

Дата: 19.01.2022

Клас: 11

## Тема заняття. Об'єм піраміди.

**Мета заняття:** навчальна: засвоєння формули для обчислення об'єму піраміди; формування умінь розв'язувати задачі на застосування формули для обчислення об'єму піраміди;  
розвиваюча: розвивати просторове уявлення, пізнавальні здібності, логічне мислення;  
виховна: виховувати охайність у записах, цілеспрямованість.

Об'єм будь-якої піраміди дорівнює третині добутку площі її основи на висоту, тобто  $V = \frac{1}{3} SH$ , де  $S$  — площа основи піраміди,  $H$  — її висота.

### 1. Розв'язування задач

1. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює  $a$ , а бічне ребро утворює з площиною основи кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'язання

Нехай  $SABC$  — правильна піраміда (рис. 154), в якій  $AB = BC = AC = a$ ;  $SO \perp (ABC)$ ;

$\angle SBO = \alpha$ . Площа основи  $S_1 = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $OB$  — радіус кола,

описаного навколо трикутника  $ABC$ , тому  $OB = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ . Далі із

$\triangle SOB$   $SO = OB \operatorname{tg} \angle SBO = \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha$ . Отже, шуканий об'єм  $V$  дорівнює:

$$V = \frac{1}{3} S_1 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha = \frac{a^3 \operatorname{tg} \alpha}{12}.$$

Відповідь.  $\frac{a^3 \operatorname{tg} \alpha}{12}$ .

2. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $H$ , а бічна грань утворює з основою кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'язання

Нехай  $SABCD$  — правильна чотирикутна піраміда (рис. 155), в якій  $SO \perp (ABCD)$ ,  $SO = H$ . Проведемо  $OK \perp DC$ , за теоремою про три перпендикуляри маємо:  $SK \perp CD$ ; отже,  $\angle SKO = \alpha$ .

Із  $\triangle SKO$   $OK = OS \operatorname{ctg} \angle SKO = H \operatorname{ctg} \alpha$ .

Оскільки  $AD = 2 \cdot OK$ , то одержуємо:  $AD = 2H \operatorname{ctg} \alpha$ . Тоді площа основи  $S_1 = AD^2 = 4H^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha$ . Отже, шуканий об'єм

$$V = \frac{1}{3} S_1 \cdot OS = \frac{1}{3} H^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot H = \frac{4}{3} H^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

Відповідь.  $\frac{4}{3} H^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha$ .

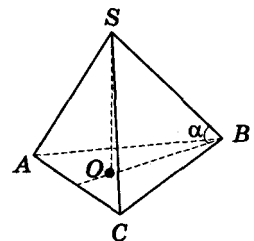


Рис. 154

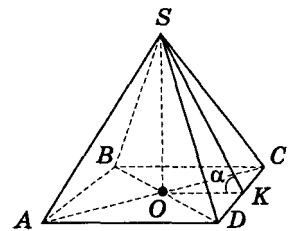


Рис. 155

Перегляньте відео за посиланням

<https://www.youtube.com/watch?v=wGPnvy47a8Y>

Виконайте домашнє завдання

П.9 – опрацювати

№9.21, 9.23