

Trabajo integrador de Matemática

Curso: 5° “segunda”

El siguiente trabajo tiene como finalidad acercar los contenidos prioritarios a los estudiantes que, por diferentes motivos, no tuvieron vínculo constante con las clases virtuales.

La siguiente guía de trabajo tiene una secuencia que permite hacer un recorrido integral por los contenidos trabajados.

Cada estudiante tendrá la posibilidad de recuperar los contenidos a partir del momento que se desvinculó de la materia.

La idea de este trabajo es que sea una instancia más de aprendizaje, donde el estudiante pueda tener un ida y vuelta con el docente y pueda re vincularse con la materia. Para que esto sea posible dejo a disposición un correo electrónico y número de whatsapp.

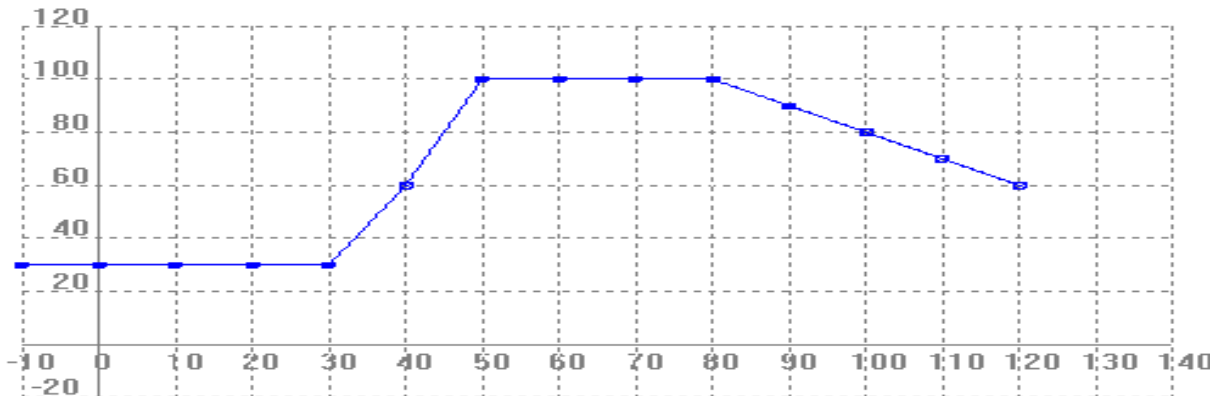
Correo electrónico: m_cordoba1978@hotmail.com

Whatsapp: 2241540232

Profesor: Marcelo Córdoba

Punto 1: Lectura de gráficos

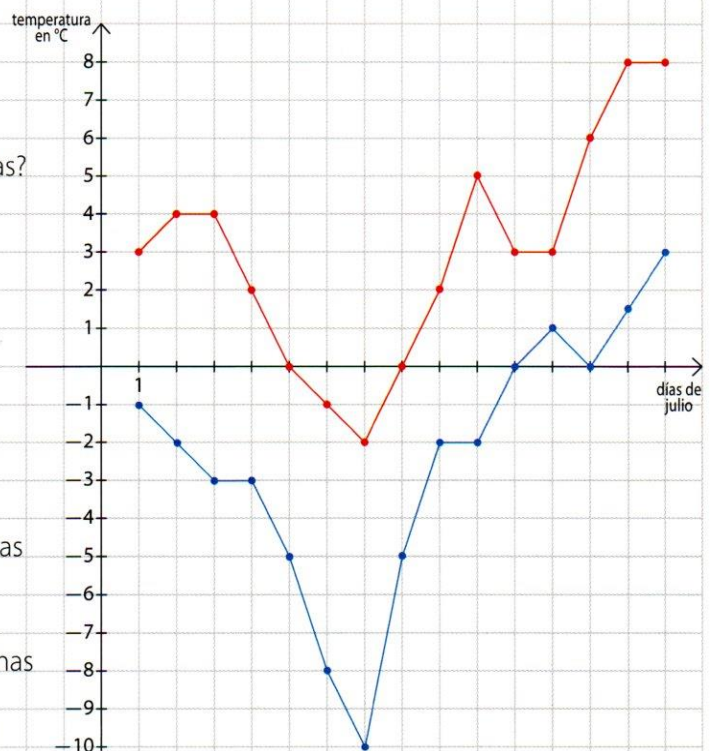
a) En la cocina de Carola hay una pava de agua. En determinado momento Carola enciende la hornalla para calentar el agua, la que se calienta hasta hervir (100°C). Minutos después, Carola apaga el fuego y deja la pava con el agua enfriándose. Observen la gráfica que muestra la temperatura del agua de esta pava a partir de las 9 hs. y respondan a las preguntas.



