Números Reales

Un número es **irracional** cuando no puede ser expresado como el cociente de dos números enteros, y su expresión decimal tiene una cantidad **infinita** de cifras decimales **no periódicas**.

- Todas las **raíces no exactas** son números irracionales.

a) $\sqrt{2} = 1{,}4142135...$ b) $\sqrt[3]{12} = 2{,}2894284...$ c) $\sqrt{0{,}9} = 0{,}9486832...$

- Se puede determinar un número irracional a partir de una **ley de formación**.

a) 0,12345678910111213… b) 1,357911131517… c) 0,369121518212427…

- El número $\pi = 3{,}141592654...$ es irracional.

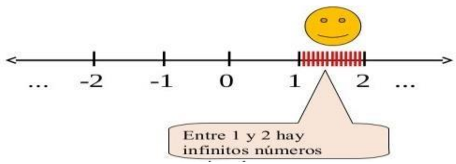
Los números **racionales** y los **irracionales** determinan el conjunto de los números **reales** ($\mathbb{R}$).

1. Ubicar los siguientes números según sean racionales (Q) e irracionales (I)

a. -4
b. $\sqrt{25}$
c. $\frac{1}{3}$
d. $\sqrt{5}$
e. 0,23
f. $\sqrt[3]{17}$
g. $\sqrt[3]{-8}$
h. $\sqrt{2}$
i. $-\sqrt{36}$
j. 0
k. $-1{,}355555555...$
l. 2,1234567….
m. $-\frac{9}{3}$
n. 0,10100100010000…
o. $\sqrt{7}$,
p. $-\sqrt[3]{10}$

RACIONALES (Q)	IRRACIONALES (I)

Entre dos Números Reales existen infinitos Números Reales, por lo cual se dice que dicho conjunto, es un Conjunto Denso.



Intervalos Reales

Para referirnos a todos los números reales que están entre otros dos, de manera que estén todos incluidos, se usan los intervalos**.**

Un **intervalo real** es un segmento o semirrecta de la recta real y se representa como un par ordenado de números encerrados entre paréntesis y/o corchetes.

- El número de la izquierda es el **extremo inferior**; y el de la derecha, el **extremo superior**.
- En todo intervalo, el número ubicado a la izquierda debe ser menor que el ubicado a la derecha.
- El **paréntesis** indica que **no** se incluye al extremo, y el **corchete** que **sí** se lo incluye.

a) $-1 < x < 4 \rightarrow (-1\,;4)$

c) $-3 \leq x < 2 \rightarrow [-3\,;2)$

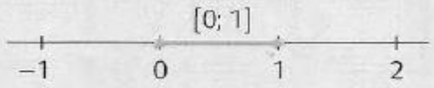
e) $x > 2 \rightarrow (2\,;+\infty)$

b) $0 < x \leq 5 \rightarrow (0\,;5]$

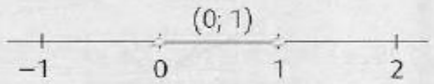
d) $-7 \leq x \leq -2 \rightarrow [-7\,;-2]$

f) $x \leq -1 \rightarrow (-\infty\,;-1]$

Para indicar gráficamente que los extremos del intervalo están incluidos en dicho intervalo se pueden utilizar corchetes o bien puntos "llenos".



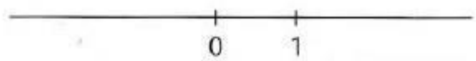
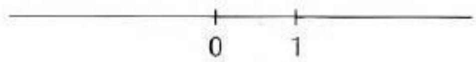
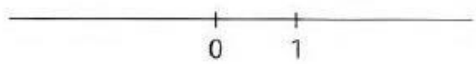
En cambio, para indicar que los extremos no se incluyen, se pueden utilizar paréntesis o puntos "vacíos".



