

**FUNCIÓN CUADRÁTICA: Gráfica y situaciones problemáticas**  
(tercera parte)

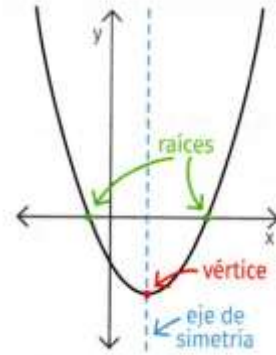
Para realizar el gráfico de una parábola, se debe hallar las raíces, el vértice, el eje de simetría y la ordenada al origen.

▪ Raíces:  $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

▪ Vértice:  $V = (x_v, y_v)$   $\rightarrow x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$  v  $x_v = -\frac{b}{2a}$   
 $\rightarrow y_v = ax_v^2 + bx_v + c$

▪ Eje de simetría:  $x = x_v$

▪ Ordenada al origen:  $y = c$



- 1) Hallar los elementos de cada parábola y graficarlas.

a)  $f(x) = x^2 + 2x + 3$

b)  $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

c)  $f(x) = x^2 - 6x + 9$

- 2) Se arroja una pelota desde un puente, la altura “y” (en metros), alcanzada por la pelota en función del tiempo “x” (en segundos), responde a la fórmula:  $y = -4,9x^2 + 14,7x + 19,6$ .

Graficar, luego responder verdadero o falso a las siguientes afirmaciones (Justificar):

- A. El puente tiene una altura de 14,7 ☐
- B. La máxima altura que alcanza la pelota es aproximadamente de 30,63 m. ☐
- C. A los 2 segundos de haber sido lanzada la pelota alcanza la altura máxima. ☐
- D. La pelota tarda 19,6 segundos en tocar el suelo. ☐
- E. Tardó 2 segundos desde la altura máxima hasta la altura del puente. ☐
- F. Desde el puente al suelo tardó 1 segundo. ☐

- 3) Una estación de servicio describe el beneficio semanal de acuerdo con los litros de nafta sin plomo que vendió, según la siguiente fórmula:

$$B(x) = -x^2 + 46x - 205$$

El beneficio se expresa en pesos y la variable x se expresa en miles de litros.

Graficar y responder las siguientes preguntas:

- A. ¿Cuánto dinero pierde si no vende ningún litro de nafta?
- B. ¿Cuántos litros se deben vender para que el beneficio sea máximo?
- C. ¿Para qué cantidad de litros no hay pérdida ni ganancia?
- D. ¿Para qué cantidades de litros el beneficio va en aumento?
- E. ¿En qué intervalo el beneficio decrece?
- F. ¿Si vende 100.000 litros gana, pierde o ninguna de las dos cosas?

- 4) Un proyectil de una nueva arma submarina es lanzado bajo el nivel del mar (tiempo cero), La ecuación que describe su trayectoria en función del tiempo es:  $f(x) = -2x^2 + 12x - 14$ . Graficar y contestar:

- a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil? ¿Cuánto tarda en lograrlo?
- b) ¿En qué momento salió del agua? ¿cuánto tardó en volver a ella?
- c) ¿Desde qué profundidad es lanzado?
- d) ¿Cuánto tarda el proyectil para alcanzar la misma profundidad de la que fue lanzado?

- 5) En una isla se introdujeron 800 iguanas. Al principio se reprodujeron rápidamente, pero luego los recursos de la isla comenzaron a escasear y la población decreció. El número de iguanas a los t años de haberlas dejado es la isla está dado por la siguiente fórmula:  $i(t) = -t^2 + 20t + 800$  donde i es la cantidad de iguanas y t el tiempo transcurrido.

- a) ¿En qué momento la población de iguanas se extingue?
- b) ¿En qué año hubo mayor cantidad de iguanas?
- c) ¿Cuántas iguanas había a los 15 años? ¿Y a los 46 años?

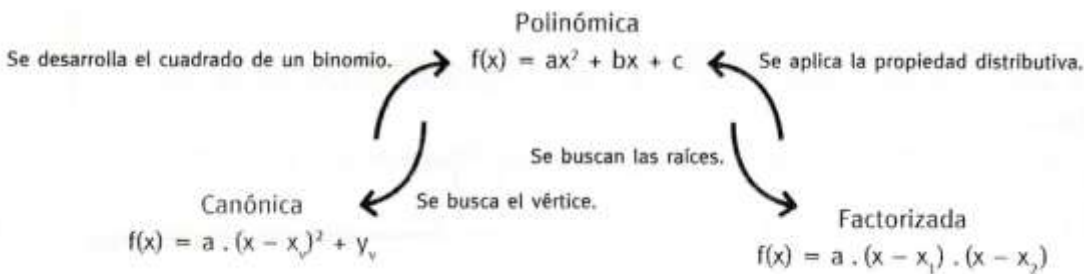
- 6) Un pájaro cuya trayectoria de vuelo está dada por  $y = 2x^2 - 16x + 33$ , (donde  $x$  es el tiempo en segundos e  $y$  la altura en metros), llega en algún momento a tocar el suelo? ¿En qué momento alcanza su menor altura?
- 7) Una fábrica de impresoras quiere lanzar al mercado un nuevo modelo. Para ello se realiza un estudio y se determina que la ganancia  $g$  ( en miles de pesos ) está dada por el precio de venta  $p$  ( en pesos ) y esta relación viene establecida por la siguiente fórmula :  $g(p) = - 4p^2 + 2000p - 240000$
- a) ¿Existe algún valor para el cuál no hay ganancia?
- b) Cuál es la máxima ganancia y para qué venta?

