

CYCLE PRÉPARATOIRE DE BORDEAUX  
UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

- PROJET FINAL -

---

# **L'utilisation des Interfaces Cerveau-Machine dans la communication écrite**

---

DELPEUCH SÉBASTIEN, ESCOBOSA VALENTIN, JAVERZAT NATACHA

9 MAI 2019

ENCADRÉ PAR LÉA PILLETTE

## Résumé

Les Interfaces Cerveau-Machine (ICM) sont des outils permettant la communication entre le cerveau et un dispositif externe. Le concept émerge d'abord dans les récits de Science Fiction, mais le développement des neurosciences dans les années 1970 rend envisageable la création de modèles réels.

La découverte des structures et des mécanismes régissant le fonctionnement du cerveau permet d'appréhender la nature des signaux inhérents à l'activité cérébrale. Plusieurs dispositifs de mesure non-invasifs comme l'électroencéphalographie permettent de détecter, en surface du cuir chevelu, des variations particulières dans l'activité cérébrale. Ces variations sont des " marqueurs physiologiques " et sont indicatrices de l'état mental de l'utilisateur. Elles peuvent donc être utilisées comme source d'information par la machine afin de traduire en commande l'intention de l'utilisateur, comme le ferait un clavier par l'intermédiaire de nos mains. Le potentiel P300 est un exemple de marqueur physiologique. Sa détection constitue la base du fonctionnement d'une ICM permettant la communication écrite : le P300 Matrix Speller. Cependant, l'information brute, c'est-à-dire le signal obtenu par électroencéphalographie, n'est pas exploitable tel quel par la machine. Au préalable, il est nécessaire de traiter le signal. Le traitement est constitué de 3 phases, le prétraitement, l'extraction des caractéristiques et la classification. L'objectif général du traitement est de rendre possible la détection des signaux d'intérêt ainsi que de réduire la quantité de données à traiter.

A l'issue de ce traitement, les signaux peuvent être utilisés par la machine. Dans le cas du *P300 Matrix Speller*, implémenté sous le logiciel OpenVIBE, les signaux corrélés à une stimulation permettent à l'utilisateur d'épeler un mot en utilisant exclusivement son activité cérébrale.

## Mots clés

**Cognitique, Informatique, Interface Cerveau-Machine, marqueur physiologique, traitement du signal, P300 Matrix Speller, OpenViBE**

## Abstract

A Brain-Computer Interface (BCI) is a direct communication pathway between the brain and an external device. The concept first emerges in Science-Fiction before becoming into reality in the 1970's thanks to unprecedented Neuroscience advances.

The discovery of the structures and mechanisms which are governing the functioning of the brain helps us understanding the nature of the signal linked with cerebral activity. Many non-invasive measuring devices such as electroencephalography can be used to detect specific changes in brain activity on the surface of the scalp. These variations are called " physiological markers " and are indicative of the mental state of the user. They can therefore be exploited by the machine to identify and translate the user's intents into commands, as a keyboard would do with the tap of our fingertips. The P300 wave is an example of physiological marker used to run a BCI based written communication device called " P300 Matrix Speller ". However, the raw data (i.e the signal displayed on the electroencephalograph) cannot be directly exploited by the machine : the signal requires to be processed. The processing can be divided into 3 parts : pre-processing, features extraction and classification. The main purpose is to allow the detection of the signals of interest and reduce the data size.

At the end of the processing, the signals are ready to be exploited by the machine. Using the P300 Matrix Speller implemented under OpenVIBE, the whole procedure allows the user to spell a word, by the exclusive exploitation of his brain activity.

## Key-words

**Cognitive Technology, Computer Sciences, Brain-Computer Interface, physiological marker, signal processing, P300 Matrix Speller, OpenViBE**

## Remerciements

Nous tenons à remercier notre tutrice Léa Pillette qui a su nous guider avec patience et bienveillance tout au long de la réalisation de ce projet et s'est toujours montrée enthousiaste et encourageante lors de nos nombreuses visites à Inria.

Nous remercions également Éric Dazzan, pour ses conseils avisés et son écoute, et Patrick Fischer, pour ses remarques et corrections concernant l'aspect mathématique du traitement du signal.

Enfin, nous remercions notre entourage pour leur soutien et leur aide quant à la relecture de ce mémoire.

# Avant-Propos

Ce mémoire a été réalisé dans le cadre du projet<sup>1</sup> de 2ème année de CPBx. Le sujet choisi reflète l'attrait des trois membres du groupe pour l'informatique, les mathématiques, mais également la cognitique, discipline qui nous était jusqu'alors pratiquement inconnue. Afin de concilier nos intérêts, nous avons décidé de travailler sur les Interfaces Cerveau-Machine, leur étude nécessitant des notions de traitement du signal, de programmation ainsi que des bases en biologie.

Nous considérons ce projet comme une occasion de découvrir, de nous approprier le concept d'Interface Cerveau-Machine et de nous défaire de visions parfois stéréotypées.

Nous tenions en particulier à lever toutes les " boîtes noires " inhérentes à la compréhension de ces dispositifs afin de proposer à nos lecteurs une explication qui soit la plus claire et complète possible.

Dans l'immédiat, nous ne pouvons affirmer si nos parcours professionnels respectifs nous offriront de nouveau l'opportunité de nous intéresser à ce sujet. Cependant, nous sommes intimement convaincus que la recherche sur les Interfaces Cerveau-Machine n'est encore qu'à ses balbutiements, et que des dispositifs plus sophistiqués se développeront et se perfectionneront.

---

1. Il est à noter que l'organisation de ce projet est détaillée en annexe E

## Glossaire

**ICM / BCI :** Une Interface Cerveau-Machine (ICM) ou Brain Computer Interface (BCI) est une interface de communication directe entre le cerveau et un dispositif externe (un ordinateur par exemple). La communication est qualifiée de "directe" car le fonctionnement des ICM ne repose pas sur les canaux de communication standards que sont les nerfs et les muscles mais sur la détection de signaux représentatifs de l'activité cérébrale. Nous pouvons citer

**ICM invasives - non-invasives** Une ICM invasive enregistre l'activité cérébrale de l'utilisateur par l'intermédiaire d'électrodes placées en profondeur dans le cerveau, dont la pose nécessite d'avoir recours à la trépanation. Par opposition, l'utilisation d'une ICM non-invasive ne requiert pas d'intervention chirurgicale car les électrodes sont placées en surface du cuir chevelu et enregistrent des résidus d'activité cérébrale.

**ICM réactives :** Ce sont des ICM qui envoient des stimulations visuelles, auditives ou tactiles à leur utilisateur dans l'attente d'une réponse. Elles s'opposent aux ICM actives pour lesquelles l'utilisateur est à l'origine du processus de communication, qu'il contrôle en modifiant son état mental lorsqu'il le souhaite.

**Electroencéphalographie (EEG) :** Méthode d'exploration cérébrale qui mesure l'activité électrique du cerveau par l'intermédiaire d'électrodes placées en surface du cuir chevelu. Le tracé de l'activité électrique enregistrée est appelé électroencéphalogramme.

**Potentiel évoqué :** Modification du potentiel électrique généré par le système nerveux en réponse à une stimulation externe (présentation d'une image, d'un son...) ou interne (modification de l'attention, préparation motrice...)

**P300 :** Potentiel évoqué particulier détectable par électroencéphalographie. La lettre " P " indique que son amplitude est positive, " 300 " désigne son temps de latence, en ms.

**P300 Matrix Speller :** ICM permettant à l'utilisateur d'épeler des mots sur un écran, en utilisant exclusivement son activité cérébrale. Son fonctionnement repose sur la génération et la détection de potentiels P300.

**SNC :** Le Système Nerveux Central est la partie du système nerveux comprenant l'encéphale et la moelle épinière.

**SNP :** Le Système Nerveux Périphérique est la partie du système nerveux formée des ganglions, des nerfs externes au cerveau et de la moelle épinière.

**Bruit (traitement du signal) :** Toute composante non désirée affectant la sortie d'un dispositif indépendamment du signal présent à son entrée.

**Artefacts (traitement du signal) :** Un artefact est une erreur de mesure d'une grandeur causée par la technique ou l'outil utilisé.

**Signal stationnaire :** Signal dont les propriétés statistiques sont invariantes par translation dans le temps.

**Analyse spectrale :** Ensemble de techniques de description du signal dans le domaine des fréquences.

**Classifieur :** Famille d'algorithmes de classement statistique. Le rôle d'un classifieur est de classer dans des groupes des échantillons qui ont des propriétés similaires.

# Table des matières

<b>1 Activité cérébrale, origine des signaux exploitables</b>	<b>2</b>
1.1 Introduction aux ICM . . . . .	2
1.1.1 Origine des ICM, chronologie . . . . .	2
1.1.2 Généralités . . . . .	2
1.1.3 Un exemple de ICM : le " <i>P300 Matrix Speller</i> " . . . . .	3
1.2 Anatomie et physiologie . . . . .	3
1.2.1 Description générale du système nerveux . . . . .	4
1.2.2 Électrophysiologie : Electroencéphalographie. . . . .	4
1.2.3 Marqueurs physiologiques pour le contrôle de ICM réactives . . . . .	5
1.3 Exploitation d'un signal particulier : le P300 . . . . .	6
1.3.1 Evénements déclencheurs . . . . .	6
1.3.2 Construction de la réponse, acteurs sollicités . . . . .	7
1.3.3 Construction de ICM basées sur le P300 : exemple du P300 Matrix-speller . . . . .	7
1.4 Conclusion . . . . .	8
<b>2 Traitement du signal et apprentissage</b>	<b>9</b>
2.1 Prétraitement de données d'électroencéphalographie . . . . .	9
2.1.1 Principe d'acquisition de l'EEG . . . . .	9
2.1.2 Représentation temporelle . . . . .	10
2.1.3 Représentation fréquentielle et filtrage . . . . .	11
2.1.4 Représentation temps fréquence . . . . .	12
2.1.5 Représentation spatiale . . . . .	14
2.2 Extraction de caractéristiques . . . . .	15
2.2.1 Principe général . . . . .	15
2.2.2 Extraction des caractéristiques pour les ICM exploitant les potentiels évoqués . . . . .	16
2.3 Classification . . . . .	17
2.3.1 Principe général de la classification . . . . .	17
2.3.2 Un classifieur particulier : le LDA . . . . .	18
2.4 Conclusion . . . . .	20

<b>3 Expérimentation : implémentation du P300 Matrix Speller</b>	<b>21</b>
3.1 Cahier des charges . . . . .	21
3.1.1 Matériel . . . . .	21
3.1.2 Présentation d'OpenViBE . . . . .	22
3.1.3 Implémentation du P300 Matrix Speller : 3 étapes . . . . .	22
3.2 Détails des algorithmes . . . . .	24
3.2.1 Scénario 1 - Acquisition . . . . .	24
3.2.2 Scénario 2- Entraînement du classifieur . . . . .	25
3.2.3 Scénario 3 - Utilisation . . . . .	29
3.3 Limites et perspectives . . . . .	31
3.3.1 Limites utilisateur . . . . .	31
3.3.2 Limites matérielles . . . . .	32
3.3.3 Perspectives d'amélioration . . . . .	32
3.4 Conclusion . . . . .	33
<b>A Outils mathématiques pour le filtrage spatial : le laplacien de surface</b>	<b>36</b>
<b>B Explications mathématiques</b>	<b>38</b>
B.1 Rappels sur la transformée de Fourier . . . . .	38
B.1.1 Rappel de quelques propriétés . . . . .	38
B.1.2 Transformée de Fourier inverse . . . . .	39
B.1.3 Produit de convolution . . . . .	40
B.1.4 Exemple de transformée de Fourier . . . . .	40
B.2 Fréquence locale . . . . .	41
B.3 Représentations temps fréquence et temps échelle . . . . .	42
B.4 Transformée à ondelettes continue . . . . .	43
B.5 La transformée à ondelettes discrète . . . . .	44
B.6 Analyses multi-résolutions . . . . .	44
B.6.1 Cadre théorique . . . . .	44
B.6.2 Les bases d'ondelettes . . . . .	45
B.6.3 Transformée à ondelettes . . . . .	46
B.6.4 Filtres duals, ondelettes duals . . . . .	46
B.6.5 Algorithme de la transformée à ondelettes rapide . . . . .	47
<b>C Outils mathématiques pour la classification</b>	<b>49</b>
C.1 Calcul de la distance entre les moyennes des classes : variance inter-classes ( $S_b$ ) . . . . .	49
C.2 Calcul de la dispersion à l'intérieur de chaque classe : variance intra-classe ( $S_w$ ) . . . . .	50
C.3 Critère de Fisher : calcul de la matrice de passage $W$ , construction de l'espace de dimension réduite . . . . .	50
<b>D Description des "boîtes" utilisées dans nos scénarios</b>	<b>52</b>
<b>E Gestion du projet</b>	<b>54</b>

# Introduction

L'essoufflement de la Seconde Révolution Industrielle et l'avènement de l'informatique sont à l'origine d'une imagination nouvelle : la vision d'un futur fantasmatique dans lequel la machine ne serait plus soumise à l'Homme mais fonctionnerait avec lui, comme en symbiose. Ces perspectives inédites donnent naissance au concept d'Interface Cerveau-Machine (ICM).

Le développement des neurosciences permet la création des premiers modèles réels dès 1970. Une définition précise des ICM est alors proposée : il s'agit de systèmes permettant la communication directe entre le cerveau et un dispositif externe (un ordinateur par exemple). La communication est qualifiée de " directe " car le fonctionnement des ICM ne repose pas sur les canaux de communication " standards " que sont les nerfs et les muscles mais sur la détection de signaux représentatifs de l'activité cérébrale. Cette particularité justifie les intérêts médicaux et cliniques inhérents au développement des ICM. Parmi ces différents enjeux, la réhabilitation des capacités à la communication est un thème central. En effet, de nombreux troubles neurologiques ou musculaires engendrent une inaptitude partielle ou totale de la personne atteinte à la communication. Par l'intermédiaire des ICM, qui relient directement l'activité cérébrale à l'action à effectuer, il devient envisageable de créer une forme de communication alternative, généralement écrite, et ce sans aucune intervention des muscles.

Ce projet a pour ambition d'expliquer la mise en place d'une ICM permettant la communication écrite, en détaillant les transformations du signal depuis sa génération dans la boîte crânienne jusqu'à son interprétation par la machine. Nous avons axé notre réflexion et nos recherches sur le fonctionnement concret d'une ICM particulière : le "*P300 Matrix Speller*". Cependant, la plupart des résultats et explications proposés sont valables pour tout type d'ICM. Notre raisonnement, articulé en trois parties, suit la logique chronologique de la propagation du signal. De ce fait, nous commencerons par déterminer l'origine des signaux exploitables en explicitant leur lien avec l'activité cérébrale et l'état mental de l'utilisateur. Nous passerons ensuite en revue les différentes étapes de traitement du signal, en nous attardant sur les éléments essentiels au traitement dans le cas du *P300 Matrix Speller*. Enfin, nous proposerons au lecteur une vision concrète du fonctionnement d'une ICM en détaillant notre expérimentation : l'implémentation du *P300 Matrix Speller* sous OpenVIBE. Cette dernière partie permettra notamment d'expliquer la traduction en commande par la machine du signal reçu, terminant ainsi la chaîne de communication.

# Chapitre 1

## L'activité cérébrale à l'origine de signaux exploitables par les machines

### 1.1 Introduction aux ICM

#### 1.1.1 Origine des ICM, chronologie

Les interfaces cerveau-machine (ICM) ne sont pas un concept récent. Dès les prémisses de l'informatique, en 1945, les scénaristes et auteurs de Science-Fiction imaginent des machines capables de communiquer avec le cerveau humain. Parmi eux, Isaac Asimov s'illustre par l'invention d'un grand nombre d'objets fictifs agissant sur le cerveau dont le "cérébroanalyseur" (*Les cavernes d'acier*, 1956), machine permettant l'interprétation des champs électromagnétiques générés par les neurones.

La créativité des auteurs est nourrie par les avancées en neurosciences. La première observation des signaux électriques générés par le cerveau, en 1875, ouvre la voie à de nombreuses perspectives d'études. Il faudra cependant attendre les découvertes majeures du 20ème siècle en chimie, biologie et physique pour mettre au point des outils et méthodes permettant d'étudier le fonctionnement du cerveau. Le développement de l'électroencéphalographie entre 1950 et 1960 permet la création des premières interfaces dès 1970 ; la fiction a finalement rejoint la réalité.

Parmi les premiers modèles d'ICM, on peut citer l'interface intracorticale mise au point par Philip Kennedy ou encore le modèle de Fetz, utilisant l'activité cérébrale de singes (1970). En 1999, Yang Dang et son équipe parviennent à créer un système capable de reconstruire la perception visuelle d'un chat. Cette dernière expérience ouvre la voie au développement de nombreuses ICM permettant le contrôle par l'activité cérébrale de bras mécaniques, de curseurs d'ordinateurs ou encore de claviers virtuels.

#### 1.1.2 Généralités

On peut définir simplement une ICM comme une interface de communication directe entre le cerveau et un dispositif externe (généralement un ordinateur). Pour que deux éléments (ici la machine et le cerveau) puissent entrer en communication, il est nécessaire qu'ils parlent le même langage. D'où l'intérêt d'exploiter les signaux électriques générés par le cerveau car ceux-ci reflètent l'état mental de l'utilisateur. Ils peuvent donc être interprétés, compris par la machine.

Parmi les ICM, certaines sont invasives, c'est-à-dire qu'elles utilisent des électrodes implantées en profondeur dans le cerveau, afin de capter l'influx nerveux. Mais les ICM peuvent également être non-invasives. En effet, la pose d'électrodes en surface du cuir chevelu permet de détecter des résidus de l'activité cérébrale, et ce sans intervention chirurgicale. L'inconvénient de ces méthodes non-invasives est que les signaux considérés sont très faibles. Cependant, elles restent le meilleur compromis entre les risques de l'expérience (infection, atteinte à l'intégrité du cerveau) et la qualité du signal. Dans le cadre de ce projet, nous étudierons donc exclusivement des ICM non-invasives.

On utilise généralement les ICM afin de palier à une inaptitude, dans l'objectif d'augmenter les capacités de l'utilisateur à effectuer une action en court-circuitant l'enchaînement conventionnel "cerveau-nerfs-muscles-action". Ainsi,

les ICM trouvent des applications concrètes dans le domaine médical. Elles peuvent être utilisées afin de restaurer des facultés (ouïe, vue) ou encore servir le domaine clinique (mise au point de fauteuils roulants contrôlés par l'activité cérébrale par exemple).

### 1.1.3 Un exemple de ICM : le "*P300 Matrix Speller*"

Le *P300 Matrix Speller* est une interface très répandue. Introduit en 1988 par les chercheurs Farwell et Donchin, ce dispositif s'est imposé comme un cas d'école d'ICM. Il s'agit d'une interface permettant la communication écrite. Une analogie (un peu simpliste) avec une " machine à écrire mentale " semble pertinente car le *P300 Matrix Speller* se sert uniquement de l'activité cérébrale de son utilisateur pour détecter la lettre qu'il souhaite écrire et l'inscrire à l'écran. Ainsi, l'utilisateur peut écrire des mots sur un écran, en se servant exclusivement de son activité cérébrale.

Plus précisément, le *P300 Matrix Speller* se base sur la détection d'une singularité dans l'activité cérébrale. Cette singularité prend la forme d'une onde d'amplitude caractéristique appelée potentiel P300. Son apparition est interprétée comme la conséquence d'états mentaux particuliers. Dans le cas du *P300 Matrix Speller*, on montre que l'onde P300 survient lorsque le caractère cible, c'est-à-dire la lettre ou le chiffre que l'on veut inscrire, est présenté à l'utilisateur.

Afin d'optimiser l'apparition de la P300 lors de l'utilisation du système, un paradigme de stimulation a été mis au point. Ce paradigme (Paradigme Ligne/Colonne) se présente sous la forme d'une matrice, affichée sur un écran et dans laquelle sont répertoriés les différents caractères (lettres et chiffres) nécessaires à l'écriture. Lorsque le P300 Speller fonctionne, les lignes et les colonnes de la matrice s'illuminent successivement, dans un clignotement très rapide. L'utilisateur est supposé fixer et focaliser son attention sur le caractère souhaité. L'illumination du caractère cible initie la réponse P300.

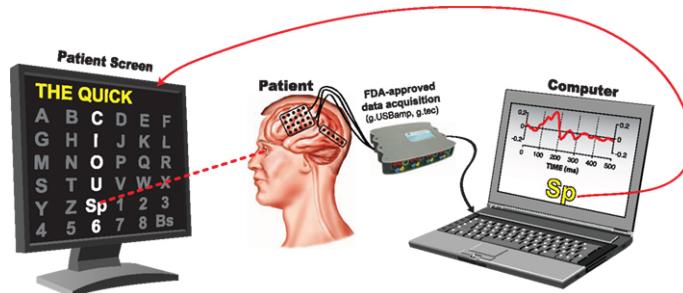


FIGURE 1.1 – Schéma de principe du *P300 Matrix Speller*. Si le lecteur souhaite avoir une représentation visuelle du processus d'illumination des lignes et des colonnes nous le redirigeons vers cette vidéo <https://www.youtube.com/watch?v=xvfxsNpaRGI>

D'autres paradigmes de stimulation existent. Cependant, nous traiterons exclusivement du Paradigme Ligne/Colonne.

Le P300 Speller est constitué de plusieurs éléments. D'abord un casque EEG (électroencéphalogramme) permettant de détecter l'activité électrique en surface du cuir chevelu par l'intermédiaire d'électrodes. Ensuite, un boîtier permettant la réception et le traitement des signaux captés par les électrodes. Enfin, un écran d'ordinateur qui assure la stimulation de l'utilisateur et lui permet de visualiser le mot en cours d'écriture 1.1.

## 1.2 Anatomie et physiologie

Afin de comprendre le fonctionnement des ICM non-invasives, il est essentiel de déterminer l'origine des signaux exploitables et d'expliquer leur lien avec l'activité cérébrale et l'état mental de l'utilisateur. Cette section propose au lecteur une introduction au système nerveux et à ses mécanismes ainsi qu'une description détaillée des techniques d'électroencéphalographie et de la notion de marqueur physiologique<sup>1</sup>.

1. CLERC, M, BOUGRAIN, L et LOTTE, F *Les interfaces cerveau-ordinateur 1 : fondements et méthodes*. ISTE editions, 2016.

### 1.2.1 Description générale du système nerveux

Le neurone est à la base du système nerveux. Il s'agit d'une cellule dont le rôle est de transmettre des informations, véhiculées sous forme de signaux électriques appelés potentiels d'action. Par l'intermédiaire de prolongements appelés axones et dendrites, les neurones sont capables d'interagir, via propagation de potentiels d'action créés par dépolarisation de la membrane axonale. Cette interaction a lieu au niveau des synapses, zone séparant l'axone d'un neurone de la dendrite d'un autre neurone.

Les neurones s'organisent en voies, faisceaux ou réseaux. La manière dont ils sont connectés entre eux détermine le rôle de ces structures. On distingue classiquement le système nerveux central (SNC) et le système nerveux périphérique (SNP). Nous nous focaliserons sur le SNC et plus particulièrement sur l'encéphale.

L'encéphale est constitué du tronc cérébral, du cervelet et de deux hémisphères. Les hémisphères comportent plusieurs lobes externes (frontal, pariétal, temporal et occipital).

Le lobe frontal intervient essentiellement dans la planification, le langage et le mouvement volontaire, il est composé du gyrus précentral, des aires prémotrices et des aires préfrontales. Le lobe pariétal joue un rôle important dans l'intégration des informations issues des différentes modalités sensorielles. Cette région est impliquée dans la perception de l'espace et dans l'attention. Le lobe temporal est impliqué dans l'audition, le langage, la mémoire et la vision des formes complexes. Le lobe occipital est le centre visuel, il permet la reconnaissance des orientations et des contours des images.