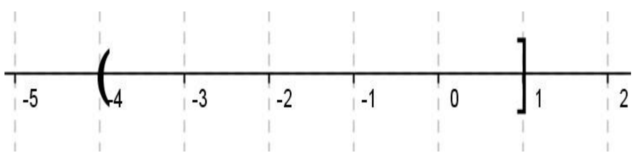
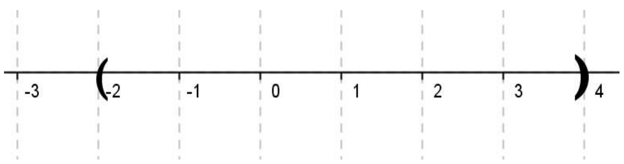
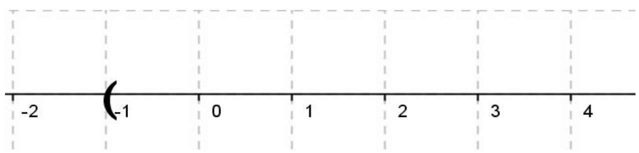
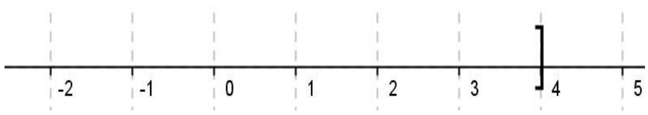
2. Representar en una recta numérica cada uno de los siguientes intervalos y escribirlos como inecuación

a) [2; 5] b) (- ∞ ; 3] c) (2 ; +∞) d) (-3 ; 5) e) [-5 , 8] f) (-1 ; 6]

3. Expresa como intervalo la siguiente inecuación, y representa en la recta numérica.

	Intervalo	*Representación*
a) $x \geq -\frac{1}{2}$		
b) $-2 < x < -\frac{1}{2}$		
c) $0 \leq x < \sqrt{2}$		

4. Escribir en forma de inecuación y como intervalo el conjunto que pertenece a cada gráfica.

Recta numérica	**Intervalo**	**Inecuación**
		
		
		
		

5. Representar en la recta numérica y escribir como intervalos las siguientes inecuaciones

a. $x < -7$

b. $X \geq -2$

c. $3 \geq x$

d. $-6 < x$

e. $-3 \leq x \leq 5$

f. $-4 \leq x < 0$

Inecuaciones

Intervalo Solución

Las inecuaciones se resuelven como las ecuaciones, salvo que se multiplique o divida por un número negativo; en dicho caso, cambia el sentido de la desigualdad.

El conjunto solución de una inecuación es un intervalo real.

Ejemplo $\frac{2-3x}{5} \leq 4$ el 5 que está en el denominador "pasa" multiplicando al 4

$2-3x \leq 4.5$

$2-3x \leq 20$ el 2 que está positivo "pasa" restando al 20

$-3x \leq 20-2$

$-3x \leq 18$ como el -3 está multiplicando a la x y es negativo, "pasa" dividiendo negativo y se da vuelta la desigualdad

$x \geq \frac{18}{-3}$

$x \geq -6$ son todos los números mayores o iguales que -6

6. Calcular y escribir el intervalo solución

a) $-x+3>7 \longrightarrow$

b) $x-4 \geq 1 \longrightarrow$

c) $2-x \leq 10 \longrightarrow$

d) $-5x < 30 \longrightarrow$

e) $x:(-7) > 3 \longrightarrow$

f) $x:(-9) \geq -4 \longrightarrow$

g) $-2x+3 \leq 11 \longrightarrow$

h) $4+x:(-3) \leq -8 \longrightarrow$

7. Resolver las siguientes inecuaciones, representar el conjunto solución en la recta numérica y escribir el intervalo en cada caso.

a) $3x - 2 \leq 4$
b) $-2(x-3) > -8$
c) $-3x + 2 \geq 4$
d) $20x - 12 \leq 104 - 9x$
e) $3x + 5 > 4 - 7x$
f) $1 - 2x > 2x - 1$
g) $12 - 3x \geq 18x + 5$
h) $3b + 25 < 8b - 10$
i) $2x + 3 > 6$

j) $\frac{1{,}5+2x}{4} \geq 5-x$

k) $-2x+\frac{4}{5} \leq 0{,}5x-2{,}2$

l) $\frac{5x-6}{4} \geq 3x-12$

Proporcionalidad Numérica

RAZÓN una **razón** es el cociente entre dos números; por ejemplo, la razón entre 2 y 5 es $\frac{2}{5}=0{,}4$.

PROPORCIÓN una **proporción** se forma al igualar dos razones: $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$. Esta proporción puede leerse: "2 es a 5 como 6 es a 15". Al numerador de la primera fracción y al denominador de la segunda se los denomina **extremos** porque son el primero y el último en mencionarse (en este caso, 2 y 15), mientras que a los otros dos valores se los llama **medios**.

- La **propiedad fundamental** de las proporciones es que el producto de los extremos es igual al producto de los medios:

Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ es una proporción, entonces ad = bc.

extremos medios

En el ejemplo, $\frac{2}{5}=\frac{6}{15} \rightarrow 2\cdot 15=5\cdot 6$.

