

Дата: 13.04.2022

Клас: 11-А

Тема: Елементи математичної статистики

## ➤ Повторимо

### • Вибірка

#### №1

Опитавши 19 дітей, що прийшли на підготовку до ЗНО, скільки часу вони витратили на шлях до аудиторії, отримали наступні результати: 5, 15, 40, 70, 10, 30, 60, 15, 40, 90, 40, 30, 10, 40, 60, 30, 60, 30, і 15 хв

- Отримавши відповіді на запитання маємо ряд чисел, такий ряд чисел називається **вибіркою**
- Якщо ми впорядкуємо отриманий ряд чисел за зростанням – отримаємо **варіаційний ряд** (або **ранжований ряд**, відповідно операцію розташування випадкових величин називають **ранжуванням**)
- Кількість елементів, з яких складається вибірка називається **об'ємом вибірки**
- Кожен елемент вибірки називається її **варіантою**
- Чи завжди можна дослідити множину всіх об'єктів, що підлягають дослідженню?  
(Учні висловлюють власну думку)

**Генеральна сукупність** – це сукупність усіх об'єктів, що підлягають дослідженню.

- Наведіть приклад генеральної сукупності та вибірки з неї  
(Учні наводять власні приклади. Бувають випадки коли можна дослідити кожен елемент генеральної вибірки, наприклад, проведення зовнішнього незалежного оцінювання з української мови (і математики, якщо на цей момент ЗНО з математики вже є обов'язковим))

### • Характеристики варіаційних рядів

1. **Середнє значення вибірки  $\bar{x}$**  – це середнє арифметичне усіх її варіант:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Середнє значення для нашої вибірки:

$$\bar{x} = \frac{5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 30 + 4 \cdot 40 + 3 \cdot 60 + 70 + 90}{19} \approx 36,3$$

## 2. Медіана вибірки $Me$



- Спробуйте самостійно сформулювати означення медіани вибірки.  
(Серединне значення варіаційного ряду)

**Медіана вибірки  $Me$**  – це число, що ділить відповідний варіаційний ряд навпіл

- Як знайти медіану вибірки, якщо варіаційний ряд складається з парної кількості елементів?

{3, 15, 27, **42, 44**, 44, 87, 88}

В такому випадку, медіаною вибірки вважається середнє арифметичне двох чисел, що розташовані посередині цього варіаційного ряду:

$$Me = \frac{42 + 44}{2} = 43$$

- Як знайти медіану вибірки, якщо елементами варіаційного ряду є не числа і маємо парну кількість елементів ряду?  
(В такому випадку медіаною вибірки називається будь-яке з двох елементів, що розташовані посередині. Наприклад, маємо ряд оцінок за шкалою ECTS: F, E, E, E, E, C, C, B, B, A, отже медіаною цієї вибірки є оцінки E і C)

## 3. Мода вибірки $Mo$

- Спробуйте самостійно сформулювати означення моди вибірки  
(Варіанта вибірки з найбільшою частотою)
- Як можна зручніше подати інформацію варіаційного ряду?  
(Можна скласти **статистичну таблицю** із відповідними варіантами варіаційного ряду та їх частотою у цьому ряду)

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

- Що є модою цього варіаційного ряду?

$$M_{O_1} = 30 \text{ хв}$$

$$M_{O_2} = 40 \text{ хв}$$

## 4. Розмах вибірки $R$ – це різниця між найбільшим і найменшим значенням вибірки.

- Обчисліть розмах цієї вибірки

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

$$R = 90 - 5 = 85$$

- Досліджуючи популярність артиста – опитали всіх людей, що прийшли до нього на концерт. Чи будуть отримані висновки об'єктивними?

*(Такі висновки не будуть об'єктивними, так як люди, що прийшли на концерт – прийшли на нього, бо їм подобається цей артист)*

- Отже, нам потрібна *репрезентативна* вибірка, так як збирання даних має ґрунтуватися не тільки на масовості.

Вибірка називається **репрезентативною**, якщо в ній всі основні ознаки *генеральної сукупності* присутні в тій самій пропорції і з тією самою відносною частотою, з якою дана ознака виступає в заданій генеральній сукупності.

## • Статистична та математична ймовірності

- Якою є математична ймовірність народження хлопчика?

$$P = \frac{1}{2} = 0,5$$

- Якщо поглянемо на таблицю народжуваності в Києві за 2005 рік, то можемо помітити, що статистична ймовірність відрізняється від математичної. Статистична ймовірність народжуваності хлопчиків трішки більша ніж дівчаток і мало відрізняється від відомого числа в *демографії* (наука, що вивчає склад і рух населення та закономірності його розвитку) 0,518.

