Дата: 05.04.2022
Клас: 9-А,Б

Тема: Геометрична прогресія
Мета: домогтися засвоєння означень «геометрична прогресія», «знаменник геометричної прогресії», формули та основних властивостей для геометричної прогресії. Виробити вміння використовувати набуті знання для розв'язування задач, що передбачають виділення геометричної прогресії. Розвивати навички усної лічби, уваги та логічного мислення. Виховувати інтерес до математичних знань та показати практичну значимість математики.

У слові «прогресія» коренем є слово «прогрес», що з латини означає «крок вперед». Отже, тема спонукає нас зробити крок уперед, досягти прогресу. Ми знаємо, чого хочемо досягти, але навіщо нам це потрібно, навіщо вивчається ця тема? Прогресії є відображенням світу, що нас оточує. Застосовуються прогресії у фізиці під час вивчення тіл, що вільно падають чи рухаються рівноприскорено, та під час вивчення процесу радіактивного розпаду елементів та атомів. Також у економіці та банківській справі, під час виплати відсотків та надання кредитів. Прогресії є у техніці під час виготовлення обладнання.

1.

Геометричною прогресією називається послідовність відмінних від нуля чисел, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на те саме число (знаменник геометричної прогресії).

Приклад. 3; 9; 27; 81; 243; ... — геометрична прогресія, бо $a_2 = a_1 \cdot 3$; $a_3 = a_2 \cdot 3$; $a_4 = a_3 \cdot 3$; ... . (3 — знаменник цієї прогресії).

Якщо (b_n) — геометрична прогресія, то $\boxed{b_{n+1} = b_n q}$, де b_n — n-й член прогресії; q — знаменник геометричної прогресії. Звідси випливає: $\boxed{q = \frac{b_{n+1}}{b_n}}$

Властивості геометричної прогресії:

а) для кожного члена геометричної прогресії, починаючи з другого:

$\boxed{b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$ — характеристична властивість;

б) якщо (b_n) — скінченна геометрична прогресія, то $b_1 \cdot b_n = b_2 \cdot b_{n-1} = b_3 \cdot b_{n-2} = \text{const}$ (b_1 і b_n — крайні члени цієї прогресії).

Задача 1.

Знайдіть перший член геометричної прогресії (b_n), якщо відомо, що її четвертий член дорівнює 7, а знаменник дорівнює $\frac{1}{2}$.

Розв'язання.

З рівності $b_{n+1} = b_n q$ випливає, що $b_n = \frac{b_{n+1}}{q}$. Тобто для того, щоб отримати попередній член, можна поділити наступний на знаменник. Скористаймось цим:

$$b_3 = \frac{b_4}{q} = \frac{7}{\frac{1}{2}} = 14$$

$$b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{14}{\frac{1}{2}} = 28$$

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{28}{\frac{1}{2}} = 56.$$

Задача 2.

Чому дорівнює знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо $b_{33} = 4$ та $b_{35} = 36$?

Розв'язання.

Щоб отримати b_{35}, потрібно b_{33} двічі помножити на знаменник q, що можна пояснити наступним чином: $b_{35} = b_{34}q = b_{33}qq = b_{33}q^2$.

Відповідно, $36 = b_{35} = b_{33}q^2 = 4q^2$

$$36 = 4q^2$$

$$q^2 = 9$$

$$q = 3 \text{ або } q = -3$$

Виходить, що за цієї умови неможливо однозначно визначити знаменник прогресії, а можна лише знайти два потенційні варіанти.

Домашнє завдання:
П.18-вивчити
№ 768 (1,2), 770(3,4)