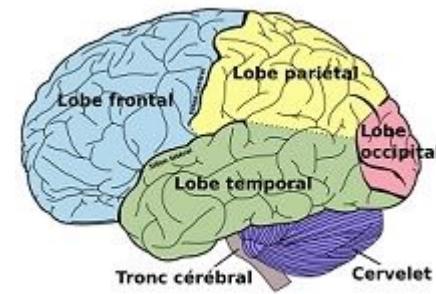


FIGURE 1.2 – Les différents lobes constituant le cerveau humain

Le cortex se situe à la surface des hémisphères. Les aires primaires du cortex regroupent le cortex moteur primaire et les aires qui réceptionnent les stimuli sensoriels. Elles se distinguent des aires secondaires, qui correspondent à des traitements élaborés des informations. On peut également évoquer les aires associatives, à l'origine des fonctions cognitives, qui régulent l'attention portée à la détection et à l'identification des stimuli. Enfin, le cervelet constitue également un élément fondamental du SNC. Il est le centre majeur de la coordination, de l'équilibre et du contrôle du tonus musculaire. Il permet la réalisation de tâches motrices complexes.

### 1.2.2 Électrophysiologie : Électroencéphalographie.

Nous avons vu précédemment que l'unité fonctionnelle du système nerveux est le neurone, et que cette cellule communique par l'intermédiaire de signaux électro-chimiques. L'activité cérébrale exploitée pour créer des interfaces cerveau-machine est donc de nature électrique. Il s'agit maintenant d'être capable de récupérer cette activité électrique et de lui donner un sens, c'est-à-dire de la relier à des processus cognitifs.

Les signaux générés en profondeur dans la boîte crânienne (ordre de 1000 mV) peuvent être détectés à la surface du cuir chevelu via une méthode d'acquisition de l'activité cérébrale appelée électroencéphalographie (abrégée EEG).

Lorsqu'un neurone reçoit un potentiel post-synaptique, c'est à dire un signal unitaire produit en aval d'une synapse, un mouvement d'ions est initié à travers la membrane cellulaire, résultant en un courant électrique qui se propage dans le volume de la tête. Cette propagation est indépendante de l'activité électrique qui participe au fonctionnement du cerveau. Le courant généré par un seul neurone est indétectable à la surface du cuir chevelu. Pour obtenir des signaux d'amplitude suffisante pour être mesurée, il faut qu'un grand nombre de neurones soient actifs en même temps.

Les champs produits par les neurones sont optimaux lorsque les dendrites sont parallèles entre elles et que les

neurones à l'origine des signaux sont de forme pyramidale (on parle alors de neurones pyramidaux). Une grande partie de l'activité cérébrale enregistrée en EEG provient de champs électriques générés avec cette configuration.

D'un point de vue pratique, L'EEG mesure une différence de potentiels électriques entre des électrodes réparties sur l'ensemble du cuir chevelu et une électrode de référence pour déterminer le champ électrique associé.

Les informations en provenance de chaque électrode sont d'abord analysées séparément, avant d'être recoupées pour une analyse plus globale.

Lors de la réalisation d'une tâche cognitive, il est nécessaire de multiplier les stimulations car les réponses unitaires sont faibles. De plus, il faut arriver à extraire les signaux d'intérêt du " bruit " environnant, conséquent à l'activité " normale " du cerveau en éveil.

Une étape précédant l'analyse à proprement parler des signaux (voir 2, page 9) consiste en la localisation des sources. Il s'agit d'estimer où la réponse cognitive a été construite dans le cortex avant sa détection à la surface du cuir chevelu. Cette étape n'est pas toujours évidente car l'EEG ne capte en surface que des résidus d'activité cérébrale : au cours de leur propagation dans la boîte crânienne, les signaux se sont atténusés et une partie de l'information est perdue. L'estimation des sources se base sur le calcul des champs électriques produits par les neurones, considérés comme des dipôles. Ce calcul nécessite de modéliser la boîte crânienne et de prendre en compte la conductivité des tissus. L'approche linéaire est souvent privilégiée, elle consiste en la superposition de l'activité d'un grand nombre de sources dipolaires, distribuées uniformément.

Ainsi l'EEG permet de détecter des signaux à la surface du cuir chevelu et de localiser les sources de ces signaux en profondeur dans la boîte crânienne. Le principal avantage de l'EEG est son excellente résolution temporelle. D'autres techniques de mesure, comme l'Imagerie par Résonance Magnétique Fonctionnelle (IRMf) permettent également d'appréhender l'activité cérébrale, avec leurs avantages et inconvénients respectifs. Dans le cas de l'IRMf, la résolution temporelle est mauvaise et le dispositif est encombrant. Cependant, cette technique offre une très bonne résolution spatiale. Le choix de la technique à utiliser dépend donc des caractéristiques du phénomène que l'on veut observer.

### 1.2.3 Marqueurs physiologiques pour le contrôle de ICM réactives

Les interfaces cerveau-machines exploitent les signaux récupérés par EEG en cherchant à établir des corrélations entre les caractéristiques des signaux et la tâche mentale en cours.

Pour ce faire, le système recherche des formes de signaux particuliers, se distinguant du bruit de fond par leur amplitude, fréquence ou temps de latence. Ces signaux d'intérêt sont appelés " marqueurs physiologiques ". Nous nous focaliserons ici sur les marqueurs physiologiques des ICM réactives c'est-à-dire des interfaces proposant une stimulation à l'utilisateur afin de produire une modification de son état mental. Pour pouvoir être utilisés en tant que tels, les marqueurs physiologiques doivent être localisables dans l'espace et/ou le temps. Ils ne sont pas propres à une tâche mentale en particulier mais plutôt d'un type de réponse cognitive. Ainsi, un même marqueur physiologique peut être utilisé par plusieurs ICM.

La détection d'un marqueur physiologique reflète l'apparition d'un événement remarquable dans l'activité cérébrale. Par exemple une variation importante de l'activité électrique due à une succession particulière d'activations et de désactivations dans une assemblée de neurones. L'enjeu est alors de caractériser la stimulation ou l'état mental à l'origine de cette variation.

Lorsque l'on dispose d'une bonne résolution spatiale, il est possible de localiser avec précision la région cérébrale concernée par le changement dans l'activité nerveuse, et donc de relier l'apparition du marqueur avec les fonctionnalités connues de cette région. Lorsque l'on dispose d'une bonne résolution temporelle on peut directement associer l'apparition du marqueur à l'état mental de l'utilisateur, et en déduire la signification du marqueur.

En EEG, les marqueurs physiologiques sont communément appelés potentiels évoqués (abrégé PE). Il s'agit de modifications du potentiel électrique généré par le système nerveux en réponse à une stimulation externe (présentation d'une image, d'un son...) ou interne (modification de l'attention, préparation motrice...). Lorsque qu'un PE ne peut être généré que par l'intermédiaire d'une stimulation externe on le dit exogène. Par opposition, un PE pouvant éventuellement être généré par stimulation interne est dit endogène.

En conclusion, il est important de comprendre que l'ICM ne prend pas en compte l'intégralité de l'activité céré-

brale de manière continue. Elle se focalise plutôt sur des informations remarquables, obtenues sous forme de signaux particuliers : les marqueurs physiologiques (appelés parfois PE). Ces marqueurs doivent être reliés spatialement ou temporellement à des événements (état mental particulier, stimulus) afin que leur apparition prenne un sens et qu'ils puissent être utilisés par l'interface.

## 1.3 Exploitation d'un signal particulier : le P300

La détection des marqueurs physiologiques constitue le premier maillon de la chaîne de communication qu'établit une interface cerveau-machine. Un marqueur particulier est à la base de l'interface utilisée dans le cadre de notre projet. Il s'agit du potentiel P300.

Le potentiel P300 est pour la première fois observé en 1964 par les chercheurs Chapman et Bragdon. En 1965 Sutton en propose une caractérisation : il s'agit d'une onde d'amplitude positive sujette à une importante déformation atteignant un pic au bout de 300ms après le stimulus. Cette définition du P300 justifie son nom. La lettre " P " indique que l'onde présente une amplitude positive, " 300 " donne son temps de latence (en ms). Il s'agit d'un PE endogène, l'onde peut donc être générée en l'absence de stimulation.

Depuis les années 1970, la P300 est utilisée pour la compréhension de divers processus cognitifs ainsi que pour la détection de certains troubles mentaux. Les signaux détectés sur le cuir chevelu d'individus malades présentent une modification d'amplitude et de temps de latence. Cette particularité peut donc servir d'outil de prévention ou de référence. Cependant, malgré les centaines d'études menées depuis sa découverte, l'utilité de la P300 en médecine reste limitée car il est difficile de définir avec précision les rôles des différentes structures supposées responsables de son apparition.

Nous allons donc nous efforcer de décrire, de manière concise et crédible, les possibles acteurs et stimulations à l'origine de la réponse P300. Nous garderons cependant un certain recul par rapport à ces informations qui sont de l'ordre de l'hypothèse.

### 1.3.1 Événements déclencheurs

L'observation de réponses comportant l'onde P300 à la suite de différents types de stimulations permet d'en distinguer deux sous-composantes, respectivement appelées P3a et P3b.

La P3a (appelée en anglais novelty P3) est associée à un engagement important de l'attention lors de changements brusques dans l'environnement expérimental ainsi qu'à la réaction du sujet face à la nouveauté. C'est donc une réponse à un effet de surprise qui est attendue.

Dans le cas particulier où le sujet réalise une " tâche de discrimination ", c'est-à-dire qu'il se concentre sur un événement " cible " disséminé parmi des événements non attendus et plus fréquents, l'onde P3a est suivie par l'onde P3b.

Plus l'événement cible est rare, plus la réponse P3b sera importante. Cette composante est en lien avec la mémoire et la prise de décision.

Bien qu'hypothétique, cette séparation de la P300 en deux sous-composantes s'est avérée judicieuse d'un point de vue pratique, en médecine notamment. De plus, elle permet de faire la distinction entre deux groupes d'acteurs (aires cérébrales, neurotransmetteurs) participant à l'un ou l'autre des aspects du signal. D'autres découpes encore plus précises de l'onde P300 ont été proposées avec, en plus des composantes P3a et P3b, l'ajout d'une onde lente (Slow Wave), d'ondes apparaissant spécifiquement lorsque l'individu doit faire un choix simple (Simple Reaction) ou complexe (Choice Reaction).

Nous laisserons de côté ces composantes mineures pour nous concentrer principalement sur la P3a et la P3b. Il est cependant à retenir que l'onde P300 est constituée de plusieurs sous-composantes qui témoignent, en surface du cuir chevelu, d'étapes distinctes du traitement interne de l'information par le cerveau.

### 1.3.2 Construction de la réponse, acteurs sollicités

Selon une approche purement électrophysiologique, le potentiel P300 est initié par les potentiels postsynaptiques générés par les neurones pyramidaux. Toutefois, il est largement admis que les acteurs à l'origine de la P300 sont multiples. Les données actuelles permettent les affirmations suivantes :

- La composante P3a dépend principalement de l'intégrité du lobe frontal et de la production du neurotransmetteur dopamine.
  - La composante P3b dépend principalement de l'intégrité du carrefour temporo-pariéral et de la production de noradrénaline.
- D'autres acteurs anatomiques, même s'ils ne contribuent pas directement à la génération du signal, sont à prendre en compte comme la formation hippocampique.

Le signal, après génération, progresse à travers les neurones pyramidaux. Le champ induit se propage dans la boîte crânienne jusqu'en surface du cuir chevelu où l'on peut le détecter.

### 1.3.3 Construction de ICM basées sur le P300 : exemple du P300 Matrix-speller

L'onde P300 se singularise par son amplitude et son temps de latence. On peut donc l'utiliser en tant que marqueur physiologique pour fabriquer des ICM. Le *P300 Matrix Speller* est un exemple-type d'interface basée sur la détection de la P300.

Afin de déclencher l'apparition de la P300, le speller doit stimuler l'activité cérébrale de l'utilisateur. Comme expliqué en 1.1.3 page 3 , la stimulation est effectuée par l'intermédiaire du Paradigme Ligne/Colonne : lorsque la lettre cible s'éclaire, une réponse P300 est supposée se produire chez l'utilisateur. Plus précisément, on s'attend à observer la composante P3b de la P300 car il s'agit ici d'une tâche de discrimination (voir 1.3.1 page 6).

D'autres exemples de paradigmes existent, comportant leurs propres spécificités, avantages et limites. On peut citer le " Single character paradigm " dans lequel les caractères s'illuminent ponctuellement les uns après les autres, ou encore le "checkerBoard paradigm ", qui est un damier en noir et blanc sur lequel sont inscrites les lettres de l'alphabet.

L'ICM fait ensuite le lien entre l'apparition de la P300 et la lettre cible. Nous verrons ultérieurement que ce lien n'est pas évident et nécessite en amont un gros travail de traitement des signaux.

La détection de l'activité cérébrale en surface du cuir chevelu, dans l'exemple du P300-speller, peut être effectuée par l'intermédiaire de 32 électrodes actives. Cela comprend une électrode servant de référence et une électrode permettant de mesurer l'activité cérébrale de fond appelée " ground ". Le contact entre les électrodes et le cuir chevelu est généralement assuré par un gel. La disposition des électrodes n'est pas laissée au hasard car selon l'endroit où elles sont posées 1.3, les informations transmises n'ont pas le même sens et l'importance accordée à chaque électrode diffère.

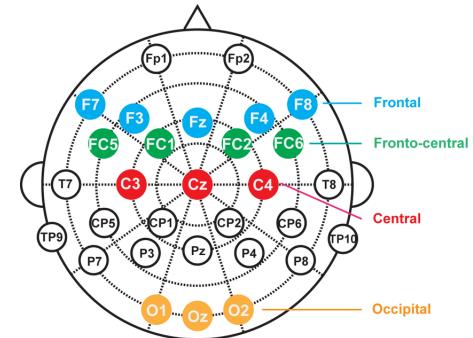


FIGURE 1.3 – Placement des différentes électrodes pour un casque EEG, hors électrode de référence et ground

Une détection efficace de l'activité cérébrale permet d'établir un électroencéphalogramme fiable, dont l'exploitation permet de faire la distinction entre l'onde P300 et les autres signaux. Cette étape n'est donc pas à négliger, l'électroencéphalogramme constituant la base de données du système.

Cependant, même en soignant l'aspect matériel du dispositif (qualité et disposition des électrodes, qualité de la stimulation), l'obtention d'un électroencéphalogramme fiable n'est pas garantie car de nombreux facteurs peuvent perturber la réponse P300. Ces facteurs (physiologiques ou liés aux caractéristiques du stimulus) seront détaillés en 3 page 21.

## 1.4 Conclusion

Les ICM basent leur fonctionnement sur la détection de singularités dans l'activité cérébrale, par l'intermédiaire de techniques d'enregistrement telles que l'électroencéphalographie. Dans le cas des ICM non-invasives, la principale difficulté réside dans le fait que les signaux considérés sont faibles et soumis à une grande variabilité inter et intra individus.

Le choix de la singularité à considérer (i.e le choix du marqueur physiologique) est déterminant : celle-ci doit être facilement repérable et reliée à un état mental particulier.

Les caractéristiques techniques de la P300 en font une onde privilégiée pour la fabrication d'ICM comme le *P300 Matrix Speller*. Cependant son apparition et ses propriétés sont corrélées à nombreux facteurs biologiques ainsi qu'aux modalités de l'expérience et de la stimulation utilisée. Ce marqueur physiologique est donc sujet à une importante variabilité.

Il devient alors nécessaire de trier l'information afin de différencier les signaux intéressants et fiables tout en prenant en compte les particularités de la tâche et du profil de l'utilisateur. Cela implique un gros travail d'analyse des données ainsi que l'adaptation du système aux paramètres de l'expérience.

# Chapitre 2

## Traitemet du signal et apprentissage

Le traitement du signal constitue le coeur du fonctionnement d'une ICM. L'enjeu est multiple ; il s'agit dans un premier temps de rendre exploitables les données enregistrées par EEG puis de relier le signal obtenu à un état mental précis. Le traitement se déroule en 3 phases. On applique d'abord un prétraitement, qui permet de rendre lisible l'information intéressante portée par le signal et de limiter l'impact du bruit. On procède ensuite à l'extraction des caractéristiques, qui réduit la dimension des données à considérer et permet d'acquérir l'information essentielle à l'étape de classification. Enfin, on effectue la classification des données qui permet de discriminer les données entre elles et de déterminer l'état mental reconnu.

### 2.1 Prétraitement de données d'électroencéphalographie

L'électroencéphalographie fournit des mesures du potentiel électrique sous la forme d'un signal temporel par électrode. Même si elles ne reflètent qu'une partie des phénomènes électrophysiologiques cérébraux, ces mesures contiennent beaucoup d'informations pouvant servir au diagnostic clinique, aux sciences cognitives ainsi qu'à l'implémentation d'ICM. L'information brute obtenue par EEG est très riche et ne peut être exploitable telle quelle par la machine. Cependant, il est possible d'en discerner plusieurs aspects : il peut s'agir de variations d'amplitude à certains instants, à certaines fréquences, ou bien de la répartition spatiale du potentiel. Afin de pouvoir effectuer cette distinction, il est nécessaire de procéder à une analyse pertinente, en adéquation avec ce que l'on veut observer. Dans cette logique, les analyses temporelle, spectrale et spatiale ont été mises au point, offrant différentes possibilités de représentation des données, pour différents usages. Il n'y a donc pas " un " prétraitement mais plusieurs prétraitements possibles, dont l'objectif général est le filtrage des données ainsi que le débruitage du signal. Nous diviserons cette partie en plusieurs sous parties. Tout d'abord nous procéderons à un rappel sur l'acquisition des mesures EEG. Ensuite nous exposerons les analyses en temps, en fréquence puis en combiné temps-fréquence. Enfin, nous détaillerons différentes représentations spatiales et traitements statistiques des données. Les détails mathématiques de cette partie sous tous disponibles en annexe B.

#### 2.1.1 Principe d'acquisition de l'EEG

L'EEG est effectuée par l'intermédiaire d'électrodes disposées sur le cuir chevelu (voir 1.2.2, page 4). Les données obtenues sont des signaux temporels. Chaque signal correspond à un canal d'acquisition, c'est-à-dire à une différence de potentiel électrique entre deux électrodes. Celle-ci peut être mesurée via divers montages dont les plus répandus sont le montage monopolaire et le montage bipolaire. Dans le cas du montage monopolaire, une électrode est désignée comme référence et le potentiel qu'elle mesure est systématiquement soustrait aux potentiels mesurés par les autres électrodes. Dans le cas du montage bipolaire, on mesure les différences de potentiels entre électrodes voisines.

Lorsqu'on utilise un amplificateur numérique, l'électroencéphalogramme n'est pas enregistré de manière continue, mais discrète. Plus précisément, les données sont échantillonnées, c'est-à-dire mesurées à des instants espacés par un pas d'échantillonnage. La pas (ou la fréquence) d'échantillonnage conditionne la résolution des phénomènes observables, ainsi que l'étendue du spectre fréquentiel analysable. La théorie de l'échantillonnage de Shannon impose une fréquence

d'échantillonnage au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale d'intérêt<sup>1</sup> (c'est-à-dire la plus haute fréquence que l'on voudra observer).

Le principe de l'échantillonnage est illustré avec l'exemple suivant.

Considérons une fonction sinusoïdale. On effectue un échantillonnage de cette fonction représenté par les points en bleu (a). Si on relie naïvement les points on obtient une mauvaise représentation de la sinusoïde (b). Pour reconstruire le signal nous allons nous placer dans l'espace des fréquences en calculant la transformée de Fourier (c). Ce spectre compte deux maxima, nous pouvons augmenter la fréquence d'échantillonnage en ajoutant des 0 entre ces deux parties (d). Grâce à une transformée de Fourier inverse on obtient une meilleure approximation (e)

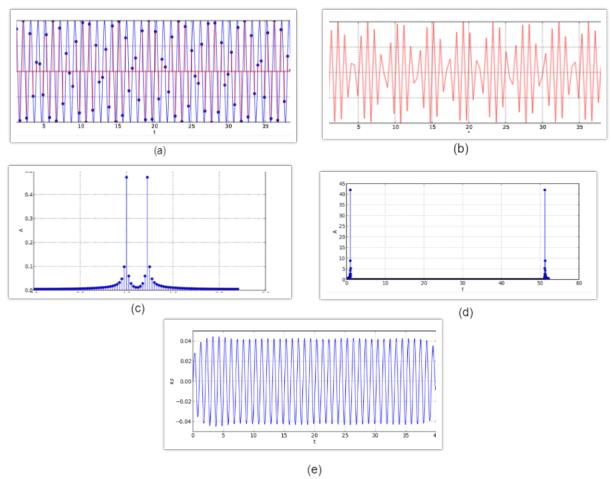


FIGURE 2.1 – Explication de l'échantillonnage

L'échantillonnage est essentiel car il nous permet d'enregistrer le signal et de le reconstruire avec une quantité réduite d'information. Traditionnellement, l'échantillonnage est réalisé d'après une analyse temporelle des signaux. Le but de cette sous partie est de comprendre pourquoi nous ne pouvons pas utiliser l'échantillonnage "classique" pour l'implémentation du *P300 Matrix Speller* et de déterminer une stratégie d'échantillonnage alternative. Dans cet objectif, nous allons étudier les différentes "représentations" possibles du signal, c'est-à-dire les différentes manières d'appréhender le signal afin de procéder à l'échantillonnage.

## 2.1.2 Représentation temporelle

La représentation la plus immédiate des données EEG, directement fournie par l'amplificateur, est la représentation temporelle. L'observation directe de ces signaux permet de s'assurer a priori de leur bonne qualité lors de leur acquisition.

L'utilisation " d'événements " permet de définir par fenêtrage des segments d'intérêt pour l'analyse des données. Dans l'exemple de *P300 Matrix Speller*, les événements sont les stimulations que l'interface propose à l'utilisateur. Ces stimulations sont localisables avec précision dans le temps et impliquent une réponse particulière (l'onde P300) sur l'électroencéphalogramme. Nous savons que la réponse P300 est visible sur l'électroencéphalogramme environ 300 ms après stimulation. Nous pouvons donc utiliser cette indication temporelle afin de ne garder uniquement que les parties du signal qui sont susceptibles de contenir des informations intéressantes. De plus, certaines portions du signal sont systématiquement éliminées par la simple observation d'anomalies sur les signaux temporels (par exemple les signaux provenant d'électrodes décollées ne mesurant que du bruit).

Ce découpage temporel s'appelle la segmentation des données. Cette méthode est également appliquée en représentation fréquentielle.

La représentation temporelle est assez directe et instinctive. Elle permet notamment de s'assurer de la bonne qualité d'enregistrement des signaux. Cependant, le signal obtenu avec cette représentation est très complexe et ne permet pas la détection de l'onde P300. Pour rendre possible l'observation de la P300 et rendre " lisible " le signal, nous allons donc devoir utiliser d'autres représentations.

1. MALLAT, S *Une exploration des signaux en ondelettes*. Les éditions de l'école Polytechnique, 2000.

### 2.1.3 Représentation fréquentielle et filtrage

Dès les premiers tracés d'EEG enregistrés chez l'Homme par Hans Berger, le caractère oscillatoire de l'activité cérébrale a été mis en évidence. Le signal réel est une combinaison de l'information recherchée et de bruit. Le bruit ne contient pas d'information intéressante et dégrade le signal, on cherche donc à le minimiser.

Une approche fréquentielle du signal peut être adoptée dans cet objectif. En effet, cette représentation est généralement plus simple à interpréter que la représentation temporelle.

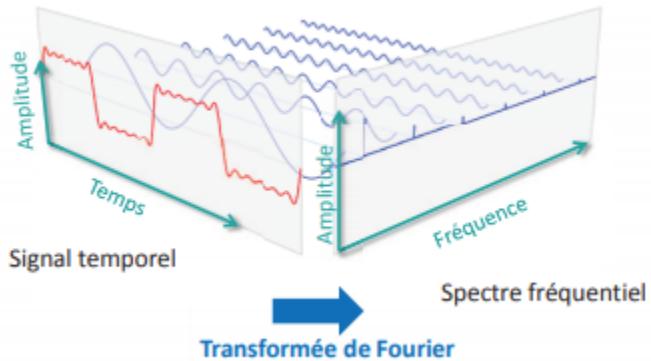


FIGURE 2.2 – Illustration de l'utilité de la transformée de Fourier, elle permet de passer du domaine temporel (à gauche) au domaine fréquentiel (à droite)

En 1807, Joseph Fourier énonce : " Tout signal périodique continu peut être représenté par une somme d'ondes sinusoïdales ". Chaque élément de la décomposition proposée par Fourier est caractérisé par sa fréquence et son amplitude. Ce processus permet de passer de la représentation temporelle à la représentation fréquentielle, par l'intermédiaire de la formule suivante<sup>2</sup>.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-i2\pi kn/N}$$

Où les  $X[k]$  sont les données de l'espace fréquentiel  $k$ , c'est-à-dire dire la fréquence du  $k$ -ième élément issu de la décomposition et les  $x[n]$  sont les données dans l'espace temporel correspondant.