Si en una proporción multiplico los medios y los extremos, ambos productos me tienen que dar lo mismo.

Verifiquemos esta propiedad para las proporciones que vimos recién como ejemplo: $\frac{3}{5}=\frac{24}{40}$

Multiplico medios y extremos (Siempre queda la multiplicación así cruzada) $\frac{3}{5} \times \frac{24}{40}$

Y me queda: ⇒ **3 . 40 = 5 . 24** ⇒ **120 = 120** ⇒ Y como da lo mismo, se verifica la propiedad

- **Si no se llegara a verificar la propiedad es porque las razones no son fracciones equivalentes, o dicho de otra forma porque no hay proporcionalidad entre los términos de la igualdad**

8. Completa con el número que verifica cada una de las siguientes proporciones: Ejercicio resuelto:

$$\frac{x}{21}=\frac{12}{7} \longrightarrow x\ .\ 7 = 12\ .\ 21 \longrightarrow x\ .\ 7 = 252 \longrightarrow x=\frac{252}{7} \longrightarrow x = 36$$

Se usa la propiedad fundamental de las proporciones: multiplico los extremos (x y 7) y lo igualo al producto de los medios (21 y 12), donde nos queda una ecuación, por lo tanto despejo la x

1. $\frac{\square}{18}=\frac{5}{9}$

2. $\frac{12}{5}=\frac{\square}{-10}$

3. $\frac{-21}{35}=\frac{3}{\square}$

4. $\frac{-16}{-15}=\frac{\square}{45}$

5. $\frac{-10}{\square}=\frac{8}{12}$

6. $\frac{-20}{-16}=\frac{-120}{\square}$

9. Calcula el valor del extremo desconocido

1. $\frac{x+1}{2x}=\frac{3}{4}$

2. $\frac{x+3}{5}=\frac{x-2}{3}$

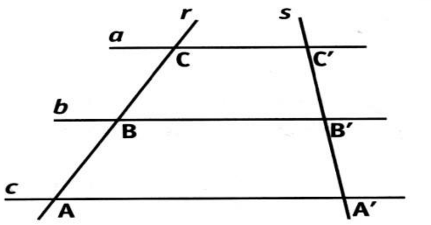
3. $\frac{2x-\frac{1}{3}}{2}=\frac{\frac{1}{4}x-2}{3}$

Proporcionalidad Geométrica – Teorema de Thales

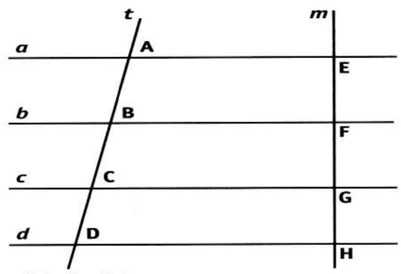
Si dos rectas cualesquiera son cortadas por dos o más rectas paralelas, los segmentos que determina en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes de la otra

$a \parallel b \parallel c$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$



10. Observen la figura y completen las proporciones.

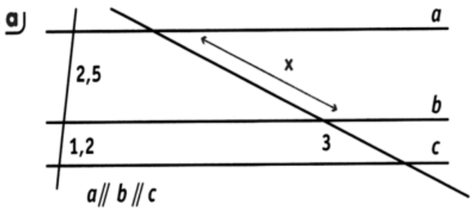


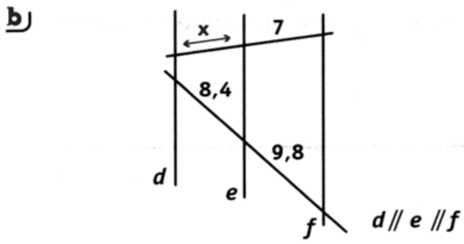
$a \parallel b \parallel c \parallel d$

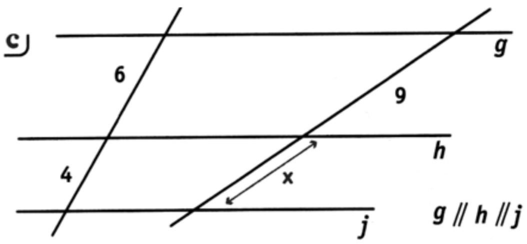
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{\overline{EF}}{\overline{EH}} = \frac{\quad}{\quad}$$

