

Cvičenie 1

Opakovanie

Cieľ cvičenia:

1. Opakovanie základných typov dynamických modelov, parametrických aj neparametrických: typové modely pre systémy 1. rádu, 2. rádu (aperiodický aj kmitavý systém), systém s dopravným oneskorením.

Úlohy

Pre dynamické modely systémov 1. a 2. rádu (zadané diferenciálnou rovnicou):

- a) $28\dot{y}(t) + 0.30y(t) = 1.5u(t)$
- b) $0.1\ddot{y}(t) + 2.4\dot{y}(t) + 8y(t) = u(t)$
- c) $0.1\ddot{y}(t) + 0.4\dot{y}(t) + 8y(t) = u(t)$



- nájdite prenosovú funkciu, určite zosilnenie, póly a časové konštanty, pre kmitavý systém určite aj tlmenie, prirodzenú a vlastnú frekvenciu,
- vykreslite prechodovú funkciu v Matlabe, odčítajte príslušné parametre (zosilnenie a dobu nábehu, časovú konštantu, pre kmitavý systém odčítajte z ustálených kmitov vlastnú frekvenciu).
- vykreslite frekvenčné charakteristiky v komplexnej rovine (Nyquistova charakteristika) a v logaritmických súradniciach (Bodeho charakteristika). Sledujte vplyv zmeny zosilnenia na tvar frekvenčnej charakteristiky. Pre prípad c) (kmitavý systém) sledujte vplyv zmeny tlmenia na tvar frekvenčnej charakteristiky.
- pomocou spätnej Laplaceovej transformácie vypočítajte impulznú a prechodovú funkciu,

Pre dynamický systém s dopravným oneskorením $10\dot{y}(t) + y(t) = 2u(t - 10)$:

- napíšte prenosovú funkciu, dopravné oneskorenie aproximujte Padého rozvojom.
- v Matlabe zadajte prenosovú funkciu a Padého aproximáciu, vykreslite impulznú a prechodovú charakteristiku.
- vykreslite frekvenčné charakteristiky v komplexnej rovine (Nyquistova charakteristika) a v logaritmických súradniciach (Bodeho charakteristika). Sledujte vplyv zmeny dopravného oneskorenia na tvar frekvenčnej charakteristiky.

Teoretický základ

Prenosová funkcia LDS je podiel Laplaceovho obrazu výstupnej veličiny k obrazu vstupnej veličiny pri nulových počiatočných podmienkach.

Póly systému sú korene polynómu menovateľa prenosovej funkcie.

Nuly systému sú korene polynómu čitateľa prenosovej funkcie.

Impulzová funkcia je odozva systému na Diracov impulz.

Graf impulzovej funkcie sa nazýva *impulzová charakteristika*.

Prechodová funkcia je odozva systému na (Heavisideov) jednotkový skok.

Graf prechodovej funkcie sa nazýva *prechodová charakteristika*.

Pozn.: Pre prechodovú charakteristiku kauzálneho systému vždy platí $h(0) = 0$

Frekvenčná charakteristika je odozva systému na harmonický vstupný signál rôznych frekvencií.

Doba nábehu je čas, za ktorý sa prechodová charakteristika dostane z 10% na 90% svojej ustálenej hodnoty

Prenosové funkcie typových systémov:

a) Systém 1. rádu

$$G_1(s) = \frac{K}{Ts + 1} = \frac{K_1}{s + a}$$

 K – zosilnenie, T – časová konštanta systému

b) Systém 2. rádu – aperiodický (s reálnymi pólmi)

$$G_2(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{K_1}{(s + a_1)(s + a_2)}$$

 K – zosilnenie, T_1, T_2 – časové konštanty

systému

c) Systém 2. rádu – kmitavý (s komplexnými pólmi)

$$G_3(s) = \frac{K}{T_0^2s^2 + 2bT_0s + 1} = \frac{K_1}{(s + \alpha)^2 + \omega_v^2}$$

