

Дата: 21.03.2022

Клас: 11-А

Тема: Елементи комбінаторики. Розміщення, перестановки, комбінації.

Приклад 1.

Розв'яжіть рівняння $A_{x-3}^2 = 42$.

Розпишімо кількість розміщень за формулою:

$$\frac{(x-3)!}{(x-3-2)!} = 42;$$

$$\frac{(x-3)(x-4)(x-5)!}{(x-5)!} = 42.$$

Скоротімо дужки з факторіалами:

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 4x + 12 &= 42; \\ x^2 - 7x - 30 &= 0.\end{aligned}$$

Розв'яжімо квадратне рівняння за допомогою теореми Вієта:

$$\begin{aligned}x_1 \cdot x_2 &= -30; \\ x_1 + x_2 &= 7.\end{aligned}$$

Підібравши корені рівняння, маємо:

$x_1 = 10$, $x_2 = -3$ — сторонній корінь, бо $(x-3) \in \mathbb{N}$.

Відповідь: $x = 10$.

Приклад 2.

Скільки існує шестицифрових чисел, якщо крайні цифри є непарними, а інші — парними. Усі цифри числа мають бути різними.

Врахуймо, що потрібно обрати 2 з п'яти непарних цифр на краях і 4 з п'яти парних цифр усередині, тоді всю кількість чисел знайдемо як:

$$A_5^2 \cdot A_5^4 = \frac{5!}{(5-2)!} \cdot \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{3!} \cdot \frac{5!}{1!} = 5 \cdot 4 \cdot 5! = 20 \cdot 120 = 2\,400.$$

Відповідь: 2 400.

Приклад 1.

Спростити вираз: $\frac{n+1}{n^2-n} \cdot \frac{A_n^{n-2}}{P_{n+1}} \cdot C_n^2$

Скористаймось вивченими формулами:

$$\frac{n+1}{n^2-n} \cdot \frac{A_n^{n-2}}{P_{n+1}} \cdot C_n^2 = \frac{n+1}{n^2-n} \cdot \frac{\frac{n!}{(n-n+2)!}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} =$$

Виконаймо дії в дужках:

$$= \frac{n+1}{n^2-n} \cdot \frac{n!}{2(n+1)n!} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} =$$

Скоротімо факторіали та відкріймо дужки в останньому дробі:

$$= \frac{n+1}{n^2-n} \cdot \frac{1}{2(n+1)} \cdot \frac{n^2-n}{2} =$$

Перемножмо дробы та скоротімо:

$$= \frac{(n+1)(n^2-n)}{4(n^2-n)(n+1)} = \frac{1}{4}$$

Відповідь: $\frac{1}{4}$.

Приклад 2.

У групі 20 робітників. Скількома способами можна сформувати підгрупу, якщо туди входять Старший підгрупи, його помічник та 4 робітника?

Спершу оберімо Старшого та його помічника — це розміщення 20 по 2, з урахуванням порядку:

$$A_{20}^2.$$

Тоді 4 робітника добираємо з тих, що залишились (без урахування порядку):

$$C_{18}^4.$$

Отже, усю кількість знайдемо як:

$$A_{20}^2 \cdot C_{18}^4 = \frac{20!}{(20-2)!} \cdot \frac{18!}{(18-4)! \cdot 4!} =$$

Перемножмо дроби та скоротімо:

$$= \frac{20! \cdot 18!}{18! \cdot 14! \cdot 4!} = \frac{20!}{14! \cdot 4!} =$$

Скоротімо факторіали та обчислімо значення виразу:

$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1\,162\,800.$$

Відповідь: 1 162 800.

Домашнє завдання

П.14-повторити

№14.20,14.22,14.32

Виконання завдань сфотографувати та надіслати в HUMAN або на електронну пошту vikalivak@ukr.net