

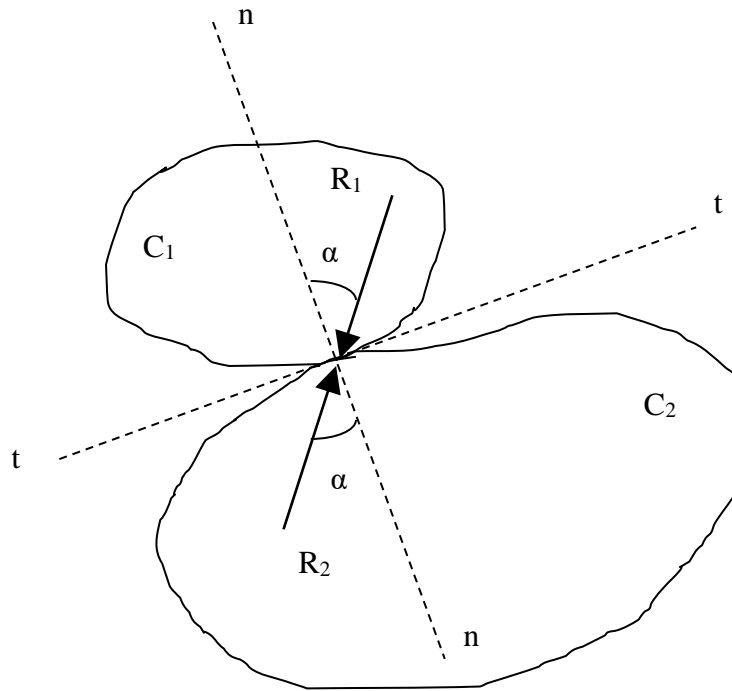
BÖLÜM 6. SÜRTÜNME KUVVETLERİ

6.1. Giriş

İki cismin birbirine etkide bulunmaları değişik şekillerde olabilir. Mafsallı ve yarık içinde kayma tipi etkileşmeler dışında bir de iki cismin aralarındaki itme kuvveti ile yüzeylerin birbirine dokunurken birbirlerine göre kaymaları söz konusu olabilir. İşte bu durumlarda sürtünme problemleri ortaya çıkar. Dokunma yüzeylerinde teğetsel kuvvet pasif bir kuvvet olup üst sınırı vardır. Üst sınıra varınca göreceli hareket başlar. Hareket başlayınca sürtünme dinamik sürtünme şekline dönüşür.

6.2. Sürtünme Katsayıları

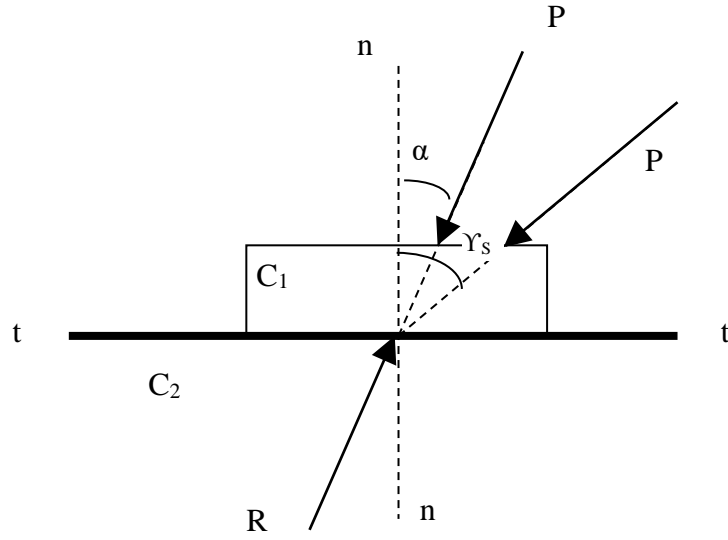
İki cismin temasta olduğunu düşünelim



Şekil 6.1.