Il peut être judicieux, afin de simplifier l'analyse, de supprimer certains artefacts. Les artefacts sont des perturbations non-permanentes du signal, plus importantes que le bruit moyen dû à l'activité physiologique du sujet. Ils surviennent dans des bandes de fréquence particulières, on peut donc les éliminer avec un filtrage adéquat. Un filtre passe-haut élimine les basses fréquences parfois observées, notamment avec des électrodes sèches. Un filtre passe-bas élimine les hautes fréquences, ce qui écarte certaines sources de bruit, comme l'activité électrique musculaire. L'utilisation du courant alternatif est également source d'artefacts sur les canaux EEG. Ceux-ci peuvent être éliminés par un filtre coupe-bande.

2. LECOMTE, M Transformation de Fourier. Ecole des Mines de Douai, Juillet 2001.

Afin d'illustrer notre explication, nous pouvons prendre l'exemple du filtre Butterworth. Ce filtre permet d'atténuer les hautes et basses fréquences sur les fragments du signal qui sont à négliger.

L'avantage du Butterworth est qu'il possède un gain qui est le plus constant possible dans la bande passante et qui tend rapidement vers 0 dans la bande de coupure. Ce phénomène est schématisé ci dessous.

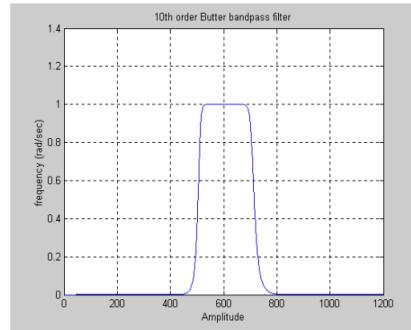


FIGURE 2.3 – Filtre butterworth

L'analyse fréquentielle du signal permet de filtrer efficacement les signaux dans la bande de fréquence correspondant à l'activité recherchée. Cependant, cette méthode d'analyse ne convient que pour des signaux stationnaires, ce qui n'est pas le cas du signal utilisé par le *P300 Matrix Speller* qui est non-stationnaire. L'usage d'un filtrage fréquentiel pour ce type de signal introduirait des artefacts, ce qui dégraderait significativement la qualité.

Pour notre expérimentation, il est donc nécessaire de s'orienter vers une autre méthode, qui appréhende le signal à la fois en temps et en fréquence.

#### 2.1.4 Représentation temps fréquence

La transformée de Fourier est un outil puissant pour décomposer un signal EEG en composantes oscillatoires, et ainsi analyser les fréquences des rythmes cérébraux. Cependant, il est rare que ces oscillations soient établies de façon stationnaire pendant toute la durée de l'enregistrement. Nous observons dans notre signal des événements transitoires, c'est-à-dire des "bouffées" d'oscillations.

Pour pouvoir appliquer l'analyse en fréquence (valable seulement pour les signaux stationnaires) on découpe le signal non-stationnaire en petits morceaux, supposés stationnaires. L'analyse en fréquence est ainsi effectuée dans une fenêtre temporelle centrée autour d'un instant choisi et autorisée à glisser le long d'un axe temporel (fenêtre glissante).

Cette méthode nous permet d'obtenir à la fois les informations temporelles et les informations fréquentielles. Elle conduit à la représentation la plus efficace pour la détection de l'onde P300 : la représentation temps-fréquence<sup>3</sup>. Cette représentation repose sur deux variables : l'instant temporel où la fenêtre est centrée, noté  $u$ , et la fréquence de chaque composante de Fourier (i.e les fréquences des sinusoïdes qui approximent le signal sur cette fenêtre), notée  $\xi$ .

Pour représenter un signal en temps-fréquence nous devons l'analyser autour d'un couple temps-fréquence  $(u, \xi)$ . Pour ce faire nous devons établir un plan de temps-fréquence basé sur un découpage en briques élémentaires appelées " atomes temps-fréquence ". Le détail de la construction mathématique du plan temps fréquence est disponible en annexe B.

Les atomes temps-fréquence permettent de localiser l'analyse en temps et en fréquence en définissant les étalements temporel et fréquentiel. La figure suivante propose une représentation du pavage temps-fréquence.

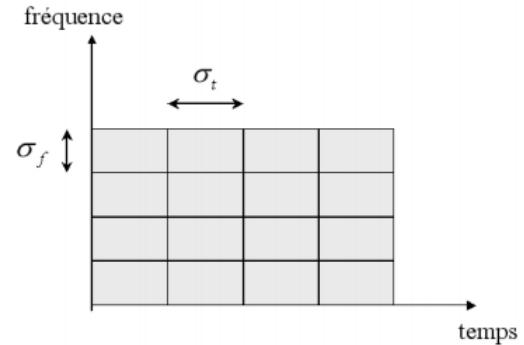


FIGURE 2.4 – Pavage Plan Fréquence

Il est à noter que la concentration temps-fréquence conjointe est limitée, c'est-à-dire que plus une fonction est concentrée en temps, moins elle est concentrée en fréquence. Ce principe s'écrit  $\sigma_t \sigma_\omega \geq \frac{1}{2}$ . Concrètement, cela signifie

3. FLANDRIN, P *Temps-Fréquence*. Hermès Paris, 1993.

que si l'on veut diminuer la largeur (respectivement la longueur) d'un "pixel" de notre pavage nous devons aussi augmenter sa longueur (respectivement sa largeur).

L'outil mathématique permettant la partition d'un signal non-stationnaire en fractions supposées stationnaires est la transformée de Fourier à fenêtre (ou à court terme). Pour chaque fraction temporelle, une transformée de Fourier est appliquée. Le signal est découpé au moyen d'une fenêtre qui peut-être une fonction crête (on parle alors de fenêtre porte ou rectangulaire). La transformée de Fourier à fenêtre utilise des atomes temps-fréquence qui sont localisés autour de  $(u, \xi)$  par translation et modulation (c'est-à-dire déplacer l'atome du point  $(u, \xi)$  en  $(u + v, \xi + \nu)$ ) d'une fonction réelle et symétrique  $g$ . La transformée s'obtient en faisant le produit scalaire de notre signal décrit par la fonction  $f$  et de l'atome  $g_{u,\xi}$

$$\langle f, g_{u,\xi} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(t-u)e^{-i\xi t}dt$$

La résolution de la transformée de Fourier à fenêtre autour d'un instant  $u$  et d'une fréquence  $\xi$  est uniforme dans le plan temps-fréquence. Elle dépend de la concentration de  $g$  en temps et en fréquence ; le choix de  $g$  est donc crucial pour obtenir des informations pertinentes.

Toutefois, le signal utilisé par le *P300 Matrix Speller* présente des variations non uniformes selon le temps ou la fréquence, il est préférable de les analyser avec une résolution qui dépend de la fréquence. Dans cette logique, on introduit une deuxième transformée : la transformée à ondelettes. Le pavage temps-fréquence correspondant à ce type de transformée est représenté ci-dessous.

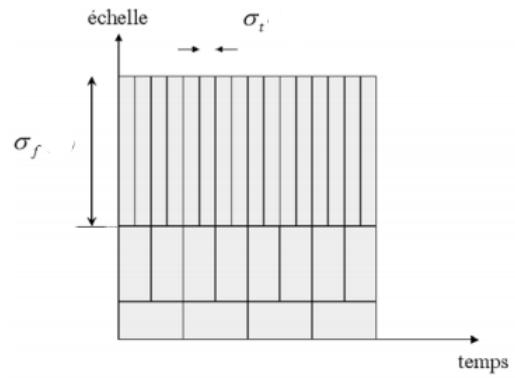


FIGURE 2.5 – Pavage temps-fréquence adapté aux transformées à ondelettes appelé pavage temps-échelle

La transformée à ondelettes est réalisée au moyen d'une fonction d'analyse spécifique  $\Psi$  appelée ondelette de base. Durant l'analyse, cette ondelette est positionnée dans le domaine temporel pour sélectionner la partie du signal à traiter. Elle est ensuite dilatée ou contractée par utilisation d'un facteur d'échelle  $s$  permettant de focaliser l'analyse sur une gamme donnée d'oscillations. Lorsque l'ondelette est dilatée, l'analyse traite les composantes du signal qui oscillent lentement. Lorsqu'elle est contractée, ce sont les oscillations rapides (comme par exemple les oscillations à l'origine d'une discontinuité du signal) qui sont traitées.

Concrètement, une ondelette est un atome temps-fréquence  $\Psi$  normalisé, de moyenne nulle, ainsi que de position moyenne nulle. On construit une famille d'atomes temps-fréquence en translatant  $\Psi$  à la position  $u$  et en lui appliquant notre facteur d'échelle  $s > 0$ .

$$\Psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\Psi\left(\frac{t-u}{s}\right)$$

Ainsi la transformée à ondelettes de  $f$  à l'instant  $u$  et à l'échelle  $s$  est définie par le produit scalaire

$$\langle f, \Psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}}\Psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt$$

Considérons maintenant un exemple concret.

La transformée à ondelettes du signal (a) compare une ondelette (b) aux divers morceaux du signal. La figure (c) représente le signal de base avec l'ondelette (b) superposée à la partie gauche du signal. La figure (e) représente le signal de base avec l'ondelette (b) superposée à la partie droite. Le produit d'un morceau du signal et de l'ondelette donne une courbe (respectivement (d) et (f)). L'aire située sous cette courbe est égale au coefficient d'ondelette (en grisé). Le morceau gauche du signal, qui ressemble à l'ondelette, donne un coefficient important car le produit de l'ondelette et du signal est positif (d). Un morceau qui varie plus lentement donne un coefficient plus faible car les valeurs

négatives de l'intégrale compensent presque les valeurs positives ( $f$ ). Ainsi, en évaluant les coefficients d'ondelette, on peut déterminer si une fonction choisie approxime avec précision le signal original. Par extension, les ondelettes font ressortir les variations du signal ; c'est précisément ce que nous recherchons dans ce type de traitement.<sup>4</sup>.

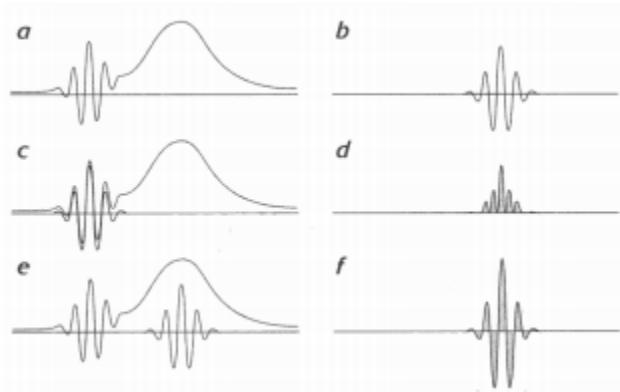


FIGURE 2.6 – Processus de Transformée à ondelettes

La phase finale de la transformée à ondelettes est l'utilisation de la transformée à ondelettes inverse. De manière analogue à la transformée de Fourier inverse, la transformée à ondelettes inverse permet de reconstruire le signal.

Dans la pratique, on dispose de signaux discrets de la forme  $\{f[n], n = 1 \dots N\}$ . Les transformées temps-fréquence de ces signaux discrets dépendent de la discréttisation du plan temps-fréquence. Nous utiliserons les transformées redondantes où le plan temps-fréquence est discréttisé de manière dense. Cela conduit à davantage de valeurs pour la transformée que les  $N$  échantillons de  $f$ .

Ainsi l'analyse temps-fréquence et plus particulièrement la transformée à ondelettes permet de pratiquer le même type d'analyse que l'analyse fréquentielle. Cependant, cette méthode est valable pour les signaux non-stationnaires ce qui nous permettra par la suite de repérer aisément les pics d'amplitude P300.

En pratique, nous utiliserons l'algorithme "Fast Wavelet Transform", disponible en annexe B. Cette représentation constitue notre prétraitement le plus important. Il remplace toutes les transformées de Fourier classiques lors du filtrage et de l'échantillonnage.

### 2.1.5 Représentation spatiale

Le prétraitement en représentation spatiale permet de réduire la quantité de données à collecter. Cette représentation relie l'activité électrique enregistrée par EEG aux régions cérébrales correspondantes. La localisation des électrodes donne une première indication pour la représentation spatiale. Par exemple, les phénomènes visuels primaires sont détectables au niveau des électrodes occipitales tandis que les phénomènes moteurs sont enregistrés par les électrodes centrales.

Cette information, appelée représentation topographique, permet de se limiter à un nombre réduit d'électrodes selon le phénomène que l'on veut observer.

Pour analyser de manière plus fine la provenance de l'activité électrique on utilise un filtrage spatial dont l'objectif est la localisation des sources.

En montage monopolaire, la répartition des électrodes sur le scalp fournit une carte du potentiel électrique comme le fait une carte des températures sur le globe. Cette représentation est construite à partir des données collectées par chaque électrode, par l'intermédiaire de fonctions définies par morceaux sur un maillage épousant la forme du scalp.

4. MONTAINE, B *Méthodologie d'analyse des synchronisations neuronales dans les signaux EEG à l'aide de graphes d'informations temps-fréquence*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, 2006.

Il est intéressant de distinguer ces différentes sources afin d'obtenir des signaux qui soient représentatifs de l'activité cérébrale sous-jacente. Le filtrage spatial offre cette possibilité de déconvoluer le signal sur les capteurs, à la manière d'une paire de lunettes qui corrige la myopie. On utilise dans cet objectif des outils mathématiques tels que le Laplacien de surface disponible en annexe A.

Finalement, l'analyse spatiale permet de cartographier l'activité cérébrale.

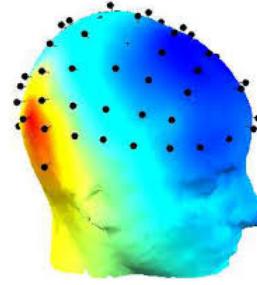


FIGURE 2.7 – Exemple de représentation topographique

Cette stratégie nous permet d'isoler les zones sur lesquelles devront se focaliser les étapes suivantes de la chaîne de traitement (extraction des caractéristiques et classification des données).

Dans le cas particulier de l'implémentation du *P300 Matrix Speller*, la représentation spatiale se limite à la sélection des électrodes d'intérêt (électrodes occipitales).

Le prétraitement dans le cas de l'implémentation d'ICMs peut être effectué hors-ligne (les données sont alors déjà enregistrées) ou en ligne (directement lors de l'interaction avec l'utilisateur). Le prétraitement hors-ligne est généralement utilisé afin de s'assurer au préalable que les signaux contiennent l'information nécessaire à l'implémentation de l'ICM. L'approche du prétraitement en temps-fréquence et selon les caractéristiques spatiales du signal opèrent avec des principes complémentaires, et sont souvent combinés. L'analyse en temps-fréquence, effectuée par l'intermédiaire de la transformée à ondelettes, permet d'observer facilement les pics d'amplitude P300. L'analyse spatiale permet d'isoler les canaux d'acquisition intéressants et de relier l'activité électrique enregistrée par EEG aux régions cérébrales correspondantes. Cette opération permet de réduire la quantité de données à considérer. Afin d'illustrer nos propos, nous proposons au lecteur d'observer la différence entre le signal brut et le signal après prétraitement enregistré lors de nos expérimentations via l'électrode Cz. Le filtrage est effectué par l'intermédiaire d'un filtre temps-fréquence et d'un diviseur de la fréquence d'échantillonnage, ce qui nous permet d'identifier clairement l'onde P300, encadrée en rouge. L'implémentation du prétraitement sera détaillée au Chapitre 3.

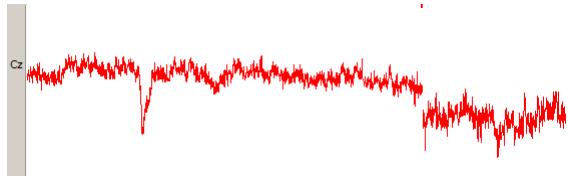


FIGURE 2.8 – Enregistrement EEG brut

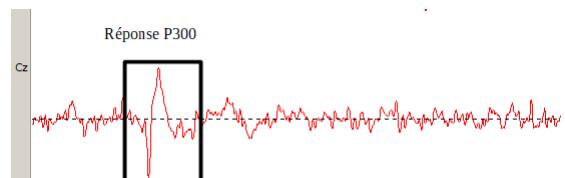


FIGURE 2.9 – Enregistrement EEG filtré permettant l'identification du P300

## 2.2 Extraction de caractéristiques

L'extraction des caractéristiques<sup>5</sup> fait suite au prétraitement. Cette étape permet de préparer la phase de classification qui nécessite d'avoir à disposition une "carte d'identité" des données, c'est-à-dire un ensemble essentiel (idéalement petit) de valeurs qui décrivent l'information pertinente contenue dans l'électroencéphalogramme. Dans cette partie, nous cherchons à déterminer quelle information extraire des signaux EEG et la méthode à adopter.

### 2.2.1 Principe général

Une ICM peut être utilisée par un grand nombre d'utilisateurs. Le panel de profils cognitifs à considérer est donc très large. Par extension, l'ensemble des caractéristiques intéressantes à extraire diffère d'un utilisateur à l'autre et

<sup>5</sup>. LOTTE, F et CONGEDO, M Extraction de Caractéristiques du signal EEG. Les interfaces Cerveau-Ordinateur 1 : fondements et méthodes, 2016.

est sujet à une grande variabilité. Anticiper et calibrer l'utilisation de l'ICM pour chaque profil cognitif existant est impossible. Ainsi, dans la conception d'ICM, l'extraction des caractéristiques (ainsi que la classification, voir 2.3, page 17) s'appuient généralement sur des techniques d'apprentissage automatique. Cela signifie que les caractéristiques sont ajustées et optimisées lors d'une phase de calibration, et ce indépendamment pour chaque utilisateur. Cette phase de calibration utilise des exemples de signaux EEG de l'utilisateur appelés " ensemble d'apprentissage ". Ils sont étiquetés avec leur classe d'appartenance, c'est-à-dire l'état mental du sujet correspondant au moment de leur enregistrement. A la suite de la calibration, les paramètres de l'extraction des caractéristiques sont ajustés et on peut procéder à la phase d'utilisation, c'est-à-dire au fonctionnement de l'ICM avec des signaux inédits qui n'appartiennent pas à l'ensemble d'apprentissage. Les caractéristiques extraites sont " rangées " dans un " vecteur de caractéristiques ", dont la dimension dépend du nombre de caractéristiques à considérer.

L'information obtenue lors de l'extraction des caractéristiques doit être la plus compacte possible. Nous verrons plus en détails partie 2.3, page 17 que le problème de la dimension des données est au coeur de la classification car la quantité d'exemples nécessaires pour décrire correctement les classes d'appartenance augmente exponentiellement avec les dimensions du vecteur de caractéristiques. Par exemple, l'utilisation d'un dispositif EEG à 32 électrodes avec un échantillonnage à 250Hz et un enregistrement d'une durée d'une seconde d'un seul signal " exemple " nécessite un vecteur de caractéristiques de dimensions  $32 \times 250 \times 1 = 8000$ , ce qui implique l'acquisition de  $8000 \times 5 = 40\ 000$  exemples d'apprentissage par classe. L'utilisateur ne peut, bien sûr, effectuer chaque tâche mentale 40 000 fois dans le but de calibrer l'ICM avant utilisation. D'où l'intérêt d'adopter une représentation compacte lors de l'extraction des caractéristiques.

Trois sources d'information peuvent être utilisées lors de l'extraction des caractéristiques.

- L'information spatiale qui indique la provenance du signal pertinent. Elle permet en pratique la sélection et/ou l'amplification de certains canaux d'acquisition. Ce procédé permet d'utiliser les signaux générés dans une ou plusieurs régions cérébrales spécifiques.
- L'information spectrale qui indique les variations de la puissance du signal dans certaines bandes de fréquences. Elle permet en pratique d'acquérir des puissances de signaux particulières, utilisées en tant que caractéristique.
- L'information temporelle qui décrit les variations des signaux au cours du temps. Elle permet en pratique la sélection des signaux visibles dans certaines fenêtres temporelles pour différents pas de temps.

## 2.2.2 Extraction des caractéristiques pour les ICM exploitant les potentiels évoqués

Les Potentiels Évoqués (PE) sont caractérisés par des variations temporelles spécifiques. Ils dépendent de l'instant de l'apparition du stimulus qui les déclenche. Les ICM dont le fonctionnement repose sur les PE (comme le *P300 Matrix Speller*) utilisent donc principalement l'information temporelle et assez rarement l'information spectrale. Par conséquent, les caractéristiques extraites reflètent généralement l'information temporelle des signaux, c'est-à-dire leur variation d'amplitude en fonction du temps.

L'extraction des caractéristiques repose sur l'information portée par les signaux pré-traités. Les données sont recueillies en différents points du signal, constituant ainsi le vecteur de caractéristiques. On extrait généralement des caractéristiques d'un PE en effectuant deux prétraitements. On applique d'abord un filtre passe-bande des signaux, permettant d'éliminer certaines parties non-porteuses d'information de manière analogue à la segmentation des données (2.1.2 page 10). On procède ensuite au sous-échantillonnage du signal filtré, ce qui permet de déterminer un nombre de points caractérisant le signal (2.1 page 9) Ces opérations visent à réduire le nombre de points du signal à considérer, et donc, par extension, de réduire la dimension du problème. Nous pouvons ensuite extraire une quantité d'information sur la courbe rendue lisible comme l'amplitude minimale, le moment de l'amplitude minimale, l'amplitude maximale, la durée totale... Finalement, ces valeurs sont rassemblées en un unique vecteur de caractéristiques par signal qui sera exploité lors de la classification.

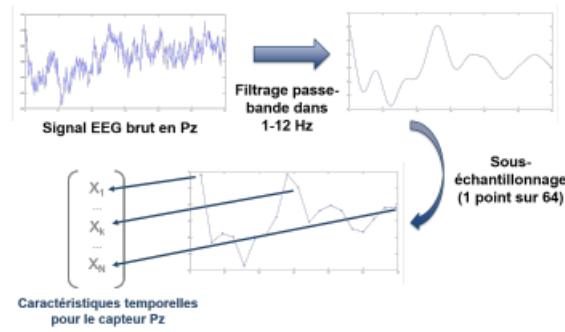


FIGURE 2.10 – Illustration de l'extraction des caractéristiques et d'un prétraitement

Trois sources d'information sont utilisées lors de l'extraction des caractéristiques. Il s'agit de l'information spatiale, spectrale et temporelle. Pour le cas particulier des ICM exploitant les potentiels évoqués, l'information temporelle prédomine c'est-à-dire que la principale caractéristique à considérer est la variation de l'amplitude des signaux en fonction du temps. L'extraction des caractéristiques est essentielle car elle permet de réduire significativement la dimension des données en discrétilisant l'information en un ensemble fini de valeurs décrivant le signal. Ces valeurs, regroupées dans un " vecteur de caractéristiques " sont ensuite utilisées lors de la classification.