Una función cuadrática además de expresarse en **forma polinómica**  $f(x) = ax^2 + bx + c$  , también se puede expresar en:

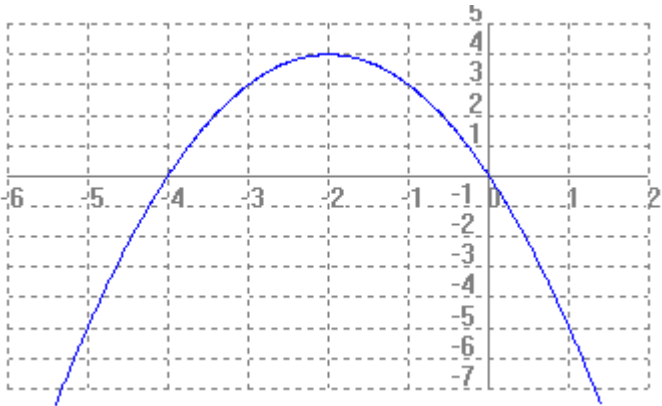
- ✓ **forma factorizada:**  $f(x) = a (x - x_1) (x - x_2)$  donde  $x_1$  y  $x_2$  son las raíces de la función
- ✓ **forma canónica:**  $f(x) = a (x - x_v)^2 + y_v$  donde  $x_v$  e  $y_v$  son las coordenadas del vértice

Ecuación polinómica, canónica y factorizada

La función cuadrática puede ser expresada de distintas formas.



- 8) Dada la siguiente gráfica de una función cuadrática indicar cuáles de las siguientes fórmulas pertenecen a la misma, justificar.



- 1)  $f(x) = x(x + 4)$
- 2)  $f(x) = -(x + 2)^2 + 4$
- 3)  $f(x) = -x(x - 4)$
- 4)  $f(x) = -x(x + 4)$
- 5)  $f(x) = -(x - 2)^2 - 4$
- 6)  $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$

- 9) Utilizar la forma más conveniente para hallar la fórmula de la función cuadrática en cada uno de los siguientes casos
- 1.- Su coeficiente cuadrático es -3 y su vértice es ( -5 , 3).
- 2.- Su coeficiente cuadrático es 5 y sus raíces son:  $x_1= 1$  y  $x_2= 5$ .
- 3.- Su gráfico pasa por el punto (1;-1) y su vértice es el punto (-2;3).
- 4.- Una de sus raíces es  $x = 3$  y el vértice de su gráfico es (-1/2 , -2)
- 5.- Una raíz es 4 y la otra es cero, el vértice es (2;4)

- 10) Un jugador de golf, ubicado junto a uno de los orificios del campo, golpea la pelota con intención de lograr un hoyo de 90m, (recuerda que hoyo es la distancia entre dos orificios consecutivos del campo). La trayectoria de la pelota responde a la función:  $f(x) = -0,002.(x-0).(x-100)$ , donde  $f(x)$  es la altura alcanzada y “x” es la distancia horizontal recorrida.

Graficar y responder:

- ¿Podrá la pelota pasar sobre una loma de 3m de altura que se encuentra en la mitad del hoyo?
- En caso de hacerlo: ¿Cumplirá con el objetivo el golfista?

- 11) Un grupo de biólogos estudia las características de un lago artificial en el que introdujeron un conjunto de peces para analizar la evolución de esta población. En un principio, la colonia crece pero al cabo de unos meses comienzan a morir debido al hacinamiento. Uno de los científicos plantea que la cantidad de peces varía según la función:  $f(x) = 240 + 10x - 0,1x^2$ ; siendo  $f(x)$  la cantidad de peces y  $x$  los días que transcurren.

Graficar y responder: a) ¿Cuántos peces introdujeron en el lago?

- ¿Durante cuánto tiempo la cantidad de peces fue aumentando?
- ¿Cuál fue la cantidad máxima de peces? ¿En que día?
- ¿En qué momento se extingue la población?

12

Escriban V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda.

- Si el coeficiente principal de una función cuadrática es positivo, el vértice de la función es un mínimo. ☐
- Si una función tiene raíces complejas, el gráfico corta al eje x en un solo punto. ☐

c. El intervalo de crecimiento representa todos los puntos donde la función es positiva. ☐

d. Si las raíces de una función cuadrática son -2 y 6, el eje de simetría es  $x = 4$ . ☐

e. Para calcular el eje de simetría de una función cuadrática, se suman las raíces y se divide por dos. ☐