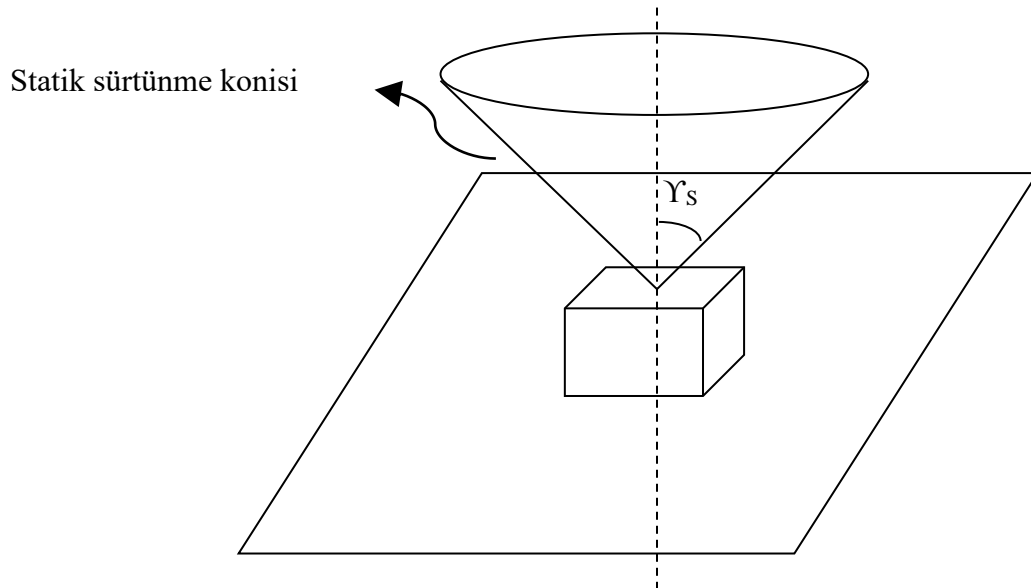
R_1 C_1 cisminin C_2 cismine, R_2 C_2 cisminin C_1 cismine etkisidir. $\alpha \leq Y_s$ oldukça kayma olmaz. Bu Y_s açısına statik sürtünme açısı denir. Görüldüğü gibi R_1 şiddetine hiçbir koşul konmamaktadır. Ancak genellikle cisimlerden biri hareketsizdir, diğerrinin hareket edip etmeyeceği incelenir.

Yerdeki veya masa üstündeki bir kutuyu düşünelim



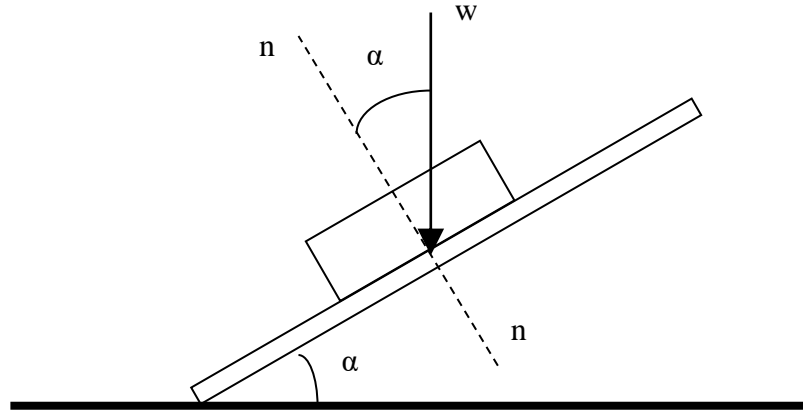
Şekil 6.2.

Eğer P 'nin α açısı γ_s den büyükse kayma olur. P dıştan etkilerle kutunun ağırlığı dahil tüm kuvvetlerin bileşkesidir. C_2 ye doğru olmalı ve γ_s den küçük bir α açısı olmalıdır ki denge olabilsin. Aksi halde hareket olur.



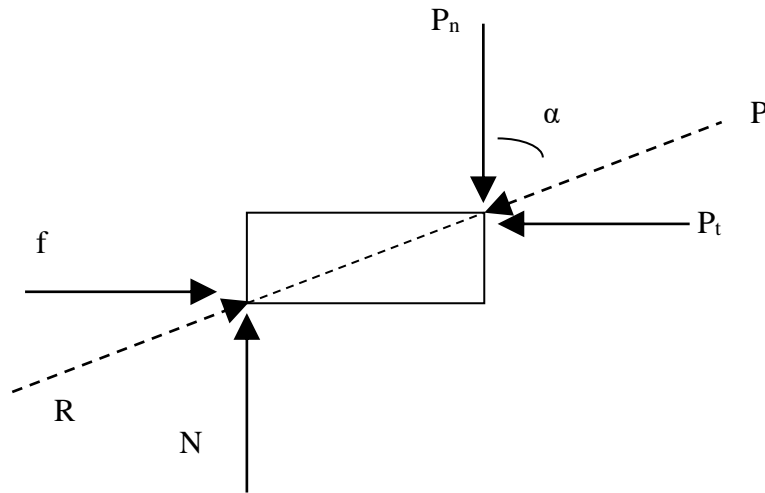
Şekil 6.3.

Bileşke kuvvet koni dışında ise kayma olur. Düzlemde iki sınır konum vardır, fakat uzayda sonsuz sayıda seçenek vardır. γ_s çok küçük ise yüzeye sürtünmesiz veya cilalı yüzey denir. γ_s dokunan iki cismin yüzeylerinin fiziksel ve kimyasal özelliklerine bağlıdır.



Şekil 6.4.

$\alpha \leq \gamma_s$ olursa kayma olmaz. $\alpha = \gamma_s$ limit durum. Sürtünmeyi açıdan söz etmeden de inceleyebiliriz.



Şekil 6.5.

R'nin bileşenleri f ve N

P'nin Bileşenleri P_t ve P_n

Denge varsa $R=P$ ve $P_f=f$ ve $P_n=N$ dir.

