

Дата: 20.10.2021

Предмет: алгебра і початки аналізу

Клас 11

Тема: Показникові нерівності

1. Виконайте самостійну роботу

<https://naurok.com.ua/test/join?gamecode=5266247>

Роботу необхідно виконати до 12.00. Час проходження обмежений 40 хв.

Спроба -1

Давайте зазирнемо у скриньку пам'яті і пригадаємо всі поняття пов'язанні з нерівностями.

Що називають нерівністю?

Нерівність – вирази із змінною, між якими стоїть один із знаків нерівності: $<$, $>$, \leq , \geq .

Що є розв'язком нерівності?

Розв'язком нерівності називається значення змінної, яке перетворює її в правильну числову нерівність.

Що означає розв'язати нерівність?

Розв'язати нерівність означає знайти всі її розв'язки або довести, що їх не існує.

Які види нерівностей ви знаєте?

- лінійні
- квадратні
- раціональні
- дробово-раціональні

Які основні методи розв'язування нерівностей ви знаєте?

- основні властивості рівносильності нерівностей
- ескіз графіка функції (парабола)
- метод інтервалів

При розв'язуванні нерівностей використовують основні властивості рівносильності нерівностей. Пригадаємо!

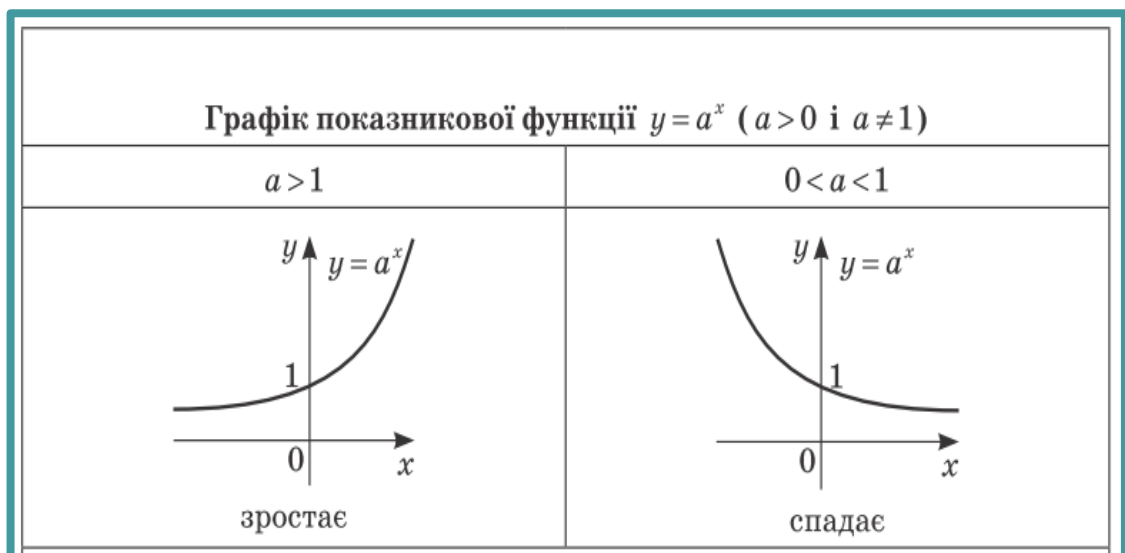
ПАМ'ЯТКА
Основні властивості рівносильності нерівностей

- 1 Якщо доданок перенести з однієї частини нерівності в іншу, змінивши при цьому його знак на протилежний, то отримаємо нерівність, рівносильну даній.
- 2 Якщо обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме додатне число або вираз, який набуває лише додатних значень, то отримаємо нерівність, рівносильну даній.
- 3 Якщо обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме від'ємне число або вираз, який набуває лише від'ємних значень, і змінити знак нерівності на протилежний, то отримаємо нерівність, рівносильну даній.

На сьогоднішньому занятті ви познайомитеся з нерівностями, у яких невідоме міститься у показнику степеня і навчитесь їх розв'язувати.

Зверніть увагу, що розв'язування найпростіших показникових нерівностей виду $a^x > b$, $a^x < b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, b – деяке дійсне число ґрунтується на властивості **монотонності** показникової функції:

Показникова функція $y = a^x$ зростає при $a > 1$ і спадає при $0 < a < 1$.



Щоб знайти розв'язки, наприклад, нерівності $a^x > b$ при $b > 0$ досить подати b у вигляді степеня з основою a , а саме $b = a^c$. Одержуємо нерівність

$$a^x > a^c \quad (1)$$

При $a > 1$ показникова функція $y = a^x$ зростає, отже, більшому значенню функції відповідає більше значення аргументу, тому з нерівності (1) одержуємо

$$x > c \quad (2)$$

Зверніть увагу, що знак нерівності збігається із знаком нерівності (1).