## 2.3 Classification

### 2.3.1 Principe général de la classification

La phase de classification<sup>6</sup> succède au prétraitement et à l'extraction des caractéristiques. Elle est suivie par la traduction en commande de l'état mental reconnu. On désigne par "classifieur" une famille d'algorithmes de classement statistique. Le rôle d'un classifieur est de classer dans des groupes (des classes) des données qui ont des propriétés similaires, évaluées lors de l'extraction des caractéristiques. On parle aussi d'analyse discriminante. Les techniques de classification statistique sont essentielles pour l'apprentissage automatique (*Machine Learning*) c'est-à-dire l'amélioration des performances de l'ordinateur à résoudre des tâches sans qu'il ne soit explicitement programmé pour chacune d'entre elles. On parle d'apprentissage car l'algorithme créé, construit une représentation interne du problème à résoudre, et ce de manière autonome. La machine "apprend" donc d'elle-même. Afin de s'auto-paramétrier, de s'adapter au problème posé, l'algorithme doit disposer d'un panel de données. Mais les données en question ne peuvent être fournies brutes à l'ordinateur car celui-ci ne peut appréhender toutes les dimensions nécessaires à leur représentation. C'est là qu'interviennent des techniques d'analyse de données telles que la classification, l'objectif étant de réduire la dimension du panel de données, en ayant recours à différentes méthodes et outils mathématiques.

Nous nous intéressons dans cette partie aux méthodes de classification (ou classificateurs) dites "linéaires", qui utilisent des combinaisons linéaires de données pour la différenciation en classes. Le principe général de ces techniques y est décrit de manière qualitative et le détail des outils mathématiques nécessaires est disponible en annexe C.

Chaque type de classifieur fonctionne selon sa propre stratégie, basée sur des outils mathématiques. Cependant, tous les classificateurs sont soumis à une certaine flexibilité; ils doivent être en capacité de s'adapter aux données qu'ils reçoivent. Avant de débuter une expérience sollicitant des classificateurs, on doit donc effectuer une phase de "calibrage", appelée apprentissage ou entraînement, durant laquelle le système prend en compte les paramètres du modèle expérimental. Cet entraînement nécessite d'avoir à disposition des données dont on connaît la signification ainsi que les caractéristiques, afin de pouvoir relier l'état mental de l'utilisateur aux propriétés des données correspondantes.

Une fois l'apprentissage terminé, il est nécessaire de pouvoir juger de la fiabilité du classifieur sur le traitement de nouvelles données. On procède donc à une phase d'évaluation du classifieur, qui déterminera si le système peut être utilisé ou non dans le cadre de l'expérience. On utilise pour cela des indicateurs de performances. Il s'agit d'outils mathématiques visant à estimer l'efficacité de la classification. L'indicateur de performance peut être un simple ratio

6. CLERC, M, BOUGRAIN, L et LOTTE, F *Les interfaces cerveau-ordinateur 1 : fondements et méthodes*. ISTE editions, 2016.

succès/échecs (taux de bonne classification), ou faire appel à des outils plus complexes (Matrice de confusion, courbe de ROC<sup>7</sup>) notamment lorsque la quantité de données disponible pour l'évaluation est faible. Cette opération nécessite un panel de données dont on ne connaît pas la nature profonde mais dont on connaît la classe. On peut ainsi vérifier la performance du classifieur à chaque tentative de classification.

Il est à noter que, dans certains modèles expérimentaux, la classification ne se résume pas au travail d'un unique classifieur. Elle peut en effet résulter d'une association de classifieurs, travaillant en parallèle. Le bénéfice du parallélisme est principalement le gain de temps de traitement.

La plupart des classifieurs sont paramétrés pour la différenciation de deux classes au plus. Ces classifieurs permettent de couvrir un grand nombre de modèles expérimentaux dont l'issue est binaire (par exemple déterminer si un signal donné est intéressant ou non). Cependant, pour la différenciation en un nombre plus important de classes, ces algorithmes ne fonctionnent plus et on doit avoir recours à des stratégies de discrimination. Ces stratégies peuvent consister en la décomposition d'un problème multiclasses en un problème binaire : c'est le cas des stratégies 1-vs-all et 1-vs-1. Dans la stratégie 1-vs-all, chaque classifieur est entraîné à distinguer (respectivement) une classe en particulier parmi toutes les autres. En considérant l'ensemble des classifieurs ainsi paramétrés, on se ramène à l'étude d'une combinaison de classifications binaires. L'issue finale est déterminée en tenant compte d'un indice de confiance, délivré par chaque classifieur. La stratégie 1-vs-1 est similaire à la stratégie 1-vs-all, cependant, chaque classifieur est entraîné à distinguer deux classes particulières. De la même manière, la prise en compte des réponses de chaque classifieur permet de décider de l'issue finale.

### 2.3.2 Un classifieur particulier : le LDA

Maintenant que nous nous sommes familiarisés avec la notion de classification, nous allons nous focaliser sur un classifieur en particulier : le LDA (Linear Discriminant Analysis)<sup>8</sup>. Cet exemple nous permettra d'illustrer les différentes idées abordées et de préparer le lecteur au Chapitre 3 (le classifieur LDA étant celui utilisé dans le cadre de notre expérimentation).

#### Fonctionnement général, stratégies de discrimination

La LDA est une technique d'analyse discriminante prédictive dont l'objectif est de différencier un panel de données en classes distinctes, selon les caractéristiques communes des échantillons. Idéalement, on souhaite obtenir une ségrégation nette des données en évitant les chevauchements (*overlaps*). Pour ce faire, le classifieur LDA se base sur une méthode consistant à créer des axes sur lesquels sont projetées les données non classées. La projection sur ces nouveaux axes des données permet de réduire la dimension du problème car le nombre d'axes créés est bien inférieur au nombre d'axes de départ. La projection est paramétrée selon deux critères à optimiser : la maximisation des distances entre les moyennes des différentes classes et la minimisation de la dispersion à l'intérieur de chacune des classes.

---

7. CLERC, M, BOUGRAIN, L et LOTTE, F *Les interfaces cerveau-ordinateur 1 : fondements et méthodes*. ISTE editions, 2016.

8. STRARMER, J et STATQUEST *Un peu de Machine Learning avec les SVM*. Avril 2017.

### Illustration : un exemple trivial en 2D

Afin de fixer les idées, et de dégager l'essentiel du fonctionnement du classifieur LDA, nous avons choisi de décrire un exemple trivial en 2D. L'objectif est ici de réduire un graph 2D en un graph 1D. Imaginons que nous avons à disposition un panel de données (voir figure 2.11), que nous voulons partager en deux catégories (classes) distinctes : rouge et bleue. Ces données sont obtenues à partir d'informations provenant de deux sources différentes (mesure de la fréquence/mesure de l'amplitude par exemple). Nous avons donc deux caractéristiques pour faire travailler notre classifieur, nommons les simplement " caractéristique 1 " et " caractéristique 2 ".

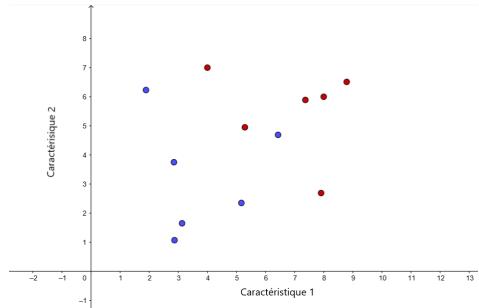


FIGURE 2.11 – Graphe 2D non-traité : Les points des deux catégories (rouge et bleue) définis par deux caractéristiques ( caractéristique 1 et caractéristique 2) ne sont pas séparés

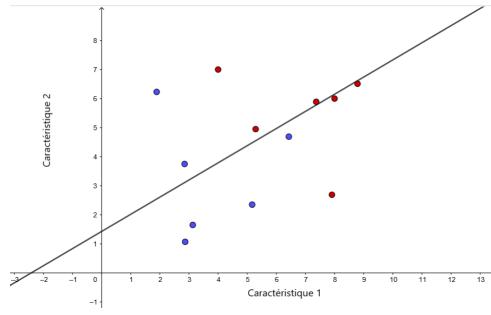


FIGURE 2.12 – Création et placement d'un nouvel axe

On cherche à obtenir une bonne séparation des points bleus et des points rouges. On procède selon la méthode LDA. Comme nous avons ici un problème à deux dimensions (nous avons à disposition deux caractéristiques, placées respectivement en abscisse et en ordonnée), un seul axe suffit à effectuer la séparation en deux groupes. On place cet axe sur notre graphique de façon à maximiser la distance entre les moyennes de chaque catégorie et à minimiser la dispersion à l'intérieur de chaque catégorie comme on peut le voir en figure 2.12.

Les données sont ensuite projetées sur le nouvel axe.

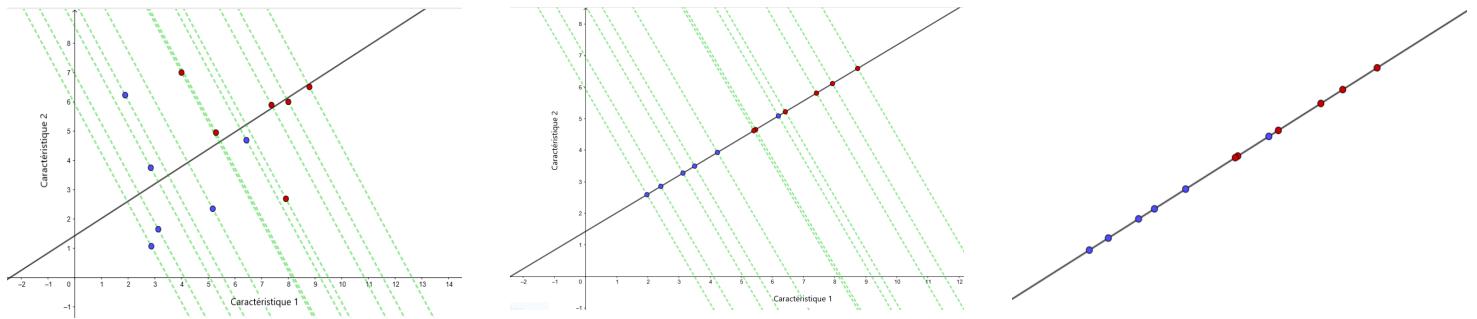


FIGURE 2.13 – Projection des données sur le nouvel axe

Le respect des deux critères (maximisation de la distance entre les moyennes et minimisation de la dispersion) lors de la création du nouvel axe revient en fait à optimiser l'équation suivante :

$$\frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{((s_1)^2 + (s_2)^2)}$$

où  $\mu_1$  et  $\mu_2$  représentent respectivement les moyennes de la 1ère et de la 2ème catégorie,  $s_1$  et  $s_2$  représentent respectivement les dispersions dans la 1ère et dans la 2ème catégorie. (élever au carré permet de s'assurer d'avoir un nombre positif). Le détail des calculs des variances inter-classes (c'est-à-dire de la distance entre les moyennes des classes) et intra-classes (c'est-à-dire de la dispersion à l'intérieur des classes) est disponible en annexe C.

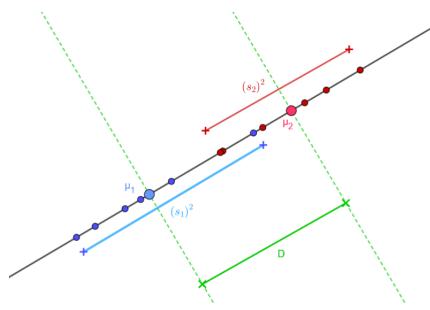


FIGURE 2.14 – Mise en évidence graphique de l'optimisation des variances inter-classes et intra-classes

Nous avons ainsi réduit le problème 2D à un problème 1D, où la séparation des deux catégories est clairement visible. L'ajout d'une caractéristique supplémentaire (et donc d'une dimension au problème) ne change pas la procédure : on se ramène à l'étude d'un problème 1D, avec la création d'un nouvel axe sur lequel sont projetées les données. Cependant, l'ajout d'une catégorie (classe) supplémentaire implique de modifier légèrement la méthode. En effet, on ne considère plus la distance entre les moyennes des classes mais la somme des distances entre les moyennes de chaque classe et un point placé au centre du nuage de points. La minimisation de la dispersion des données à l'intérieur de chaque classe reste en vigueur. La plus grande différence réside dans le fait qu'il nous faut maintenant deux axes pour séparer les données (on ne peut séparer 3 catégories avec seulement une ligne).

La méthode LDA nous a permis de réduire un graphe 2D en un graphe 1D, avec un protocole simple. Que penser de la réduction d'un graphe comprenant 100, 1000, 10 000 dimensions ? Nous avons vu précédemment que de nombreux problèmes sont binaires (nécessité de différencier seulement deux classes) et que les problèmes multiclass peuvent généralement être réduits à une combinaison de classifications binaires. Nous avons également remarqué que l'ajout de caractéristiques à considérer, contrairement à l'ajout de classes à différencier ne complexifie pas drastiquement le travail du classifieur. On comprend alors que la discrimination en seulement deux classes de données provenant de l'extraction de centaines, voire de milliers de caractéristiques (en pratique, il est tout de même préférable d'avoir un nombre limité de caractéristiques (voir 2.2, page 15)) n'est laborieuse qu'en apparence, car avec la méthode LDA, on réduit la dimension originale (100, 10 000) à seulement deux dimensions.

## 2.4 Conclusion

Le traitement du signal est l'étape fondamentale de la conception d'une ICM. La qualité du signal traité, et donc par extension la qualité du traitement, conditionne les performances de l'ICM c'est-à-dire la capacité du système à différencier correctement différents états mentaux. L'enjeu est double ; il s'agit d'une part de rendre les signaux EEG exploitables, lisibles par la machine, d'autre part de réduire la dimension des données acquises.

Dans cet objectif, le traitement se divise logiquement en 3 étapes. On procède d'abord au pré-traitement des données qui permet, via une analyse adéquate, de mettre en évidence l'information utile et de limiter l'influence du bruit environnant. Dans le cadre de l'implémentation du P300 Matrix Speller, il est nécessaire d'utiliser une analyse temps-fréquence car le signal est non-stationnaire. Le pré-traitement est suivi par l'extraction des caractéristiques. Cette étape consiste en l'évaluation des propriétés des signaux afin de dégager un ensemble essentiel de valeurs illustrant l'information pertinente qu'ils contiennent. Ces valeurs sont répertoriées dans des "vecteurs de caractéristiques". L'extraction des caractéristiques précède et prépare à la classification. Cette dernière étape utilise les vecteurs de caractéristiques des signaux afin de déterminer la nature d'un signal en particulier et de le classer. Dans le cadre de l'implémentation du P300 Matrix Speller, deux classes sont à différencier : cible, pour un signal généré lorsque la lettre que l'utilisateur veut écrire est illuminée et non-cible, pour les autres signaux.

Il est important de comprendre que le traitement du signal se doit d'être flexible car les signaux acquis dépendent du profil cognitif de l'utilisateur. Par exemple, l'amplitude et le temps de latence de la P300 peuvent légèrement différer d'un individu à un autre. En conséquent, les étapes d'extraction des caractéristiques et de classification nécessitent une phase de calibrage permettant l'ajustement et l'optimisation de leurs paramètres grâce à des techniques d'apprentissage automatique.

# Chapitre 3

## Expérimentation : implémentation du P300 Matrix Speller

Dans les Chapitres 1 et 2, nous avons expliqué comment enregistrer et traiter l'activité cérébrale afin que celle-ci puisse être exploitée par une ICM. Dans ce chapitre, nous allons voir comment implémenter en pratique l'enregistrement, le traitement et l'utilisation des signaux par le *P300 Matrix Speller*.

### 3.1 Cahier des charges

#### 3.1.1 Matériel

Nous cherchons à mettre en place une ICM permettant la communication écrite. Nous avons choisi de paramétrier l'implémentation du *P300 Matrix Speller*, en utilisant le Paradigme Ligne/Colonne (voir 1.1.3, page 3).

Nous avons utilisé du matériel et une salle d'expérience prêtés par Inria. Pour l'enregistrement de nos signaux, nous disposons d'un casque EEG comportant 32 électrodes. Nous n'en utilisons en pratique que trois : les électrodes Cz, O1 et O2, car elles permettent de détecter les réponses P300 à la suite de stimuli visuels. Le contact entre les capteurs et le cuir chevelu est assuré par un gel. La stimulation (c'est-à-dire la matrice 6x6 comprenant les lettres et les chiffres) est affichée sur un écran d'ordinateur, placé devant l'utilisateur. Pour implémenter le Speller, nous utilisons le logiciel OpenVIBE. Nous allons détailler son fonctionnement.



FIGURE 3.1 – Configuration de l'expérimentation



FIGURE 3.2 – Casque EEG sans électrodes



FIGURE 3.3 – Casque EEG avec électrodes

### 3.1.2 Présentation d'OpenViBE

OpenViBE est une plateforme logicielle développée par Inria et basée sur le langage C++. Elle a été conçue pour le traitement en temps réel de données électrophysiologiques. La particularité d'OpenViBE est son langage graphique, qui facilite la conception de chaînes de traitement de signaux. OpenViBE permet le fonctionnement de plusieurs applications. La première est l'*Acquisition Serveur* qui sert d'interface avec le dispositif d'enregistrement des signaux. Il délivre un flux de signaux qui sont ensuite transmis aux chaînes de traitement des signaux composées par l'opérateur via l'application *Designer* d'OpenViBE. Le traitement des signaux peut ainsi s'effectuer exclusivement par l'intermédiaire d'OpenViBE, ce qui nous assure d'éviter les problèmes de compatibilité et simplifie la création d'une ICM.

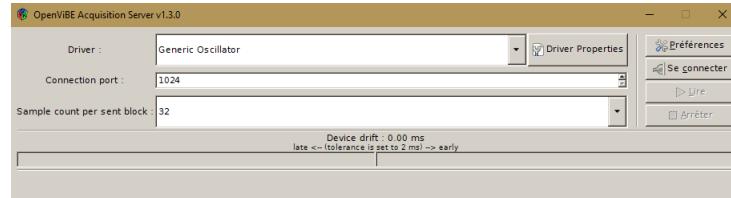


FIGURE 3.4 – Serveur d'acquisition de la plateforme OpenViBE. Le dispositif matériel EEG utilisé peut être sélectionné à partir d'un menu déroulant et ses propriétés peuvent être configurées. Lorsqu'on clique sur le bouton *Play*, le serveur d'acquisition commence à envoyer des données à des applications clients telles que le Designer d'OpenViBE

L'application *Designer* est essentielle. Il s'agit d'un éditeur graphique qui permet de construire et d'exécuter les chaînes de traitement des signaux. Son utilisation est assez simple, elle permet d'implémenter de nouvelles expériences d'ICM très rapidement, sans programmation.

Pour cela, le Designer met à la disposition de l'utilisateur un ensemble de " boîtes ", c'est-à-dire des composants pré-programmés utilisés usuellement dans l'implémentation des chaînes de traitement. En manipulant ces boîtes, on peut ainsi créer facilement une chaîne de traitement comprenant filtres, techniques de visualisation, algorithmes de classification... Cependant, OpenViBE ne fournit pas tous les composants pré-programmés imaginables : pour certaines expériences, il est nécessaire de modifier et/ou programmer des composants. Cette programmation requiert l'utilisation de Lua, un langage rapide et intuitif.

Nous utiliserons OpenViBE dans le cadre de notre expérience, nos algorithmes sont tirés des exemples d'algorithmes disponibles dans OpenViBE concernant les P300 Speller.

### 3.1.3 Implémentation du P300 Matrix Speller : 3 étapes

Nous avons vu Chapitre 2 que concevoir une ICM exploitant l'apprentissage automatique nécessite une phase de calibrage durant laquelle des signaux d'apprentissage sont acquis. Ces signaux sont utilisés pour paramétrier l'extraction des caractéristiques et entraîner le classifieur (LDA) qui nous permet ici de différencier deux classes de signaux : P300

(cible) et non-P300 (non-cible). On peut ensuite procéder à la phase d'utilisation des modèles (extraction et classification) en situation "réelle" c'est-à-dire lorsque le speller fonctionne. Le système est alors entraîné à reconnaître les modifications (P300) qui apparaissent dans l'activité cérébrale de l'utilisateur. Celui-ci focalise son attention sur la lettre qu'il souhaite écrire et que l'on cherche à déterminer.

Ce procédé peut être découpé en 3 étapes distinctes dans OpenVIBE sous forme de "scénarios", c'est-à-dire d'un assemblage de boîtes pré-programmées. Le premier scénario consiste en l'acquisition des données EEG de l'utilisateur après présentation de stimuli. Le second scénario "entraînement du classifieur" nous permet de paramétriser le classifieur LDA (voir 2.3.2, page 18) pour la différenciation en deux classes. Ce scénario se base sur les données EEG enregistrées lors du scénario précédent. Comme les stimuli sont localisables temporellement, l'ordinateur peut relier l'instant de l'envoi des stimuli à la réponse EEG et ainsi déterminer la forme d'un signal cible (P300). Le dernier scénario "utilisation" permet de faire fonctionner le speller. Il utilise les modèles qui ont été paramétrés lors des deux précédents scénarios afin que l'utilisateur puisse écrire un mot en s'appuyant exclusivement sur son activité cérébrale.

Il est à noter que, dans le jargon d'OpenViBE, stimuli et stimulation sont des termes distincts, qu'il convient de ne pas confondre. Les "stimuli" sont considérés comme des impulsions répétées pour provoquer une réaction du corps. Les signaux associés sont symbolisés par un triangle rose dans le logiciel. Ici, la réaction attendue est la génération d'un potentiel P300 et les stimuli sont les clignotements de la matrice de lettres. Le terme "stimulation" est réservé à l'interaction entre les boîtes. Il peut s'agir de messages ordonnant l'activation ou l'arrêt d'une partie ou de la totalité du programme ou encore de messages indiquant l'instant d'envoi d'un stimulus (symbolisé par un triangle violet). L'échange d'informations sous forme matricielle se symbolise par un triangle vert. Les différents triangles représentent en fait l'information qu'une boîte prend en entrée et celle qu'elle donne en sortie.

## 3.2 Détails des algorithmes

Cette section a pour objectif de décrire avec précision les trois scénarios constituant l'implémentation du *P300 Matrix Speller*. Nos explications sont illustrées avec des données réelles acquises lors de notre expérimentation. Comme nous l'avons expliqué, ces scénarios sont construits à partir de boîtes pré-programmées. Nous explicitons ici le rôle de ces boîtes, leur impact sur le signal et la manière dont nos données sont transformées. Un descriptif technique du fonctionnement de chaque boîte est disponible en annexe D.

### 3.2.1 Scénario 1 - Acquisition

Au cours de ce premier scénario, l'utilisateur ne choisit pas la lettre qu'il souhaite écrire. En effet, l'objectif de l'acquisition est de constituer un ensemble de signaux d'apprentissage (voir 2 page 9). Ces signaux permettent au système d'apprendre à reconnaître les modifications qui se produisent dans l'activité cérébrale de l'utilisateur lorsqu'il focalise son attention sur une lettre cible. Le programme impose donc à l'utilisateur une lettre cible puis lance la stimulation, c'est-à-dire l'illumination des lignes et colonnes de la matrice.

A la fin de la stimulation, un premier signal d'entraînement est acquis permettant au programme de mettre en parallèle les apparitions de la P300 et les illuminations de la lettre cible imposée. Une nouvelle lettre cible est ensuite désignée et l'opération recommence, jusqu'à l'acquisition de 10 signaux d'entraînement. Ce scénario se divise logiquement en deux chaînes de boîtes. L'une permet d'enregistrer les données et l'autre permet d'envoyer des stimuli censés initier une réponse P300. Cette chaîne régit aussi le déroulement du scénario (début,fin)

Commençons par expliquer l'envoi des stimuli P300 à l'utilisateur. Le scénario est déclenché par l'expérimentateur via le bouton d'activation *play*. La boîte *Launch* envoie alors une stimulation ordonnant la mise en action du *P300 Speller Stimulator*. Cette boîte permet d'indiquer les caractéristiques de la session d'entraînement. Nous choisissons une session comprenant 10 essais, avec 12 répétitions (12 clignotements de chaque ligne et colonne, donc 24 clignotements pour chaque lettre de la grille).

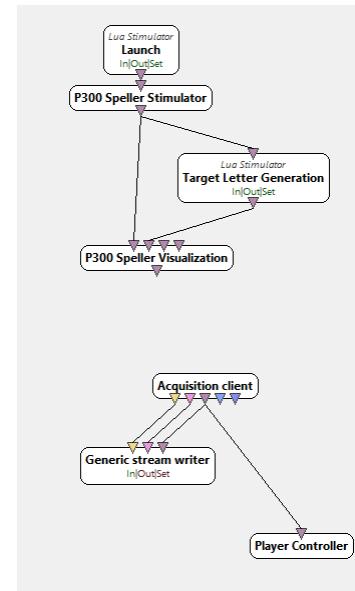


FIGURE 3.5 – Scénario 1 - Acquisition

Elle permet également de paramétriser la matrice utilisée pour épeler des mots. Nous utilisons ici une matrice 6x6.