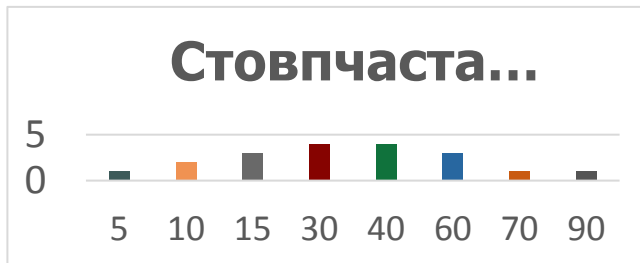
Місяць	Загальна кількість	Хлопчики	Частота народжуваності	Дівчатка	Частота народжуваності
1	1396	711	0,509312	685	0,490688
2	1254	659	0,525518	595	0,474482
3	1361	702	0,515797	659	0,484203
4	1301	664	0,510377	637	0,489623
5	1440	758	0,526389	682	0,473611
6	1462	762	0,5121204	700	0,478796
7	1587	811	0,511027	776	0,488973
8	1617	849	0,525046	768	0,474954
9	1321	699	0,529145	622	0,470855
10	1528	771	0,504581	757	0,495419
11	1465	748	0,51058	717	0,48942
12	1332	698	0,524024	634	0,475976
Усього	17064	8832	0,517581	8232	0,482419

## • Способи подання даних

- Для кращого сприйняття інформації про ту чи іншу вибірку – отримані дані можна подати графічно.

*Розглянемо на прикладі нашої задачі найпоширеніші графічні способи подачі інформації:*

## 1. Стовпчаста діаграма



## 2. Полігон частот



### • Розв'язування задач

**№1** (Середнє арифметичне і медіана)

Нехай заробітна плата в області знаходиться від 3 000 – 250 000 грн (3k; 3.2k; 4k; 7,5k; 10k; 3k; 3,3k; 250 000k; 4.5k). Знайдіть середню заробітну плату.

*Можемо знайти **середнє значення вибірки**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно 32 000 грн:*

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3k + 3,2k + 4k + 7,5k + 10k + 3,3k + 250k + 4,5k}{9} \approx 32k$$

*Можемо знайти **медіану варіаційного ряду**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно 4 000 грн:*

{3k; 3k; 3.2k; 3,3k; **4k**; 4.5k; 7,5k; 10k; 250k; }

- Що краще відображає середню заробітну плату пересічного жителя області – середнє значення чи медіана варіаційного ряду?

## №2

На новорічні свята ви купили багато цукерок: 2 кг по 980 грн, 4 кг по 450 грн і 8 кг по 350 грн. За якою середньою ціною Ви купили всі цукерки?

*Знайдемо середнє значення вибірки:*

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 980 + 4 \cdot 450 + 8 \cdot 350}{14} \approx 469 \text{ грн}$$

## I. Закріплення нових знань та вмінь учнів

### №1

Результатом роботи комп'ютерної програми, що моделює статистичне дослідження, є деяке ціле число в діапазоні від  $-128$  до  $128$ . Після п'яти послідовних запусків програма видала такі результати:  $62, -15, 31, 103, -22$ . Що в даному статистичному дослідженні є генеральною сукупністю? Що є вибіркою? Знайдіть розмах вибірки.

*Розв'язок:*

*Генеральна сукупність:*

Усі цілі числа від  $-128$  до  $128$

*Вибірка:*

$\{62, -15, 31, 103, -22\}$

*Розмах вибірки:*

$103 - (-22) = 125$

### №2

На замовлення підприємств легкої промисловості проведено дослідження, результатами якого є розміри одягу в міжнародному форматі (символи: XS, S, M, L, XL, XXL, XXXL). Які статистичні показники (розмах, середнє значення, медіана, мода) можна визначити для зібраних даних?

*Відповідь:* медіану і моду;

1. Опрацюйте конспект
2. Перегляньте відео: <https://www.youtube.com/watch?v=agTeiKu6VrQ>
3. Домашнє завдання

П.17-опрацюйте. Повторити: арифметична та геометрична прогресії  
№17.16,17.20

Завдання виконати в зошиті. Виконання сфотографувати на надіслати HUMAN в або на електронну пошту [vikalivak@ukr.net](mailto:vikalivak@ukr.net)