(dengede) $\alpha \leq \gamma$ ise γ_s ve $\alpha \leq 90^\circ$ olup $\tan \alpha \leq \tan \gamma_s$ olur.

$$f/N \leq \tan \gamma_s \quad f \leq N \cdot \tan \gamma_s \quad f \leq N \cdot \mu_s$$

μ_s : Statik sürtünme katsayısı denir.

μ_s : Boyutsuzdur.

Sınır durumda $f_m = N \cdot \mu_s$ olur.

P _____ f

10 10

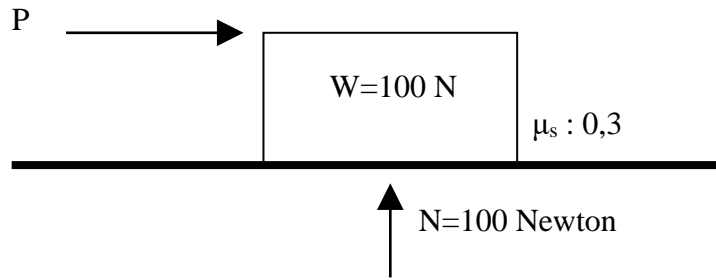
20 20

25 25

30 $f_m=30$

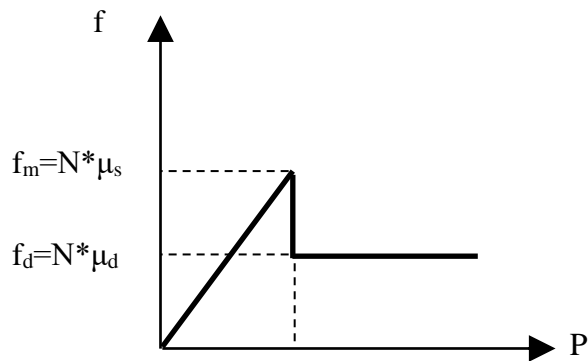
30,1 $f_d=20$

35 20



Şekil 6.6.

aslında



Şekil 6.7.

Deneysel sonuçlar statik sürtünme için f_m sınır durum değerinin dokunma yüzeyine dik N bileşenin bir sabit değerle çarpımı olduğundan göstermektedir.

$$f_m = N \cdot \mu_s$$

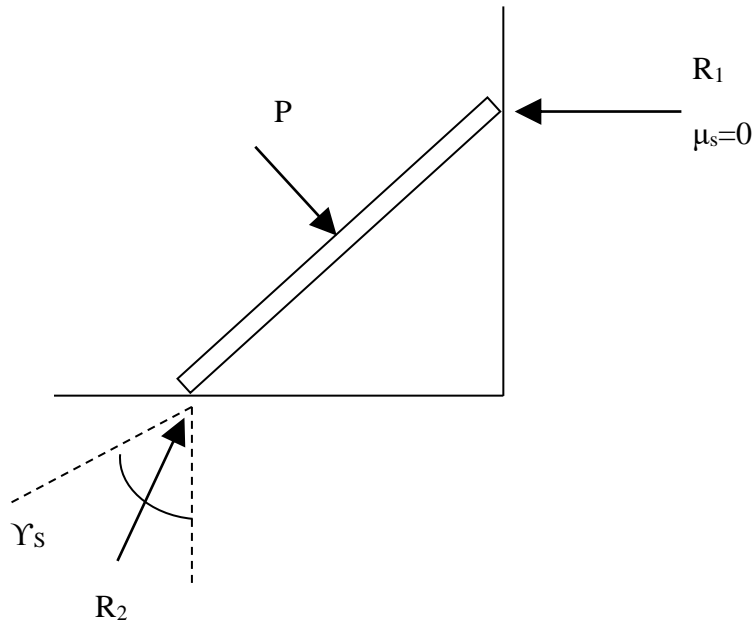
Bu statik sürtünme için f_m aşıldıktan sonra kayma başlar ve

$$f_d = N \cdot \mu_d \text{ sürtünme kuvveti cisme etki eder. } \mu_d < \mu_s$$

6.3. Kuru Sürtünme Problemleri

Kuru sürtünme problemleri dört tipten olabilir.

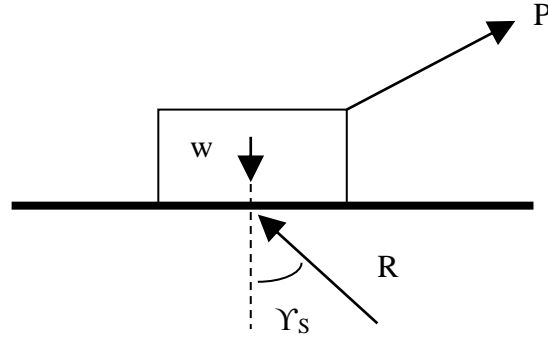
1-



Şekil 6.8.

