70	0.600	0.23
19	810	6.70	0.633	0.23
20	840	6.73	0.667	0.44
21	840	6.73	0.700	0.44
22	850	6.75	0.733	0.51
23	860	6.76	0.767	0.58
24	860	6.76	0.800	0.58
25	890	6.79	0.833	0.78
26	930	6.84	0.867	1.03
27	940	6.85	0.900	1.09
28	990	6.90	0.933	1.39
29	1045	6.95	0.967	1.70
30	1080	6.98	1.000	1.89

$$z = \frac{6{,}25 - 6{,}656}{0{,}174} = -2{,}32$$

$$z = \frac{6{,}35 - 6{,}656}{0{,}174} = -1{,}79$$

30

i	Xi	Yi=ln(Xi)	F*(Yi) = I/n	z	F(Yi)
[1]	[2]	[3]	[4] =[1]/N	[5]	[6]
1	520	6.25	0.033	-2.32	0.010
2	570	6.35	0.067	-1.79	0.037
3	595	6.39	0.100	-1.54	0.062
4	610	6.41	0.133	-1.40	0.081
5	635	6.45	0.167	-1.17	0.122
6	660	6.49	0.200	-0.94	0.173
7	685	6.53	0.233	-0.73	0.233
8	710	6.57	0.267	-0.52	0.300
9	730	6.59	0.300	-0.36	0.358
10	740	6.61	0.333	-0.29	0.387
11	740	6.61	0.367	-0.29	0.387
12	760	6.63	0.400	-0.13	0.447
13	780	6.66	0.433	0.02	0.507
14	790	6.67	0.467	0.09	0.536
15	790	6.67	0.500	0.09	0.536
16	800	6.68	0.533	0.16	0.564
17	810	6.70	0.567	0.23	0.592
18	810	6.70	0.600	0.23	0.592
19	810	6.70	0.633	0.23	0.592
20	840	6.73	0.667	0.44	0.671
21	840	6.73	0.700	0.44	0.671
22	850	6.75	0.733	0.51	0.695
23	860	6.76	0.767	0.58	0.718
24	860	6.76	0.800	0.58	0.718
25	890	6.79	0.833	0.78	0.781
26	930	6.84	0.867	1.03	0.848
27	940	6.85	0.900	1.09	0.862
28	990	6.90	0.933	1.39	0.917
29	1045	6.95	0.967	1.70	0.955
30	1080	6.98	1.000	1.89	0.970

Normal Dağılım Tablosundan

z=-2,32 için 0,010

z= -1,79 için 0,037

31

i	Xi	Yi=ln(Xi)	F*(Yi) = I/n	z	F(Yi)	| F(Yi) - F*(Yi) |
[1]	[2]	[3]	[4] =[1]/N	[5]	[6]	[7]=[6]-[4]
1	520	6.25	0.033	-2.32	0.010	0.023
2	570	6.35	0.067	-1.79	0.037	0.030
3	595	6.39	0.100	-1.54	0.062	0.038
4	610	6.41	0.133	-1.40	0.081	0.052
5	635	6.45	0.167	-1.17	0.122	0.045
6	660	6.49	0.200	-0.94	0.173	0.027
7	685	6.53	0.233	-0.73	0.233	0.001
8	710	6.57	0.267	-0.52	0.300	0.033
9	730	6.59	0.300	-0.36	0.358	0.058
10	740	6.61	0.333	-0.29	0.387	0.054
11	740	6.61	0.367	-0.29	0.387	0.021
12	760	6.63	0.400	-0.13	0.447	0.047
13	780	6.66	0.433	0.02	0.507	0.073
14	790	6.67	0.467	0.09	0.536	0.069
15	790	6.67	0.500	0.09	0.536	0.036
16	800	6.68	0.533	0.16	0.564	0.031
17	810	6.70	0.567	0.23	0.592	0.026
18	810	6.70	0.600	0.23	0.592	0.008
19	810	6.70	0.633	0.23	0.592	0.041
20	840	6.73	0.667	0.44	0.671	0.004
21	840	6.73	0.700	0.44	0.671	0.029
22	850	6.75	0.733	0.51	0.695	0.038
23	860	6.76	0.767	0.58	0.718	0.048
24	860	6.76	0.800	0.58	0.718	0.082
25	890	6.79	0.833	0.78	0.781	0.052
26	930	6.84	0.867	1.03	0.848	0.019
27	940	6.85	0.900	1.09	0.862	0.038
28	990	6.90	0.933	1.39	0.917	0.016
29	1045	6.95	0.967	1.70	0.955	0.011
30	1080	6.98	1.000	1.89	0.970	0.030

