MATEMATICAS   AULA ACELERACION

Profesor Blanco German

ECUACIONES

¿Qué es una *ecuación*?

Es una expresión algebraica que incluye:

- Una o varias *incógnitas*, representadas con letras (comúnmente las últimas del alfabeto ***x, y, z***)
- Una o varias *constantes*, representadas con números (o con letras diferentes a las de las incógnitas)
- Uno o varios *operadores*, que indican la relación entre las incógnitas y las constantes
- Un signo igual, que indica que el valor de lo que está a la derecha es idéntico al valor de lo que está a la izquierda

A la expresión algebraica que está a cada lado del igual se le llama *miembro* de la ecuación. Por tanto, hay un miembro derecho y un miembro izquierdo en cada ecuación.
Existen ecuaciones de muy diversos tipos. Se distinguen entre sí por las operaciones que unen o afectan a sus elementos. Aquí presento algunos ejemplos de ecuaciones con una incógnita. La ***x*** representan a la incógnita y ***a, b, c, d*** representan a las constantes. En una ecuación lineal, la incógnita está elevada a la primera potencia, en una cuadrática, la incógnita está elevada al cuadrado, en una racional, la incógnita debe estar en el denominador de una fracción, en una radical, la incógnita debe estar dentro del signo del radical.

Ecuaciones con una incógnita: *x*

a, b, c, d son valores conocidos

$ax + b = 0$	$a \neq 0$	ecuación lineal
$ax^2 + bx + c = 0$	$a \neq 0$	ecuación cuadrática
$\frac{a}{bx+c} = d$	$a \neq 0$ $b \neq 0$	ecuación racional
$\sqrt{ax + b} = c$	$a \neq 0$	ecuación radical

¿Para qué sirve una ecuación?

Una ecuación expresa las relaciones entre valores conocidos (*constantes*) y desconocidos (*incógnitas*) y permite, mediante ciertas operaciones algebraicas, identificar el valor de las incógnitas.

¿Qué significa resolver una ecuación?

Resolver una ecuación NO es “*hallar x*“.
Es encontrar el(los) valor(es) de la(s) incógnita(s) para el(los) cual(es) se cumple la igualdad. A esos valores también se le llaman *soluciones* o *raíces* de la ecuación.
Como al encontrar dicho valor llegamos a una expresión como esta: $\boldsymbol{x = 9}$, suele decirse también que resolver una ecuación es “*despejar la x*”, es decir, dejarla sola a un lado del igual mientras su valor está al otro lado del igual.
Todas las soluciones a las ecuaciones se pueden comprobar si se sustituye, en la expresión original, la incógnita por cada solución y se verifica que los valores de Algunos estudiantes consideran que su trabajo terminó cuando obtuvieron el valor de la incógnita. Yo animo a mis alumnos a que siempre comprueben sus respuestas. Considero que les ayuda a ser disciplinados en verificar su trabajo y les da la ventaja de saber que ese ejercicio está bien resuelto.

¿Cuántas soluciones tiene una ecuación?

En la primera sección presenté ejemplos de ecuaciones lineales, cuadráticas, racionales y radicales. Ahora agregaré que a las ecuaciones lineales también se les puede llamar ecuaciones de primer grado, a las cuadráticas de segundo grado y así sucesivamente conforme el exponente más grande de la expresión aumente:

Ecuaciones polinómicas con una incógnita: *x*

a, b, c, d, e son valores conocidos

$ax + b = 0$	$a \neq 0$	ecuación de primer grado
$ax^2 + bx + c = 0$	$a \neq 0$	ecuación de segundo grado
$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$	$a \neq 0$	ecuación de tercer grado
$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$	$a \neq 0$	ecuación de cuarto grado

Tomando una versión simplificada del *Teorema Fundamental del Álgebra*, se puede considerar que una ecuación de primer grado tiene una solución, una de segundo grado tiene dos soluciones, una de tercer grado tiene tres soluciones y así sucesivamente. Sólo que esas las soluciones no necesariamente son distintas y no necesariamente son números reales. Puede haber soluciones repetidas o puede haber soluciones que son números complejos.

¿Cuáles son las operaciones con las que se resuelve una ecuación que es lineal desde el origen?

En esta entrada, hablaremos sobre las ecuaciones que son lineales de origen y que se resuelven mediante las operaciones inversas y los elementos neutros.

Al principio escribiré todos los pasos que llevan a la solución, para que se observe claramente qué está ocurriendo.

**La operación contraria a la suma es la resta. Si hay una constante sumada a la incógnita, se resta a ambos lados de la ecuación:

$x + 3 = 5$ planteamiento original
$x + 3 - 3 = 5 - 3$ restar 3 a ambos lados de la ecuación
$x + 0 = 2$ queda el elemento neutro de la suma del lado de la incógnita
$x = 2$ ecuación resuelta
Comprobación: $2 + 3 = 5$ -> $5 = 5$
**La operación contraria a la resta es la suma. Si hay una constante restada a la incógnita, se suma a ambos lados de la ecuación:

$x - 3 = 2$ planteamiento original
$x - 3 + 3 = 2 + 3$ sumar 3 a ambos lados de la ecuación
$x - 0 = 5$ queda el elemento neutro de la resta del lado de la incógnita
$x = 5$ ecuación resuelta
Comprobación: $5 - 3 = 2$ -> $2 = 2$
**La operación contraria a la multiplicación es la división:

$3x = 6$ planteamiento original

$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$ dividir entre 3 a ambos lados del igual

$1x = 2$ queda el elemento neutro de la multiplicación al lado de la incógnita

$x = 2$ ecuación resuelta

Comprobación: $3 \cdot 2 = 6 \rightarrow 6 = 6$

OJO: si el coeficiente de la x es *negativo*, debe dividirse a ambos lados del igual entre ese número, con todo y su signo.
**La operación contraria a la división es la multiplicación.

ACTIVIDADES

1-Resolver las siguientes ecuaciones

a) -x+2=5 **b) -x-4=3** **c) –x-4=2**

d) -x-2=1 **e) -x+3=-2** **f) –x+3=5**

g) x+2=4 **h) x-4=-3** **i) x+2=2**

j) x-5=2 **k) x+2=-7** **l) x-2=4**

2- Ecuaciones con paréntesis

a) 3x+2(4x-1) = x+18

b) 2x +5(3x-1)=x-13

c) 4x +2(x+3)=2(x+2)

d) 3x +2(2x-1)=3(x+2)-4

3-Ecuaciones con denominador

$a)\ \frac{x}{3} = \frac{1}{15} + \frac{2x}{5}$

$c)\ \frac{3x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3x}{5} - \frac{1}{2}$

$b)\ \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = x - 1$

$d)\ \frac{x}{2} - \frac{5}{6} = \frac{x}{3} - \frac{x}{5} + 1$