

Дата: 22.03.2022

Тема уроку: Арифметична прогресія, її властивості.

Арифметичною прогресією називається послідовність, кожний член якої, починаючи із другого, дорівнює попередньому члену, до якого додається одне й те число.

Це число називається **різницею арифметичної прогресії** і позначається d (d – початкова буква латинського слова *differentia* – різниця).

Тоді арифметичну прогресію можна задати рекурентною формулою:

$$a_{n+1} = a_n + d, \text{ звідки } d = a_{n+1} - a_n$$

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ – формула n -го члена арифметичної прогресії.

Властивості

Будь-який член арифметичної прогресії, крім першого, дорівнює середньому арифметичному двох сусідніх з ним членів

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Приклад. Знайдіть другий член арифметичної прогресії, якщо перший і третій члени відповідно дорівнюють -6 і 12.

Розв'язання

Використаємо властивість арифметичної прогресії $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ та знайдемо $a_2 = (a_1 + a_3) : 2$, $a_2 = (-6 + 12) : 2 = 3$

ПРИКЛАДИ

1. Між числами 6 і 21 вставте чотири числа так, щоб разом з даними числами вони утворили арифметичну прогресію.

Розв'язання

За умовою прогресія містить шість членів, тому: $a_1 = 6$, $a_6 = 21$.

За відомими формулами: $d = \frac{a_6 - a_1}{5}$

$$d = \frac{21-6}{5} = \frac{15}{5} = 3, \text{ тоді } a_2 = a_1 + d, a_2 = 9;$$

$$a_3 = a_1 + 2d, a_3 = 12;$$

$$a_4 = a_1 + 3d, a_4 = 15;$$

$$a_5 = a_1 + 4d, a_5 = 18.$$

Відповідь: $a_2=9, a_3=12, a_4=15, a_5=18$.

Задача. Довжини сторін прямокутного трикутника є послідовними членами арифметичної прогресії з різницею d см. Знайдіть три трійки чисел, що виражають довжини сторін цього трикутника.

Розв'язання

Нехай 1 катет a_1 , 2 катет $a_2 = a_1 + d$, гіпотенуза $a_3 = a_1 + 2d$.

За теоремою Піфагора:

$$(a_1 + 2d)^2 = (a_1 + d)^2 + a_1^2$$

$$a_1^2 - 2a_1d - 3d^2 = 0$$

$a_1 = 3d$ або $a_1 = -d$. Оскільки $d > 0$, то $a_1 = 3d, a_2 = 4d, a_3 = 5d$.

Відповідь: $(3; 4; 5), (6; 8; 10), (9; 12; 15)$.

Домашнє завдання.

Опрацювати параграф 16

№ 704, 710

704. Учень прочитав книжку за 10 днів. У перший день він прочитав 40 сторінок, а кожного наступного дня читав на 3 сторінки менше, ніж попереднього. Скільки сторінок учень прочитав за третій день; за останній день?

709. Знайдіть перший член та різницю арифметичної прогресії (c_n) , якщо:

1) $c_{17} = 3, c_{18} = 6;$

2) $c_8 = -22, c_{14} = -40.$