Il est à noter que la boîte P300 Speller Visualisation nous permet de visualiser et de définir la couleur, la luminosité et la taille de la matrice. **Ces réglages sont cruciaux car la qualité des signaux EEG est influencée par les réglages de cette matrice.**

Les événements permettant d'initier la réponse P300 sont déclenchés grâce au clignotement de chaque ligne et colonne de la matrice.

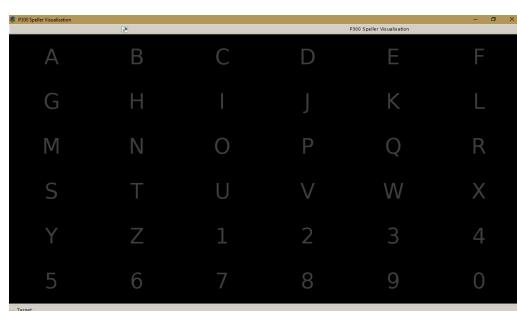


FIGURE 3.6 – Matrice permettant d'épeler les mots



FIGURE 3.7 – Stimulation P300 grâce à la Matrice

Pour acquérir des signaux d'apprentissage, le programme demande à plusieurs reprises à l'utilisateur de focaliser son attention sur une lettre par l'intermédiaire de la boîte *Target Letter Generation*. Une lettre par essai, imposée par le programme, est considérée comme cible. On aura donc au total 10 lettres cibles pour entraîner le classifieur. Pour demander à l'utilisateur de se concentrer sur une lettre en particulier, le programme colore momentanément la lettre en bleu 3.8.

Considérons l'exemple suivant. Le scénario est activé, le P300 Speller Stimulator demande au Target Letter Generation la première lettre cible, celui-ci renvoie " R ". Pendant toute la durée de l'essai qui comprend 12 clignotements pour les lignes et 12 clignotement pour les colonnes.

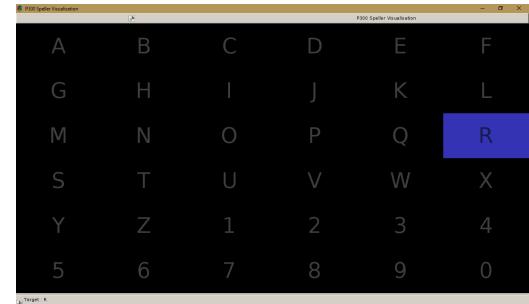


FIGURE 3.8 – Illumination d'une lettre en bleu demandant la concentration de l'utilisateur sur cette dernière

*Target Letter Generation* va noter selon les informations reçues par *P300 Speller Stimulator* si la lettre R a été flashée. Cette information sera ensuite corrélée avec l'activité cérébrale et utilisée dans l'entraînement du classifieur. On appelle cette information la stimulation d'entraînement. Le même procédé se déroule pour 9 autres lettres. Lorsque les 10 essais prévus par P300 Speller Stimulator sont terminés, *Target Letter Generation* envoie le signal d'arrêt du scénario. L'ensemble des stimulations d'entraînement constitue l'ensemble d'entraînement.

La seconde chaîne de traitement permet d'enregistrer les données cérébrales. Elle est construite à l'aide des boîtes *Acquisition Client* et *Generic Stream Writer*. *Acquisition Client* collecte les données enregistrées par le casque EEG. *Generic Stream Writer* inscrit ensuite ces données dans un fichier.

En résumé, le scénario " acquisition " est composé de deux chaînes de traitement qui travaillent en parallèle. La première se charge de présenter des stimuli à l'utilisateur (via la matrice clignotante) tout en conservant les données concernant ces stimuli (c'est à dire si le stimulus est cible ou non-cible). La seconde se charge d'enregistrer l'activité cérébrale qui fait réponse à ces stimuli.

### 3.2.2 Scénario 2- Entraînement du classifieur

Lorsque l'acquisition est terminée nous pouvons passer à la phase où l'on utilise ce panel de " données-exemples " pour entraîner notre classifieur à différencier un potentiel P300 des autres signaux présents sur l'électroencéphalogramme. Les deux classes de signaux que notre classifieur (le LDA) doit discriminer sont " cible ", lorsque qu'il s'agit du potentiel P300 et " non-cible ", pour les autres signaux. Ce scénario ne requiert pas d'action de la part de l'utilisateur.

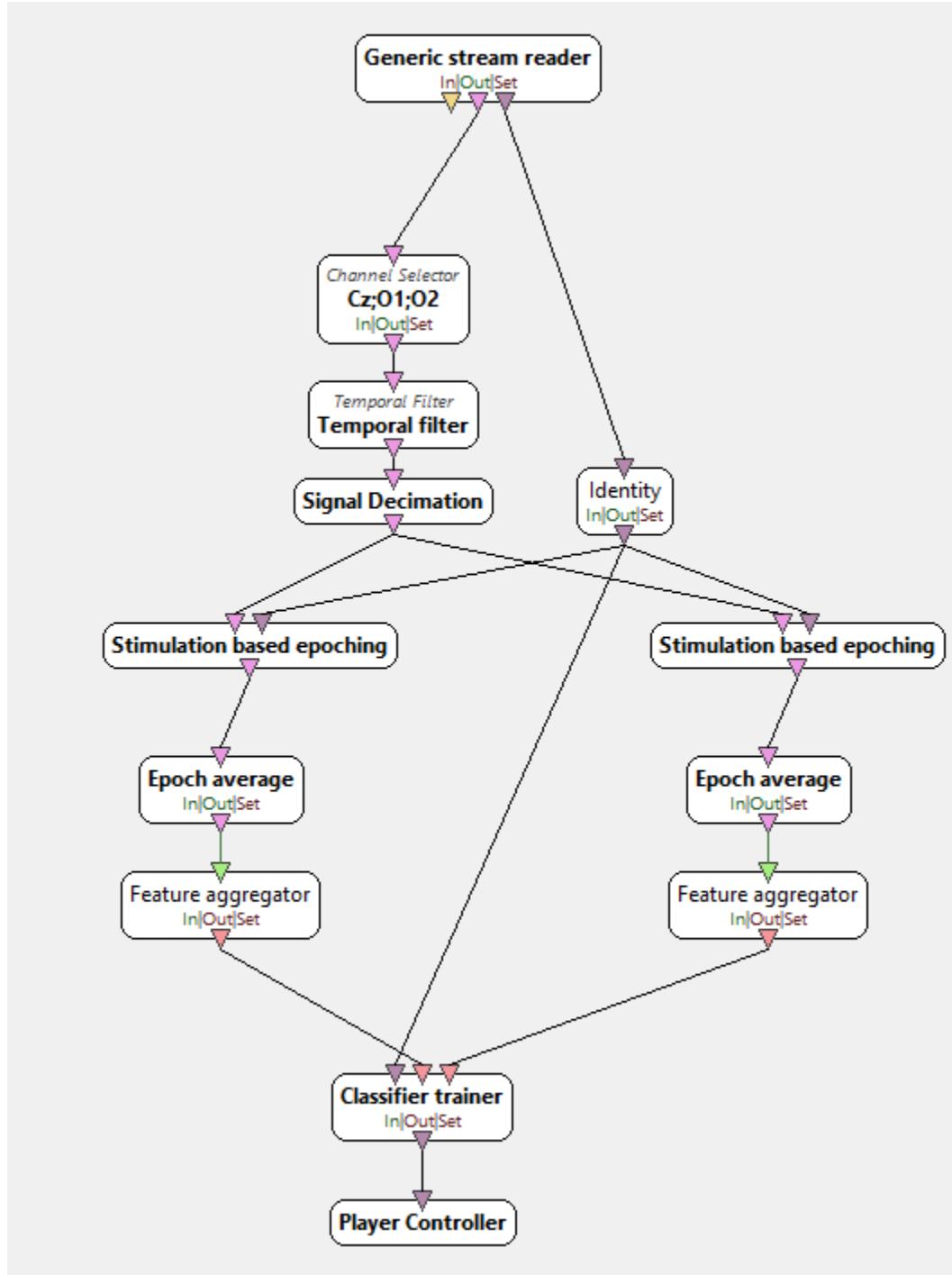


FIGURE 3.9 – Scénario 2 - Entraînement du classifieur

Dans le précédent scénario, nous avons établie une "stimulation d'entraînement". L'idée générale du scénario d'entraînement du classifieur est de comparer la stimulation d'entraînement avec l'activité cérébrale qui a été enregistrée.

Reprenons l'exemple du précédent scénario avec la lettre R. Grâce à la stimulation d'entraînement nous pouvons savoir quand la lettre R a été illuminée. Le classifieur peut donc déterminer, que, à un tel instant, il doit reconnaître un P300. Ainsi, de corrélation en corrélation, le classifieur s'entraîne à détecter les P300 sur l'électroencéphalogramme.

Cependant, (voir 2.1, page 9) nous ne pouvons pas donner en entrée le signal EEG brut. Nous devons au préalable traiter le signal. Le prétraitement se base sur les données du scénario précédent qui sont récupérées via la boîte *Generic Stream Reader*.

Ces données sont ensuite transmises à la chaîne de prétraitement, constituée des boîtes *Channel Rename*, *Channel Selector*, *Temporal filter*, *Signal Decimation*. *Channel Rename* nous permet de renommer les électrodes en fonction de

leur emplacement (par commodité). *Channel Selector* nous permet de sélectionner les électrodes d'intérêt (2.1.5 page 14), c'est-à-dire celles qui sont susceptibles de détecter une réponse P300. Il s'agit des électrodes Cz, Oz et O2.

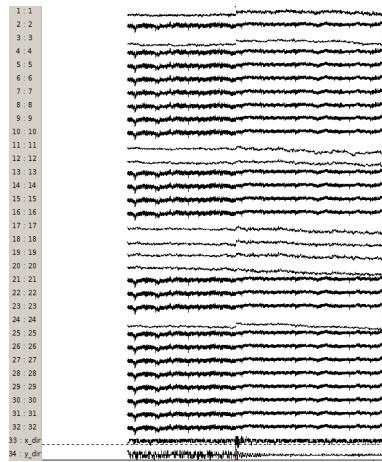


FIGURE 3.10 – Données EEG brutes

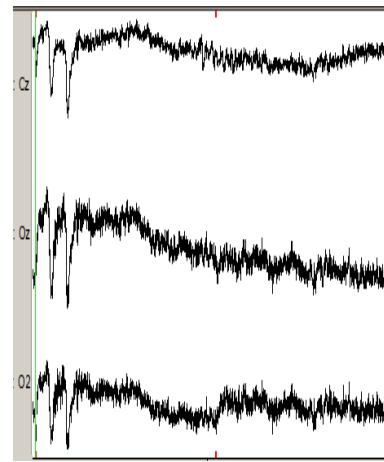


FIGURE 3.11 – Données EEG après sélection des canaux

Temporal Filter permet de procéder à l'essentiel du prétraitement. Cette boîte applique un filtre Butterworth, de type passe-bande (2.1.3, page 11) Ce filtre utilise différentes techniques expliquées Chapitre 2 comme la transformée de Fourier à ondelettes qui permet ici de passer dans le domaine fréquentiel.

Le prétraitement se termine via *Signal Decimation* qui permet de réduire facilement la fréquence d'échantillonnage du signal. Cette boîte nous permet de transmettre le signal sans perte d'information. Cela n'est possible que si la fréquence du signal est inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage (théorème de Nyquist-Shannon<sup>1</sup>).

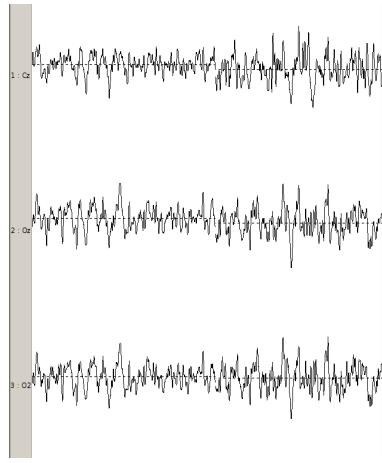


FIGURE 3.12 – Données EEG après filtrage et reconstruction

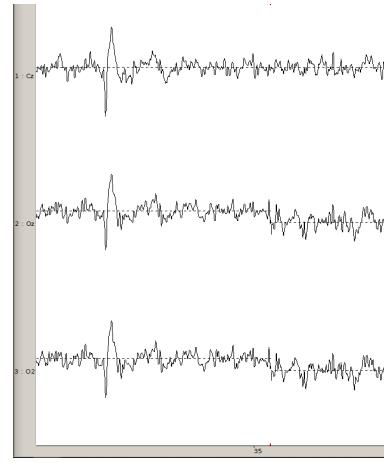


FIGURE 3.13 – Données EEG à la fin du prétraitement

Il faut à présent procéder à l'extraction des caractéristiques. La chaîne de traitement dédiée à cette étape est constituée des boîtes *Stimulation Based Epoching*, *Epoch Average* et *Feature Aggregator*. Elle est présente en double dans le scénario car nous voulons discriminer deux classes avec le classifieur. Ainsi, la chaîne de gauche se charge d'extraire les caractéristiques pour la classe cible (P300) tandis que la chaîne de droite se charge des caractéristiques de la classe non-cible (non-P300).

Les deux chaînes de traitement utilisent les données de l'ensemble des stimulations d'entraînement. Cet ensemble nous permet de déterminer si, lors d'un clignotement ligne ou colonne, la lettre cible a été illuminée. La boîte *Stimulation Based Epoching* peut ainsi sélectionner le signal à proximité d'un stimulus. Lorsque la stimulation d'entraînement

1. MALLAT, S *Une exploration des signaux en ondelettes*. Les éditions de l'école Polytechnique, 2000.

est une stimulation cible, elle est traitée par la partie gauche du scénario. Quand il s'agit d'une stimulation non-cible, elle est traitée par la partie droite. Dans notre exemple, cela revient à sélectionner et à distinguer d'une part les signaux pour lesquels la lettre R a été illuminée, d'autre part les signaux pour lesquels la lettre n'a pas été illuminée.

Ce deux ensembles de signaux passent ensuite au travers de la boîte *Epoch Average* de leur chaîne de traitement respective. *Epoch Average* permet d'extraire un ensemble de valeurs (amplitude maximale et minimale, instant où l'amplitude a telle valeur...) caractéristiques de la classe. Ces informations sont ensuite rassemblées dans un vecteur de caractéristiques via la boîte *Feature Aggregator*.

En résumé, à cet avancement du scénario, nous avons récupéré le signal et l'avons comparé à l'ensemble d'entraînement. Ceci nous a permis de sélectionner des parties du signal que nous avons séparées en deux classes : cible et non-cible. Pour chaque partie du signal, nous avons procédé à l'extraction des caractéristiques, consignées dans un vecteur de caractéristiques. La figure suivante illustre le traitement expliqué précédemment.

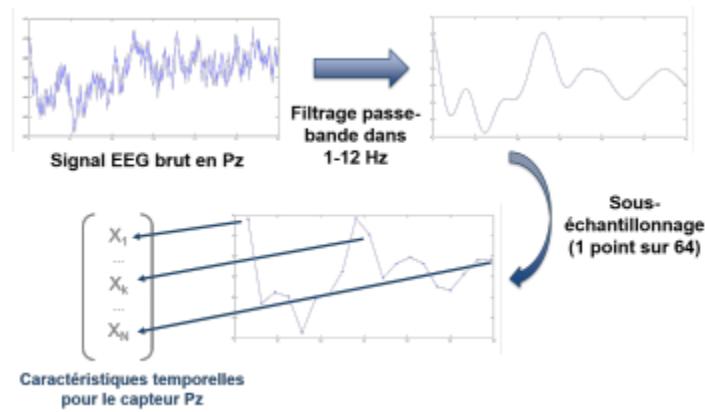


FIGURE 3.14 – Résumé du prétraitement et de l'extraction des caractéristiques

Nous avons à présent tous les outils nécessaires à l'entraînement du classifieur LDA (voir 2.3.2 page 18 pour les détails du fonctionnement du classifieur). L'entraînement est assuré par la boîte *Classifier Trainer*. Cette boîte prend en entrée les vecteurs de caractéristiques issus de la chaîne d'extraction des caractéristiques. *Classifier Trainer* classe systématiquement chaque vecteur qu'il reçoit dans les classes cible ou non-cible en s'appuyant sur les données universelles caractérisant la P300. Il procède ensuite à une vérification de son classement, en comparant par exemple son résultat avec le tri qui avait été effectué en amont, au début de la chaîne d'extraction des caractéristiques. Une autre méthode de vérification, que nous utilisons, est la partition des vecteurs de caractéristiques. L'idée est de diviser l'ensemble des vecteurs en un certain nombre de partitions afin que le classifieur s'entraîne sur certaines partitions et soit testé sur les autres. Cette méthode est appelée méthode de validation croisée, elle permet de réaliser un entraînement efficace du classifieur avec une quantité réduite de données d'entraînement.

Par l'intermédiaire de méthodes d'apprentissage machine, le classifieur peut réajuster ses paramètres de classification en fonction des erreurs qu'il commet. Il propose ainsi une classification unique, en adéquation avec le profil cognitif de l'utilisateur. Lorsque l'entraînement est terminé, *Classifier Trainer* calcule le taux de réussite (ou taux de bonne classification voir 2.3.2, page 18). Si la performance du classifieur est assez haute (réussite supérieure à 80%), nous pouvons utiliser la classification ainsi paramétrée pour l'utilisation en situation réelle. Dans le cas contraire, il est recommandé de recommencer l'entraînement du classifieur.

### 3.2.3 Scénario 3 - Utilisation

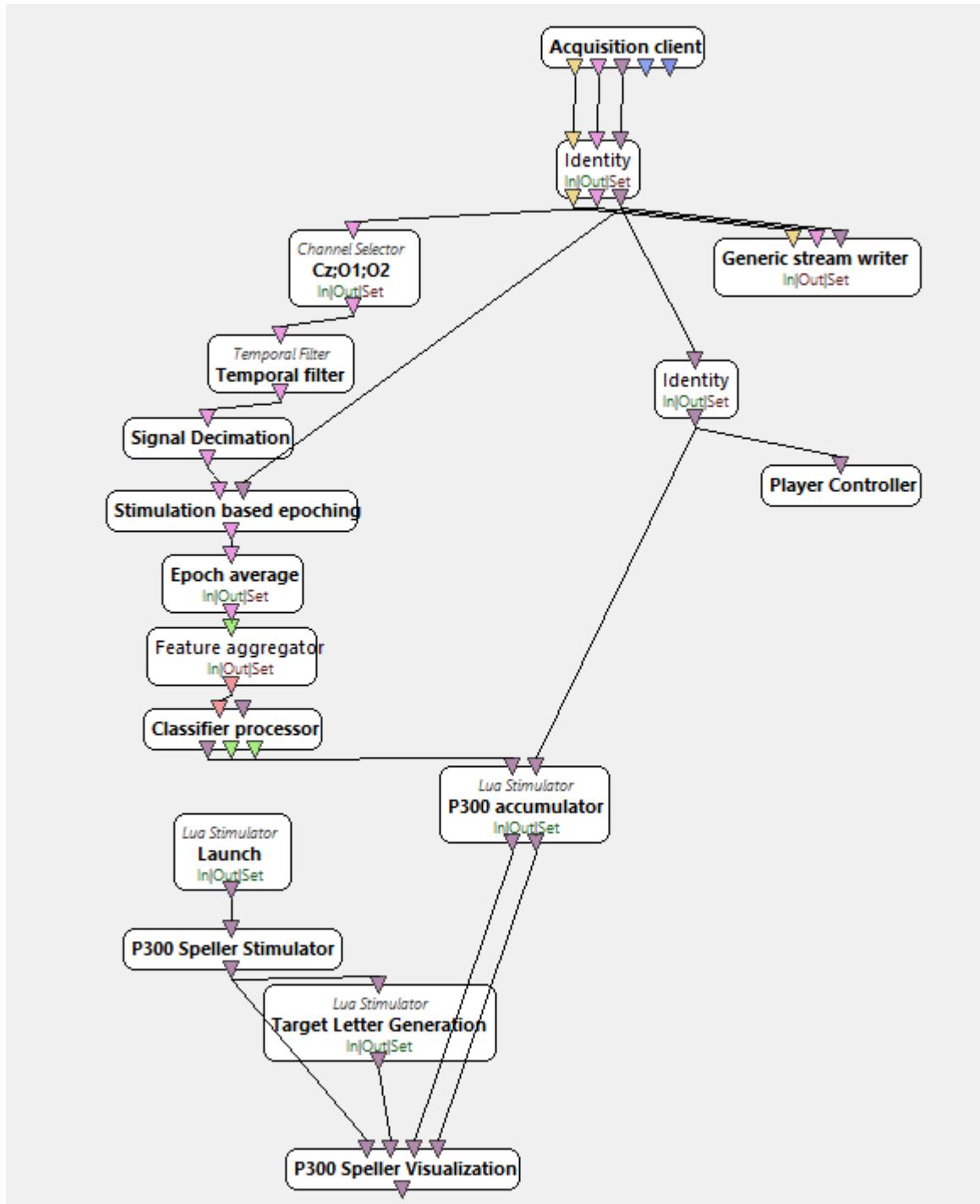


FIGURE 3.15 – Scénario 3 - Utilisation

Lorsque l'entraînement du classifieur est terminé et que le taux de réussite est satisfaisant, nous pouvons procéder à l'utilisation du *P300 Matrix Speller*. Dans ce dernier scénario " Utilisation " , l'utilisateur tente d'épeler un mot via l'interface, en utilisant exclusivement son activité cérébrale. Pour ce faire, l'utilisateur commence par choisir et focaliser son attention sur la lettre qu'il souhaite écrire. La stimulation est ensuite lancée, c'est-à-dire que les lignes et les colonnes de la matrice se mettent à clignoter. A chaque illumination de la ligne ou de la colonne comportant la lettre cible de l'utilisateur, un potentiel P300 est supposé être généré. Lors de l'arrêt de la stimulation, le programme indique à l'utilisateur quelle lettre a été considérée comme cible, en la surlignant momentanément en vert puis en

l'inscrivant en bas de l'écran afin de commencer un mot. Le processus peut ensuite reprendre avec une nouvelle lettre cible choisie par l'utilisateur.

La première étape du scénario consiste à récupérer les données EEG enregistrées en direct par l'intermédiaire de la boîte *Acquisition Client*. Les signaux passent ensuite dans la même chaîne de prétraitement que dans le scénario précédent (*Channel Selector + Temporal Filter + Signal Decimation*) avant l'extraction des caractéristiques (*Stimulation based Epoching + Epoch Average + Feature Aggregator*). Le traitement des signaux est donc similaire au scénario précédent à la différence que la chaîne de traitement est ici unique. En effet, on ne peut pas diviser le traitement en deux chaînes chargées de traiter le signal cible ou non-cible car on ne connaît pas la classe du signal au préalable. C'est justement ce que l'on va chercher à déterminer dans ce qui suit.

Les signaux traités sont transmis à la boîte *Classifier Processor* qui permet de les discriminer en deux classes (P300 ou non-P300) selon les informations portées par leurs vecteurs de caractéristiques. Ce procédé est rendu possible par la calibration (l'entraînement) du classifieur, réalisée au scénario précédent.

Le résultat de la classification est ensuite transmis à la boîte *P300 Accumulator*. Cette boîte considère un à un les vecteurs de caractéristiques des signaux classés P300 et les relie à la ligne (ou la colonne) qui a été illuminée lors leur génération. Un " vote " est alors apposé à cette ligne (ou colonne). En réalisant le même processus sur les différentes répétitions d'un même essai, on obtient une matrice présentant un certain nombre de votes sur ses lignes et sur ses colonnes. L'intersection de la ligne et de la colonne qui présentent le plus grand nombre de votes est considérée comme la lettre cible de l'utilisateur.

