Chapitre 9 : fonctions du second degré

Seconde 11

1 Étude de la fonction carré

Nous allons étudier la **fonction carré** définie sur $\mathbb{R}$ comme :

$$f : x \mapsto x^2.$$

On peut aussi dire que pour tout nombre réel x, $f(x) = x^2$.

1.1 Signe et variation

Proposition 1 *Quel que soit $x \in \mathbb{R}$, x^2 est positif.*

Proposition 2 *Sur $[0; +\infty[$ la fonction carré est* .
Sur $]-\infty; 0]$ la fonction carré est

On synthétise ces informations dans le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	↘	0	↗

1.2 Courbe représentative

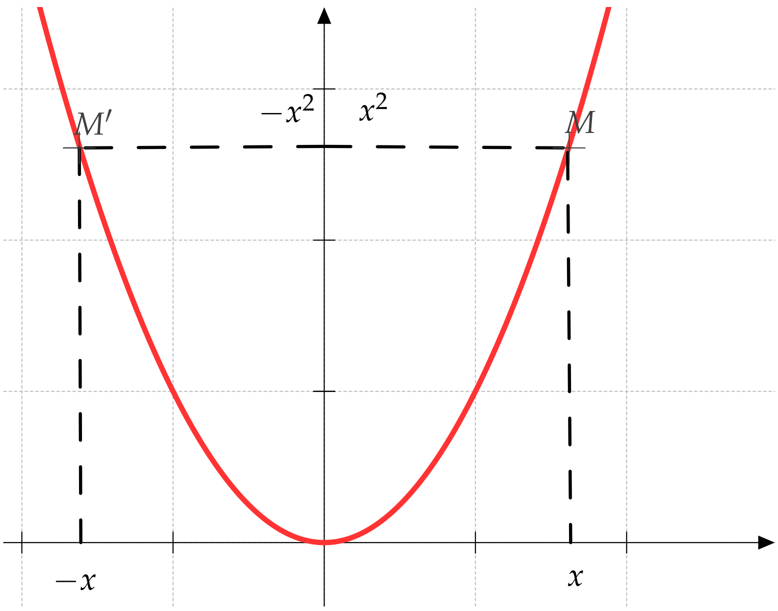


FIGURE 1 – Courbe représentative de la fonction carré dans un repère orthonormé.

Remarque : La courbe représentative de la fonction carré est une **parabole**.

Symétrie : On a, pour tout nombre réel $(-x)^2 =$. Donc les points $M(x;x^2)$ et $M'(x;(-x)^2)$ sont .

1.3 Comparer des carrés

Enonçons une conséquence des variations de la fonction carré.

Théorème 1 *Si* $0 \leq a < b$*, alors* $a^2 < b^2$.
Si $0 \geq a > b$ *alors* $a^2 < b^2$.

Remarque : Pour se rappeler du théorème on raisonne directement sur le tableau de variation ou la courbe représentative. Exemple dans le cas $a < b \leq 0$

x	$-\infty$	a	b		$+\infty$
f	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$	0	$\nearrow$

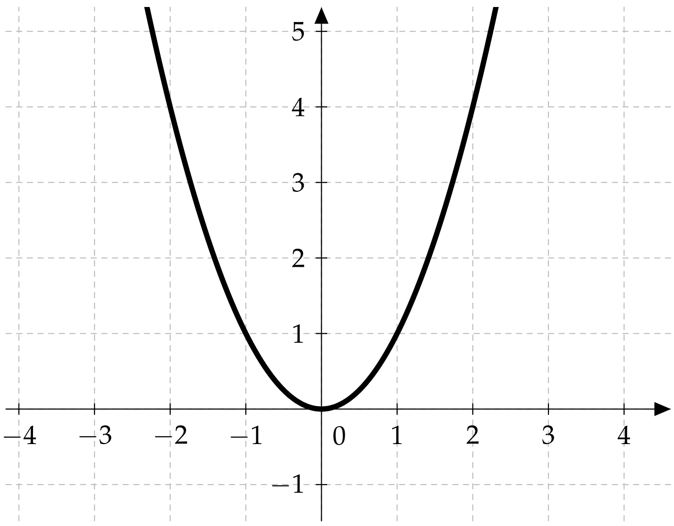
Exemples : Comparer les carrés des nombres suivants sans calculatrice

1. 2 et 4.
2. -1 et -2.
3. 10^{45} et 10^{46}.
4. 10^{-44} et 10^{-43}.