- ¿Cuáles son las variables que se relacionan? Ubicarlas en los ejes. Determinar variables dependiente e independiente.
- ¿Cuál es la temperatura del agua antes de que Carola la ponga a calentar?
- ¿A qué hora encendió Carola el fuego?
- ¿Cuánto tiempo transcurrió desde que comenzó el hervor hasta que Carola apagó el fuego?
- Carola finalmente se hizo el té 5 minutos después de apagar el fuego, ¿A qué temperatura estaba aproximadamente el agua en ese momento?
- Realizar un análisis completo del gráfico
- Señalen en el gráfico dos puntos que correspondan a instantes en que el agua se encontraba a 80°C .

b) La gráfica muestra las temperaturas **máximas** y **mínimas** de una ciudad durante los primeros 15 días de julio. Observar el gráfico y responder.

- ¿Entre qué valores se registraron las temperaturas máximas?
- ¿Y entre cuáles las temperaturas mínimas?
- ¿En qué días las temperaturas máximas fueron menores que 0°C ?
- ¿En qué períodos las temperaturas máximas aumentaron?
- ¿En cuáles disminuyeron?
- ¿Entre qué días las temperaturas máximas tuvieron un menor aumento?
- ¿En qué período las temperaturas mínimas fueron menores a -5°C ?



Punto 2: Funciones definidas por fórmula

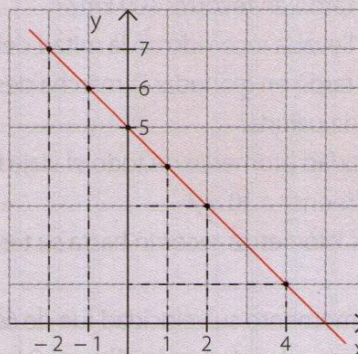
Funciones definidas por fórmulas

Teoría

Cuando las funciones están definidas mediante una fórmula matemática, se pueden obtener los puntos de la misma a partir de despejar el valor de y .

En la ecuación: $x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$

x	y
-2	$5 - (-2) = 7$
-1	$5 - (-1) = 6$
0	$5 - 0 = 5$
2	$5 - 2 = 3$
4	$5 - 4 = 1$



En la gráfica se obtienen todas las soluciones de la ecuación.

1) Despejar el valor de y , completar la tabla y representar las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $x + y = 1$

x	y
-3	
-1	
0	
2	
5	

y

x

c) $2x + y = 5$

x	y
1	
0	
2	
3	
4	

y

x

b) $x - y = 3$

x	y
4	
3	
1	
0	
-1	

y

x

d) $y + 3x = 8$

x	y
1	
2	
3	
4	
5	

y

x

2) Federico tiene un saldo de \$57 en su celular y por cada minuto que habla le descuentan \$3.

a) Hallar una fórmula que permita conocer el saldo en función de los minutos que habla.

b) Completar la tabla.

Minutos que habla	4	9	17
Saldo	\$36	\$15	\$0

Punto 3: Función lineal

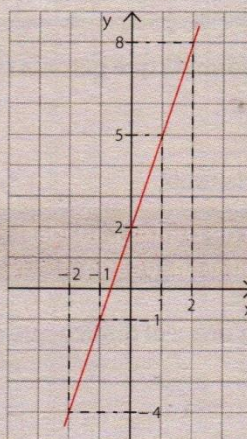
Teoría

Las funciones cuya gráfica es una recta se denominan **funciones lineales**.

