

Sistemas de ecuaciones lineales

Teoría

Un sistema de ecuaciones lineales son dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas cada una. Resolver un sistema es encontrar los valores de x e y que verifiquen ambas ecuaciones.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Dos de los métodos analíticos para resolver un sistema son el de **igualación** y **sustitución**.

Método de igualación

Consiste en despejar la misma incógnita de ambas, igualarlas y resolver la ecuación resultante.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 - 2y \\ x = \frac{3+y}{3} \end{cases} \Rightarrow 8 - 2y = \frac{3+y}{3} \Rightarrow 24 - 6y = 3 + y \Rightarrow -7y = -21 \Rightarrow y = 3$$

$$x = 8 - 2y \Rightarrow x = 8 - 2 \cdot 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Método de sustitución

Consiste en despejar una de las incógnitas de una de las ecuaciones, reemplazar ese valor en la otra ecuación y resolver la ecuación resultante.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 2(3 - y) + 3y = 4 \end{cases} \Rightarrow 6 - 2y + 3y = 4 \Rightarrow y = -2$$

$$x = 3 - y \Rightarrow x = 3 - (-2) \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$$

1) Resolver aplicando el método de igualación.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ y + 2x = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 7 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

2) Resolver aplicando el método de sustitución.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y - x = 3 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

3) Resolver por el método más conveniente.

a) $\begin{cases} x - (y + 1) = 1 \\ 5 + x = 2y \end{cases}$

d) $\begin{cases} 1 - x = 3y \\ \frac{1}{3}y - \frac{1}{2}x = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2y + x - 3 = 2 \\ 2(x + y) = 2 - y \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x - y}{5} = 1 \\ \frac{2x + 3y + 7}{2} = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ \frac{x + y}{3} = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - y = 4x - 9 \\ \frac{2x + y}{3} = x + y + 4 \end{cases}$

Ecuaciones incompletas de segundo grado**Teoría**

Una ecuación **incompleta** de segundo grado es aquella cuya forma reducida es $mx^2 + r = 0$ ó $mx^2 + hx = 0$, y en ambos casos $m \neq 0$.

Las ecuaciones de segundo grado tienen a lo sumo dos valores que la verifican.

- Ecuaciones de la forma $mx^2 + r = 0$.

Para resolver este tipo de ecuaciones se debe aplicar: $\sqrt{x^2} = |x|$

a) $2x^2 - 8 = 0$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$$

$$|x| = 2$$

$$x = \pm 2$$

b) $3x^2 + 75 = 0$

$$3x^2 = -75$$

$$x^2 = -25$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{-25}$$

$$x \notin \mathbb{R}$$

c) $x(4x + 3) = 3x + 196$

$$4x^2 + 3x - 3x = 196$$

$$4x^2 = 196$$

$$x^2 = 49$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{49}$$

$$|x| = 7$$

$$x = \pm 7$$

- Ecuaciones de la forma $mx^2 + hx = 0$.

Para resolver este tipo de ecuaciones se debe aplicar: $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$

a) $x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -1$

b) $3x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(3x - 5) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee 3x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{5}{3}$

4)

Resolver, de ser posible, las siguientes ecuaciones.

a) $2x^2 - 50 = 0$

d) $2x^2 - x = 0$

b) $x^2 + 3x = 0$

e) $3x^2 - 27 = 0$

c) $x^2 + 4 = 0$

f) $4x^2 + 6x = 0$

5)

Hallar, de ser posible, el valor de x.

a) $x(x + 3) = 3(x + 12)$

d) $11 - 3x^2 = 2(1 - x^2)$

b) $5x - 2x^2 = x(1 - 4x)$

e) $(x - 1)(x + 4) = 3x$

c) $(x + 5)(x + 2) = 10$

f) $(x + 2)^2 = 4x$

6)

Plantear la ecuación y resolver.

a) El siguiente del cuadrado de un número es igual a cincuenta. ¿Qué números cumplen esa condición?

b) El producto de un número natural y su siguiente es igual a dicho número aumentado en nueve unidades. ¿Cuál es el número?

c) El cuadrado del siguiente de un número negativo es igual al doble de dicho número aumentado en cinco unidades. ¿Cuál es el número?

d) El producto entre el anterior y el siguiente de un número natural es veinticuatro. ¿De qué número se trata?

7)

Para pensar y resolver

Hallar los valores de x que verifiquen la ecuación $(x+2)^2 = 25$.