При $0 < a < 1$ показникова функція $y = a^x$ спадає, отже, більшому значенню функції відповідає менше значення аргументу, тому з нерівності (1) одержуємо

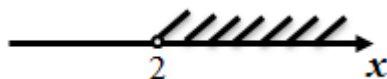
$$x < c \quad (3)$$

Зверніть увагу, що знак даної нерівності протилежний знаку нерівності (1).

Розглянемо приклади.

Приклад. Розв'язати показникову нерівність $5^x > 25$.

Щоб розв'язати дану нерівність потрібно подати число 25 у вигляді степеня з основою 5, тоді нерівність набуває вигляду $5^x > 5^2$. Враховуємо, що показникова функція $y = 5^x$ є зростаючою, тоді при переході до порівняння аргументів знак нерівності не змінюється, одержуємо $x > 2$. Розв'язки показникової нерівності зображуємо на числовій вісі і відповідь записуємо у вигляді проміжку.

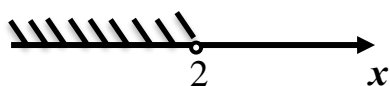


Відповідь: $x \in (2; +\infty)$.

Приклад. Розв'язати показникову нерівність $\left(\frac{1}{4}\right)^x > \left(\frac{1}{16}\right)$.

Щоб розв'язати цю нерівність потрібно подати число $\frac{1}{16}$ у вигляді степеня з основою $\frac{1}{4}$, тоді нерівність набуває вигляду $\left(\frac{1}{4}\right)^x > \left(\frac{1}{4}\right)^2$. Враховуємо, що

показникова функція $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ є спадною, тоді при переході до порівняння аргументів знак нерівності змінюється на протилежний, одержуємо $x < 2$. Розв'язки показникової нерівності зображуємо на числовій вісі і відповідь записуємо у вигляді проміжку



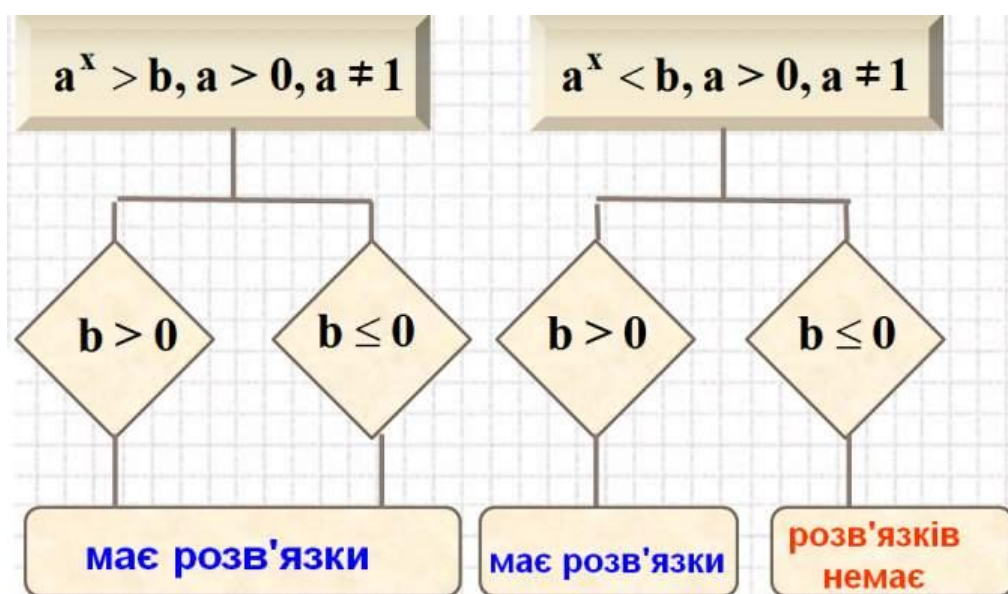
Відповідь: $x \in (-\infty; 2)$.

У показнику степеня в загальному випадку може міститись не «просто» x , а деяка функція, залежна від x (лінійна, квадратна і т.д.). Тоді показникові нерівності набувають виду $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ або $a^{f(x)} < a^{g(x)}$.

Узагальнюючи наведені вище міркування стосовно розв'язування найпростіших показникових нерівностей запишемо схему рівносильних

перетворень найпростіших показникових нерівностей. Переходимо до другого питання.

$a > 1$	$0 < a < 1$
$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$
Знак нерівності зберігається	Знак нерівності змінюється на протилежний



Приклад. Нерівність $7^x < -7$ не має розв'язків, а розв'язком нерівності $7^x > -7$ є всі дійсні числа.

2. Перегляньте відео

<https://www.youtube.com/watch?v=zGseyNwy6KA>

3. Домашнє завдання

П.3. – опрацювати

№ 3.4, 3.6., 3.8.

Виконання сфотографувати та надіслати в HUMAN або на електронну пошту vikalivak@ukr.net