1.4 Utiliser la courbe pour résoudre une inéquation

Nous nous intéressons ici à la résolution de l'inéquation :

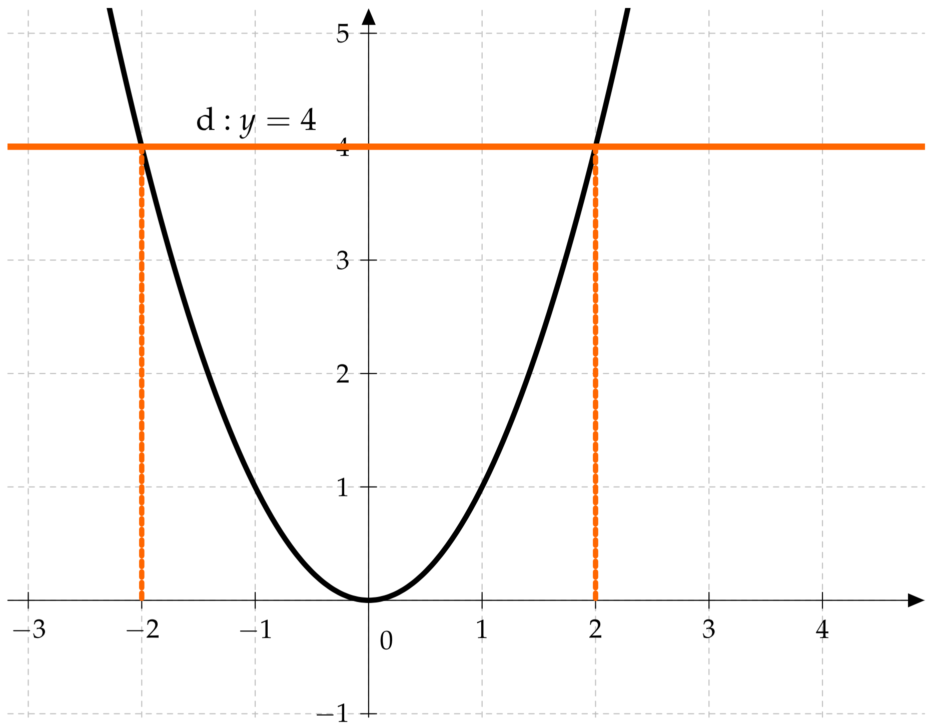
$$x^2 \leq 4.$$



Utiliser la courbe pour résoudre une inéquation (version enseignant)

Nous nous intéressons ici à la résolution de l'inéquation :

$$x^2 \leq 4.$$



Méthode : On cherche tous les points de la parabole dont l'ordonnée est inférieure ou égale à 4. Pour cela on trace la droite $d : y = 4$. Elle coupe la parabole en deux points de coordonnées $(2; 4)$ et $(-2; 4)$. On relève les abscisses des points de la parabole qui sont **en dessous** de la droite. Et on en déduit :

$$\mathcal{S} = [-2; 2].$$

2 Fonctions polynômes du second degré

2.1 Généralités

Définition 1 *Une fonction polynôme du second degré est une fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par une expression du type $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels, et $a \neq 0$.*

2.2 Sens de variation

x	$-\infty$	$+\infty$
f		

Cas $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
f		

Cas $a < 0$

2.3 Représentation graphique

Remarque : La courbe représentative d'un polynôme du second degré est symétrique par rapport à la droite d'équation   .