Denge denkleminde f ve N bulunur $f < f_m = \mu N$

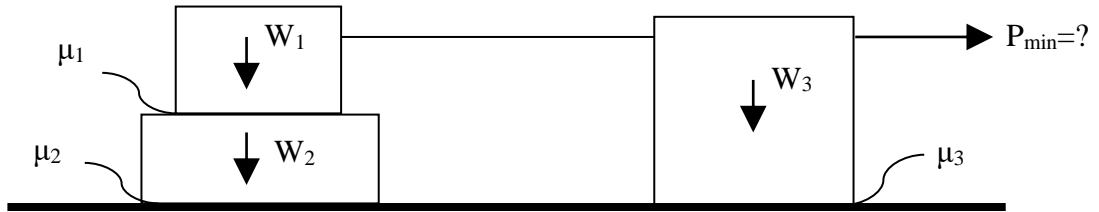
2-



Şekil 6.9.

Statik denge denklemleri kullanılır. Kaymanın başlamak üzere olduğu yüzeylerde $f=N \cdot \mu_s$ yazılır.

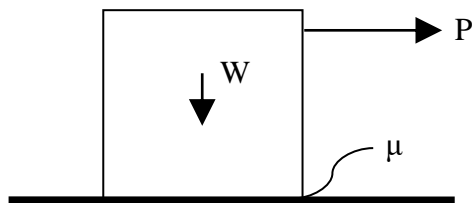
3-Hareket başlamak üzeredir fakat nerede başladığı bilinmemektedir.



Şekil 6.10.

Değişik olasılıklar ayrı ayrı ele alınır.

4-Kaymamı başlıyor devrilmemi oluyor bilinmemektedir.

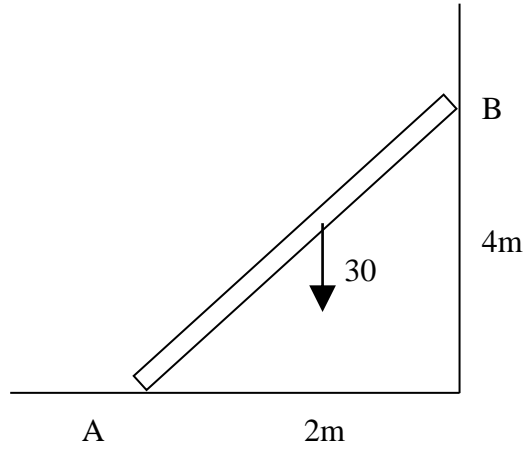


Şekil 6.11.

Her iki olasılık ayrı ayrı incelenir.

ÖRNEK

30 kg'lık bir merdiven sürtünmesiz bir duvara dayanmıştır. Döşeme üzerinde $\mu_s = 0,3$ olduğuna göre merdiven dengedemidir.



Şekil 6.12.

$$\uparrow + \quad \Sigma F_y = 0 \text{ (Yukarı Yön Pozitif)}$$

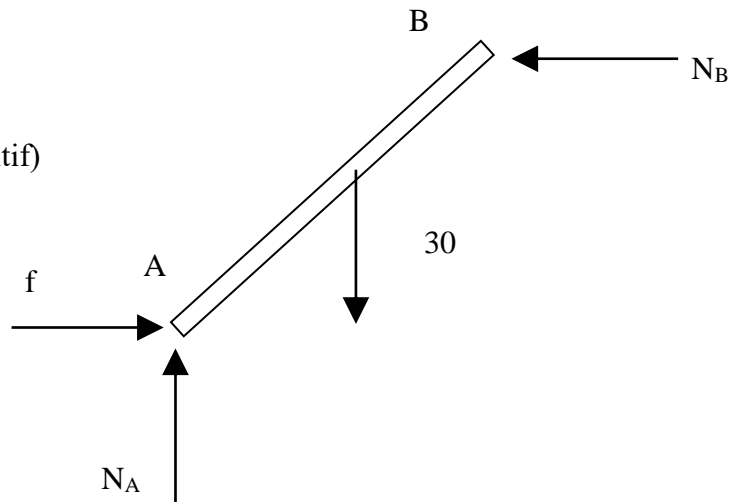
$$N_A = 30 \text{ kg}$$

$$\curvearrowleft + \quad \Sigma M_A = 0 \text{ (Saat Yönü Ters Pozitif)}$$

$$-30 \cdot 1 + N_B \cdot 4 = 0 \quad N_B = 7,5 \text{ kg}$$

$$\rightarrow + \quad \Sigma F_x = 0 \text{ (Sağ Yön Pozitif)}$$

$$f = N_B = 7,5 \text{ kg}$$



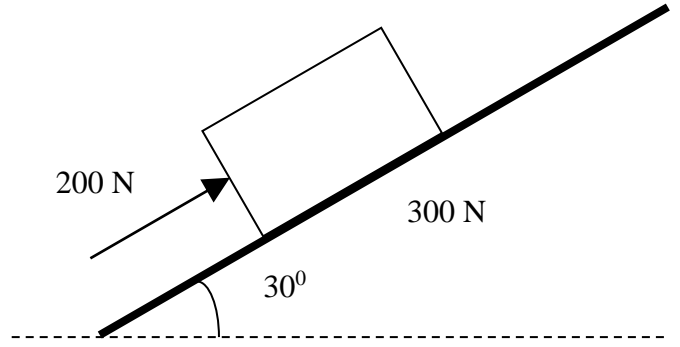
Şekil 6.13.

