Poznámky

1. Prepočet PID → PSD

Použitím vzťahov pre výpočet q_0, q_1, q_2

Typ náhrady:	q_0	q_1	q_2
Obdĺžniková náhrada (backward)	$q_0 = P\left(1+\frac{T_v}{T_i}+\frac{T_d}{T_v}\right)$	$-P\left(1+\frac{2T_d}{T_V}\right)$	$\frac{PT_d}{T_V}$
Obdĺžniková náhrada (forward)	$q_0 = P(1+\frac{T_d}{T_v})$	$q_1 = -P(1-\frac{T_v}{T_i}+2\frac{T_d}{T_v})$	$q_2 = P\frac{T_d}{T_v}$
Lichobežníková náhrada	$q_0 = P(1+\frac{T_v}{2T_i}+\frac{T_d}{T_v})$	$q_1 = -P(1+2\frac{T_d}{T_v}-\frac{T_v}{2T_i})$	$q_2 = P\frac{T_d}{T_v}$

Aproximatívnym prepočtom použitím obdĺžnikovej, lichobežníkovej náhrady

$$G_R(s) = P\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right) = P + \frac{P}{T_i s} + PT_d s$$

Obdĺž. náhrada „forward“, s=(z-1)/T):

$$G_R(s) = P + \frac{P}{T_i}\frac{T}{z-1} + \frac{PT_d}{T}(z-1)$$

Obdĺž. náhrada „backward“, s=(z-1)/Tz):

$$G_R(s) = P + \frac{P}{T_i}\frac{Tz}{(z-1)} + \frac{PT_d}{T}\frac{(z-1)}{z}$$

Úpravou dostaneme koeficienty uvedené v tabuľke.

2. Určenie prechodovej funkcie v Matlabe

G(s) → G(z): Bez správne určenej prechodovej funkcie h(t) sa nedopracujeme k očakávanému výsledku…

V Matlabe získame prechodovú funkciu príkazom *ilaplace* z Toolboxu Symbolic.

```
>> syms s
>> Gss=0.065/(0.35*s^3+0.06*s^2+0.003*s)   %G(s)/s

Gss =13/(200*((7*s^3)/20 + (3*s^2)/50 + (3*s)/1000))

>> h=ilaplace(Gss)  %výpočet inverznej Laplaceovej transformacie

h = 65/3 - (65*(cos((2^(1/2)*3^(1/2)*t)/70) +
      2^(1/2)*3^(1/2)*sin((2^(1/2)*3^(1/2)*t)/70)))/(3*exp((3*t)/35))

>> h=vpa(h,3) % uprava

h = 21.67 - (21.67*(cos(0.035*t) + 2.449*sin(0.035*t)))/exp(0.0857*t)
```

Stabilita spojitých a diskrétnych systémov

Spojitý systém je **asymptoticky stabilný**, ak jeho póly/vlastné čísla ležia *v otvorenej ľavej polrovine komplexnej roviny*.

Systém je **na hranici stability**, ak sa jeho póly nachádzajú *v otvorenej ľavej polrovine komplexnej roviny s výnimkou jednoduchých pólov na imaginárnej osi* (jeden reálny pól alebo jedna dvojica komplexne združených oólov).

Vo všetkých ostatných prípadoch je **systém nestabilný**.

Diskrétny systém je **asymptoticky stabilný**, ak jeho póly/vlastné čísla ležia *vnútri jednotkového kruhu*.

Systém je **na hranici stability**, ak sa jeho póly nachádzajú *v otvorenej ľavej polrovine komplexnej roviny s výnimkou jednoduchých pólov na jednotkovej kružnici* (jeden reálny pól alebo jedna dvojica komplexne združených oólov).

Vo všetkých ostatných prípadoch je **systém nestabilný**.

Vyšetrovanie stability diskrétnych systémov

1. Výpočtom pólov URO

Diskrétny lineárny systém je asymptoticky stabilný, ak všetky póly diskrétnej prenosovej funkcie sú umiestnené v jednotkovom kruhu

$$A(z) = (z - z_1)(z - z_2)\ldots(z - z_n)$$

$$\boxed{|z_i| < 1}$$

2. Použitím bilineárnej transformácie

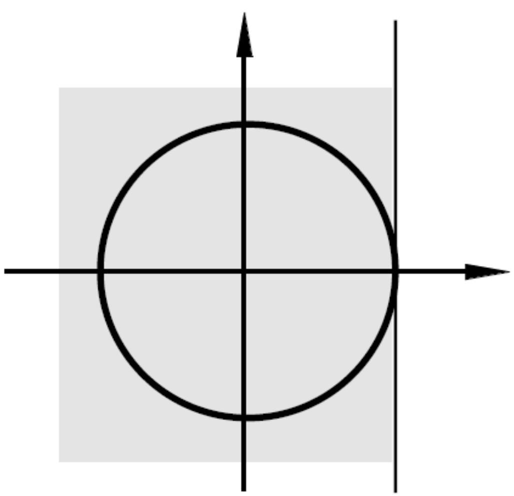
$$\boxed{z = \frac{w + 1}{w - 1}}$$

(zobrazenie jednotkového kruhu na imaginárnu os. Vnútro jednotkového kruhu sa zobrazí do ľavej polroviny w-roviny). Na vyšetrenie stability je potom možné použiť rovnaké metódy ako pre spojité systémy.

