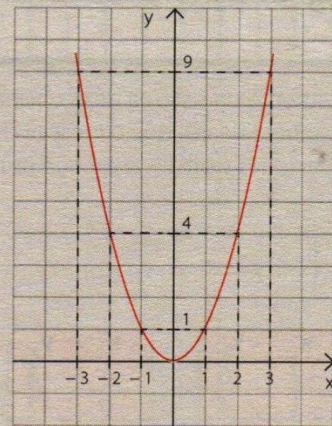
Función cuadrática

Teoría

Las funciones en cuya fórmula aparece x^2 son **funciones cuadráticas** y su gráfica se denomina **parábola.**

$y = x^2$

x	y
-3	$(-3)^2 = 9$
-2	$(-2)^2 = 4$
-1	$(-1)^2 = 1$
0	$0^2 = 0$
1	$1^2 = 1$
2	$2^2 = 4$
3	$3^2 = 9$



1 **Completar las tablas y graficar con distintos colores las siguientes parábolas.**

a) $y = x^2 + 3$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

c) $y = -x^2 + 10$

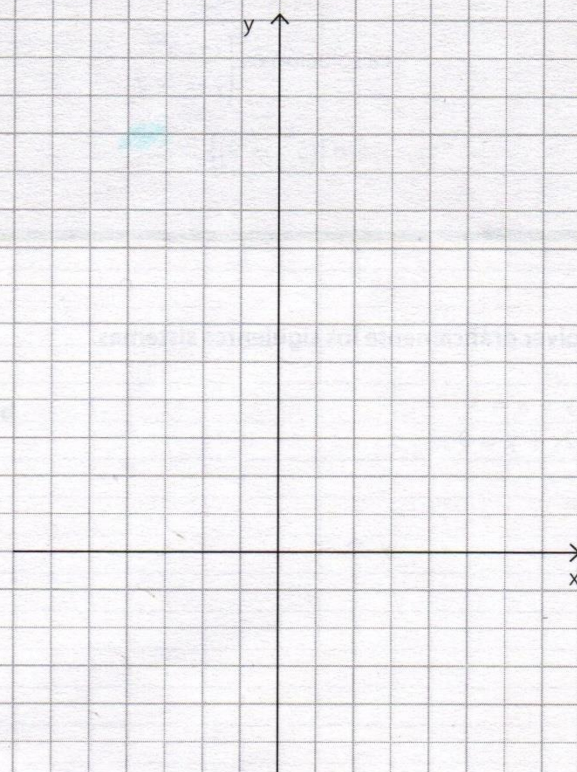
x	y
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

b) $y = x^2 - 4$

x	y
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

d) $y = 2x^2 - 5$

x	y
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	



Para pensar y resolver

2 En un estanque se coloca una cierta cantidad de peces. La fórmula $y = -x^2 + 6x + 16$ permite calcular la cantidad "y" de peces que hay en el estanque después de "x" años.

Calcular y responder.

a) ¿Cuántos peces se colocaron en el estanque?

b) ¿Después de cuántos años se obtiene la mayor cantidad de peces?

c) ¿Cuál fue la mayor cantidad de peces del estanque?

d) ¿Después de cuántos años no quedan peces en el estanque?

e) ¿Durante cuántos años la cantidad de peces aumentó?

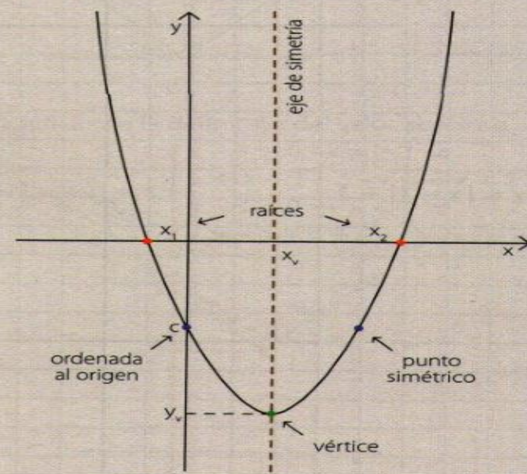
f) ¿Durante cuántos años la cantidad de peces disminuyó?