La fórmula de las funciones lineales es: $y = ax + b$

$$y = 3x + 2$$

x	y
-2	$3 \cdot (-2) + 2 = -4$
-1	$3 \cdot (-1) + 2 = -1$
0	$3 \cdot 0 + 2 = 2$
1	$3 \cdot 1 + 2 = 5$
2	$3 \cdot 2 + 2 = 8$



1) Escribir la fórmula que corresponde a cada función lineal.

$$y = -x - 2$$

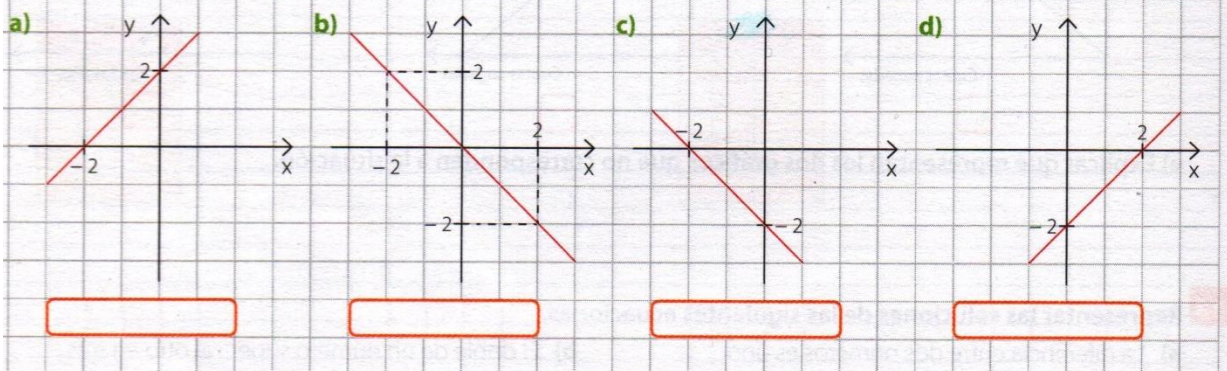
$$y = x - 2$$

$$y = -x + 2$$

$$y = -x$$

$$y = x + 2$$

$$y = x$$



2) Completar las tablas y graficar con distintos colores las siguientes funciones lineales.