$$f_m = \mu N_A = 0,3 \cdot 30 = 9 \text{ kg}$$

$f < f_m$ kayma olmaz

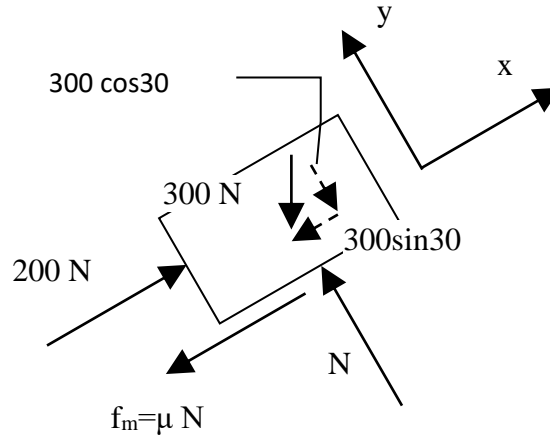
ÖRNEK

300 N'luk bir kutu 30° eğimli yüzey üzerinde 200 N'luk bir kuvvet ile sabit hızla yukarı kaydırılabiliyor. $\mu=?$



Sabit hız $\sum F = 0$

Şekil 6.14.



Şekil 6.15.

$$\rightarrow + \sum F_x = 0 \text{ (Sağ Yön Pozitif)}$$

$$200 - 300 \sin 30 - f_m = 0 \quad f_m = 50 \text{ N}$$

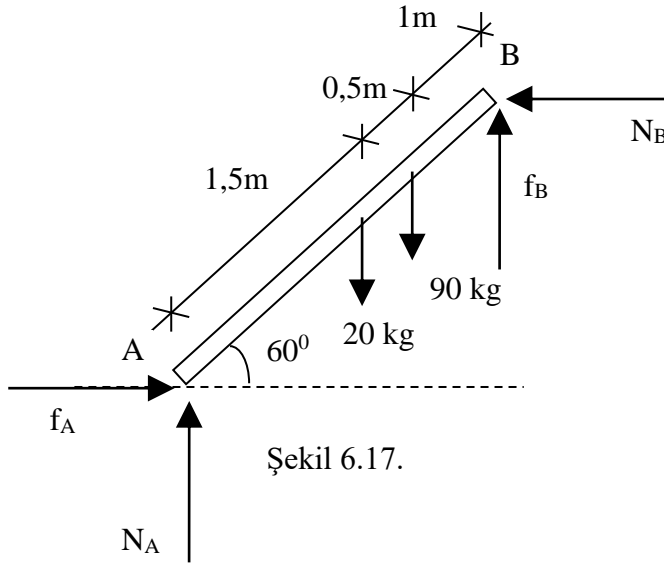
$$\uparrow + \sum F_y = 0 \text{ (Yukarı Yön Pozitif)}$$

$$N - 300 \cos 30 = 0 \quad N = 259,8 \text{ N}$$

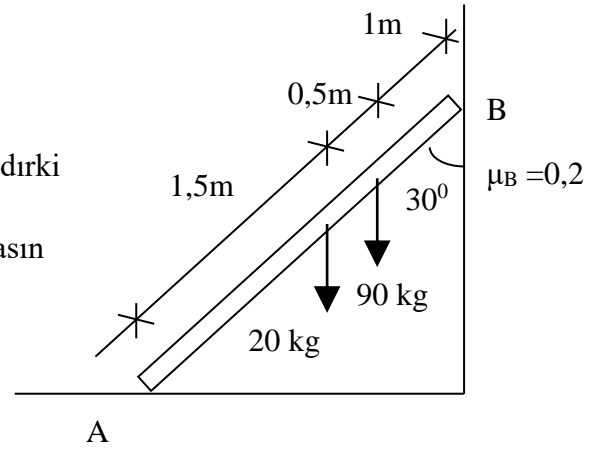
$$f_m = \mu N \quad 50 = \mu * 259,8 \quad \mu = 0,1924$$

ÖRNEK

Şekildeki 20 kg'lık merdiven için μ_A en az ne olmalıdır ki
90 kg kütleli adam A'dan 2 m yukarı çıktığında kayma olmasın



Şekil 6.17.



Şekil 6.16.