ANÁLISIS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Teoría

Una función cuya fórmula es $y = ax^2 + bx + c$ es una función cuadrática, y su gráfica es una **parábola**. Para realizar el gráfico de una parábola, se deben calcular: sus **raíces**, su **eje de simetría**, su **vértice** y su **ordenada al origen**.

- Raíces: $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$
- Vértice: $(x_v\,;\,y_v) \begin{cases} x_v = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = -\dfrac{b}{2a} \\ y_v = ax_v^2 + bx_v + c \end{cases}$
- Eje de simetría: $x = x_v$
- Ordenada al origen: en $x = 0 \Rightarrow y = c$



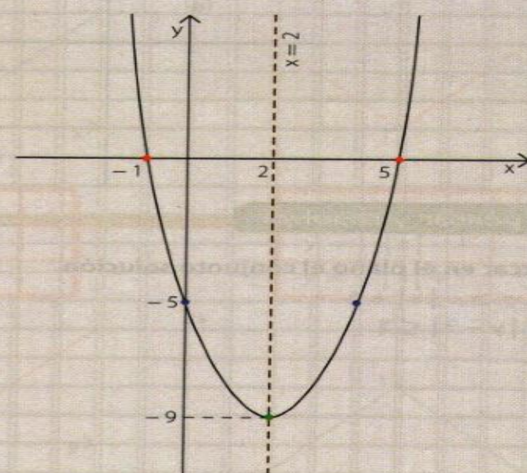
Ejemplo: $y = x^2 - 4x - 5$

Raíces: $\dfrac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\,.\,1\,.\,(-5)}}{2\,.\,1} = \dfrac{4 \pm 6}{2} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

Vértice: $\begin{cases} x_v = \dfrac{5-1}{2} = 2 \\ y_v = 2^2 - 4\,.\,2 - 5 = -9 \end{cases} \Rightarrow V = (2\,;\,-9)$

Eje de simetría: $x = 2$

Ordenada al origen: $y = -5$



Análisis del gráfico de la parábola:

- Conjunto de ceros: $C^0 = \{-1\,;\,5\}$
- Conjuntos de positividad: $C^+ = (-\infty\,;\,-1) \cup (5\,;\,+\infty)$
- Conjunto de negatividad: $C^- = (-1\,;\,5)$
- Intervalo de crecimiento: $(2\,;\,+\infty)$
- Intervalo de decrecimiento: $(-\infty\,;\,2)$
- Mínimo: $(2\,;\,-9)$

CONSTRUCCIÓN DE LA GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

1) Calcular las coordenadas del vértice de las siguientes funciones. $x_v = -\frac{b}{2a}$; $y_v = reemplazo\ x_v\ en\ f_{(x)}$

a) $f_{(x)} = -x^2 + 3x - 10$	b) $g_{(x)} = 2x^2 + 1$	c) $h_{(x)} = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$

$DISCRIMINANTE$: Se denomina Discriminante a la parte de la fórmula resolvente que está dentro de la raíz, y analizar su resultado me sirve para saber la cantidad de resultados posibles que tendrá una ecuación cuadrática.

Cuando el discriminante me da un resultado positivo: la ecuación tiene 2 soluciones

Cuando el discriminante me da un resultado negativo: la ecuación no tiene solución dentro de los números reales

Cuando el discriminante me da cero: la ecuación tiene 1 sola solución

2) Sin calcular las raíces, indiquen el número de soluciones de cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas ($DISCRIMINANTE \rightarrow b^2 - 4.a.c$)

$a)\ x^2 + 2x - 1 = 0$	$b)\ 8x^2 - 3x + 1 = 0$
$c) 4 - 4x + x^2 = 0$	$d)\ x^2 - 2x + 1 = 0$

3) Graficar las siguientes parábolas a partir de las fórmulas e indicar en cada una: raíces (si las tiene), ordenada al origen, coordenadas del vértice, eje de simetría.

$a)\ y = x^2 - 2x + 1$	$b)\ y = x^2 - x - 6$	$c)\ y = x^2 - 2x + 9$