

Дата: 29.03.2022

Клас: 9-А,Б

**Тема уроку.** Сума перших  $n$  членів арифметичної прогресії

### **Задача**

Задана числова послідовність: 1; 2; 3; 4; 5; 6...

Знайти суму перших 5-ти, 8-ми, 12-ти її членів (15, 36, 78, )

А ста членів ? Як ви думаєте, швидко ви це зможете зробити за допомогою простого додавання і яке це буде число? Так, додавати ви будете надто довго і число буде досить великим. Тому діяти треба інакше. Якраз сьогодні ми з вами розглянемо формулу, яка надасть можливість знаходити суму  $n$  – перших членів будь-якої арифметичної прогресії. І тоді ми швидко зможемо розв'язати і ось цю задачу.

Отже тема нашого уроку: «Сума  $n$  – перших членів арифметичної прогресії ». Нашим завданням на сьогоднішньому уроці є вивести цю формулу і навчитись її застосовувати.

Для того, щоб вивести цю формулу, ми повернемося до завдання, яке залишилося нерозв'язаним. І сформулюємо цю задачу так :

### **знайти суму перших ста натуральних чисел**

Цю задачу намагалися розв'язати багато математиків найлегшим і найшвидшим способом. Найкраще це вдалося видатному німецькому математику Карлу Фрідріху Гауссу. До речі , цю задачу він розв'язав будучи учнем третього класу, чим немало здивував вчителя.

Використовуючи хід міркувань Гаусса та властивість арифметичної прогресії, введемо загальну формулу для обчислення суми  $n$  – перших членів арифметичної прогресії  $(a_n)$  :  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$ . Позначимо цю суму  $S_n$ . Запишемо цю суму двічі, розмістивши в першому випадку доданки в порядку зростання їх номерів, а у другому – у порядку спадання:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n;$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1.$$

Тепер ці рівності додамо почленно, матимемо :

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1).$$

За властивістю арифметичної прогресії кожна сума в дужках дорівнює  $(a_1 + a_n)$ , а

доданків таких маємо  $n$ . Отже,  $2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$

Поділивши обидві частини цієї рівності на 2, отримаємо формулу суми  $n$  перших

членів арифметичної прогресії:  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ , використавши формулу  $n$ - ного члена

арифметичної прогресії, маємо другу формулу:  $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ , якою зручно

користуватися, якщо відомо перший член і різницю прогресії.

Застосуємо формули для розв'язування вправ.

### **Письмові вправи**

№ 730

$$c_1 = 17, d = -2$$

$$S_{18} = \frac{2 \cdot 17 + (-2)(18-1)}{2} \cdot 18 = 0$$

№ 732

$a_1=2, d=-3$

$$S_{20} = \frac{2 \cdot 2 + (-3)(20 - 1)}{2} \cdot 20 = -530$$

### Домашнє завдання

П. 17 ст. 163, вивчити формули.

№ 731, № 743