Limit durum olduğu için:

$$f_A = \mu_A \cdot N_A \dots \dots \dots (1)$$

$$f_B = 0,2 \cdot N_B \dots \dots \dots (2)$$

$$\curvearrowleft + \quad \sum M_A = 0 \text{ (Saat Yönü Tersi Pozitif)}$$

$$f_B \cdot 3 \cos 60 + N_B \cdot 3 \sin 60 - 20 \cdot 1,5 \cos 60 - 90 \cdot 2 \cos 60 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\rightarrow + \quad \sum F_x = 0 \text{ (Sağ Yön Pozitif)}$$

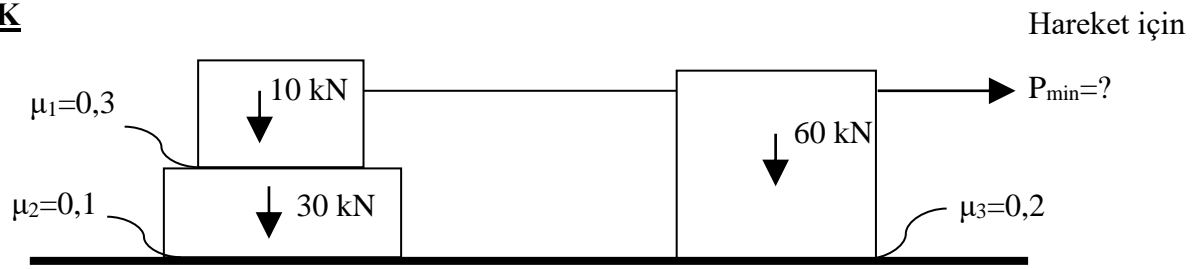
$$f_A - N_B = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$\uparrow + \quad \sum F_y = 0 \text{ (Yukarı Yön Pozitif)}$$

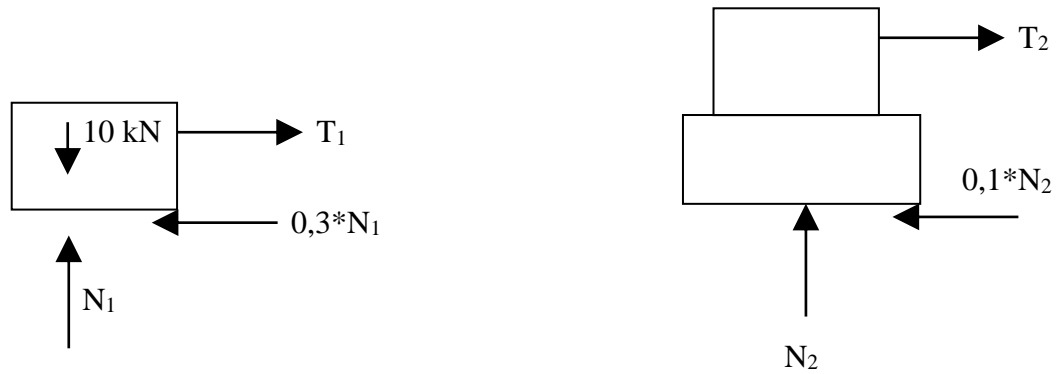
$$N_A + f_B - 20 - 90 = 0 \dots \dots \dots (5)$$

Ortak çözümden

$$N_B = 36,25 \text{ kg} \quad f_B = 7,25 \text{ kg} \quad N_A = 102,8 \text{ kg} \quad f_A = 36,25 \text{ kg} \quad \mu_A = 0,35$$

ÖRNEK

Şekil 6.18.



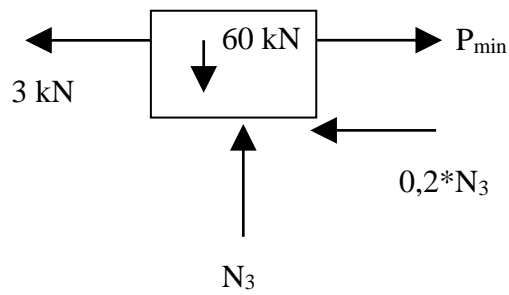
Şekil 6.19.

Şekil 6.20.

$$T_1 = 0,3 * 10 = 3 \text{ kN}$$

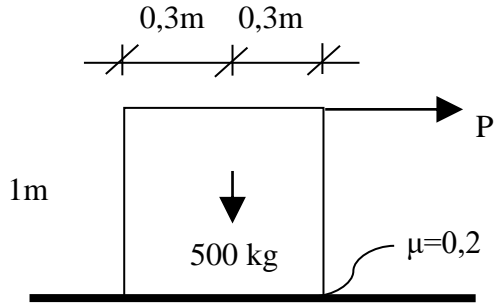
$$T_2 = 0,1 * 40 = 4 \text{ kN}$$

$$T_{\min} = T_1 = 3 \text{ kN}$$



Şekil 6.21.

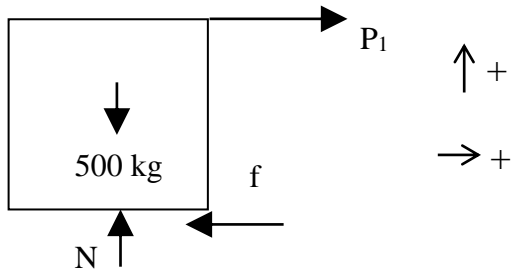
$$P_{\min} = 0,2 * 60 + 3 = 15 \text{ kN}$$

ÖRNEK

Şekil 6.22.