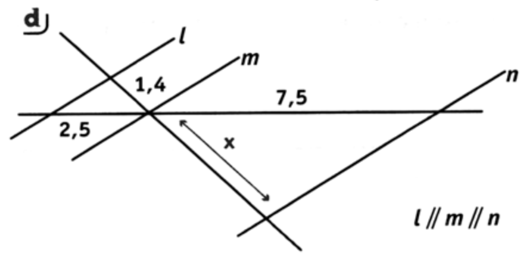
$$\frac{\overline{DC}}{\quad} = \frac{\quad}{\overline{HE}} \qquad \frac{\overline{FG}}{\overline{EH}} = \frac{\quad}{\quad}$$

11. En las siguientes figuras, todas las medidas están expresadas en centímetros. Calculen la medida de x en cada caso.

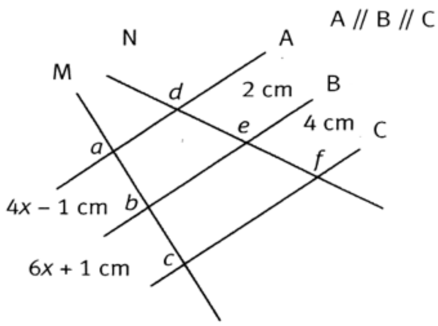


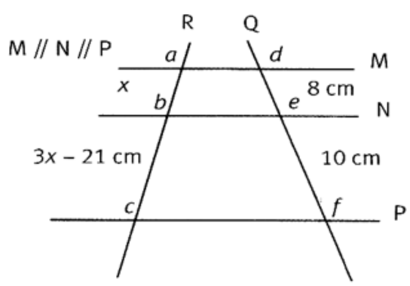






12. Hallar el valor de $\overline{ab}$ y $\overline{bc}$ en cada una de las siguientes figuras:





Proporcionalidad Directa

Dos magnitudes son ***directamente proporcionales*** cuando el cociente entre ambas es siempre un mismo valor ***k***

$$k = \frac{y}{x}$$

En éste tipo de proporcionalidad, cuando una de las magnitudes aumenta el doble, la otra también; si aumenta el quíntuple, la otra también; si disminuye a la mitad, la otra también; y así sucesivamente.

La constante ***K se denomina constante de proporcionalidad.***

Se dice que X e Y mantienen una relación de Proporcionalidad Directa, y su fórmula es

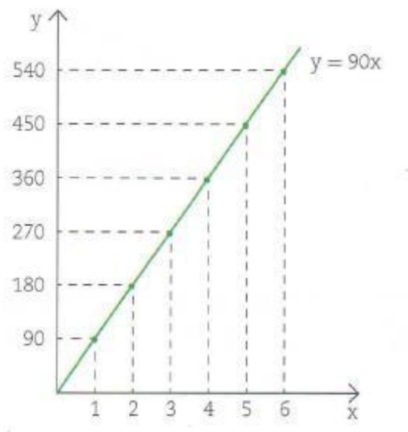
$$y = k.x$$

Un automóvil que se desplaza a una velocidad constante de $90 \frac{km}{h}$.

Tiempo en horas	Distancia recorrida en km
x	y
1	90
2	180
3	270
4	360
5	450

$$k = \frac{y}{x} = \frac{90}{1} = \frac{180}{2} = \frac{270}{3} = \frac{360}{4} = \frac{450}{5} \Rightarrow y = 90x$$

La función de **proporcionalidad directa** es una **recta** que pasa por el origen de coordenadas y su pendiente es k.



13. Colocar SI o No, según sean directamente proporcionales:

a. El importe a pagar y la cantidad de unidades de un determinado producto.
b. La edad de una persona y su altura.
c. Los gramos de harina que se necesitan para hacer cierta cantidad de pizzas.
d. Los ingredientes de una receta y la cantidad a preparar.

14. En una juguetería se ofrece un teléfono celular a $ 450

a. Completa la tabla:

N° de celulares (**x**)	1	2	3	4	5	6
Precio (**y**)						

b. Hallar la constante de proporcionalidad K
c. Escribe la fórmula.