32

i	Xi	Yi=ln(Xi)	F*(Yi) = I/n	z	F(Yi)	| F(Yi) - F*(Yi) |
[1]	[2]	[3]	[4] =[1]/N	[5]	[6]	[7]=[6]-[4]
1	520	6.25	0.033	-2.32	0.010	0.023
2	570	6.35	0.067	-1.79	0.037	0.030
3	595	6.39	0.100	-1.54	0.062	0.038
4	610	6.41	0.133	-1.40	0.081	0.052
5	635	6.45	0.167	-1.17	0.122	0.045
6	660	6.49	0.200	-0.94	0.173	0.027
7	685	6.53	0.233	-0.73	0.233	0.001
8	710	6.57	0.267	-0.52	0.300	0.033
9	730	6.59	0.300	-0.36	0.358	0.058
10	740	6.61	0.333	-0.29	0.387	0.054
11	740	6.61	0.367	-0.29	0.387	0.021
12	760	6.63	0.400	-0.13	0.447	0.047
13	780	6.66	0.433	0.02	0.507	0.073
14	790	6.67	0.467	0.09	0.536	0.069
15	790	6.67	0.500	0.09	0.536	0.036
16	800	6.68	0.533	0.16	0.564	0.031
17	810	6.70	0.567	0.23	0.592	0.026
18	810	6.70	0.600	0.23	0.592	0.008
19	810	6.70	0.633	0.23	0.592	0.041
20	840	6.73	0.667	0.44	0.671	0.004
21	840	6.73	0.700	0.44	0.671	0.029
22	850	6.75	0.733	0.51	0.695	0.038
23	860	6.76	0.767	0.58	0.718	0.048
24	860	6.76	0.800	0.58	0.718	**0.082**
25	890	6.79	0.833	0.78	0.781	0.052
26	930	6.84	0.867	1.03	0.848	0.019
27	940	6.85	0.900	1.09	0.862	0.038
28	990	6.90	0.933	1.39	0.917	0.016
29	1045	6.95	0.967	1.70	0.955	0.011
30	1080	6.98	1.000	1.89	0.970	0.030

33

N =30

$y = \ln (X)$

μ_y = 6.656

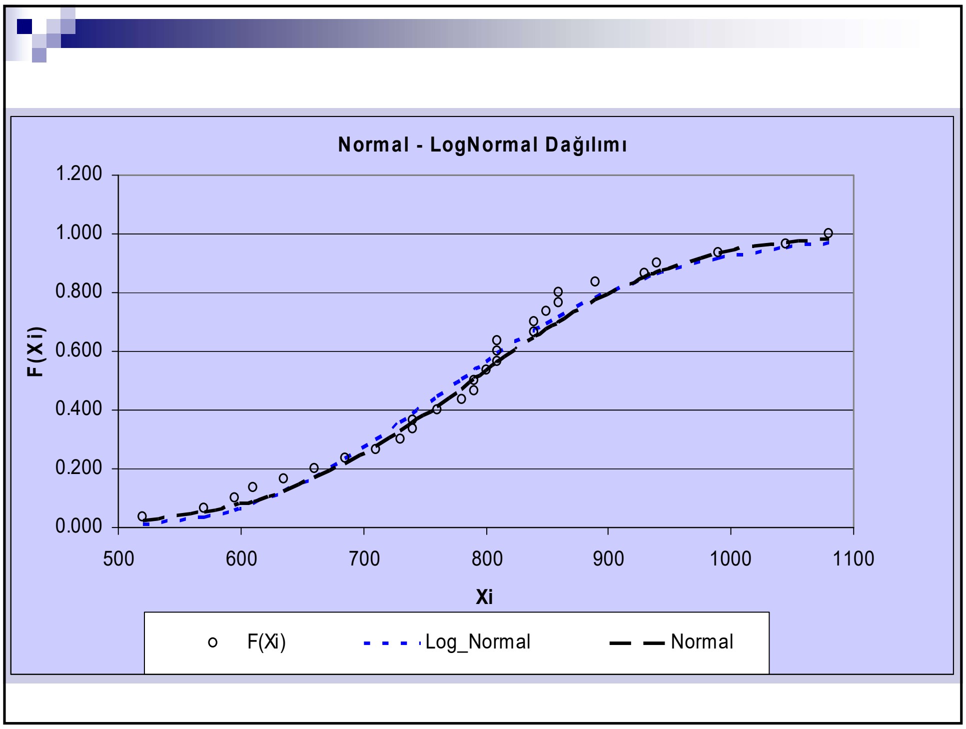
σ_y = 0.174

N = 30 ve α =% 5 için Tablodan Δ =0.24

Δ = 0.082 (Hesaplanan) < Δ = 0.24 (Tablodan)

Hipotez Kabul

34



Normal - LogNormal Dağılımı
1.200
1.000
0.800
0.600
0.400
0.200
0.000
F(Xi)
500
600
700
800
900
1000
1100
Xi
F(Xi)
Log_Normal
Normal

35