Un ensemble de boîtes permet d'afficher et de régler les paramètres de la matrice, comme dans le scénario 1. Cependant, deux entrées en provenance de *P300 Accumulator* sont ajoutées à la boîte *P300 Speller Visualisation*. Cet ajout permet aux deux boîtes d'échanger des informations. En particulier, cela permet de colorer en vert la lettre déterminée comme cible par le programme ainsi que de visualiser le mot que l'utilisateur est en train d'écrire.

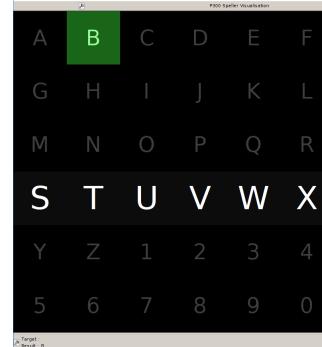


FIGURE 3.16 – Illumination d'une lettre en vert permettant d'identifier le résultat d'un essai

En résumé, l'implémentation du P300 Matrix Speller sous OpenVIBE résulte du travail de trois scénarios et son utilisation nécessite au préalable une phase de calibration. On peut noter que la traduction en commande de l'état mental reconnu ne représente qu'une partie réduite des scénarios, contrairement au traitement du signal (prétraitement, extraction des caractéristiques, classification) qui occupe une place centrale. OpenVIBE facilite la tâche du programmeur en proposant une interface intuitive qui ne nécessite pas la compréhension de tous les concepts mathématiques (voir Chapitre 2) sur lesquels repose la théorie du traitement du signal. L'essentiel est de " suivre " le signal à travers les différentes boîtes et de comprendre son évolution (voir figure 3.17).

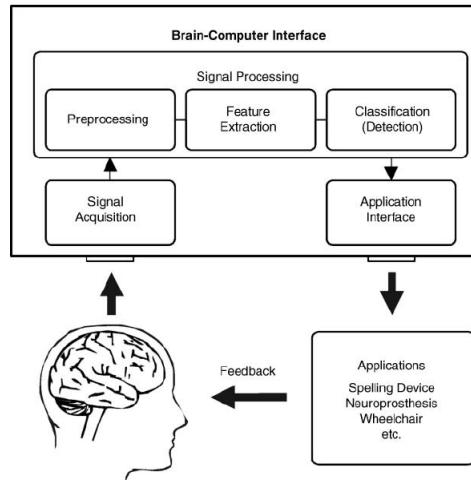


FIGURE 3.17 – Principe de l'utilisation de l'interface cerveau ordinateur - Le signal est acquis via l'EEG, puis traité via les prétraitements, l'extraction des caractéristiques et le classifieur que nous avons calibré lors des deux premiers scénarios. L'application renvoie finalement un retour visuel via la matrice à l'utilisateur. Ce retour visuel provoque une réponse cérébrale qui est récupérée par EEG etc.

Les performances du P300 Matrix Speller implémenté avec le Paradigme Ligne/Colonne sont relativement élevées. Environ 73% des sujets atteignent une fiabilité de classification de 100% avec seulement 5min d'entraînement,<sup>2</sup>.

Cependant, elles restent dépendantes d'un grand nombre de facteurs, liés à l'utilisateur ou aux paramètres de l'expérience.

### 3.3 Limites et perspectives

#### 3.3.1 Limites utilisateur

La détection et la traduction en commande du signal par le P300 Matrix Speller sont entièrement dépendantes d'un état mental donné. Le fonctionnement du système est donc indissociable de l'utilisateur, ce qui impose certaines limites.

La fatigue, le niveau d'attention, la lassitude et l'état mental général de l'utilisateur impactent la fiabilité de la classification de manière significative. Le profil cognitif de l'utilisateur est également source de biais. De plus, certaines pathologies provoquent l'incapacité à produire une réponse P300 suffisante pour être détectée. Le P300 Matrix Speller ne peut donc pas être utilisé de façon optimale par toutes les populations.

Une bonne utilisation du speller requiert un entraînement préalable de l'utilisateur. La familiarisation avec le système ainsi que la réalisation de la tâche mentale à proprement parler sont demandeuses en énergie et répétitives. L'utilisateur doit donc fournir un effort conséquent pour maintenir son attention.

Enfin, il est à noter que certains événements peuvent perturber la réponse de l'utilisateur à la stimulation<sup>3</sup>.

- Lorsque l'intervalle entre deux cibles différentes est inférieur à 500ms (i.e l'utilisateur voit sa cible s'illuminer puis change de cible, cette nouvelle cible s'illumine moins de 500ms après cette décision). On parle alors de "Attentional blink" : l'utilisateur n'a pas le temps de recentrer son attention et la réponse est perturbée.
- Lorsque l'intervalle entre deux cibles identiques (i.e la cible est illuminée une fois puis une seconde fois) est compris entre 100ms et 500 ms. Il s'agit ici du phénomène de " Repetition Blindness " : une réponse P300 va généralement être initiée par la première illumination mais pas par la seconde qui passe inaperçue.

2. FAZEL-REZAI, REZA *et al.* P300 brain computer interface : Current challenges and emerging trends. Frontiers in neuroengineering, 5 07 2012.

3. FAZEL-REZAI, R *et al.* P300 brain computer interface : current challenges and emerging trends. Journal of Neural Engineering, vol 5, no 14 Juillet 2012.

### 3.3.2 Limites matérielles

Aux limites de l'utilisateur viennent s'ajouter des limites matérielles, inhérentes au montage et aux appareils utilisés mais également à la nature des signaux.

En effet, il ne faut pas perdre de vue que les signaux enregistrés correspondent à des résidus d'activité cérébrale, l'information est donc bien moins précise que celle que donnerait un dispositif invasif. Le traitement de ces signaux est fastidieux, en conséquence, le temps requis pour l'écriture d'un seul caractère est important et la fiabilité variable.

Il nous faut également souligner les inconvénients dus aux dimensions du montage qui est très encombrant, peu esthétique et qui nécessite une longue phase de préparation (pose des électrodes, gel). Les retours de personnes handicapées suggèrent une amélioration du confort et de la compacité du système afin que celui-ci soit transportable.<sup>4</sup>

### 3.3.3 Perspectives d'amélioration

Le P300 Matrix Speller que nous avons utilisé pour notre expérience est un modèle basique, dont le fonctionnement est assez fiable. Des améliorations peuvent cependant être apportées, et ce à plusieurs échelles.

On peut, par exemple, proposer une modification du paradigme ligne/colonne en augmentant la fréquence d'apparition des lettres usuelles. On peut de même envisager la création d'un correcteur automatique.

Cependant, de récentes études ont montré que stimuler l'utilisateur par l'apparition du visage d'une célébrité est plus efficace que d'illuminer la matrice par ligne et par colonne.<sup>5</sup>



FIGURE 3.18 – Paradigme alternatif pour la stimulation. Ici les lignes et les colonnes sont modifiées pendant 62.5 ms avec l'apparition du visage d'Albert Einstein.

On peut donc envisager une amélioration du système en modifiant le paradigme.

Enfin, il est possible d'améliorer le P300 Speller en associant le ICM P300 avec un ICM visuel (SSVEP) ou un ICM basé sur l'imagination motrice (MI). On parle alors de d'ICM hybride.<sup>6 7</sup>. Une hybridation P300/SSVEP permet d'implémenter une fonction "on/off" pour le système : en considérant que l'absence d'activité en provenance du cortex visuel équivaut à un désintérêt de l'utilisateur, on provoque la "mise en veille" de l'interface matriciel. Une hybridation P300/MI permet de la même façon de créer des fonctionnalités supplémentaires ( curseurs par exemple), contrôlées par imagination de mouvements simples.

4. FAZEL-REZAI, R *et al.* P300 brain computer interface : current challenges and emerging trends. Journal of Neural Engineering, vol 5, no 14 Juillet 2012.

5. KAUFMANN, T *et al.* Flashing characters with famous faces improves (ERP)-based brain computer interface performance. Journal of Neural Engineering, vol 8, no 5 September 2011.

6. G, PFURTSCHELLER *et al.* The hybrid BCI. Journal of Neural Engineering, vol 4, no 42 2010.

7. ALLISON, BZ *et al.* Toward a hybrid brain-computer interface based on imagined movement and visual attention. Journal of Neural Engineering, vol 7 2010.

### 3.4 Conclusion

L'implémentation du P300 Matrix Speller sous OpenVIBE est relativement simple et intuitive. Elle suit la logique du fonctionnement général d'une ICM quelconque (voir figure 3.17) en proposant d'abord une phase de calibrage, au cours de laquelle des signaux d'entraînement sont acquis (scénario 1) puis utilisés afin de paramétriser la classification (scénario 2). Lorsque le taux de performance du classifieur est satisfaisant, on peut procéder à la phase d'utilisation (scénario 3) afin d'épeler le mot de notre choix. L'interface proposée par OpenVIBE permet de suivre les transformations du signal lors de chaque scénario. Les étapes de traitement détaillées au chapitre 2 (pré-traitement, extraction des caractéristiques, classification) y sont visibles.

Malgré un taux de réussite élevé dans un environnement expérimental, les performances du P300 Speller restent sujettes à une grande variabilité. Le profil cognitif de l'utilisateur, le matériel utilisé ainsi que les paramètres globaux de l'expérience sont autant de paramètres influant sur la fiabilité de la classification. Des perspectives d'amélioration sont envisageables à plusieurs échelles. On peut éventuellement modifier le paradigme Ligne/Colonne, utiliser un paradigme alternatif ou encore associer le speller à une autre ICM (ICM hybride).

# Conclusion

Ce projet offre une vue d'ensemble du fonctionnement d'une ICM non-invasive, basé sur l'enregistrement de signaux en surface du cuir chevelu.

Dans le Chapitre 1, nous avons étudié l'origine des signaux exploitables et décrit la méthode d'électroencéphalographie qui permet leur détection en surface du cuir chevelu. Nous avons également explicité le lien entre les signaux d'intérêt c'est-à-dire les marqueurs physiologiques et l'état mental de l'utilisateur.

Dans le Chapitre 2, exclusivement dédié au traitement du signal, nous avons d'abord détaillé le pré-traitement des données d'électroencéphalographie. Cette étape nous a permis d'obtenir des signaux exploitables, c'est-à-dire porteurs de l'information d'intérêt et sans artefact. Nous avons ensuite procédé à l'extraction des caractéristiques, étape consistant à dégager un ensemble de valeurs descriptives du signal, rassemblées dans des vecteurs de caractéristiques. Ces vecteurs ont été utilisés lors de la classification, dans l'objectif de différencier deux classes de signaux : cibles et non-cibles.

Enfin, nous avons expliqué dans le Chapitre 3 l'implémentation pratique d'une ICM particulière : le P300 Matrix Speller, avec le logiciel OpenVIBE. Ce chapitre nous a permis d'illustrer les concepts théoriques énoncés précédemment ainsi que de mettre en évidence la traduction en commande de l'état mental reconnu par l'ICM.

Ainsi, l'enchaînement des chapitres permet d'appréhender la propagation et les différentes transformations des signaux utilisés par l'ICM, depuis leur génération dans la boîte crânienne jusqu'à la traduction en commandes par la machine.

La principale difficulté quant à la réalisation et la compréhension de ce mémoire est la diversité des connaissances sollicitées car le sujet est au croisement de nombreux domaines tels que la biologie, la cognitive, l'informatique et les mathématiques. Cependant, aborder des concepts inédits comme la théorie du traitement du signal et l'apprentissage automatique s'est révélé être une grande source de motivation.

Nous ne pensons pas que la démocratisation d'ICM comme le P300 Matrix Speller soit envisageable actuellement, ces dispositifs étant étudiés majoritairement en laboratoire, dans un environnement expérimental. De plus, les dimensions, la variabilité des performances et l'inconfort des appareils utilisés sont un frein à leur commercialisation. Cependant, nous sommes intimement convaincus que le concept en lui-même vaut la peine. Sujet à une forte évolution ces dernières décennies, il se révèle porteur d'espoir pour de nombreuses personnes atteintes de troubles neurologiques ou musculaires.

# Bibliographie

- Clerc, M, Bougrain, L et Lotte, F:** Les interfaces cerveau-ordinateur 1 : fondements et méthodes. ISTE editions, 2016
- Mallat, S:** Une exploration des signaux en ondelettes. Les éditions de l'école Polytechnique, 2000
- Lecomte, M:** Transformation de Fourier. Ecole des Mines de Douai, Juillet 2001, 20
- Flandrin, P:** Temps-Fréquence. Hermès Paris, 1993
- Montaine, B:** Méthodologie d'analyse des synchronisations neuronales dans les signaux EEG à l'aide de graphes d'informations temps-fréquence. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, 2006
- Lotte, F et Congedo, M:** Extraction de Caractéristiques du signal EEG. Les interfaces Cerveau-Ordinateur 1 : fondements et méthodes, 2016, 17
- Strarmer, J et StatQuest:** Un peu de Machine Learning avec les SVM. Avril 2017,  
<https://zestedesavoir.com/tutoriels/1760/un-peu-de-machine-learning-avec-les-svm/>
- Fazel-Rezai, Reza et al.:** P300 brain computer interface : Current challenges and emerging trends. Frontiers in neuroengineering, 5 07 2012, 14
- Fazel-Rezai, R et al.:** P300 brain computer interface : current challenges and emerging trends. Journal of Neural Engineering, vol 5, no 14 Juillet 2012
- Kaufmann, T et al.:** Flashing characters with famous faces improves (ERP)-based brain computer interface performance. Journal of Neural Engineering, vol 8, no 5 September 2011
- G, Pfurtscheller et al.:** The hybrid BCI. Journal of Neural Engineering, vol 4, no 42 2010
- Allison, BZ et al.:** Toward a hybrid brain-computer interface based on imagined movement and visual attention. Journal of Neural Engineering, vol 7 2010
- Fischer, P, Weynas, L et Dossal, C:** Approximation numérique. 2017, 70
- Mallat, S:** Science des données. Collège de France, Fayard, 26 septembre 2018
- Tharwat, A et al.:** Linear discriminant analysis : A detailed tutorial. <https://www.researchgate.net/publication/2017>

## Autres références utilisées dans nos recherches

- Kaplan A, Shishkin S, Ganin I, Basyul I and Zhigalov A :** Adapting the P300-Based Brain Computer interface for Gamin : A review, IEEE Transactions on computational intelligence and AI in games, vol 5, no 2, June 2013
- Rezeika A, Benda M, Stawicki P, Gembler F, Saboord A and Volosyak I :** Brain-Computer Interface Spellers : A review, Faculty of Technology and Bionics, University of Applied Sciences Germany, 30 March 2018
- Renard Y, Lotte F, Gibert G, Marco Congedo, Emmanuel Maby, et al..** Open- ViBE : An Open-Source Software Platform to Design, Test and Use Brain-Computer Inter- faces in Real and Virtual Environments. Presence : Teleoperators and Virtual Environments / Presence Teleoperators and Virtual Environments, MIT press, 2010, 19 (1), pp.35-53.

## Annexe A

# Outils mathématiques pour le filtrage spatial : le laplacien de surface

Lors des prétraitements notre mémoire s'attarde beaucoup sur la partie temporelle et ne présente que très peu les différents filtrages spatiaux. Cette annexe à pour but de présenter au lecteur intéressé un filtrage spatial : le Laplacien de surface<sup>1</sup>.

Le potentiel électrique mesuré par EEG résulte de la superposition de nombreuses sources d'activité cérébrale, qui créent par conduction volumique des différences de potentiel électrique à la surface du cuir chevelu. Il est intéressant de séparer ces différentes sources afin d'obtenir des signaux qui soient fidèles à l'activité cérébrale sous-jacente. Le filtrage spatial offre cette possibilité de "déconvoluer" le signal sur les capteurs, à la manière d'une paire de lunettes qui corrige la myopie.

Avant de présenter la stratégie du Laplacien de surface, rappelons que le mélange des sources est linéaire et instantané (par les équations de Maxwell en approximation quasistatique) : si on considère  $J$  sources cérébrales d'amplitude  $s_j$ , pour chaque échantillon temporel  $n$ , le potentiel mesuré sur chaque capteur  $k$  est de la forme

$$f_k[n] = \sum_{j=1}^J g_{kj} s_j[n]$$

La relation précédente est une relation linéaire qui peut s'écrire sous forme de produit matrice-vecteur  $f = Gs$  où la matrice  $G = (g_{kj})$  est appelée matrice de gain. L'élément  $g_{kj}$  est appelée matrice de gain. L'élément  $g_{kj}$  de la matrice de gain représente le potentiel sur les capteurs d'indice  $k$  résultant de la présence d'une source unitaire (d'amplitude 1) à la position de la source  $j$ .

Le potentiel électrique, noté  $V$ , vérifie dans le volume conducteur de conductivité  $\sigma$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = \nabla \cdot J^p$$

où  $J^p$  sont les sources primaires. Dans les régions où ces sources primaires sont absentes (par exemple le crâne et le cuir chevelu),  $\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = 0$ . Donc le potentiel vérifie l'équation de Laplace  $\Delta V = 0$  dans ces régions.

Sur une surface  $S$  de vecteur normal  $n$ , le laplacien de surface  $\Delta_S V$  est relié au laplacien volumique par  $\Delta V = \Delta_S V + \frac{\partial^2 V}{\partial n^2}$ . Sur le scalp, le laplacien de surface est un filtre spatial intéressant car  $\Delta_S V$  est proche du courant normal sur le crâne. En effet, comme le laplacien volumique s'annule dans le scalp, on a  $\Delta_S V = -\frac{\partial^2 V}{\partial n^2}$ . Mais puisque l'air est non conducteur, par conservation du courant normal, sur le scalp  $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$  et  $-\frac{\partial^2 V}{\partial n^2}$  est proportionnel à la dérivée normale du potentiel sur le crâne.

Pour calculer le laplacien de surface, il faut connaître  $V$  sur le scalp, et la forme de la surface du scalp. On peut approcher ce calcul par éléments finis frontières, par splines sphériques ou surfaciques. Une approximation grossière

1. CLERC, M, BOUGRAIN, L et LOTTE, F *Les interfaces cerveau-ordinateur 1 : fondements et méthodes*. ISTE editions, 2016.

du "laplacien de surface" couramment utilisée en BCI consiste à soustraire à chaque électrode la moyenne de ses voisines. La figure suivante montre plusieurs gabarits possibles pour les électrodes servant à faire la soustraction, les filtres laplaciens larges (respectivement étroits), étant sensibles à des sources corticales profondes (respectivement superficielles).



FIGURE A.1 – Trois filtres laplaciens appliqués à l'électrode  $Cz$  (rouge). La moyenne des signaux mesurés en  $C3, C4, Fz$  et  $Pz$  (bleu) est retirée au canal  $Cz$  (rouge) pour le filtre laplacien large. Les électrodes utilisées pour un filtre laplacien moyen et étroit sont représentées en vert et orange respectivement.

## Annexe B

# Explications mathématiques inhérentes aux traitement explicités en Chapitre 2

Le but de cette annexe est d'offrir au lecteur intéressé les détails mathématiques concernant la transformée de Fourier, les représentations temps-fréquences et les transformées à ondelettes que nous avons utilisées dans la partie 2.1 page 9. Les références suivantes seront utilisées<sup>1 2 3 4</sup>.

## B.1 Rappels sur la transformée de Fourier

### B.1.1 Rappel de quelques propriétés

Que ce soit en mathématiques ou en physique, la transformée de Fourier a été pendant longtemps un des outils les plus utilisés pour le traitement du signal. Cette représentation, basée sur la notion physique de fréquence, est bien adaptée pour traiter des signaux **stationnaires** c'est à dire des signaux qui possèdent certaines propriétés invariantes dans le temps.

Nous travaillons uniquement avec des fonctions unidimensionnelles. L'espace  $L^1(\mathbb{R})$  est l'ensemble des fonctions qui sont intégrables, c'est-à-dire telles que,  $\int_{\mathbb{R}} |f(t)|dt < +\infty$ . De même  $L^2(\mathbb{R})$  est l'ensemble des fonctions de carré intégrable ( $\int_{\mathbb{R}} |f(t)|^2 dt < +\infty$ ). Nous rappelons que  $L^2(\mathbb{R})$  est un espace de Hilbert

RAPPEL : Un espace de Hilbert est un espace préhilbertien complet, c'est à dire un espace de Banach dont la norme  $\|.\|$  découle d'un produit scalaire ou hermitien  $\langle ., . \rangle$  par la formule

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$$

pour le produit scalaire

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{g(t)} dt$$

pour  $f, g \in L^2(\mathbb{R})$ , et où  $\overline{g(t)}$  dénote le conjugué de  $g(t)$ . La norme d'une fonction  $f \in L^2(\mathbb{R})$  sera notée  $\|f\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt}$ .

En 1807, Joseph Fourier présente un mémoire à l'Institut de France qui propose de représenter toute fonction périodique comme une somme de sinusoïdes à différentes fréquences. C'est le début de l'analyse de Fourier qui va

1. FISCHER, P, WEYNAS, L et DOSSAL, C Approximation numérique. 2017.

2. MONTAINE, B *Méthodologie d'analyse des synchronisations neuronales dans les signaux EEG à l'aide de graphes d'informations temps-fréquence*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, 2006.

3. LECOMTE, M Transformation de Fourier. Ecole des Mines de Douai, Juillet 2001.

4. MALLAT, S *Une exploration des signaux en ondelettes*. Les éditions de l'école Polytechnique, 2000.

avoir une importance déterminante en analyse mathématique, en physique et dans les sciences de l'ingénieur. Il existe plusieurs définitions de la transformée de Fourier, utilisant des normalisations différentes. Dans le cadre de ce travail, nous utiliserons la définition suivante :

**Définition.** La transformée de Fourier d'une fonction  $f \in L^1(\mathbb{R})$  est définie par

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

Elle mesure le contenu oscillatoire de la fonction  $f$  à la fréquence  $\omega \in \mathbb{R}$ . Cette transformation peut être vue comme la projection de  $f$  sur des fonctions analysantes qui sont des ondes pures (dont la fréquence ne dépend pas du temps). Celle-ci permet donc d'analyser le contenu fréquentiel d'un signal. Le théorème de Riemann-Lebesgue assure que

- $f \mapsto \hat{f}$  est une application linéaire, continue de  $L^1(\mathbb{R})$  dans  $L^\infty(\mathbb{R})$
- si  $f \in L^1(\mathbb{R})$  alors  $\hat{f}$  est continue sur  $\mathbb{R}$  et  $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \hat{f}(\omega) = 0$ . Parmi les principales propriétés de la transformée de Fourier qui sont souvent utilisées dans les calculs, on peut citer

Propriété	Fonction	Transformée de Fourier
Translation	$f(t - t_0)$	$e^{-i\omega t_0} \hat{f}(\omega)$
Modulation	$e^{i\omega_0 t} f(t)$	$\hat{f}(\omega - \omega_0)$
Dilatation / Contraction	$f(t/a)$	$ a  \hat{f}(a\omega)$
Dérivation	$f^{(p)}(t)$	$(i\omega)^p \hat{f}(\omega)$
Symétrie Hermitienne	$f(t) \in \mathbb{R}$	$\hat{f}(-\omega) = \overline{\hat{f}(\omega)}$

Si  $f \in L^1(\mathbb{R})$ ,  $f' \in L^1(\mathbb{R})$ , ...,  $f^{(p)} \in L^1(\mathbb{R})$  alors  $\hat{f}(\omega) = o\left(\frac{1}{\omega^p}\right)$ . De plus si

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(\omega)| (1 + |\omega|)^p d\omega < +\infty$$

alors  $f$  est  $p$  fois continûment différentiable et bornée. La décroissance de  $\hat{f}$  en l'infini est donc caractéristique de la régularité de  $f$ .

### B.1.2 Transformée de Fourier inverse

Il n'est pas évident de définir la transformée de Fourier inverse, car l'espace  $L^1(\mathbb{R})$  n'est pas invariant par cette transformation. L'espace qui est bien adapté pour définir et inverser la transformée de Fourier est l'espace  $L^2(\mathbb{R})$ . Toutefois, il n'est pas possible de définir "directement" la transformée d'une fonction dans  $L^2(\mathbb{R})$ . Il est nécessaire de se restreindre tout d'abord à  $L^2(\mathbb{R}) \cap L^1(\mathbb{R})$  dans  $L^2(\mathbb{R})$  pour étendre cette transformation et son inverse à  $L^2(\mathbb{R})$ . Le théorème fondamental de la transformée de Fourier dans  $L^2(\mathbb{R})$  est le suivant.

