

PROFESOR Fabio Godoy

Contacto: Fagodoy1000@gmail.com

Operaciones matemáticas sobre números complejos

Los números complejos se suman, restan, multiplican y dividen del mismo modo como se haría con cualquier número de la forma $a + b\sqrt{c}$. La única diferencia que se requiere tener en mente es $i^2 = -1$. Así, los cálculos siguientes son válidos.

$$\begin{aligned}(a + bi)(c + di) &= ac + (ad + bc)i + bdi^2 && \text{Multiplique y reúna los términos semejantes} \\ &= ac + (ad + bc)i + bd(-1) && i^2 = -1 \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i && \text{Combina las partes reales y las imaginarias}\end{aligned}$$

Multiplicación

$$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i \quad \text{Multiplique los números complejos como binomios, con } i^2 = -1.$$

La división de números complejos es muy parecida a racionalizar el denominador de una expresión radical, que se consideró en la sección 1.2. Para el número complejo $z = a + bi$ se define su **complejo conjugado** como $\bar{z} = a - bi$. Observe que

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

Por consiguiente, el producto de un número complejo y su conjugado es siempre un número real no negativo. Se usa esta propiedad para dividir números complejos.

División de números complejos

Para simplificar el cociente $\frac{a + bi}{c + di}$, se multiplica el numerador y el denominador por el complejo conjugado del denominador:

$$\frac{a + bi}{c + di} = \left(\frac{a + bi}{c + di} \right) \left(\frac{c - di}{c - di} \right) = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$$

Complejos Conjugados

Número	Conjugado
$3 + 2i$	$3 - 2i$
$1 - i$	$1 + i$
$4i$	$-4i$
5	5

Ejemplos resueltos:

a) $3+5i:1-2i=$

b) $7+3i: 4i=$

Expresa lo siguiente en la forma $a + bi$.

a) $\frac{3 + 5i}{1 - 2i}$ b) $\frac{7 + 3i}{4i}$

Solución Se multiplica tanto el numerador como el denominador por el conjugado complejo del denominador para hacer al nuevo denominador un número real

a) El complejo conjugado de $1 - 2i$ es $\overline{1 - 2i} = 1 + 2i$.

$$\frac{3 + 5i}{1 - 2i} = \left(\frac{3 + 5i}{1 - 2i} \right) \left(\frac{1 + 2i}{1 + 2i} \right) = \frac{-7 + 11i}{5} = -\frac{7}{5} + \frac{11}{5}i$$

b) El complejo conjugado de $4i$ es $-4i$. Por lo tanto

$$\frac{7 + 3i}{4i} = \left(\frac{7 + 3i}{4i} \right) \left(\frac{-4i}{-4i} \right) = \frac{12 - 28i}{16} = \frac{3}{4} - \frac{7}{4}i$$

ACTIVIDADES:

Practicamos operaciones-Expresa los siguientes complejos en la forma binómica ($a+ bi$), luego resuelve las operaciones indicadas. Recuerda que $i^2=-1$ por definición.

- a) $4.(-1; 2)=$
- b) $-3.(-5; 9)=$
- c) $2i . (5/2; -1)=$
- d) $(7- i) . (4;-2)=$
- e) $(5;-3) . (1; 1)=$
- f) $(3; -4).(5; -12)=$
- g) $(2; -3) : (1; -2)=$
- h) $(5; -1) : (3+4i)=$
- i) $10i : (1; -2)=$
- j) $(4;6) : 3i=$

Ejemplo resuelto:

a) $4.(-1; 2)=$

$4.(-1+2i)=$ **Escribo en forma binómica**

$4.(-1)+ 4.(2i)=$ **$-4+8i$**

Aplico propiedad distributiva