Дата:22.03.2022
Клас: 9-А,Б

Тема уроку. Площа круга та його частин.

Нагадаємо, що кругом називається частина площини, обмежена колом.

Круг обмежений колом. Його не можна розбити на многокутники і обчислити площу як суму многокутників. Дамо означення площі круга таким чином.

Площею круга називається величина, до якої наближається площа вписаного в це коло правильного многокутника за умови, що число його сторін необмежено збільшується.

$S_{кр} = \pi R^2$.

Формула дозволяє знаходити площу круга за його радіусом, а також знаходити радіус круга за відомою площею круга.

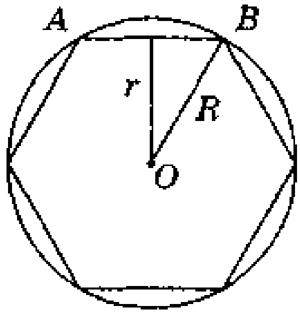


Рис. 99

Знаходження кругового сектора

Користуючись формулою площі круга, можна вивести формули для знаходження площі частин круга, зокрема кругового сектора і кругового сегмента.

Круговим сектором називається частина круга, яка лежить усередині центрального кута (рис. 100).

Спираючись на формулу площі круга, виведемо формулу для площі сектора, кутова величина дуги якого дорівнює $n°$ (рис. 101).

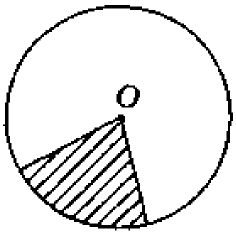


Рис. 100

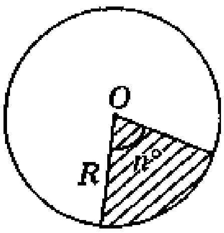


Рис. 101

Площа сектора, кутова величина дуги якого дорівнює 1°, дорівнює $\frac{\pi R^2}{360}$, а площа сектора, кутова величина дуги якого $n°$, дорівнює $\frac{\pi R^2 n}{360}$, тобто

$$S_{сек} = \frac{\pi R^2 n}{360}.$$

Знаходження кругового сегмента

Круговим сегментом називається спільна частина круга і пів-площини (рис. 102).

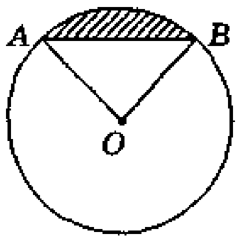


Рис. 102

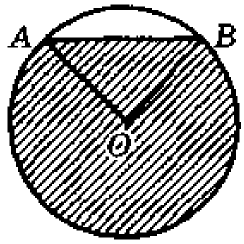


Рис. 103

Площа сегмента, який дорівнює півкругу, дорівнює $\frac{\pi R^2}{2}$. Площа сегмента, який не дорівнює півкругу, обчислюється за формулою $S_{\text{сегм}} = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha \pm S_{\Delta}$, де α — градусна міра центрального кута, який містить дугу кругового сегмента, а S_{Δ} — площа трикутника з вершинами в центрі круга і на кінцях радіусів, які обмежують даний сектор (рис. 102 і 103). Знак «+» треба брати, якщо $\alpha > 180°$, а знак «-» — якщо $\alpha < 180°$.

Розв'язування задач

1. Дано коло радіуса *R*. Знайдіть площу сектора, що відповідає дузі довжиною *l*.

Розв'язання

Оскільки за умовою задачі довжина дуги *AB* (рис. 104) дорівнює *l*, то $l = \frac{\pi R n}{180}$, звідси $n = \frac{180 l}{\pi R}$.

Тоді площа сектора $S_{\text{сек}} = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi R^2 \cdot 108 l}{360 \cdot \pi R} = \frac{Rl}{2}$.

Відповідь. $\frac{Rl}{2}$.

2. Радіус круга дорівнює *R*. Знайдіть площу тієї частини круга, яка розміщена поза вписаним у нього:
   а) правильним трикутником (рис. 105, а);
   б) правильним шестикутником (рис. 105, б).

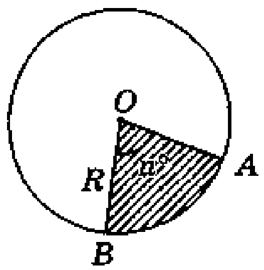
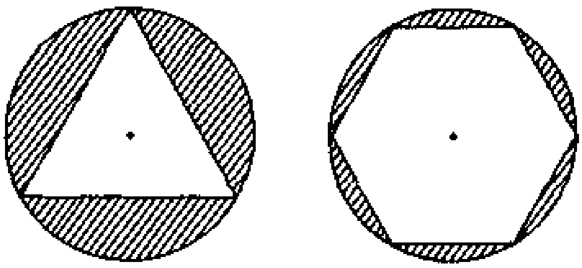


Рис. 104



а б

Рис. 105

Розв'язання

а) $S_{кр} = \pi R^2$ (рис. 106).

$S_{\Delta ABC} = 3S_{\Delta AOB} = 3 \cdot \frac{1}{2} R^2 \sin 120° = 3 \cdot \frac{1}{2} R^2 \sin 60° = \frac{3}{2} R^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2.$

$$S_{\text{фігури}} = S_{\text{кр}} - S_{\Delta ABC} = \pi R^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 = R^2\left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right).$$

Відповідь. $\left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right) R^2.$

б) $S_{кр} = \pi R^2$ (рис. 107).

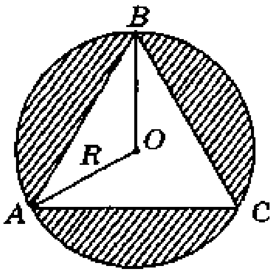


Рис. 106

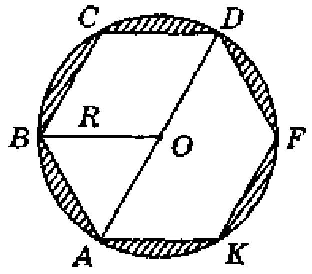


Рис. 107

$$S_{\text{шест}} = 6 \cdot S_{\Delta A0B} = 6 \cdot \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}R.$$

$$S_{\text{фігури}} = S_{\text{кр}} - S_{\text{шест}} = \pi R^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}R^2 = R^2\left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right).$$

Відповідь. $\left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)R^2.$

V. Домашнє завдання

№ 799(1,3), 801, 807, 811 (1;4)

799. Знайдіть площу круга, радіус якого дорівнює:

1) 4 дм; 2) 7 см; 3) $\frac{1}{3}$ см; 4) 0,8 м.

801. Знайдіть площу круга, діаметр якого дорівнює:

1) 12 дм; 2) 1,6 дм.

807. Площа круга дорівнює 121π см². Знайдіть радіус круга.

811. Знайдіть площу сектора круга радіуса 6 см, якщо відповідний йому центральний кут дорівнює:

1) 18°; 2) 75°;
3) 150°; 4) 240°.