a) $y = 2x - 1$

x	y
-3	
-2	
0	
1	
4	

c) $y = x : 2 + 3$

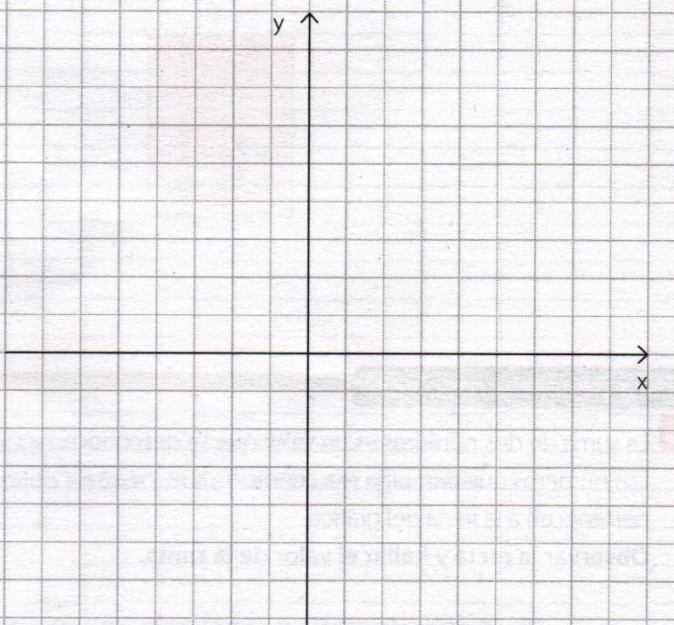
x	y
-8	
-6	
2	
4	
8	

b) $y = -x + 5$

x	y
-2	
0	
3	
6	
8	

d) $y = -3x + 2$

x	y
-3	
-1	
0	
2	
3	



Punto 4: Función cuadrática

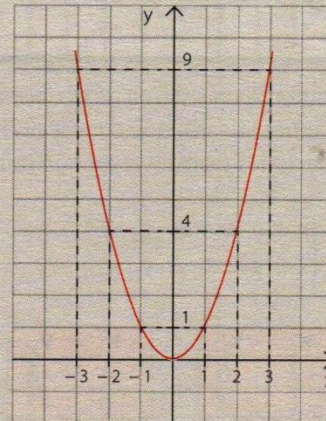
Función cuadrática

Teoría

Las funciones en cuya fórmula aparece x^2 son **funciones cuadráticas** y su gráfica se denomina **parábola**.

$$y = x^2$$

x	y
-3	$(-3)^2 = 9$
-2	$(-2)^2 = 4$
-1	$(-1)^2 = 1$
0	$0^2 = 0$
1	$1^2 = 1$
2	$2^2 = 4$
3	$3^2 = 9$



1)

Completar las tablas y graficar con distintos colores las siguientes parábolas.

a) $y = x^2 + 3$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

c) $y = -x^2 + 10$

x	y
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

b) $y = x^2 - 4$

x	y
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

d) $y = 2x^2 - 5$

x	y
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	



Para pensar y resolver

2)

En un estanque se coloca una cierta cantidad de peces. La fórmula $y = -x^2 + 6x + 16$ permite calcular la cantidad "y" de peces que hay en el estanque después de "x" años.

Calcular y responder.

- ¿Cuántos peces se colocaron en el estanque?
- ¿Después de cuántos años se obtiene la mayor cantidad de peces?
- ¿Cuál fue la mayor cantidad de peces del estanque?
- ¿Después de cuántos años no quedan peces en el estanque?
- ¿Durante cuántos años la cantidad de peces aumentó?
- ¿Durante cuántos años la cantidad de peces disminuyó?

Punto 5: Ecuaciones cuadráticas

Ecuaciones cuadráticas: son ecuaciones de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ (con } a \neq 0\text{)}.$$

Cuando igualamos a cero la fórmula de una función cuadrática para averiguar sus raíces, planteamos una ecuación cuadrática. Las soluciones reales de esta ecuación, que pueden ser dos, una o ninguna, serán los valores buscados a partir

de la fórmula resolvente $x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Decimos que una ecuación cuadrática es ***incompleta*** cuando sus coeficientes b o c son nulos.

Ejemplos

Término b nulo

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

Término c nulo

$$-3x^2 + 6x = 0$$

$$x. \quad \frac{(-3x + 6)}{x} = 0$$

$$\boxed{x_1 = 0} \quad -3x + 6 = 0$$

$$-3x = -6$$

$$x = -6 : -3 \Rightarrow x_2 = 2$$

1) Resolver las siguientes ecuaciones cuando sea posible

a) $x^2 - 9 = 0$

d) $5x - x^2 = 0$

g) $x^2 + 4x + 1 = 7 -$

x^2

b) $x^2 + 4 = 0$

e) $2x^2 - 12x + 10 = 0$

h) $x.(x + 2) = 2x(x - 1)$

c) $1 - x^2 = 0$

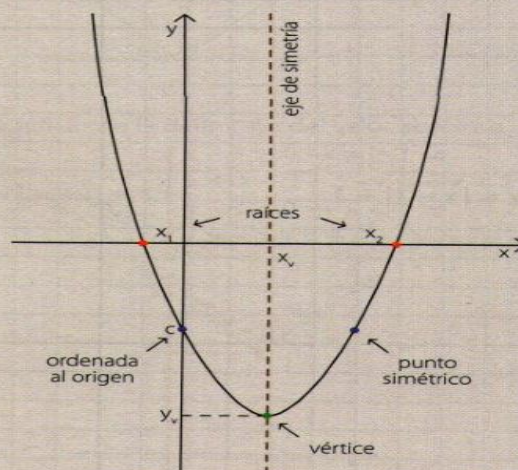
f) $x.(3x - 2) = x^2 - 5x$

Punto 6: Análisis de funciones cuadráticas

Teoría

Una función cuya fórmula es $y = ax^2 + bx + c$ es una función cuadrática, y su gráfica es una **parábola**. Para realizar el gráfico de una parábola, se deben calcular: sus **raíces**, su **eje de simetría**, su **vértice** y su **ordenada al origen**.