**Théorème.** Soit  $f \in L^2(\mathbb{R})$ , on définit alors formellement la transformée de Fourier et son inverse par :

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$

Soit  $f, g \in L^2(\mathbb{R})$ , on obtient alors la formule de Parseval

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{h(t)} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \overline{\hat{h}(\omega)} d\omega$$

et la formule de Plancherel

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega$$

### B.1.3 Produit de convolution

**Définition.** Pour  $f \in L^1(\mathbb{R})$  et  $h \in L^1(\mathbb{R})$  le produit de convolution de  $f$  et  $g$ , noté  $f \star h(t)$  est défini par

$$f \star g = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-u)h(u)du$$

Alors  $, f \star h \in L^1(\mathbb{R})$  est défini presque partout et tel que :

- commutativité :  $f \star h = h \star f$
- dérivabilité :  $\frac{d}{dt}(f \star h)(t) = \frac{df}{dt} \star h(t) = f \star \frac{dh}{dt}$
- convolution avec une masse de Dirac en  $t_0$  :  $f \star \delta_{t_0}(t) = f(t - t_0)$

De plus, si l'on note  $g = f \star h$ , alors :

$$\hat{g}(\omega) = \hat{f}(\omega) \hat{h}(\omega).$$

Cette propriété est à la base du filtrage linéaire en traitement du signal. En effet, tout processus de filtrage du type  $Lf = f \star h$  où  $h$  est la réponse impulsionnelle du filtre  $L$ , peut s'écrire sous la forme d'un filtrage fréquentiel à partir de la transformée de Fourier inverse

$$Lf(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}(\omega) \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Chaque composante fréquentielle  $e^{i\omega t}$  d'amplitude  $\hat{f}(\omega)$  est un effet modulée par le filtre  $\hat{h}(\omega)$ . Ainsi, décomposer une fonction comme une intégrale de fonctions sinusoïdales complexes  $e^{i\omega t}$  permet de calculer directement la réponse d'un filtre  $Lf$  à partir de la donnée des coefficients  $\hat{h}(\omega)$ .

### B.1.4 Exemple de transformée de Fourier

Comme expliqué précédemment, la transformée de Fourier d'un signal permet d'obtenir des informations sur son contenu fréquentiel. La figure suivante représente une fonction sinusoïde de fréquence  $200Hz$  observée avec un bruit aléatoire qui correspond au défaut des instruments de mesure et à la présence de parasites. La transformée de Fourier de ce signal permet de retrouver la fréquence de la sinusoïde malgré la présence de ce bruit.

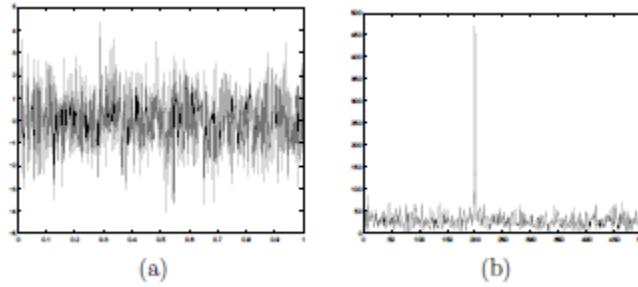


FIGURE B.1 – (a) Signal : sinus à 200Hz + bruit et (b) sa transformée de Fourier pour les fréquences positives

## B.2 Fréquence locale

Les ondelettes ont été introduites il y a presque 50 ans pour combler une lacune entre deux modes de représentation du signal : la représentation d'une fonction par son graphe classique de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ , ce qui correspond à une décomposition sur la base continue des distributions de Dirac

$$f(t) = \int_{\mathbb{R}} f(u)\delta(t-u)du$$

et la représentation dans la base de Fourier dont nous venons de rappeler les principes généraux

$$f(t) = \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(\omega)e^{i\omega t}d\omega.$$

La première représentation donne une information précise en temps : la valeur  $f(t)$  indique l'intensité du signal au temps  $t$ . En revanche l'information fréquentielle est nulle. La valeur en un point de  $f$  ne donne aucune information sur le contenu fréquentiel du signal  $f$ . A l'inverse, la représentation de Fourier donne une information très précise en fréquence, mais ne donne aucune information temporelle. Naturellement, chacune de ces représentations contient les informations de l'autre puisque la transformation de Fourier permet de passer de l'une à l'autre. Néanmoins à chaque fois, seul un type d'information est explicitée.

La question qui vient naturellement est la suivante : existe-t-il une représentation dans laquelle on puisse lire une information mixte. Morlet et Gabor ont cherché à concevoir des fonctions de base qui se situent à mi-chemin entre ces extrêmes, c'est à dire qui ont à la fois une bonne localisation fréquentielle et une bonne localisation spatiale.

Une limite théorique dans cette perspective est bien connue : c'est l'inégalité de Heisenberg. Soit une fonction de base  $f$ , qu'on suppose de norme  $L^2$  égale à 1.

$$\int |f(t)|^2 dt = 1$$

On définit le centre  $c(f)$  et la largeur  $\Delta(f)$  d'une telle fonction par

$$c(f) = \int t|f(t)|^2 dt$$

$$\Delta(f) = \sqrt{\int (t - c(f))^2 |f(t)|^2 dt}$$

L'inégalité de Heisenberg est une inégalité fondamentale qui s'écrit pour toute fonction  $f$  de norme 1.

$$\Delta(f)\Delta(\hat{f}) \geq \frac{1}{2}$$

Si on appelle largeur fréquentielle d'une fonction  $f$  la largeur de sa transformée de Fourier  $\hat{f}$ , cette inégalité interdit

donc d'avoir une fonction avec des largeurs temporelle et fréquentielle toutes deux aussi petites que l'on veut.

On connaît également les fonctions qui réalisent le minimum de cette limite théorique ce sont les fonctions gaussiennes translatées et modulées :

$$Ae^{-(t-t_0)^2/2\Delta^2} e^{i\omega_0 t}$$

où  $A$  est un coefficient de normalisation tel que la fonction ait une norme  $L^2$  égale à 1, qui dépend de  $\Delta t$ . Pour de telles fonctions, et seulement pour ces fonctions-là, l'inégalité devient une égalité. Ces fonctions ont été appelées ondelettes de Gabor.

### B.3 Représentaions temps fréquence et temps échelle

À une telle fonction, on associe un pavé temps-fréquence, c'est à dire un rectangle dans le plan  $(t, \omega)$  centré en  $(c(f), c(\hat{f}))$  et de dimensions  $\Delta(f) \times \Delta(\hat{f})$ . Ce pavé est une représentation intuitive de la couverture en temps et en fréquence d'une fonction. On associe également à une base un pavage du plan temps-fréquence, qui est un recouvrement du plan  $(t, \omega)$  par des rectangles de couverture des fonctions de base. Si le centre des boîtes de Heisenberg est fixé comme le point des centres spatiaux et fréquentiels de la fonction, leurs dimensions sont en général choisies de telle manière que les boîtes forment une partition du plan temps-fréquence. Cette représentation a un aspect arbitraire, d'autant qu'aucun résultat ne lie le fait qu'une famille soit une base au fait que les pavés temps-fréquence de la famille recouvrent le plan.

Le pavage temps fréquence correspondant par exemple aux bases de fonctions de Dirac et de fonctions de Fourier sont des pavages par des rectangle infiniment fins et allongés qui sont représentés schématiquement dans la figure suivante.

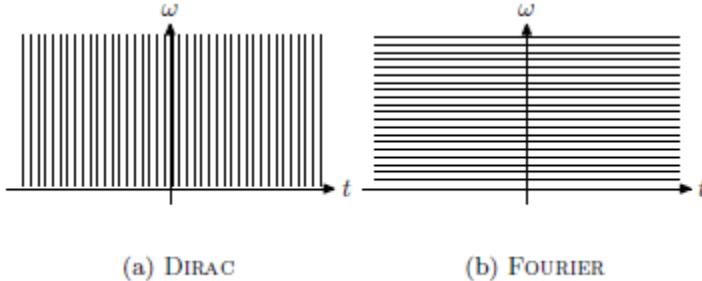


FIGURE B.2 – Pavages temps-fréquences associés aux représentations de Dirac et de Fourier

Pour représenter un signal comme combinaison de telles fonctions, il est très redondant de laisser varier indépendamment les trois paramètres  $t_0, \omega_0$  et  $\Delta t$ . Deux approches différentes ont prévalu :

- La première approche est l'approche temps-fréquence, dans laquelle la largeur spatiale  $\Delta t$  des fonctions  $g$  est indépendante de la fréquence. Les fonctions s'écrivent sous la forme

$$g_{t_0, \omega_0}(t) = e^{i\omega_0 t} g_0(t - t_0)$$

où  $g_0(t) = A_0 e^{-t^2/2\Delta t^2}$ . Ce mode d'approximation est également appelé analyse de Fourier à fenêtre.

- La deuxième approche est l'approche temps-échelle, utilisée dans la transformée en ondelettes et dans laquelle la largeur spatiale des fonctions  $g$  est inversement proportionnelle à la fréquence (le produit  $\omega_0 \Delta t$  est constant et égal à  $c$ ). On obtient alors, à un facteur de module 1 près, une forme relativement simple pour les différentes ondelettes

$$g_{t_0, \Delta t}(t) = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} g_0\left(\frac{t - t_0}{\Delta t}\right)$$

où  $g_0$  est appelée ondelette mère et peut être choisie en fonction de différentes caractéristiques. Avec

$$g_0(t) = A_0 e^{-t^2/2\Delta t^2} e^{ict}$$

Les pavages du plan temps-fréquence donnent une idée de la différence des deux approches. Dans le cas de l'analyse temps-fréquence, le pavage obtenu est un pavage par des domaines rectangulaires qui se déduisent les uns des autres par translation dans le plan temps-fréquence. Dans le cas de l'analyse temps-échelle, les domaines sont également de surface constante, mais ont une résolution relative  $\Delta\omega/\omega_0$  constante.

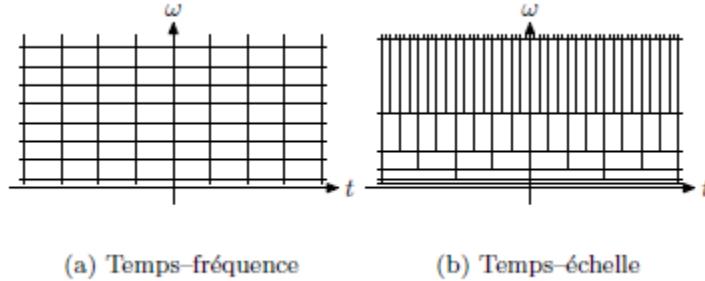


FIGURE B.3 – Pavages du plan temps-fréquence pour la représentation temps-fréquence et la représentation temps-échelle

Les ondelettes que nous allons utiliser dans la suite correspondent à l'analyse temps-échelle. Les avantages de ce mode de décomposition sont multiples. On dispose de moyens efficaces pour construire des bases discrètes pour lesquelles les calculs de transformation sont très rapides. L'analyse multi-échelles repose sur une forme de fonction unique. Enfin, dans l'analyse temps-échelle, les fonctions de base ont une taille de support proportionnelle à la résolution spatiale liée à leur fréquence par l'inégalité de Heisenberg.

## B.4 Transformée à ondelettes continue

On choisit une fonction de base  $\psi$  appelée ondelette mère qui vérifie la condition d'amisibilité

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \quad (\text{B.1})$$

On définit la transformée en ondelettes continue  $\mathcal{W}_f$  de la fonction  $f$  par la formule suivante

$$\mathcal{W}_f(t, s) = \int_{\mathbb{R}} f(\tau) \frac{1}{\sqrt{s}} \overline{\psi(\frac{\tau-t}{s})} d\tau \quad (\text{B.2})$$

La transformée inverse s'écrit

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int \int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{W}(\tau, s) \frac{1}{\sqrt{s}} \overline{\psi(\frac{t-\tau}{s})} d\tau \frac{ds}{s^2} \quad (\text{B.3})$$

En revanche, la représentation d'une fonction  $f$  par sa transformée en ondelettes n'est pas biunivoque, mais redondante, car une transformée en ondelettes vérifie une équation aux noyaux reproduisant

$$\mathcal{W}_f(t, s) = \frac{1}{C_\psi} \int \int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{W}(t, \sigma) K(\tau, t, \sigma, s) dt \frac{ds}{s^2}$$

avec un noyau  $K$  défini par

$$K(\tau, t, \sigma, s) = \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{\sqrt{\sigma s}} \psi(\frac{t'-t}{s}) \overline{\psi(\frac{t'-\tau}{\sigma})} dt'$$

## B.5 La transformée à ondelettes discrète

Morlet a proposé de construire des bases ou des *frames* de fonctions construits sur le modèle suivant

$$g_{t_0, \Delta t}(t) = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} g\left(\frac{t - t_0}{\Delta t}\right)$$

où les valeurs possibles de  $\Delta t$  sont prises sur une échelle géométrique et les paramètres de translation sont proportionnels à  $\Delta t$  :

$$\Delta t = b^j$$

$$t_0 = k\Delta t$$

Une gamme d'échelles  $\Delta t$  couramment utilisée est la gamme des échelles dyadiques  $2^j$ , et on obtient des familles constituées de fonctions de la forme  $g_0(2^j(t - 2^{-j}k)) = g(2^j t - k)$  où  $j$  et  $k$  sont des entiers relatifs. La normalisation la plus couramment utilisée étant une normalisation en norme  $L^2$ , on obtient des familles de fonctions  $(\psi_{jk})_{j,k \in \mathbb{Z}}$  où  $\psi_{jk}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$ .

Dans un article écrit en 1987, Stéphane Mallat<sup>5</sup> a mis en avant une certaine catégorie de décompositions en ondelettes qui peut être réalisées numériquement en un temps très court par une "transformée en ondelettes rapide" pour laquelle l'ondelette de base doit être écrite comme convolution infinie de filtres discrets. Plus exactement, soit un couple de filtres discrets  $(m_0, m_1)$

$$k \mapsto m_0[k] \quad k \in \mathbb{Z} \tag{B.4}$$

$$k \mapsto m_1[k] \quad k \in \mathbb{Z} \tag{B.5}$$

dont les transformées de Fourier  $\omega \mapsto m_0(\omega)$  et  $\omega \mapsto m_1(\omega)$  sont les fonctions  $2\pi$ -périodiques. On suppose qu'il existe une fonction d'échelle  $\phi$  et une ondelette  $\psi$  de  $L^2(\mathbb{R})$  telles que

$$\hat{\phi}(\omega) = \prod_{k=1}^{+\infty} m_0\left(\frac{\omega}{2^k}\right) \tag{B.6}$$

$$\hat{\psi}(\omega) = m_1\left(\frac{\omega}{2}\right)\hat{\phi}\left(\frac{\omega}{2}\right) \tag{B.7}$$

Sous certaines conditions sur  $m_0$  et  $m_1$ , la famille  $(\psi_{jk})$  est une base orthogonale, et la décomposition en ondelettes d'une fonction échantillonnée peut être effectuée par un algorithme rapide constitué d'une cascade de filtrages et de sous-échantillonnages. Cette approche réduit considérablement la complexité de la construction d'une ondelette. Au lieu de choisir une fonction, on choisit l'ensemble discret (et fini) des coefficients des deux filtres.

## B.6 Analyses multi-résolutions

Le cadre d'analyse de ces ondelettes qui s'expriment à l'aide de filtres discrets s'est considérablement développé ces dernières années, et nous disposons de tout un jeu de théorèmes reliant les propriétés des ondelettes et celles de filtres discrets. Par ailleurs, il existe plusieurs familles classiques d'ondelettes qui portent en général soit le nom de leur créateur, soit celui d'une propriété.

### B.6.1 Cadre théorique

Le cadre théorique posé par Stéphane Mallat est basé sur la notion d'analyse multi-résolutions. Une analyse multi-résolutions est une famille de sous-espaces de  $L^2(\mathbb{R})$  notée  $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$  qui ont les propriétés suivantes.

$$V_j = \left\{ \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k \phi_{jk} : a_k \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{Espace de Riesz} \tag{B.8}$$

5. MALLAT, S *Science des données*. Collège de France, Fayard, 26 septembre 2018.

$$V_j \subset V_{j+1} \quad (\text{B.9})$$

$$\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad (\text{B.10})$$

$$\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R}) \quad (\text{B.11})$$

Les ondelettes apparaissent naturellement comme un moyen d'écrire la différence entre deux espaces  $V_j$  et  $V_{j+1}$  consécutifs. On construit pour cela un espace de Riesz  $W_0$  tel que

$$V_0 \oplus W_0 = V_1 \quad (\text{B.12})$$

L'espace  $W_0$  est engendré par une fonction  $\psi$

$$W_0 = \left\{ t \mapsto \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_k \psi(t - k) : d_k \in \mathbb{R} \right\}$$

Ceci impose que la fonction  $\psi$  soit dans l'espace  $V_1$ , et s'écrit comme combinaison linéaire des fonctions  $(t \mapsto \phi(2t - k))_{k \in \mathbb{Z}}$

$$\psi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} m_1[k] \phi(2t - k) \quad (\text{B.13})$$

Ainsi paraît le deuxième filtre discret  $m_1$ .

On montre que les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  sont alors définies par les seules données des filtres discrets  $m_0$  et  $m_1$ . Les formules sont

$$\hat{\phi}(\omega) = \prod_{k=1}^{+\infty} m_0\left(\frac{\omega}{2^k}\right) \quad (\text{B.14})$$

$$\hat{\psi}(\omega) = m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \hat{\phi}\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (\text{B.15})$$

## B.6.2 Les bases d'ondelettes

La relation (B.12) se transpose à toutes les échelles  $j$

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1} \quad (\text{B.16})$$

on obtient par itérations de cette relation

$$V_j \oplus W_j \oplus \dots \oplus W_{j'-1} = W_{j'} \quad \text{si } j < j' \quad (\text{B.17})$$

En faisant tendre  $j'$  vers  $+\infty$  et on obtient deux relations

$$L^2(\mathbb{R}) = V_j \oplus \overline{\bigoplus_{j'=j}^{+\infty} W_{j'}} \quad \forall j \in \mathbb{Z} \quad (\text{B.18})$$

$$L^2(\mathbb{R}) = \overline{\bigoplus_{j'=-\infty}^{+\infty} W_{j'}} \quad (\text{B.19})$$

La réunion des bases de Riesz de chacun des espaces de ces sommes directes fournit aussi plusieurs bases d'ondelettes

$$\mathcal{B}_j = \{\phi_{jk} : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\psi_{j'k} : j' \geq j, k \in \mathbb{Z}\} \quad (\text{B.20})$$

### B.6.3 Transformée à ondelettes

La transformée à ondelettes s'applique à des signaux échantillonnés sur une grille discrète, et en général cet échantillonnage consiste à approcher une fonction de  $L^2(\mathbb{R})$  par

$$f = \sum_{k \in \mathbb{Z}} 2^{j/2} f[k/2^j] \phi_{jk}$$

où l'échantillon  $f[k/2^j]$  peut lui aussi être estimé par

$$f[k/2^j] \sim f(k/2^j)$$

Le signal original est représenté est donc représenté sur une base de Riesz de  $V_j$ . Appliquer à ce signal une transformation en ondelettes jusqu'à l'échelle  $L \in \mathbb{Z}$  revient à représenter ce signal sur une base adaptée à la somme directe

$$V_L \oplus W_L \oplus W_{L+1} \oplus \dots \oplus W_{j-1}$$

L'algorithme de transformation est itératif et consiste à remplacer la représentation d'une composante sur  $V_{j'}$  par une représentation sur  $V_{j'-1} \oplus W_{j'-1}$ . On passe ainsi successivement par des décompositions adaptées aux différentes sommes directes suivantes

$$V_{j-1} \oplus W_{j-1}$$

$$V_{j-2} \oplus W_{j-2} \oplus W_{j-1}$$

⋮

$$V_L \oplus W_L \oplus W_{L+1} \oplus \dots \oplus W_{j-1}$$

### B.6.4 Filtres duals, ondelettes duales

L'itération de base de transformations en ondelettes est donc un changement de base entre les deux décompositions suivantes

$$V_{j+1} \rightarrow V_j \oplus W_j$$

Elle s'écrit comme une correspondance

$$l_2(\mathbb{Z}) \rightarrow l_2(\mathbb{Z}) \times l_2(\mathbb{Z})$$

$$(a_{j+1,k})_{k \in \mathbb{Z}} \mapsto [(a_{jk})_{k \in \mathbb{Z}}, (d_{jk})_{k \in \mathbb{Z}}]$$

Si on note  $A_j$  et  $D_j$  les fonctions  $2\pi-$  périodique dont les coefficients sont les suites discrètes  $k \mapsto a_{jk}$  et  $k \mapsto d_{jk}$

$$A_j(\omega) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_{jk} e^{-ik\omega}$$

$$D_j(\omega) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{jk} e^{-ik\omega}$$

l'itération de base s'écrit comme l'application d'une matrice de transfert :

$$\begin{bmatrix} A_j(2\omega) \\ D_j(2\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0(\omega) & m_0(\omega + \pi) \\ m_1(\omega) & m_1(\omega + \pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{j+1}(\omega) \\ A_{j+1}(\omega + \pi) \end{bmatrix}$$

Une condition nécessaire pour que cette transformation soit inversible est donc que la matrice de transfert

$$T(\omega) = \begin{pmatrix} m_0(\omega) & m_0(\omega + \pi) \\ m_1(\omega) & m_1(\omega + \pi) \end{pmatrix}$$

soit bornée d'inverse bornée sur  $[0, 2\pi]$ . Dans ce cas, on appelle matrice de transfert duale la matrice  $\tilde{T}(\omega) = T(\omega)^{-T}$ . Il existe deux autres fonctions  $2\pi$ -périodiques  $\tilde{m}_0$  et  $\tilde{m}_1$  telles que  $\tilde{T}(\omega)$  s'écrive

$$\tilde{T}(\omega) = \begin{pmatrix} \tilde{m}_0(\omega) & \tilde{m}_0(\omega + \pi) \\ \tilde{m}_1(\omega) & \tilde{m}_1(\omega + \pi) \end{pmatrix}$$

Ces filtres définissent les ondelettes duales  $\tilde{\phi}$  et  $\tilde{\psi}$  par des relations identiques à (B.14) et (B.15)

$$\tilde{\phi}(\omega) = \prod_{k=1}^{+\infty} \tilde{m}_0\left(\frac{\omega}{2^k}\right) \quad (\text{B.21})$$

$$\tilde{\psi}(\omega) = \tilde{m}_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \tilde{\phi}\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (\text{B.22})$$

Les fonctions  $\tilde{\phi}$  et  $\tilde{\psi}$  sont donc des ondelettes duales dans le sens où pour tout  $j$ , on a les formules de décomposition sur  $L^2(\mathbb{R})$

$$f = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \tilde{\phi}_{jk} \rangle \phi_{jk} + \sum_{j' \geq j, k \in \mathbb{Z}} \langle f, \tilde{\psi}_{j'k} \rangle \psi_{j'k} \quad (\text{B.23})$$

pour tous  $j \in \mathbb{Z}$  et  $f \in L^2(\mathbb{Z})$ , et en faisant tendre  $j$  vers  $-\infty$  la formule de décomposition homogène

$$f = \sum_{j, k \in \mathbb{Z}} \langle f, \tilde{\psi}_{jk} \rangle \psi_{jk} \quad (\text{B.24})$$

### B.6.5 Algorithme de la transformée à ondelettes rapide

Les coefficients des filtres  $m_0, m_1$  et des filtres duaux  $\tilde{m}_0$  et  $\tilde{m}_1$  interviennent dans le calcul des changements de base

$$\{\phi_{jk} : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\psi_{jk} : k \in \mathbb{Z}\} \leftrightarrow \{\phi_{j+1,k} : k \in \mathbb{Z}\}$$

avec les formules suivantes :

— dans le sens de transformation dit "direct" (*forward wavelet transform FWT*), on a

$$a_{jk} = 2 \sum_{l \in \mathbb{Z}} \tilde{m}_0[k] a_{j+1, 2l-k}$$

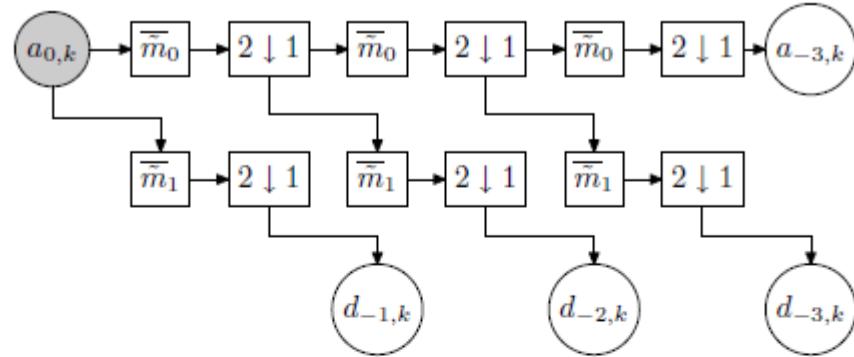
$$d_{jk} = 2 \sum_{l \in \mathbb{Z}} \tilde{m}_1[k] a_{j+1, 2l-k}$$

— et dans le sens de transformation inverse (*inverse wavelet transform IFWT*), on obtient

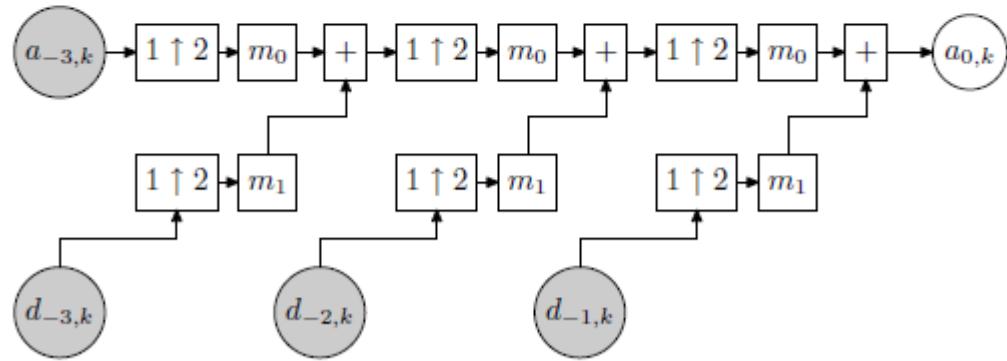
$$a_{j+1,k} = \frac{1}{2} \sum_{l \in \mathbb{Z}} m_0[2l - k] a_{jl} + m_1[2l - k] d_{jl}$$

Des schémas de transformation directe et de transformation inverse sont représentés sur la figure suivante entre les échelles  $j = 0$  et  $j = -3$ .