500 kg'lık bir kutu bir halat ile çekilmektedir

Kutunun hareketi için gereken kuvvet kutuyu devirir mi, kaydırır mı

kayma

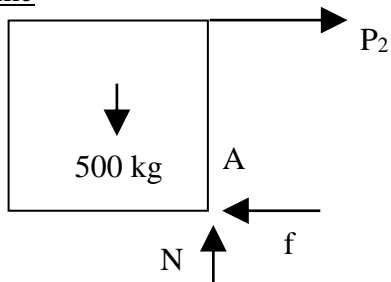
↑ +

$$\sum F_y = 0 \text{ (Yukarı Yön Pozitif)} \quad N=500 \text{ kg}$$

→ +

$$\sum F_x = 0 \text{ (Sağ Yön Pozitif)} \quad P_1=f=0,2*500=100 \text{ kg}$$

Şekil 6.23.

Devrilme

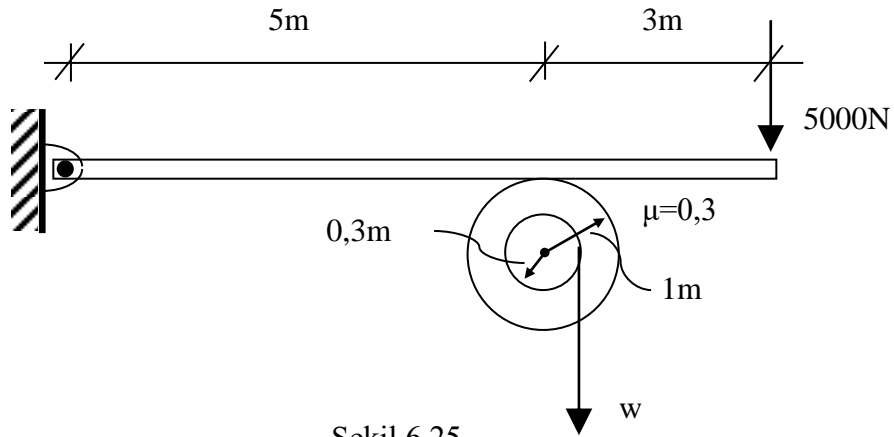
↺ +

$$\sum M_A = 0 \text{ (Saat Yönü Ters Pozitif)}$$

$$500*0,3-P_2*1=0 \quad P_2=150 \text{ kg}$$

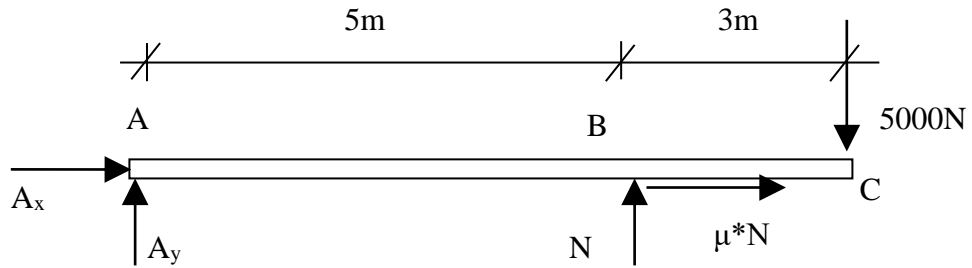
Şekil 6.24.

$P_1 < P_2$ kayma olur

ÖRNEK

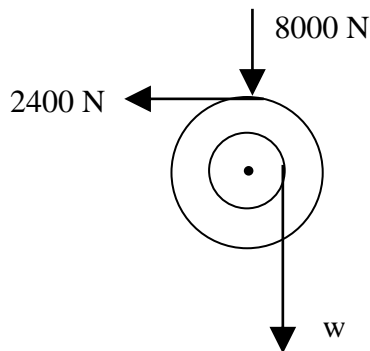
Şekil 6.25.

Kaymadan durabilecek en büyük yük nedir?



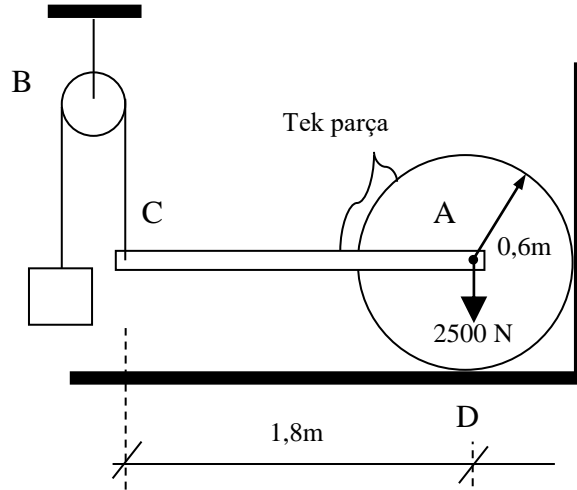
Şekil 6.26.

$$\begin{aligned}
 + \curvearrowleft \quad \sum M_A = 0 \text{ (Saat Yönü Tersi Pozitif)} \quad & 5 \cdot N - 8 \cdot 5000 = 0 \quad & N = 8000 \text{ N} \\
 \mu \cdot N = 0,3 \cdot 8000 = 2400 \text{ N}
 \end{aligned}$$