15. Marcar las tablas que corresponden a magnitudes directamente proporcionales. En el caso que sean, indicar la constante de proporcionalidad ***k.***

x	y
1	4
3	7
6	10
10	14
15	19

x	y
1	0,8
4	3,2
5	4
8	6,4
9	7,2

x	y
2	3
5	7,5
8	12
11	16,5
16	24

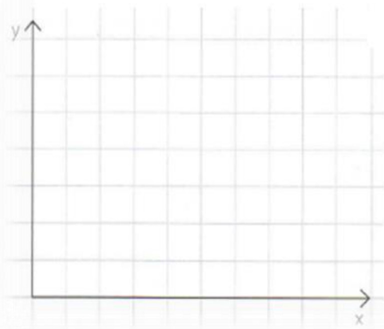
x	y
2	3
3	5
5	6
10	15
20	30

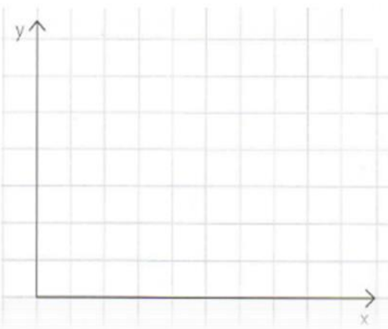
16. Las siguientes tablas corresponden a magnitudes directamente proporcionales. Hallar la constante K, la fórmula, completar las tablas y graficar.

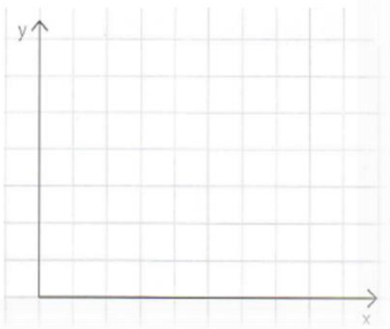
X	y
1	
4	12
8	
10	
15	

x	Y
2	1
3	
5	
8	
10	

x	Y
2	
4	
6	
12	18
16	







Proporcionalidad Inversa

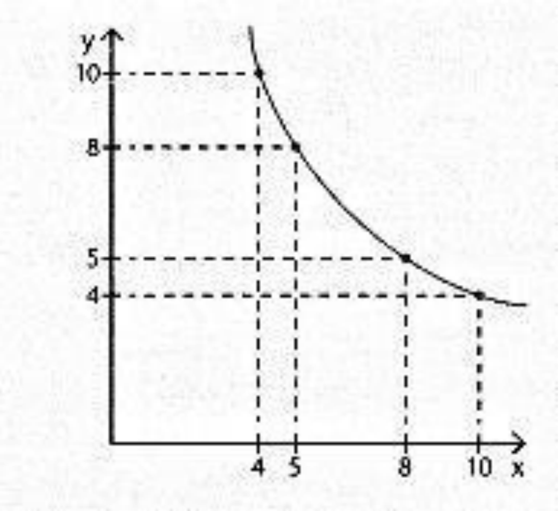
Dos variables son inversamente proporcionales cuando el producto entre **ambas es siempre un mismo valor K.**

y. x= K entonces la ecuación es ***Y= K/ x***

La gráfica de la función proporcionalidad inversa es una curva llamada hipérbola.

PROBLEMA INICIAL: Para realizar el vaciado de una pileta de natación se utilizan varias bombas que arrojan la misma cantidad de agua.

Tiempo de vaciado(Hs)	Cantidad de bombas
x	**y**
5	8
2	20
10	4
8	5
4	10



K= 5.8 = 2.20 = 10.4 = 8.5 = 4.10 = 40

Para nuestro problema **k=40** entonces la función es **y=40/x,** con valores x≠0, de forma similar decimos **f(x)=40/x.**

17. Marca con una x las tablas que correspondan a funciones de proporcionalidad inversa

a)

x	y
1,8	2
$\frac{3}{5}$	0,4
$0,\hat{6}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{1}{3}$	3,5
$1,\hat{5}$	$\frac{3}{4}$

☐

b)

x	y
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
0,45	$\frac{5}{6}$
0,5	$\frac{3}{4}$
$0,\hat{6}$	$\frac{9}{16}$
$\frac{1}{4}$	1,5

☐

c)

x	y
$\frac{1}{2}$	8
0,1	40
$\frac{4}{3}$	3
0,8	50
$\frac{5}{6}$	4,8

☐

d)

x	y
$\frac{2}{15}$	2
0,15	$\frac{9}{4}$
$\frac{1}{6}$	2,5
$0,\hat{2}$	$\frac{10}{3}$
0,02	$\frac{3}{10}$

☐

18. Las siguientes tablas corresponden a funciones de proporcionalidad inversa.
Hallar la constante k y la fórmula de cada una. Completa las tablas grafica.

a)

x	y
3	
4	
12	
8	6
2	

b)

x	y
3	4
6	
4	
1	
2	

c)

x	y
3	
4	6
6	
8	
1