Stabilita aproximovaných diskrétnych prenosových funkcií

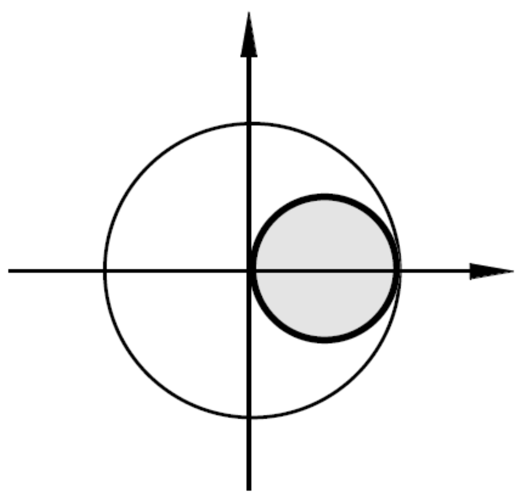
Pri použití jednotlivých typov aproximácií (obdĺžniková pravá/ľavá, lichobežníková) sa ľavá (stabilná) polrovina v „s“ – komplexnej rovine zobrazí do „z“- komplexnej roviny na oblasť vyznačenú sivou farbou (obrázky zobrazujú jej polohu vzhľadom na jednotkový kruh).

$$s = \frac{z-1}{T}$$



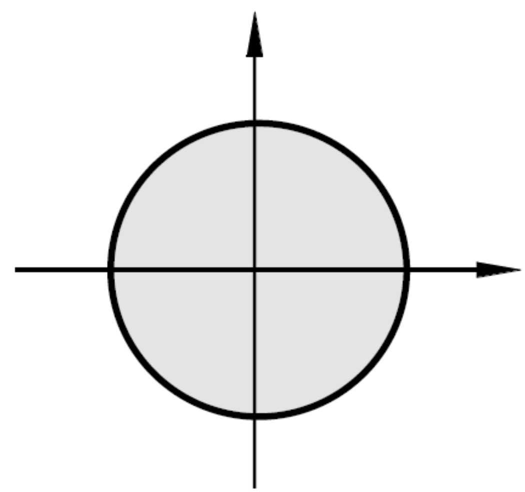
Forward differences

$$s = \frac{z-1}{zT}$$



Backward differences

$$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$$



Tustin

Určovanie originálov k Z-obrazom funkcií (spätná Z-transformácia)

Môžeme použiť 3 postupy:

1. rozvojom do mocninového radu
2. rozkladom na parciálne zlomky
3. metódou rezíduí

1. Rozvoj do mocninového radu – vychádza z definície Z-transformácie.

$$F(z) = Z\left\{f(kT)\right\} = Z\left\{f(k)\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k} = f(0) z^{0} + f(1) z^{-1} + f(2) z^{-2} + \ldots$$

Výslednú postupnosť hodnôt diskrétnej funkcie dostaneme delením čitateľa menovateľom (*long division*).
Rovnaký postup platí pre delenie polynómov v kladných i záporných mocninách.

2. Rozklad na parciálne zlomky

Odporúčaný postup:

- Rozklad na parciálne zlomky realizovať pre Y(z)/z
  Následne jednotlivé parciálne zlomky prenásobiť z
- Nájsť originály k Z-obrazom jednotlivých zlomkov z tabuľky Z-transformácií

3. Metóda rezíduí – analógia Heavisideovho rozvojového vzorca pre spätnú Laplaceovu transformáciu. Získame predpis v uzavretej forme.

$$y(kT) = \sum_i \frac{1}{(r_i - 1)!} \lim_{z \to z_i} \frac{d^{r_i - 1}}{ds^{r_i - 1}} [(z - z_i)^{r_i} Y(z) z^{k-1}]$$

