



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Modelování a simulace

## 9. lekce

### Michal Janošek

# Základy teorie spojitéh dynanických systémů

- \* Definice spojitého dyn. systému
- \* Existence a jednoznačnost řešení spojitého dynamického systému
- \* Stabilita řešení spojitého dynamického systému
- \* Stabilita řešení lineárních dynamických systémů
- \* Stabilita řešení nelineárních dynamických systémů

# Definice spojitého dynamického systému a jeho řešení

- \* matematická struktura
  - \* otevřená množina,  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  tzv. stavový prostor
  - \* množina  $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$  reálných funkcí definovaných na  $\Omega$
  - \* soustavou obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu (pohybové rovnice)
$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$
  - \* kde  $i = 1, 2, \dots, n$
  - \* stavové proměnné  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

# Řešení spojitého dynamického systému

- \* Okamžitý stav dynamického systému
  - \* reprezentován v tomto stavovém prostoru bodem,
  - \* jehož kartézské souřadnice odpovídají hodnotám jednotlivých stavových proměnných.
- \* Řešením dynamického systému je množina reálných funkcí
  - \* funkce jsou definovány na nedegenerovaném (obsahuje nekonečně mnoho bodů) otevřeném intervalu  $T \subseteq \mathbb{R}$
  - \* derivace jsou také definovány na intervalu  $T$
  - \* množina funkcí splňuje soustavu diferenciálních rovnic v každém bodě  $t \in T$

$$\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$$

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

# Trajektorie spojitého dynamického systému

- \* Křivky

$$C(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}; \quad t \in T\}$$

- \* určeny partikulárními řešeními daného dynamického systému
- \* trajektorie (orbity)
- \* množina všech trajektorií - fázový portrét
  - \* kritické body
  - \* periodické trajektorie

# Použité obrázky