Pour un nombre fini  $N$  d'échantillons, une transformation en ondelettes (jusqu'à n'importe quelle profondeur autorisée par la taille de l'échantillon) prend moins de  $A \times N$  opération, où la constante  $A$  dépend naturellement de la taille des filtres.



(a) Transformée directe



(b) Transformée inverse

FIGURE B.4 – Transformées en ondelettes rapides. Les cercles sur fond grisé désignent les composantes d'entrée, tandis que les cercles sur fond blanc désignent les composantes de sortie

## Annexe C

# Outils mathématiques pour la classification : détail du calcul des variances inter-classes et intra-classes

L'objectif de cette annexe<sup>1</sup> est d'expliquer comment optimiser mathématiquement une classification LDA. On rappelle que, lors d'une telle classification, on souhaite maximiser la distances entre les moyennes des différentes classes tout en minimisant la dispersion à l'intérieur de chaque classe. Pour une classification comprenant deux classes, cela revient à optimiser l'équation suivante :

$$\frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{((s_1)^2 + (s_2)^2)^2}$$

où  $\mu_1$  et  $\mu_2$  représentent respectivement les moyennes de la 1ère et de la 2ème catégorie,  $s_1$  et  $s_2$  représentent respectivement les dispersions dans la 1ère et dans la 2ème catégorie.

### C.1 Calcul de la distance entre les moyennes des classes : variance inter-classes ( $S_b$ )

On se place dans le cas non trivial d'un problème non binaire (nombre de classes à considérer supérieur à 2).

Le calcul de la variance inter-classes consiste à mesurer la distance entre les moyennes de chaque classe et un point central, moyenne de tous les échantillons.

On fait les hypothèses suivantes : Soit  **$X$  la matrice des données** non classées :  $X = x_1, x_2, \dots, x_N$  où  $x_i$  représente le  $i$ -ème échantillon. Chaque échantillon est représenté par un nombre  $M$  de caractéristiques. ( $x_i \in \mathbb{R}^M$ ). Visuellement, cela signifie que chaque  $x_i$  est représenté par un point dans un espace à  $M$  dimensions.

Le nombre de classes  $c$  à différencier est fixé à  $c = 3$ . Cela revient à partitionner la matrice des données en 3 ensembles  $X = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]$ . On suppose également que chacune des 3 classes contient un nombre d'échantillons égal à 5 ( $n_1 = n_2 = n_3 = 5$ ). Le nombre total d'échantillons  $N$  est alors donné par la somme suivante :

$$N = \sum_{i=1}^3 n_i$$

La variance inter-classe est donnée par la formule suivante

$$S_b = (W^T \mu_i - W^T \mu) = W^T (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T W \quad (\text{C.1})$$

---

1. THARWAT, A *et al.* Linear discriminant analysis : A detailed tutorial. <https://www.researchgate.net/publication/2017>.

Où  $W^T \mu_i$  représente la projection de chacune des moyennes des 3 classes,  $W^T \mu$  représente la projection de la moyenne totale et  $W$  représente la matrice de transformation du classifieur. ( $W^T$  sa transposée). Nous verrons grâce au critère de Fisher développé plus loin que cette matrice ne sert pas directement au calcul de la variance inter-classes, cependant, on peut déduire  $W$  du calcul des variances inter-classes et intra-classes (dispersion).

Les moyennes dans chacune des classes  $\mu_j$  sont calculées selon la nature et le nombre des échantillons dans la classe :

$$\mu_j = \frac{1}{n_j} \sum_{x_i \in \omega_j} x_i$$

Les échantillons étant donnés sous forme matricielle ( $x_i \in \mathbb{R}^M$ ),  $\mu_j$  est également sous forme matricielle.

La moyenne totale  $\mu$  est donnée par

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Le terme  $(\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T$  représente la distance entre la moyenne de la  $i$ -ème classe et la moyenne totale ( $\mu$ ). En d'autres termes il s'agit de la variance inter-classe de la  $i$ -ème classe  $S_{b_i}$ .

La variance inter-classe totale ( $S_b$ ) se déduit directement des variances inter-classes " partielles " ( $S_{b_i}$ ), propres à chaque classe et du nombre d'échantillons dans chaque classe  $n_i$

$$S_b = \sum_{i=1}^c n_i S_{b_i}$$

## C.2 Calcul de la dispersion à l'intérieur de chaque classe : variance intra-classe ( $S_w$ )

Comme pour le calcul de la variance inter-classe, on va se servir des variances intra-classes " partielles " afin d'en déduire la variance intra-classe " totales ". La variance intra-classe de la  $j$ -ème classe ( $S_{w_j}$ ) représente la distance entre la moyenne propre à la classe et les échantillons de la classe. Elle est donnée par la formule suivante :

$$S_{W_j} = \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \mu_j)(x_{ij} - \mu_j)^T$$

où  $x_{ij}$  représente le  $i$ -ème échantillon de la  $j$ -ème classe.

La variance intra-classe totale est donnée par la somme des matrices représentant les variances intra-classes partielles :

$$S_W = \sum_{i=1}^3 S_{W_i} = \sum_{x_i \in \omega_1} (x_i - \mu_1)(x_i - \mu_1)^T + \sum_{x_i \in \omega_2} (x_i - \mu_2)(x_i - \mu_2)^T + \sum_{x_i \in \omega_3} (x_i - \mu_3)(x_i - \mu_3)^T$$

## C.3 Critère de Fisher : calcul de la matrice de passage $W$ , construction de l'espace de dimension réduite

On admet la relation suivante :

$$S_W W = \lambda S_B W \tag{C.2}$$

où  $\lambda$  représente les valeurs propres de la matrice de passage ( $W$ ). Si ( $W$ ) est inversible, alors  $W = S_W^{-1} S_B$ .

La solution du problème (C.2) est obtenue en calculant les valeurs propres et les vecteurs propres correspondant.

Les vecteurs propres nous renseignent sur les directions du nouvel espace créé par le LDA ; ils représentent les axes de ce nouvel espace. Les valeurs propres associées donnent un ordre d'importance à ces vecteurs : elles pondèrent l'espace LDA en donnant plus d'importance aux vecteurs ayant la plus grande capacité à discriminer les classes, c'est-à-dire ceux qui permettent d'augmenter la variance inter-classe et de diminuer la variance intra-classe de manière optimale.

Cette pondération est essentielle car elle permet de construire l'espace de moindre dimension en ne se servant que des vecteurs les plus " efficaces " : les vecteurs les moins efficaces étant négligés.

## Annexe D

# Description des "boîtes" utilisées dans nos scénarios

Cette annexe est une liste décrivant toutes les boîtes que nous utilisons dans nos différents scénarios.

**Launch.** Envoie une stimulation lorsque l'expérimentateur appuie sur *play*, cette boîte permet de déclencher les scénarios.

**P300 Speller Stimulator.** Cette boîte est utilisée pour générer une séquence de stimulation en deux dimensions afin d'initier une réponse P300 de la part de l'utilisateur. Paramétré de manière optimale, le P300 Speller Stimulator permet de générer toutes les stimulations de marquage nécessaires à l'expérience (début/arrêt d'un flash, début/arrêt de l'envoi de stimuli...). Les paramètres choisis pour notre expérimentation sont détaillés ci-dessous.

- |  |  |
|--|--|
| — Nombres de colonnes : 6  | — Durée du flash : 0.2 secondes            |
| — Nombres de lignes : 6  | — Durée du non-flash : 0.1 seconde         |
| — Nombre de répétitions (nombre de fois où un ligne / colonne s'illumine au cours d'un essai) : 12 | — Délai entre deux répétitions : 1 seconde |
| — Nombre d'essais : 10   | — Délai entre deux essais : 3 secondes     |

Il est à noter que cette boîte prend en entrée une stimulation et fournit en sortie une autre stimulation contenant les informations caractérisant la matrice.

**Target Letter Generation.** Cette boîte permet de demander à l'utilisateur de focaliser son attention sur une lettre en particulier. Elle enregistre si le stimulus est cible (illumination d'une ligne/colonne contenant la lettre cible imposée sur laquelle se concentre l'utilisateur) ou non cible (illumination d'une ligne/colonne qui ne contient pas la lettre cible imposée). Cette information est notée dans la stimulation d'entraînement.

**P300 Speller Visualisation.** Le fonctionnement de cette boîte est relié à celui du **P300 Speller Stimulator**. Elle permet d'afficher la matrice créée par **P300 Speller Stimulator** et définit ses caractéristiques visuelles selon les paramètres (RGB et pt) suivants.

- |   |  |
|---|--|
| — Couleur du fond pour l'illumination : (5,5,5)   | — Couleur de la lettre cible : (10,10,30)            |
| — Taille de la police pendant l'illumination : 60 | — Taille de la lettre cible : 40                     |
| — Couleur du fond : (0,0,0)                       | — Couleur du fond de la lettre résultat : (10,40,10) |
| — Couleur des lettres : (25,25,25)                | — Couleur de la lettre résultat : (60,100,60)        |
| — Taille des lettres : 40                         | — Taille de la lettre résultat : 40                  |
| — Couleur du fond d'une lettre cible : (20,20,70) |  |

**Acquisition client.** Ce boîte permet de récupérer les données EEG du réseau et de les distribuer dans le scénario via le serveur OpenVIBE paramétré sur le port et sur le Driver correspondant au casque.

**Generic Stream writer.** Cette boîte permet d'enregistrer le flux de OpenVIBE (signal cérébral, stimulation etc..) dans un fichier .ov

**Generic Stream reader.** Cette boîte permet de lire un fichier .ov et de le distribuer dans le scénario

**Player Controlled.** Dans le cadre de notre expérimentation cette boîte permet l'arrêt du scénario.

**Channel Selector.** Cette boîte permet de sélectionner (ou de rejeter) certains signaux provenant des électrodes du casque EEG.

**Temporal Filter.** Cette boîte permet d'appliquer un filtre afin de traiter le signal. Dans le cadre de notre expérimentation il s'agit d'un filtre Butterworth passe-bande. L'ondulation de la bande est à 0,5 dB, l'ordre de filtrage est de 4, le *Low cut* à 1 Hz et le *High Cut* à 20 Hz.

**Signal Decimation.** Cette boîte permet de réduire la fréquence d'échantillonnage par un diviseur de la fréquence d'échantillonnage d'origine. En d'autres termes, cette boîte permet le sous-échantillonnage. Dans notre cas le diviseur de fréquence vaut 4.

**Stimulation based epoching.** Cette boîte permet de sélectionner un signal à proximité d'un événement spécifique. Cet événement est envoyé à la boîte sous la forme d'une Stimulation OpenVIBE. Dans notre cas, elle sélectionne les 600 milli-secondes qui suivent la réception de la stimulation.

**Identity.** Il s'agit d'une boîte-relais qui n'effectue pas d'action à proprement parler mais qui contribue à améliorer la lisibilité d'un scénario.

**Epoch Average.** Cette boîte permet d'extraire les caractéristiques d'une portion de signal.

**Feature aggregator.** Cette boîte permet de regrouper les entités qu'elle reçoit via ses entrées dans un vecteur d'entité pouvant être utilisé pour la classification.

**Classifier Trainer.** Cette boîte permet d'effectuer un entraînement du classifieur avec une estimation d'erreur basée sur la validation croisée. Dans notre cas, le classifieur est un classifieur LDA, et nous avons deux classes à différencier, cible et non-cible. Le nombre de partitions pour la validation croisée est de 5.

**Classifier Processor.** Cette boîte fonctionne en association avec le **Classifier Trainer**. Son rôle est de classer les vecteurs d'entités entrants à l'aide d'un classifieur précédemment entraîné.

**P300 accumulator.** Cette boîte permet de déterminer la lettre résultat. Son fonctionnement repose sur un système de vote. Lorsqu'à l'issue d'une illumination ligne ou colonne le système détecte un P300, cette boîte appose un "vote" sur la ligne ou la colonne en question. A la fin de l'essai, la lettre cible est identifiée en tant qu'intersection de la ligne et de la colonne comportant le plus de votes.

## Annexe E

# Gestion du projet

Tout au long de ce projet, nous avons dû gérer une organisation en trinôme. Afin de faciliter nos échanges nous avons eu recours à l'utilisation d'une plateforme de partage de documents (Google Drive). Ce service nous a permis de communiquer rapidement sur le travail à faire, en cours et celui déjà fait. Par ailleurs nous avons choisi de réaliser tous les livrables liés à ce projet avec le langage L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. L'un des membres du groupe étant déjà expérimenté quant à l'utilisation de ce langage, il a pu initier les autres afin de garantir une meilleure cohésion et harmonisation de nos rendus. D'autre part, la rédaction via L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xétant devenue la norme dans de nombreux domaines scientifiques, cet apprentissage nous sera utile dans le futur.

Grâce à ces deux outils nous avons pu nous répartir le travail selon les envies et compétences de chacun. Nous pouvions aisément consulter les avancées de nos travaux, les corriger ainsi qu'effectuer des ajouts. Toutes nos expériences ont été réalisées en trinôme, avec l'aide de notre tutrice. Les différentes tâches que nous avons été emmenés à effectuer au cours de ce projet sont répertoriées dans la figure suivante. Les rencontres avec notre tutrice ou autre intervenant extérieur au projet sont symbolisées par un carré orange. Les carrés rouges représentent les évaluations.

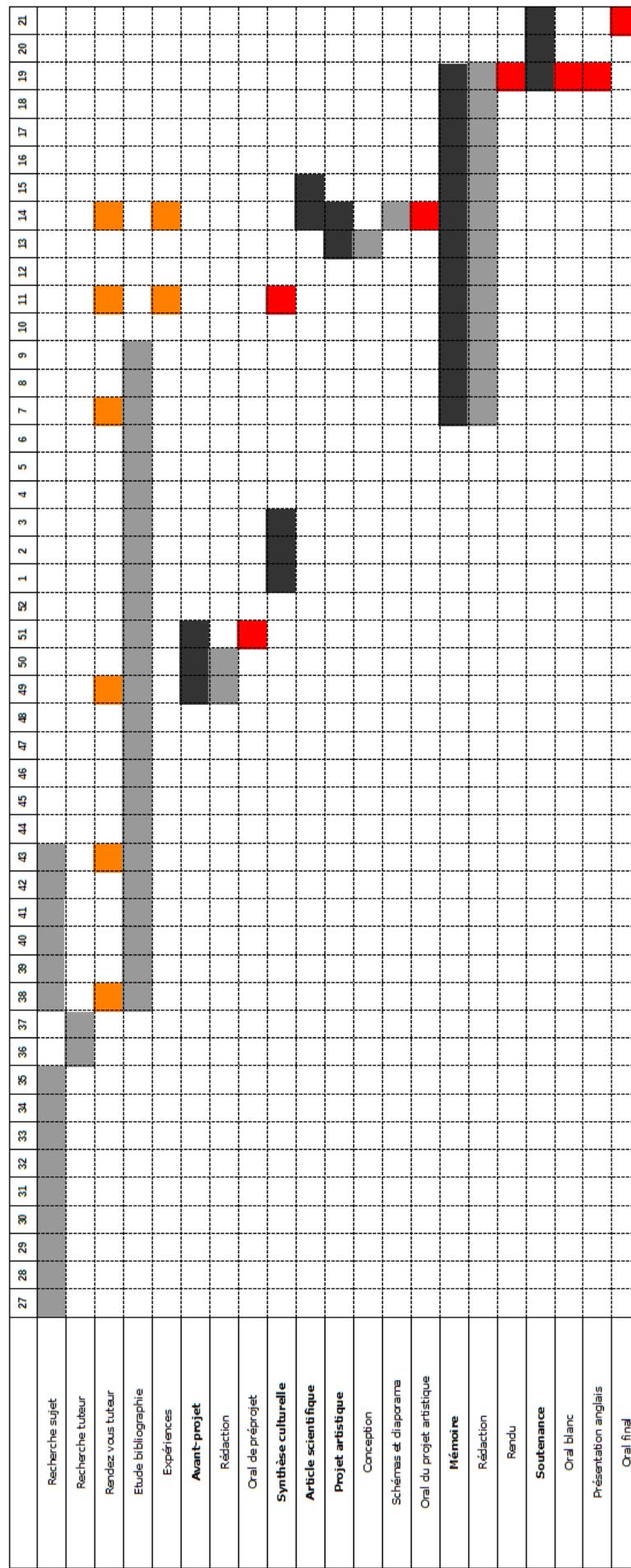


FIGURE E.1 – Diagramme de Gantt de notre organisation

# Table des figures

1.1	<a href="https://www.semanticscholar.org/paper/Rapid-Communication-with-a--Matrix-Speller-Brunner">https://www.semanticscholar.org/paper/Rapid-Communication-with-a--Matrix-Speller-Brunner</a>	3
1.2	<a href="https://fr.wikipedia.org/wiki/Lobe_(cerveau)">https://fr.wikipedia.org/wiki/Lobe_(cerveau)</a>	4
1.3	<a href="https://www.researchgate.net/figure/Recorded-scalp-electrode-positions">https://www.researchgate.net/figure/Recorded-scalp-electrode-positions</a>	7
2.1	<a href="http://www.f-legrand.fr/scidoc/docimg/numerique/tfd/echantillonnage/echantillonnage.html">http://www.f-legrand.fr/scidoc/docimg/numerique/tfd/echantillonnage/echantillonnage.html</a>	10
2.2	<a href="http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Analyse/Fourier.htm">http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Analyse/Fourier.htm</a>	11
2.3	<a href="https://perso.crans.org/dandrimont/rapports/Montage-05-FiltresActifs.pdf">https://perso.crans.org/dandrimont/rapports/Montage-05-FiltresActifs.pdf</a>	12
2.4	<a href="http://www.tsi.enst.fr/pages/enseignement/ressources/mti/donoho/Decomposition/Decomposition.htm">http://www.tsi.enst.fr/pages/enseignement/ressources/mti/donoho/Decomposition/Decomposition.htm</a>	12
2.5	<a href="http://www.tsi.enst.fr/pages/enseignement/ressources/mti/donoho/Decomposition/Decomposition.htm">http://www.tsi.enst.fr/pages/enseignement/ressources/mti/donoho/Decomposition/Decomposition.htm</a>	13
2.6	<a href="http://www.tsi.enst.fr/pages/enseignement/ressources/mti/donoho/Decomposition/Decomposition.htm">http://www.tsi.enst.fr/pages/enseignement/ressources/mti/donoho/Decomposition/Decomposition.htm</a>	14
2.7	<a href="https://www.semanticscholar.org/paper/Filtrage-spatial-robuste">https://www.semanticscholar.org/paper/Filtrage-spatial-robuste</a>	15
2.8	Image personnelle	15
2.9	Image personnelle	15
2.10	<a href="http://www.loria.fr/fr/sortie-du-livre-les-interfaces-cerveau-ordinateur">http://www.loria.fr/fr/sortie-du-livre-les-interfaces-cerveau-ordinateur</a>	17
2.11	Image personnelle	19
2.12	Image personnelle	19
2.13	Image personnelle	19
2.14	Image personnelle	20
3.1	Image personnelle	21
3.2	Image personnelle	21
3.3	Image personnelle	22
3.4	Serveur d'acquisition de la plateforme OpenVIBE. Le dispositif matériel EEG utilisé peut être sélectionné à partir d'un menu déroulant et ses propriétés peuvent être configurées. Lorsqu'on clique sur le bouton <i>Play</i> , le serveur d'acquisition commence à envoyer des données à des applications clients telles que le Designer d'OpenVIBE	22
3.5	Image personnelle	24
3.6	Image personnelle	24
3.7	Image personnelle	24
3.8	Image personnelle	25
3.9	Image personnelle	26

3.10	Image personnelle . . . . .	27
3.11	Image personnelle . . . . .	27
3.12	Image personnelle . . . . .	27
3.13	Image personnelle . . . . .	27
3.14	Image personnelle . . . . .	28
3.15	Image personnelle . . . . .	29
3.16	Image personnelle . . . . .	30
3.17	<a href="https://www.researchgate.net/figure/Components-of-a-BCI-system-signals-from-the-users-brain-area-fig1_267792090">https://www.researchgate.net/figure/Components-of-a-BCI-system-signals-from-the-users-brain-area-fig1_267792090</a> . . . . .	31
3.18	<a href="https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fnins.2018.00517/full">https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fnins.2018.00517/full</a> . . . . .	32
A.1	Trois filtres laplaciens appliqués à l'électrode $Cz$ (rouge). La moyenne des signaux mesurés en $C3, C4, Fz$ et $Pz$ (bleu) est retirée au canal $Cz$ (rouge) pour le filtre laplacien large. Les électrodes utilisées pour un filtre laplacien moyen et étroit sont représentées en vert et orange respectivement. . . . .	37
B.1	(a) Signal : sinus à 200Hz + bruit et (b) sa transformée de Fourier pour les fréquences positives . . . . .	41
B.2	Pavages temps-fréquences associés aux représentations de Dirac et de Fourier . . . . .	42
B.3	Pavages du plan temps-fréquence pour la représentation temps-fréquence et la représentation temps-échelle . . . . .	43
B.4	Transformées en ondelettes rapides. Les cercles sur fond grisé désignent les composantes d'entrée, tandis que les cercles sur fond blanc désignent les composantes de sortie . . . . .	48
E.1	Diagramme de Gantt de notre organisation . . . . .	55