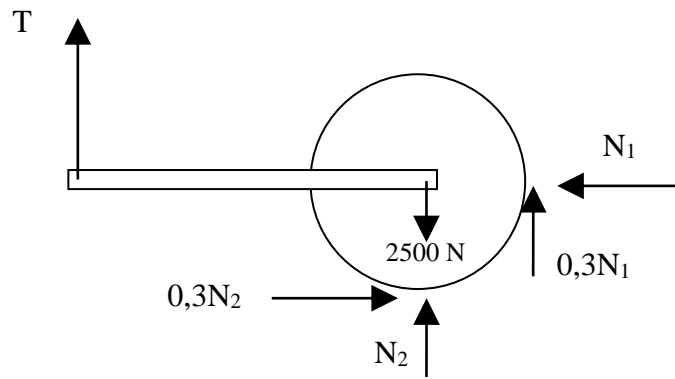
$$\begin{aligned}
 + \curvearrowleft \quad \sum M_{\text{merkez}} = 0 \text{ (Saat Yönü Tersi Pozitif)} \\
 2400 \cdot 1 - 0,3 \cdot w = 0 \quad & w = 8000 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Şekil 6.27.

ÖRNEK

Şekil 6.28.

Sistem dengede ise ipteki gerilme ne olur. Her yerde $\mu=0,3$



Şekil 6.29.

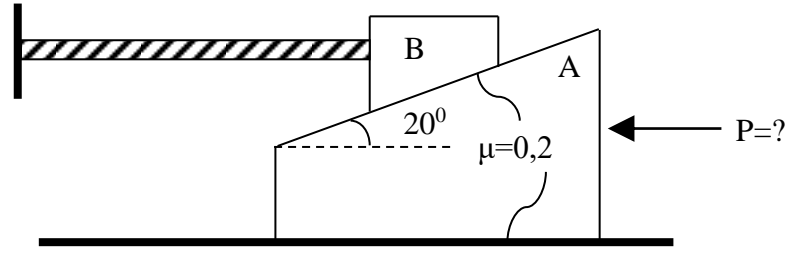
$$\uparrow + \quad \Sigma F_y = 0 \text{ (Yukarı Yön Pozitif)} \quad T + N_2 + 0,3N_1 - 2500 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\curvearrowright + \quad \Sigma M_D = 0 \text{ (Saat Yönü Pozitif)} \quad T \cdot 1,8 - N_1 \cdot 0,6 - 0,3 \cdot N_1 \cdot 0,6 = 0 \quad N_1 = 3T/1,3$$

$$\leftarrow + \quad \Sigma F_x = 0 \text{ (Sol Yön Pozitif)} \quad N_1 - 0,3 \cdot N_2 = 0 \quad N_2 = N_1/0,3 = T/0,13$$

1 de yerine konursa

$$T = 266 \text{ N}$$

ÖDEV

Şekil 6.30.

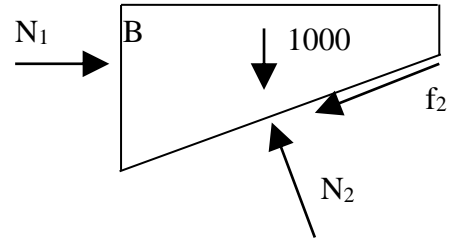
$w_A=2000 \text{ N}$, $w_B=1000 \text{ N}$ ise hareket için en küçük $P=?$

$$f_2=0,2*N_2$$

$$\rightarrow + \quad \sum F_x = N_1 - 0,2*N_2 \cos 20 - N_2 \sin 20 = 0$$

$$\uparrow + \quad \sum F_y = N_2 \cos 20 - 0,2*N_2 \sin 20 - 1000 = 0$$

$$N_1 = 576 \text{ N} \quad N_2 = 1146 \text{ N}$$



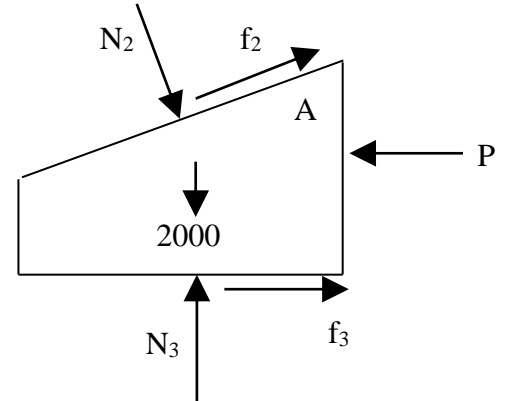
Şekil 6.31.

$$f_3=0,2*N_3$$

$$\rightarrow + \quad \sum F_x = -P + f_3 + 0,2(1146)\cos 20 + 1146\sin 20 = 0$$

$$\uparrow + \quad \sum F_y = -2000 + N_3 - 1146\cos 20 + 0,2(1146)\sin 20 = 0$$

$$P = 1205 \text{ N} \quad N_3 = 2299 \text{ N}$$



Şekil 6.32.