 K – zosilnenie systému, b – relatívne tlmenie systému, pre kmitavé systémy $0 \leq b < 1$ T_0 – časová konštanta systému, platí $T_0 = \frac{1}{\omega_n}$, ω_n je prirodzená uhlová frekvencia,Platí $\omega_n T = 2\pi$, kde T je perióda ustálených kmitov prechodovej charakteristiky, $f = \frac{1}{T}$

Systém s dopravným oneskorením:

$$G(s) = G_0(s)e^{-T_d s} \quad T_d \text{ je časová konštanta dopravného oneskorenia}$$

Aproximácia dopravného oneskorenia Padého rozvojom (najčastejšie 1. rádu)

$$G(s) = G_0(s)e^{-T_d s} \cong G_0(s) \frac{1 - s \frac{T_d}{2}}{1 + s \frac{T_d}{2}}$$

Základné príkazy v Matlabe**I. Toolbox (GENERAL)**

help

syntax - help on MATLAB command syntax.

demo - run demonstrations.

who - výpis aktuálnych premenných v prac. priestore

whos - podrobný výpis premenných

clear - vymazanie premenných a funkcií z pamäti.

load - načítanie premenných z disku do prac. priestoru.

save - uloženie premenných z prac. Priestoru na disk.

what - výpis matlabovských súborov (podľa typu - .m, .mat, .mdl) v adresári

type - výpis m-file.

which - lokalizácia funkcií a súborov (výpis cesty).

diary - Save text of MATLAB session.

format - nastavenie výstupného formátu (forma tshort, format long, format bank, ...)

pwd - zobrazenie aktuálneho pracovného adresára

dir - výpis súborov v adresári

ls - výpis súborov v adresári

II. Toolbox CONTROL

A. Zadávanie matematických modelov lineárnych dynamických systémov (LDS)

- zadanie lineárneho systému v tvare spojitkej prenosovej funkcie (*num* – polynóm čitateľa, *den* – polynóm menovateľa)

g = tf(num,den)

- zadanie spojitkej prenosovej funkcie lineárneho systému v tvare zosilnenie *K* + vektor núl (zeros) + vektor pólov (poles); ak systém nemá nuly, zadáme *z=[]*

g = zpk(z,p,k)

- zadanie lineárneho systému v tvare stavového modelu

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

g = ss(A,B,C,D)

- zadanie neparametrického modelu LDS v tvare frekvenčnej charakteristiky (najprv treba zadať LDS v niektorom z horeuvedených tvarov, *g*)

nyquist(g) – frekvenčná charakteristika (FCH) v komplexnej rovine

bode(g) – frekvenčná charakteristika (FCH) v logaritmických súradniciach

B. Spätne získavanie údajov zo zadaného modelu (objektu)

Takto zadané modely sú objekty, spätne z nich údaje získame príkazmi

- *tfdata* - extrahuje čitateľa a menovateľa

[cit,men]=tfdata(g,'v')

- *zpkdata* - extrahuje vektor núl, vektor pólov a zosilnenie

[z,p,k]=zpkfdata(g,'v')

- *ssdata* - extrahuje matice stavového opisu.

[a,b,c,d]=ssdata(g)

C. Konverzia medzi jednotlivými typmi modelov

g=zpk(g)

g=ss(g)

E. Prechodová funkcia, prechodová charakteristika, impulzná funkcia, impulzná charakteristika

Výpočet prechodovej funkcie

[h,t] = step(g)

Vykreslenie prechodovej charakteristiky

step(g)

Výpočet impulznej funkcie

[h,t] = impulse(g)

Vykreslenie prechodovej charakteristiky

impulse(g)

F. Zadávanie systému s dopravným oneskorením

g1d=tf(num,den,'ioDelay',10)

g1p=pade(g1d,1)

Padeho aproximácia 1. rádu

g1p3=pade(g1d,3)

Padeho aproximácia 3. rádu

G. Rozklad na parciálne zlomky

[r,p,k] = residue(g)