A.C.P **Matemática**
EES N°1 6to año A.

PROFESOR Fabio Godoy
Contacto: **Fagodoy1000@gmail.com**

Números complejos

*Hasta ahora hemos expresado los números complejos en su forma binómica **z= a+ bi.** Pero hay otras dos formas de expresarlos que son muy útiles para el cálculo.*

Forma polar

*Un número complejo **z = a+bi** se puede expresar en forma polar como $|Z|_\alpha$ en donde **|Z|** representa el módulo y **α** el argumento del número complejo(ángulo). Dos números complejos, expresados en forma polar son iguales si sus módulos son iguales y sus argumentos difieren en **2kπ** radianes, siendo k un número entero.*

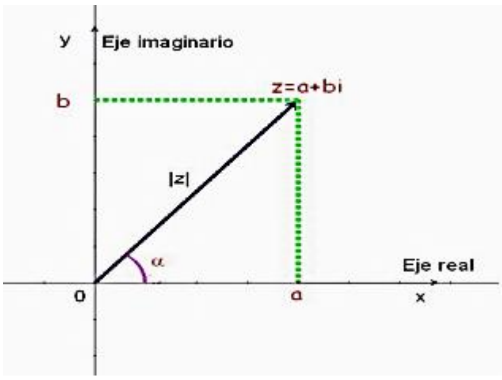
a) *Paso de forma binómica a polar Tenemos el número complejo expresado en forma binómica **z = a + bi**, para pasarlo a forma polar basta con calcular el módulo (aplicando el teorema de Pitágoras) y el argumento (aplicando la definición de la tangente).*

Módulo

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

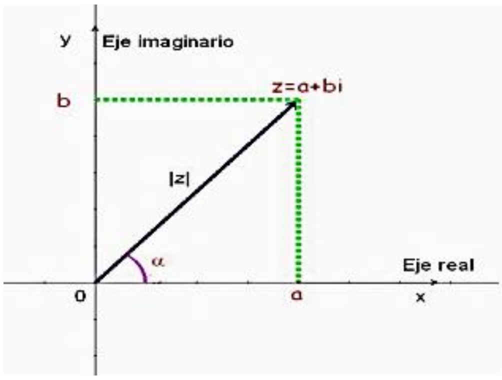
Argumento

$$\alpha = arc.\tan\left(\frac{b}{a}\right)$$



b) *Paso de forma polar a binómica Tenemos el número complejo expresado en forma polar **z = |Z|** $_\alpha$ para pasarlo a forma binómica aplicamos las definiciones del seno y del coseno:*

$$Componentes \begin{cases} sen\ \alpha = \dfrac{b}{|Z|} \Rightarrow \quad a = |Z| .sen\, \alpha \\ \cos \alpha = \dfrac{a}{|Z|} \Rightarrow \quad b = |Z| .\cos \alpha \end{cases}$$



Forma trigonométrica

Teniendo en cuenta las definiciones del seno y el coseno que acabamos de exponer, y sustituyendo los valores de ***a*** *y* ***b*** *en la expresión del complejo en forma binómica, tenemos la forma trigonométrica:*

$z = a + bi = |Z|.\cos\alpha + |Z|\,\text{sen}\,\alpha.i)$

$$\Rightarrow |Z|.(\cos\alpha + i.\ \text{sen}\,\alpha)$$

- ***Ejemplo resuelto de pasar de la forma binómica a Polar***

$$Z_1 = 3 + 4i$$

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|Z| = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$|Z| = \sqrt{25}$$

$$|Z| = 5$$

$$\alpha = arc.\tan\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\alpha = arc.\tan\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\alpha = 53{,}13°$$

Forma polar

$$Z_1 = |Z_1|_\alpha$$

$$Z_1 = 5_{53,13°}$$

Forma trigonométrica

$$Z_1 = |Z|.(\cos\alpha + i.\ \text{sen}\,\alpha)$$

$$Z_1 = 5.(\cos 53{,}13° + i.\ \text{sen}\,53{,}13°)$$

➤ Actividades:

1) *Expresa los siguientes complejos en forma trigonométrica y binómica:*

$Z_1 = 3_{30°}$
$Z_2 = 5_{127°}$
$Z_3 = 3_{180°}$
$Z_4 = 2_{308°}$
$Z_5 = 4_{90°}$
$Z_6 = 0{,}5_{45}$

2) *Dados los siguientes números complejos:*
   a) *Grafícalos.*
   b) *Indica a qué cuadrante pertenece cada uno.*
   c) *Hallar su forma trigonométrica.*
   d) *Expresarlos en su forma polar.*

$Z_1 = 1+3i$
$Z_2 = -2 -3i$
$Z_3 = -5$
$Z_4 = -2i$
$Z_5 = -2+5i$
$Z_6 = 2$
$Z_7 = 4-3i$
$Z_8 = 4i$