

01.06.2022

7 клас

Геометрія

Тема: Цікава Геометрія. Феномен стрічки Мебіуса.

Хід уроку

У кожного з нас є інтуїтивне поняття про те, що таке «поверхня». Поверхня аркуша паперу, поверхня стін класу, поверхня земної кулі відомі усім. Чи може бути щось несподіване чи навіть таємне у такому звичному понятті? Приклад стрічки Мебіуса показує, що може.

Кажуть, що придумав свою стрічку Фердинанд Мебіус, коли спостерігав за дівчиною, яка одягала на шию шарф.

Основні питання:

1. Як отримати ЛМ (лист Мебіуса)?
2. Якщо зафарбовувати ЛМ у будь-якому напрямі, то яка частина стрічки виявиться зафарбованою?
3. Що отримаємо, якщо розріжемо ЛМ вздовж по середині?
4. Що отримаємо, якщо розріжемо ЛМ вздовж, відступивши третину від краю?
5. Що вийде, якщо перекрутити ЛМ два рази, а потім розрізати вздовж по середині?
6. На різних сторонах ЛМ сидять павук і муха. Чи зможе павук підкрастися до мухи, не переступаючи країв стрічки?



Відповіді на питання експерименту:

1. Беремо паперову стрічку ABCD. Докладаємо її кінці AB і CD один до одного і склеюємо. Але не абияк, а так, щоб точка A збіглася з точкою D, а точка B з точкою C. Отримаємо таке перекручене кільце, яке і називається стрічкою Мебіуса.



2. Чим же вона знаменита? А тим, що поверхня стрічки Мебіуса має тільки одну сторону. Це легко перевірити, якщо взяти олівець і почати зафарбовувати стрічку в якому-небудь напрямі. Незабаром ви повернетесь в те місце, звідки почали. Подивіться уважно:: зафарбованою виявилась вся стрічка цілком! Адже ви її не перевертали, щоб зафарбовувати з іншого боку. Та і не змогли б перевернути, навіть якщо б дуже захотіли. Тому що поверхня стрічки Мебіуса - одностороння. Ось така у неї цікава властивість.

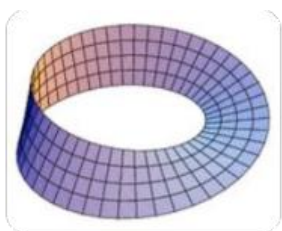


3. Що ж з цієї властивості виходить? А виходять дивовижні перетворення стрічки, якщо розрізати її уподовж. У одній руці у вас ножиці. У іншій велике кільце, склеєне з довгої паперової стрічки. Ножиці протикають цю стрічку і акуратно розрізають її уподовж - точно посередині. "Ну ось, - подумаєте ви, - зараз вийдуть два окремі кільця. Але що це? Замість двох кілець виходить одне! Причому воно більше і тонше початкового і називають його «афганською стрічкою»."
4. А ось якщо розрізати стрічку на відстані третини її ширини від краю, то отримаємо відразу два кільця - одне велике і зчеплене з ним маленьке. Якщо ж розрізати ще і маленьке кільце уподовж посередині, то вас у руках опиниться переплетення двох кілець - однакових за розміром, але різних по ширині. Ну а що, цікаво, вийде, якщо перед склеюванням стрічки перекрутити її двічі (тобто на 360 градусів)? Така поверхня буде вже двосторонньою. І щоб зафарбувати все кільце цілком, вам доведеться неодмінно перевернути стрічку на іншу сторону.
5. Якщо на внутрішню сторону звичайного кільця посадити павука, а на зовнішню муху і дозволити їм повзти як завгодно, заборонивши при цьому перелазити через краї стрічки, то павук не зможе добратися до мухи, чи не так? Але якщо їх обох посадити на лист Мебіуса, то бідна муха буде з'їдена, якщо, звісно, ж павук повзтиме швидше!

Історична дані.

Стрічку Мебіуса було виявлено німецьким математиком Августом Фердинандом Мебіуса в 1858 р. серпня Фердинанд Мебіус - німецький геометр, професор Лейпцігського університету першої половини XIX століття. До нього вважалося, що будь-яка поверхня (наприклад, лист паперу) має дві сторони. Мебіус зробив вражаюче відкриття - отримав поверхню, яка має лише одну сторону.

Топологічні властивості.



Проста смужка паперу, але перекручена усього лише раз і склеєна потім в кільце, відразу ж перетворюється на загадкову стрічку Мебіуса і набуває дивовижних властивостей. Такі властивості поверхонь і просторів вивчає спеціальний розділ математики – ТОПОЛОГІЯ (по-іншому - "геометрія положень").

Дивовижні властивості листа Мебіуса - він має один край, один бік, - не пов'язані з його положенням у просторі, з поняттями відстані, кута і тим не менше мають цілком геометричний характер.

Схожі об'єкти.



Лист Мебіуса інколи називають прародичем символу безмежності, оскільки, перебуваючи на поверхні стрічки, можна пересуватись по ній вічно. Але це не відповідає дійсності, оскільки

символ використовувався для позначення безмежності впродовж двох сторіч до винаходу стрічки Мебіуса.



Практичне застосування.

Стрічка Мебіуса не тільки вправа для розуму, вона і цілком практично застосовується. У вигляді стрічки Мебіуса роблять смугу стрічкового конвеєра, що дозволяє йому працювати довше, тому що вся поверхня стрічки рівномірно зношується. Ще застосовуються стрічки Мебіуса в системах запису на безперервну плівку (щоб подвоїти час запису), в матричних принтерах барвна стрічка також мала вигляд листа Мебіуса для збільшення терміну придатності.

Модель односторонньої поверхні актуальна в техніці, фізиці, біології, хімії, дизайні, мистецтві та інших дисциплінах. Наприклад, ремінна передача у вигляді стрічки Мебіуса зношується вдвічі повільніше, а лопасті міксера чи бетономішалки такої форми краще вимішують речовину та потребують на 1/5 менше енергозатрат.

Існує гіпотеза, що спіраль ДНК сама по собі є фрагментом стрічки Мебіуса і тільки тому генетичний код такий складний для розшифрування і сприйняття. Більш того – така структура логічно пояснює причину настання біологічної смерті – спіраль замикається сама на собі і відбувається самознищення.

Мистецтво. Культура. Архітектура.

Стрічка Мебіуса надихнула багатьох художників на створення відомих скульптур і картин.

- Голландський художник М.К. Ешер створив кілька літографій з використанням стрічки найбільш відомою стала літографія «Стрічка Мебіуса II», у якій червоні мурашки безконечно повзуть по стрічці.
- Також стрічка Мебіуса часто використовується в зображеннях різних логотипів і торгових марках. Найяскравіший приклад – міжнародний символ повторного використання.