Príklad 1: Určte originál k Z-obrazu diskrétnej funkcie

$$X(z) = \frac{z}{z^2 - 3z + 2}$$

- delením čitateľa menovateľom
- rozkladom na parciálne zlomky

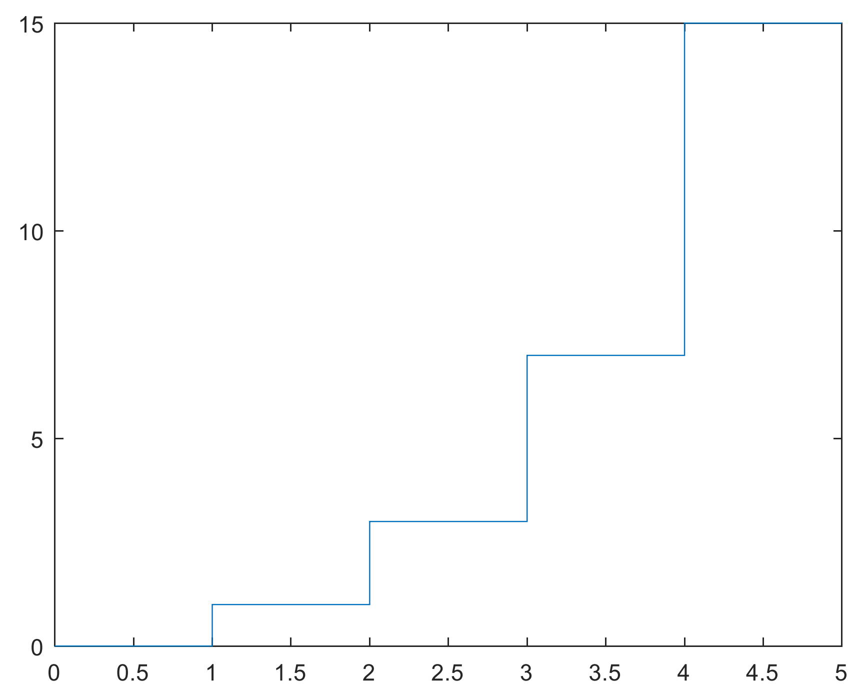
Riešenie - delenie čitateľa menovateľom:

$$z : \left(z^2 - 3z + 2\right) = z^{-1} + 3z^{-2} + 7z^{-3} + 15z^{-4} + \cdots$$

$$x(0) = 0$$
$$x(1) = 1$$
$$x(2) = 3$$
$$x(3) = 7$$
$$x(4) = 15$$
$$\vdots$$

Matlab:
deconv – delenie polynómov; ak chceme získať koeficienty pri záporných mocninách do delenca je potrebné doplniť nuly

stairs – vykreslenie „schodovitého“ priebehu



Riešenie – rozkladom na parciálne zlomky:

$$X(z) = \frac{z}{z^2 - 3z + 2}$$

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$$

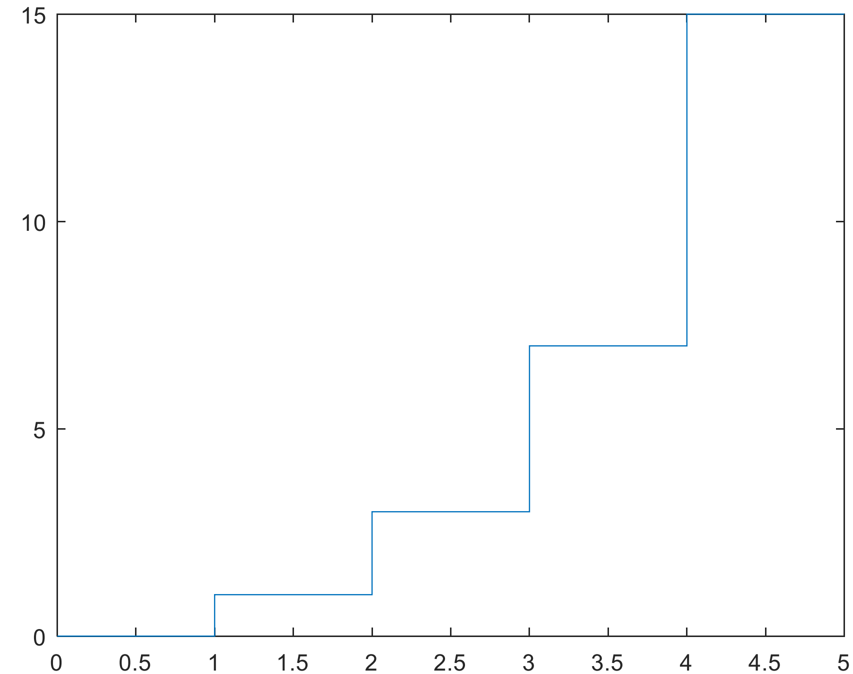
[r,p,k]=residue(1,[1 -3 2])

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{1}{z-2} - \frac{1}{z-1}$$

$$X(z) = \frac{z}{z-2} - \frac{z}{z-1}$$

$$x(k) = 2^k - 1$$

$$x(0) = 0$$
$$x(1) = 1$$
$$x(2) = 3$$
$$x(3) = 7$$
$$x(4) = 15$$
$$\vdots$$



Príklad 1: Určte originál k Z-obrazu diskrétnej funkcie

$$X(z) = \frac{z}{z^2 - 3z + 2}$$

- rozkladom na parciálne zlomky
- delením čitateľa menovateľom

Príklad 2: Vypočítajte diskrétnu prechodovú funkciu h(kT) systému, ktorého prenosová funkcia je

$$G(z) = \frac{0.6796z + 0.4912}{z^2 - 0.9926z + 0.3829}$$

Diskrétna prenosová funkcia bola získaná prepočtom zo spojitej prenosovej funkcie s periódou vzorkovania T=0.8s

$$G(s) = \frac{3}{s^2 + 1.2s + 1}$$