

Дата: 07.04.2022

Клас: 9-А,Б

Тема уроку. Сума n перших членів геометричної прогресії

Мета уроку: домогтися засвоєння формул для обчислення суми перших n членів геометричної прогресії. Закріпити вивчені означення, властивості та формули для геометричної прогресії. Виробити вміння: записувати вивчені формули відповідно до умов задач та використовувати ці записи для розв'язування задач.

Згідно означення геометричної прогресії,

$$\begin{aligned}b_2 &= b_1 \cdot q \\b_3 &= b_2 \cdot q \\b_4 &= b_3 \cdot q \\&+ \dots \dots \dots \\b_{n-1} &= b_{n-2} \cdot q \\b_n &= b_{n-1} \cdot q\end{aligned}$$

$$\underbrace{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-1} + b_n}_{S_n - b_1} = \underbrace{(b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1})}_{S_n - b_n} \cdot q$$

$$S_n - b_1 = (S_n - b_n)q,$$

$$S_n - b_1 = q \cdot S_n - b_n \cdot q,$$

$$S_n - q \cdot S_n = b_1 - b_n \cdot q,$$

$$S_n (1 - q) = b_1 - b_n \cdot q,$$

$$S_n = \frac{b_1 - b_n q}{1 - q}, \text{ якщо } q < 1$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, \text{ якщо } q > 1$$

Або

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, \text{ якщо } q < 1$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ якщо } q > 1$$

$$S_n = b_1 \cdot n, \text{ якщо } q = 1$$

Приклад 1. Дано: $(b_n) : 3; -6; 12; \dots$ – геометрична прогресія
Знайти: S_8

Розв'язання

$$b_1 = 3, q = \frac{-6}{3} = -2, \text{ тоді } S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_8 = \frac{b_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{3 \cdot (1-(-2)^8)}{1-(-2)} = \frac{3 \cdot (1-256)}{3} = -255.$$

Відповідь: -255.

Стародавня задача.

Дехто продав коня за 156 грн, але покупець роздумав купувати і повернув коня продавцю. Тоді продавець запропонував йому інші умови: "Якщо по-твоєму ціна коня висока, то купи тільки цвяхи з його підков, а коня одержиш тоді на додачу безкоштовно. Цвяхів у кожній підкові 6. За перший цвях заплати мені $\frac{1}{4}$ копійки, за другий $\frac{1}{2}$ копійки, за третій - 1 копійку і т.д."

Покупець, спокушений низькою ціною і бажаючи задарма одержати коня, прийняв умови продавця, розраховуючи за цвяхи заплатити не більше 10 грн. На скільки проторгувався покупець?

Розв'язання.

$$S_{24} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + \dots \quad (bn): b_1 = \frac{1}{4}; q = 2; n = 24$$

$$S_{24} = \frac{\frac{1}{4}(2^{24} - 1)}{2 - 1} = 2^{24} - \frac{1}{4} = 4194303\frac{3}{4} = 42(\text{тис. грн.})$$

Відповідь: За таких умов можна дати і коня в додачу.

Перегляньте відео: <https://www.youtube.com/watch?v=OA1GeAVRbkc>

Домашнє завдання:

Параграф 20- опрацювати

№№ 813