- Raíces: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$
- Vértice: $(x_v; y_v) \begin{cases} x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{2a} \\ y_v = ax_v^2 + bx_v + c \end{cases}$
- Eje de simetría: $x = x_v$
- Ordenada al origen: en $x = 0 \Rightarrow y = c$



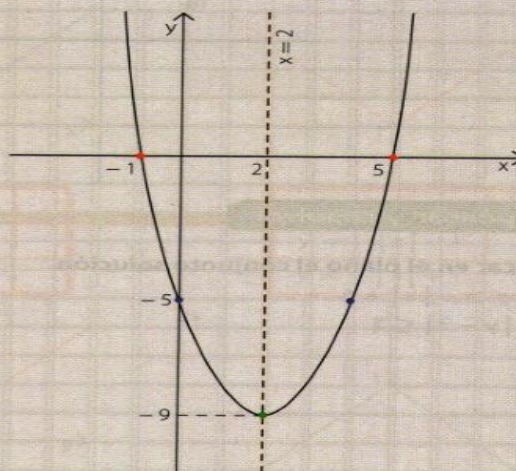
Ejemplo: $y = x^2 - 4x - 5$

Raíces: $\frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 6}{2} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

Vértice: $\begin{cases} x_v = \frac{5 + (-1)}{2} = 2 \\ y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = -9 \end{cases} \Rightarrow V = (2; -9)$

Eje de simetría: $x = 2$

Ordenada al origen: $y = -5$



Análisis del gráfico de la parábola:

- Conjunto de ceros: $C^0 = \{-1; 5\}$
- Conjuntos de positividad: $C^+ = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$
- Conjunto de negatividad: $C^- = (-1; 5)$
- Intervalo de crecimiento: $(2; +\infty)$
- Intervalo de decrecimiento: $(-\infty; 2)$
- Mínimo: $(2; -9)$

CONSTRUCCIÓN DE LA GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

1) Calcular las coordenadas del vértice de las siguientes funciones. $x_v = -\frac{b}{2a}$; $y_v =$ reemplazo x_v en $f(x)$

a) $f(x) = -x^2 + 3x - 10$	b) $g(x) = 2x^2 + 1$	c) $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$
----------------------------	----------------------	-------------------------------------

DISCRIMINANTE: Se denomina Discriminante a la parte de la fórmula resolvente que está dentro de la raíz, y analizar su resultado me sirve para saber la cantidad de resultados posibles que tendrá una ecuación cuadrática.

Cuando el discriminante me da un resultado positivo: la ecuación tiene 2 soluciones

Cuando el discriminante me da un resultado negativo: la ecuación no tiene solución dentro de los números reales

Cuando el discriminante me da cero: la ecuación tiene 1 sola solución

2) Sin calcular las raíces, indiquen el número de soluciones de cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas (**DISCRIMINANTE** $\rightarrow b^2 - 4 \cdot a \cdot c$)

a) $x^2 + 2x - 1 = 0$	b) $8x^2 - 3x + 1 = 0$
c) $4 - 4x + x^2 = 0$	d) $x^2 - 2x + 1 = 0$

3) Graficar las siguientes parábolas a partir de las fórmulas e indicar en cada una: raíces (si las tiene), ordenada al origen, coordenadas del vértice, eje de simetría.

$a) y = x^2 - 2x + 1$	$b) y = x^2 - x - 6$	$c) y = x^2 - 2x + 9$
-----------------------	----------------------	-----------------------